

# 大気大循環に観る $E = mc^2$ の法則

筑波大学 地球科学系 田中博 (Hiroshi L. Tanaka)

## 1. 研究の背景

大気大循環のエネルギースペクトルを観ると、総観規模擾乱からメソ擾乱のスケールで波数の-3乗則が観測される。一方、総観規模からプラネタリー波のスケールでは、擾乱のエネルギー源が存在するため、この領域のエネルギースペクトルを説明する理論は未だにないと言える。しかし、3次元ノーマルモード展開によるエネルギースペクトルを観ると、図1のような特徴的な乱流スペクトルが得られる。この図では、ロスビー波の分散関係式に従い、波数の代わりに位相速度  $c$  が横軸に目盛ってある。

3次元ノーマルモード展開によるプリミティブ方程式系は以下のように書ける。

$$\frac{dw_i}{dt} = -i\sigma_i w_i - i \sum_{jk} r_{ijk} w_j w_k + f_i, \quad (1)$$

ここで、 $w_i$  は状態変数、 $\sigma_i$  はラプラス潮汐方程式の固有振動数、 $r_{ijk}$  は非線形相互作用係数、 $f_i$  は外力である。

図1の位相速度は東西波数を  $n$  として、 $c_i = \sigma_i/n$  で定義される。上式の線形項と非線形項の比は、運動が乱流的になるか波動的（ノーマルモード）になるかを定める重要な無次元量となる。

$$R_i = \frac{|\sum_{jk} r_{ijk} w_j w_k|}{|\sigma_i w_i|}. \quad (2)$$

本研究ではこの比  $R_i$  を球面 Rhines 比と呼ぶ。この  $R_i$  が1となるようなスケールは  $\beta$  平面では Rhines スケールと呼ばれる (Rhines 1975)。

図1のスペクトルピークは、球面で定義した Rhines スケール (以後、 $c_R$  球面 Rhines 速度と呼ぶ) により決定され、非線形項が卓越する乱流領域と線形項が卓越する波動領域が明瞭に分離される (図2)。球面 Rhines 速度は、西進するロスビー波と平均流による移流効果がバランスし停滞波となるスケールでもであり、そこに山岳強制も加わることで、スペクトルピークが一層強化される。

スペクトルピークの形成は理解できたが、その特徴的な傾斜を説明する理論は未だにない。そこで本研究では、このエネルギースペクトルの傾斜について理論的な考察を行った。対象としたのは長周期変動を支配する大気の順圧成分についてのエ

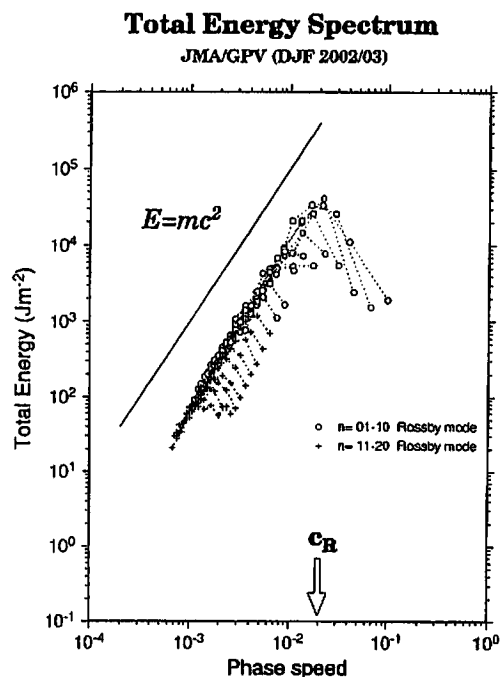


図1: 大気大循環のエネルギースペクトル

ネルギースペクトルであり、用いたデータは気象庁 GSM/GPV の 2002/03 年 DJF の期間である。

## 2. ロスビー波の碎波と飽和スペクトル

3次元ノーマルモード展開において、大気の順圧成分は状態変数の鉛直平均場に相当する。発散場は位相速度  $c$  の大きい重力波領域で卓越し、 $c$  の小さいロスビー波領域では非発散の近似が成り立つ。

従って、ロスビー波の碎波条件は、図3のように順圧非発散流体における渦位の南北微分が負になることである (Garcia 1991, Tanaka and Watarai 1999)。

$$\frac{\partial q}{\partial y} < 0, \quad q = \nabla^2 \psi + f \quad (3)$$

中緯度  $\beta$  平面を仮定すると、この碎波条件は擾乱の流速  $u$  についての飽和点を与える。

$$\frac{\partial}{\partial y} (\nabla^2 \psi + f) = -\nabla^2 u + \beta < 0 \quad (4)$$

一方、 $u$  の飽和点はそのままロスビー波の位相速度  $c$  と関係するので、これを  $c$  で表現すると

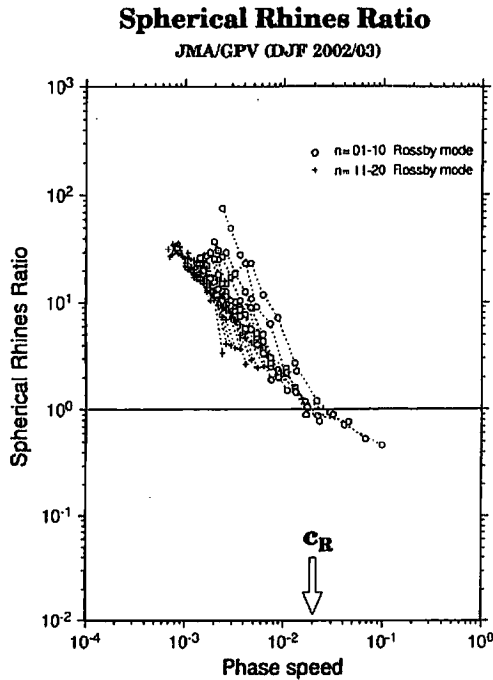


図 2: 球面 Rhines 比と球面 Rhines スケール

$$u < -\frac{\beta}{n^2 + l^2} = c \quad (5)$$

この議論は球面にも拡張できる。従って、ロスビー波の飽和で規定される擾乱のエネルギー Spektrum  $E$  をロスビー波の位相速度  $c$  で表すと

$$E = m c^2 \quad (6)$$

となる。ここで、重力加速度を  $g$ 、地上気圧を  $p_s$  とすると、 $m = p_s/g$  は単位面積あたりの質量である。波動領域では  $u$  成分が  $v$  成分よりも明らかに大きい。乱流領域では等方性が仮定できるので、ここでは簡単のために擾乱に等方性を仮定した。

### 3. まとめと結論

3次元ノーマルモード展開による大気大循環のエネルギー Spektrum は、順圧成分において球面 Rhines 速度にピークを持つ特徴的なエネルギー Spektrum を形成する。球面 Rhines 速度よりも遅い位相速度では、総観規模擾乱により供給された順圧エネルギーが、2次元流体力学の束縛の中で逆カスケードを起こし、乱流領域となる。この領域では、順圧傾圧相互作用という外部強制により増幅するロスビー波が碎波を繰り返し、エネルギー的に飽和することで Spektrum が決定すると考えられる。本研究により、ロスビー波の碎波条件 ( $\partial q/\partial y < 0$ ) から導かれる地球規模のエネルギー Spektrum は  $E = m c^2$  という関係を満たすことが示された。この関係は観測とほぼ一致する結果である (Tanaka et al. 2004)。

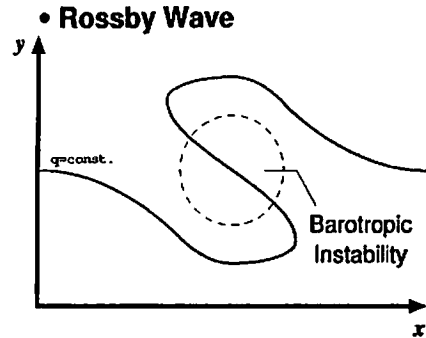


図 3: Rossby 波の碎波条件

### 参考文献

- Garcia, R. R., Parameterization of planetary wave breaking in the middle atmosphere, *J. Atmos. Sci.*, 48, 1405-1419, 1991.
- Rhines, P. B., Waves and turbulence on a beta-plane, *J. Fluid Mech.*, 69, 417-443, 1975.
- Tanaka, H. L., and Y. Watarai, A numerical experiment of breaking Rossby waves in the barotropic atmosphere with parameterized baroclinic instability, *Tellus*, 51A, 552-573, 1999.
- Tanaka, H. L., Y. Watarai, and T. Kanda Energy Spectrum of  $E = m c^2$  Observed in the General Circulation of the Atmosphere, *Submitted to GRL*, 2004.