

## 第 5 章

### 順圧大気大循環モデルによる北極振動の数値実験 およびその力学的考察

田中 博<sup>1)</sup>

#### 5.1 はじめに

北極振動 (Arctic Oscillation: AO) とは Thompson and Wallace (1998) により提唱された現象で、北緯約 60 度を挟んで南北に気圧場が逆相関を持つというものである。Namias (1950) による東西指数 (Zonal Index) とほぼ同義であり、古くは Exner (1925) や Walker and Bliss (1932) にさかのぼって同様の現象の報告を見いだすことが出来る。図 5.1 のように AO インデックス (北極振動指数) が正の時には極域で低圧偏差、中緯度で高圧偏差が生じ、その順圧的な構造から上空のポーラージェットが地衡風関係式により強まった状態になる。この時、ヨーロッパでは偏西風の強化により温和で雨が多くなる。逆に AO インデックスが負の時には、極域で高圧偏差、中緯度で低圧偏差が生じ、上空のポーラージェットは弱まった状態になり、ヨーロッパでは晴天が続き、寒気の流入で寒冷化する。

AO は南半球で解析されてきた環状モード (Southern Hemisphere Annular Mode: SAM) と力学的には類似したものと考えられる。図 5.2 は北半

球の AO を南半球の SAM と比較したもので、SAM は高緯度が負偏差の時に中緯度でリング状に正偏差がみられるのに対して、AO はユーラシアとアメリカ大陸上で正偏差のリングが途切れ、太平洋と大西洋の 2 カ所に正偏差域が形成されているという違いがある。山岳を入れない簡単なモデルで、波と平均流の相互作用の研究を行った例は多い (Robinson 1991; 1994; 1996; James and James 1992; Yu and Hartmann 1993; Lee and Feldstein 1996; Feldstein and Lee 1998; Akahori and Yoden 1997)。北半球でも、AO のことを北半球環状モード (Northern Hemisphere Annular Mode: NAM) と呼んで、AO と NAM を区別しないものもいる。南半球では、中緯度の傾圧波動が形成するストームトラックがほぼリング状に存在するため、リング状の SAM が形成されると考えられるが、北半球では海陸分布や大規模山岳の影響でそれが変形され、大西洋側に偏って生じる。そのため、AO と北大西洋振動 (North Atlantic Oscillation: NAO) は同義であると考える立場と区別する立場とが論争となっている (Thompson and Wallace 2000; Wallace 2000)。いずれにせよ、総観規模擾乱を介した波と平均流の相互作用によって NAM や SAM といった環状モードの時間的変動を解釈する研

1) 筑波大学生命環境科学研究科助教授 (兼) 地球フロンティア研究システム (e-mail: tanaka@sakura.cc.tsukuba.ac.jp)

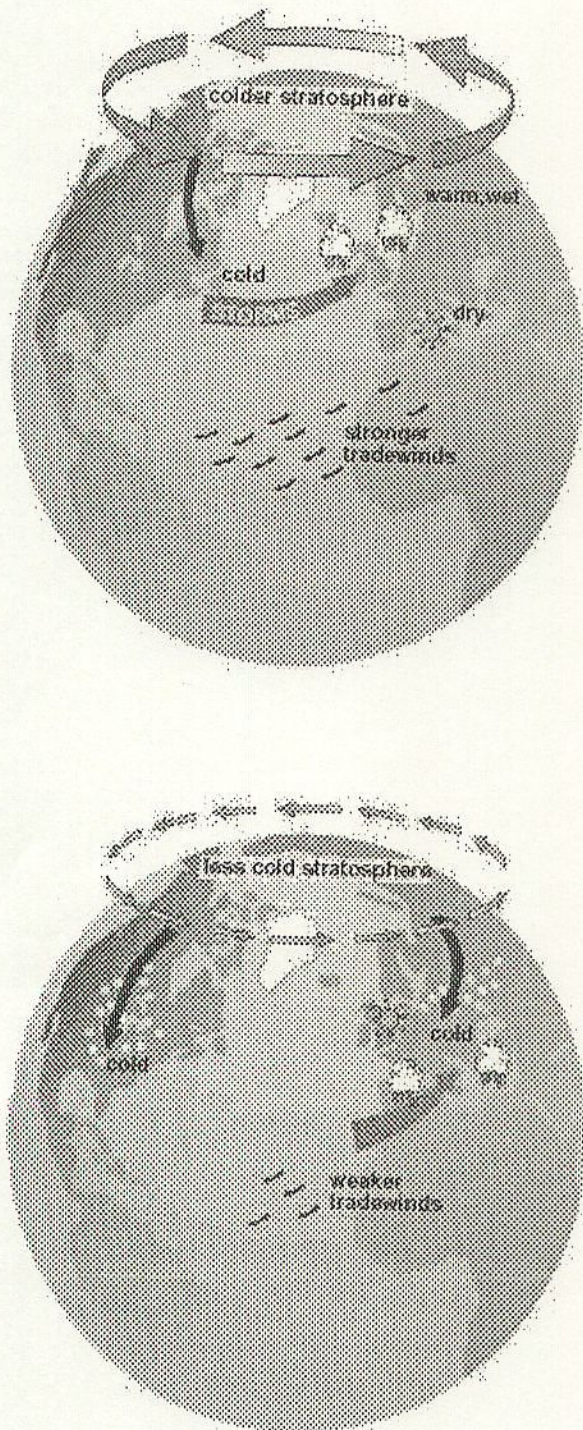


図 5.1: 北極振動指数 (AO インデックス) が正の時の循環場 (上) と負の時の循環場 (下) の特徴および異常気象の分布 (Thompson 他)。(http://www.atmos.colostate.edu/ao/Figures/schematic.html より引用)

究が多い (Karoly 1990; Shiotani 1990; Hartmann 1995; Kidson and Sinclair 1995; Hartmann and Lo 1998; Yamazaki and Shinya 1999; Lorenz and Hartmann 2001; Tanaka and Tokinaga 2002)。

AO は北半球の海面更正気圧を経験直交関数 (EOF) に展開した場合の第一主成分として定義され、北極海の作用中心とは逆符号の作用中心が太平洋と大西洋の 2 か所に見られるのが特徴的である。AO が半球規模の EOF 解析から定義されるグローバルな定義なのに対し、NAO はアイスランド低気圧とアゾレス高気圧直下の 2 地点の気圧の逆相関で定義されるローカルな定義という違いがある。AO は統計的な EOF-1 の構造なので、逆符号だからといって逆相関、同符号だからといって正相関になっていないところに問題がある。つまり、NAO が 1 点相関によるテレコネクションとして物理的な実態を伴うのに対し、AO は必ずしも物理的な実態を伴わず、複数のテレコネクションの合成により統計的に生じた架空の産物であると主張する人も多い。例えば、Deser (2000) や Ambaum *et al.* (2001) によると、NAO に対応して大西洋と北極海では気圧場が逆相関となる一方で、太平洋と北極海でも気圧場が逆相関となるので、どちらもテレコネクションとして認識される。太平洋と北極海の逆相関のことを北太平洋振動 (North Pacific Oscillation: NPO) と呼ぶこともある。しかし、太平洋と大西洋はほぼ無相関であり、AO がテレコネクションとしての実態のないことを示唆している。同様の統計的検証が Itoh (2002) によっても主張されており、Wallace and Thompson (2002) の解釈と対立している。もし、Itoh の議論が本当であるとすると、NAO と NPO の 2 つが実態で、北半球環状モード (NAM) は存在しなくてもいいことになる。従って、NAM は SAM と同様に物理的なモードとして存在するという議論と NAM を含む AO は実態のない統計的な産物であるという議論が真っ向から対立する状態になっている。つまり、多くの大気大循環モデルを用いた研究例においても、AO が変動の第 1 モードとして解析されているが (Feldstein and Lee 1998; Yamazaki and Shinya

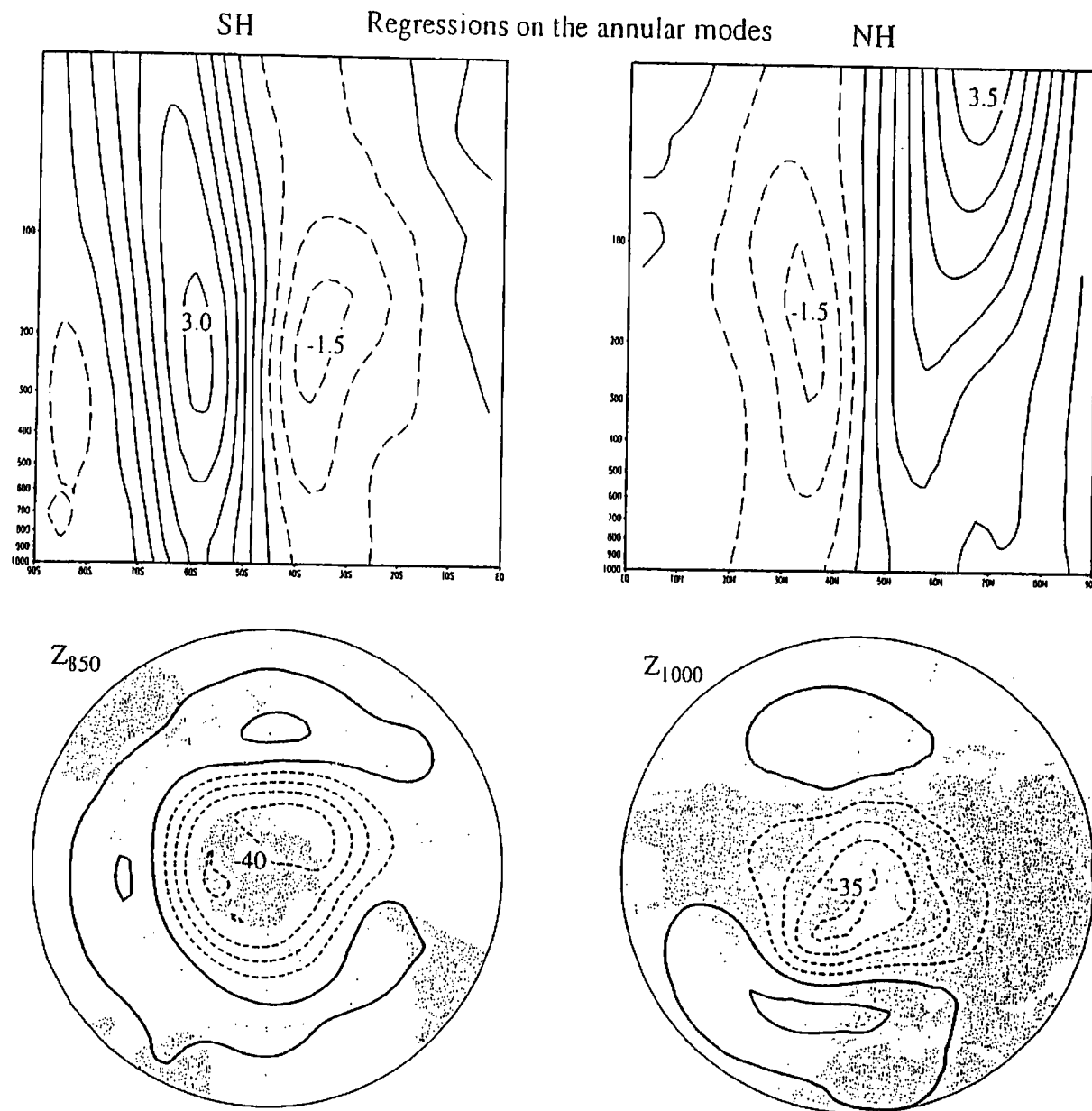


図 5.2: 北極振動 (AO: 右図) と南極環状モード (SAM: 左図) の気圧場の構造 (下図), および対応する帯状平均風の南北鉛直断面 (上図) の比較。(Thompson and Wallace 2000 から引用)

1999; Fyfe *et al.* 1999; Shindell *et al.* 1999; Limpasuvan and Hartmann 1999, 2000; Boer *et al.* 2001; Robertson 2001; Feldstein 2002), AO に関しては, まだ力学的に理解されていない要素が多々あるということである。

一方, 図 5.2 に見られるように, AO や SAM の構造で気圧場の等値線は緯度  $60^\circ$  付近で密集し, こ

れに対応して高緯度のポーラージェットが変動していることが分かる。またポーラージェットと亜熱帯ジェットは逆相関を示していることも読みとれる。そして, どちらのジェットも変動成分は順圧的な構造をしているという特徴がある (Tanaka *et al.* 1996; Kodera *et al.* 1996; Kitoh *et al.* 1996)。これは, 地表付近で極域が負の偏差を示しているときには,

上部対流圏から成層圏にかけても極域が負の偏差を示すような特徴を意味している。この図によると、AOとは、変動が特に大きいポーラージェットの傾圧性の指標と考えられ、Namiasが提唱した東西指数が主に亜熱帯ジェットの傾圧性の指標であるのと区別される。

さて、AOやSAMに限らず、PNAやNAOなどのテレコネクションやブロッキングなどの長周期変動の多くはこの様に順圧的な構造をもつが、それはどのような理由によるのであろうか。また、これらの長周期変動は力学的にどのように解釈すれば良いのだろうか。図5.3は大気大循環のエネルギー流を表す4ボックス図で、大気の帯状成分と渦動成分をそれぞれ順圧成分と傾圧成分に分けた時のエネルギーボックス図である(田中1993)。このエネルギーボックス図によると、大気大循環のエネルギーの供給源は帯状傾圧成分(帯状有効位置エネルギー)にあり、それが総観規模擾乱の活動により渦動傾圧から渦動順圧成分に流れる。そして、総観スケールで傾圧大気から順圧大気に供給されたエネルギーは帯状順圧成分へと流れ、最終的には地表摩擦で消散されている。つまり、大気大循環のエネルギーは基本的に傾圧から順圧成分に流れる特徴があり、順圧成分はいわばエネルギーの吹き溜まりになっている。このことが順圧構造を持つ長周期変動の特徴を生み出していると考えられる。傾圧不安定擾乱など、大気の傾圧性をエネルギー源にして発達し、その傾圧性を解消する目的で活動する多くの大気現象は、当然のことながら大気の傾圧エネルギーを順圧エネルギーに変換する特徴がある。

北極振動は北半球海面更正気圧  $p_s$  の EOF-1 として定義されるが、この海面更正気圧  $p_s$  の時間的変動の原因を力学的に考察すると、それは大気の順圧成分の力学的変動が主な原因となっていることが以下の式からも理解できる。

$$\frac{\partial p_s}{\partial t} \simeq - \int_0^{p_s} \nabla \cdot V dp \simeq -p_s \nabla \cdot V_0 \simeq \frac{p_s}{gh_0} \frac{\partial \phi_0}{\partial t}$$

ここで、海面更正気圧  $p_s$  の時間的変動は気圧座標系の連続の式により、大気の鉛直コラムで質量積分し

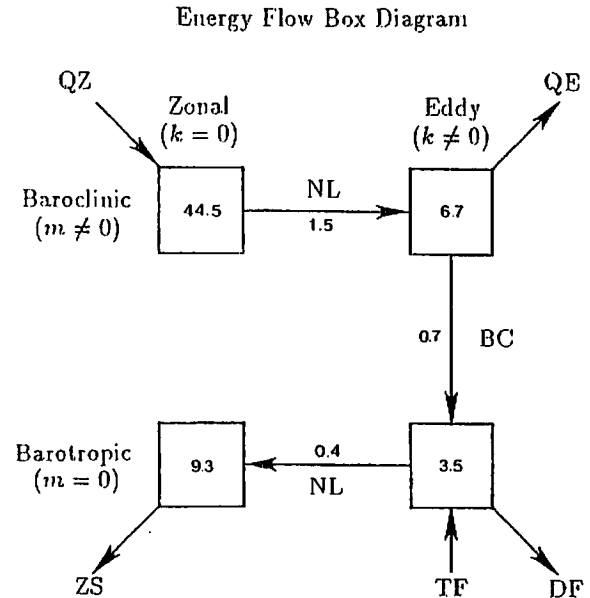


図 5.3: 大気の帯状成分と渦動成分をそれぞれ傾圧成分と順圧成分に分けたときの、大気大循環のエネルギー流を表す4ボックス図。上が傾圧成分、下が順圧成分で、左が帯状成分、右が渦動成分を表す。ボックス内の数字はエネルギー量 ( $10^5 \text{ J m}^{-2}$ ) を、矢印はエネルギー流 ( $\text{W m}^{-2}$ ) を表す。QZ, QE, NL, BC, TF, DF, ZS はそれぞれ帯状加熱, 渦動加熱, 非線形相互作用, 傾圧不安定, 地形強制, 渦粘性, 帯状摩擦を示す。データは FGGE 年の観測値。(田中 1993 から引用)

た質量フラックスの収束によって制御される。この鉛直積分は大気の順圧成分(添字の0)と等価であり、それは浅水方程式の質量保存則により後述する順圧高度場の時間変動と等価である事が示される。したがって、岡田(2003)が示すように、 $p_s$  で定義した北極振動指数と大気の順圧成分で定義した北極振動指数が、構造も時系列も一致するのは当然であり、北極振動の本質は大気の順圧成分の力学を調べることににより、その原因を探ることが可能となる。

そこで、本研究ではこのような観測事実を踏まえ、AOをはじめとする長周期変動の力学的問題を解決するために、大気の順圧成分だけを取り出した順圧大気大循環モデルを構築し、まずは観測されるものと同じAOの再現を試みた。そして、それが可能となった段階で、モデル大気のエネルギー収支を含

む詳細な解析を行い、AOの物理的、力学的解釈を試みた。研究の詳細は田中(2002)、Tanaka(2003a)、Tanaka(2003b)を参照されたい。

## 5.2 順圧大気大循環モデルの開発

### 5.2.1 基礎方程式系

本研究で用いたモデルは、3次元スペクトル展開したプリミティブ方程式系の鉛直波数0のみで方程式系を閉じた順圧大気大循環モデルである。経度、緯度、気圧、時間を $(\lambda, \theta, p, t)$ とすると、気圧座標系でかかれたプリミティブ方程式系は以下のベクトル方程式で表せる。

$$\mathbf{M} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \mathbf{L} \mathbf{U} = \mathbf{N} + \mathbf{F}, \quad (5.1)$$

ここで、 $\mathbf{U}=(u, v, \phi')^T$ は大気の状態変数で、 $\mathbf{V}=(u, v)$ は水平風ベクトル、 $\phi'$ はジオポテンシャルの各等圧面全球平均からの偏差で定義される。以下、プライムは省略する。左辺の $\mathbf{M}$ と $\mathbf{L}$ は鉛直方向と水平方向の微分オペレータ、右辺の $\mathbf{N}$ は非線形項、 $\mathbf{F}$ は外部強制項であり、以下のようにまとめられる(式の詳細はTanaka 1998)。

$$\mathbf{U} = (u, v, \phi)^T, \quad (5.2)$$

$$\mathbf{M} = \text{diag}(1, 1, -\frac{\partial}{\partial p} \frac{p^2}{R\gamma} \frac{\partial}{\partial p}), \quad (5.3)$$

$$\mathbf{L} = \begin{pmatrix} 0 & -2\Omega \sin\theta & \frac{1}{a \cos\theta} \frac{\partial}{\partial \lambda} \\ 2\Omega \sin\theta & 0 & \frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial \theta} \\ \frac{1}{a \cos\theta} \frac{\partial}{\partial \lambda} & \frac{1}{a \cos\theta} \frac{\partial(\cdot) \cos\theta}{\partial \theta} & 0 \end{pmatrix}, \quad (5.4)$$

$$\mathbf{N} = \begin{pmatrix} -V \cdot \nabla u - \omega \frac{\partial u}{\partial p} + \frac{\tan\theta}{a} uv \\ -V \cdot \nabla v - \omega \frac{\partial v}{\partial p} - \frac{\tan\theta}{a} uv \\ \frac{\partial}{\partial p} [V \cdot \nabla (\frac{p^2}{R\gamma} \frac{\partial \phi}{\partial p}) + \omega p \frac{\partial}{\partial p} (\frac{p}{R\gamma} \frac{\partial \phi}{\partial p})] \end{pmatrix}, \quad (5.5)$$

$$\mathbf{F} = (F_u, F_v, \frac{\partial}{\partial p} (\frac{pQ}{C_p \gamma}))^T. \quad (5.6)$$

ここで、 $a$ は地球の平均半径、 $\Omega$ は地球の自転の角速度、 $R$ は乾燥空気の気体定数、 $C_p$ は定圧比熱、 $\gamma$ は静的安定度のパラメータ、 $Q$ は非断熱加熱率、 $(F_u, F_v)$ は粘性摩擦を表す。また、 $(\cdot)^T$ は転置、 $\text{diag}$ は対角行列を示す。

このプリミティブ方程式系の境界条件としては、地表で摩擦により運動学的に風がなく、運動エネルギー $K$ と有効位置エネルギー $A$ の和が無限に発散しないという条件が採用される。

$$(u, v, w) = 0 \quad \text{at} \quad p = p_s \quad \text{and} \\ \int_0^{p_s} K + A \, dp < \infty. \quad (5.7)$$

前者において地表( $p = p_s$ )で鉛直流 $w(= dz/dt)$ は0であり、水平風については、基本場(平均場)において0であればよい。また後者は変数の2乗が領域内で積分可能という意味である。この条件は、静止大気を基本場にしたノーマルモードで大気場が展開可能であると仮定することによる。

まず、(1)式の右辺を0と置いて得られる線形微分方程式のノーマルモードを求める。これは、断熱非粘性条件での静止大気に重なった微少擾乱の運動を(7)式の境界条件で見ていることになる。線形化された(1)式を変数分離することにより、解くべき鉛直構造方程式と水平構造方程式が導かれる。はじめに、以下の鉛直構造方程式を解くことで鉛直構造関数 $G_m(p)$ と等価深度 $h_m$ のペアがその固有解として得られる。

$$-\left(\frac{\partial}{\partial p} \frac{p^2}{R\gamma} \frac{\partial}{\partial p}\right) G_m = \frac{1}{gh_m} G_m. \quad (5.8)$$

左辺は(3)式の $\mathbf{M}$ にある微分オペレータであり、 $g$ は重力加速度である。鉛直構造方程式の解法については、Kasahara(1984)を参照。

等価深度 $h_m$ が得られたら、次に、以下の水平構造方程式を解く。この式はラプラス潮汐方程式と呼ばれ、この固有値問題を解くことで、ハフ(Hough)関数 $H_{nlm}(\lambda, \theta)$ とラプラス潮汐方程式の固有振動数 $\sigma_{nlm}$ のペアを計算する。

$$(Y_m^{-1} \mathbf{L} X_m) H_{nlm} = i \sigma_{nlm} H_{nlm}. \quad (5.9)$$

左辺は (4) 式の  $L$  で定義される水平微分オペレータであり、 $i$  は虚数単位、添字の  $n, l, m$  はそれぞれ東西波数、南北波数、鉛直波数に相当する。また、 $X_m$  と  $Y_m$  は以下の次元行列である。水平構造方程式の解法については、Kasahara (1976; 1978)、Swarztrauber and Kasahara (1985) 参照。

$$\begin{aligned} X_m &= \text{diag}(\sqrt{gh_m}, \sqrt{gh_m}, gh_m), \\ Y_m &= \text{diag}(2\Omega\sqrt{gh_m}, 2\Omega\sqrt{gh_m}, 2\Omega). \end{aligned} \quad (5.10)$$

実空間から波数空間への展開基底となる 3 次元ノーマルモード関数  $\Pi_{nlm}(\lambda, \theta, p)$  は、鉛直構造関数  $G_m$  とハフ関数  $H_{nlm}$  のテンソル積、つまり  $\Pi_{nlm} = G_m H_{nlm}$  で定義される複素ベクトル関数で、全球大気の質量積分で定義される内積により、以下の正規直交条件を満たす。アスタリスクは複素共役、 $\delta_{ij}$  は Kronecker デルタを意味する。

$$\begin{aligned} \langle \Pi_{nlm}, \Pi_{n'l'm'} \rangle &= \frac{1}{2\pi p_s} \int_0^{p_s} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{2\pi} \Pi_{nlm} \\ &\quad \cdot \Pi_{n'l'm'}^* \cos\theta d\lambda d\theta dp \\ &= \delta_{nn'} \delta_{ll'} \delta_{mm'}. \end{aligned} \quad (5.11)$$

波数空間への展開基底としての 3 次元ノーマルモード関数が得られたので、(2) 式および (6) 式で表される大気の状態変数  $U$  および外部強制項  $F$  の 3 次元ノーマルモード展開を行う。

$$\begin{aligned} U(\lambda, \theta, p, t) &= \sum_{nlm} w_{nlm}(t) X_m \Pi_{nlm}(\lambda, \theta, p), \\ F(\lambda, \theta, p, t) &= \sum_{nlm} f_{nlm}(t) Y_m \Pi_{nlm}(\lambda, \theta, p), \end{aligned} \quad (5.12)$$

ここで、 $w_{nlm}(t)$  と  $f_{nlm}(t)$  は大気の状態変数と外部強制項の展開係数で、展開基底の正規直交性 (11) 式により、以下のフーリエ変換で求められる。

$$\begin{aligned} w_{nlm}(t) &= \langle U(\lambda, \theta, p, t), X_m^{-1} \Pi_{nlm}(\lambda, \theta, p) \rangle, \\ f_{nlm}(t) &= \langle F(\lambda, \theta, p, t), Y_m^{-1} \Pi_{nlm}(\lambda, \theta, p) \rangle. \end{aligned} \quad (5.13)$$

基底関数が完備となるためには、変数の下端の境界

条件が問題となる。鉛直構造関数の境界条件の束縛により、地表で変数の値がゼロならば、その鉛直微分もゼロである必要があるが、厳密なところは明らかでない。Kasahara and Tanaka (1989) では傾圧不安定問題をノーマルモード展開法で解く場合には、基本場がこの境界条件を満たすときに期待される不安定が生じることから、大気変数がこの境界条件を満たす必要性を論じている。

さて、同様の内積を (1) 式全体に施すことで、プリミティブ方程式系の 3 次元スペクトルモデルが導かれる。

$$\left\langle M \frac{\partial U}{\partial t} + L U - N - F, Y_m^{-1} \Pi_{nlm} \right\rangle = 0. \quad (5.14)$$

(12) 式で展開した大気変数を (14) 式の各項に代入し、内積の積分計算を実行すると、空間依存は消えて時間のみ関数となり、最終的に以下の連立常微分方程式に帰着する。外力  $F$  との内積は (13) 式そのものであり、ノーマルモードで展開しているため、気圧傾度力やコリオリ項などのすべての線形項は  $\sigma_i$  のスカラー倍に単純化され、非線形項は展開係数  $w_i$  の 2 重積和に帰着する。

$$\begin{aligned} \frac{dw_i}{d\tau} + i\sigma_i w_i &= -i \sum_{jk} r_{ijk} w_j w_k + f_i, \\ i &= 1, 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (5.15)$$

ここで、 $\tau$  は無次元時間、 $\sigma_i$  はラプラス潮汐方程式の固有振動数、 $r_{ijk}$  は非線形相互作用係数で実数となる。また、添字を  $w_{nlm} = w_i$  の様に簡略化してある。添字以外の  $i$  は虚数単位である。力学過程としての線形項の導出や非線形相互作用係数  $r_{ijk}$  の計算法を付録 A に添付した。(15) 式はひとたび係数と外力さえ求まれば、数値的に簡単に解くことのできる常微分方程式系であり、Tanaka (1995) では中緯度の傾圧不安定擾乱のライフサイクルの数値実験を、この 3 次元スペクトルモデルを解いて計算している。物理過程としての外力  $f_i$  の定式化は容易でないが、 $f_i$  を除く他の力学過程の精度は 1% 以下の誤差の範囲で表現されている。

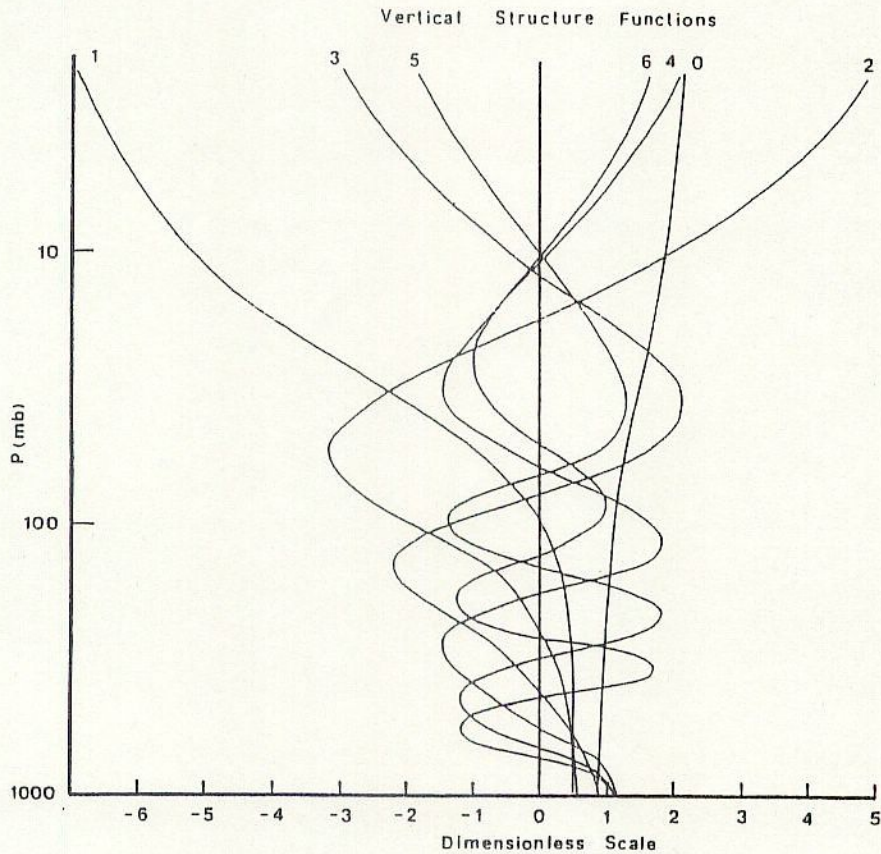


図 5.4: 鉛直構造関数  $G_m(p)$  の鉛直プロファイル。図中の番号は鉛直波数  $m$  を表す。(Tanaka and Kung 1989 から引用)

### 5.2.2 順圧 S-モデル

次に、3次元プリミティブ方程式モデルから順圧モデルを導く手法について説明する。図 5.4 は本研究で用いた鉛直構造関数  $G_m(p)$  の鉛直プロファイルである。鉛直波数  $m=0$  は鉛直方向に符号が一定で節を持たないことから順圧モードと呼ばれる。構造が完全に一定（順圧）の時には等価深度は無限となるが、鉛直方向にやや変化し、等価深度が有限の約 10 km に納まるという特徴がある。鉛直波数  $m \neq 0$  はすべて傾圧モードと呼ばれ、数値解では  $m$  個の節を持つ。これらは気圧座標系での積分で定義される内積に対して正規直交性を持ち、鉛直スペクトルモデルにおいて展開基底をなす。

図 5.5 は大気的全エネルギーを鉛直構造関数を使って鉛直波数に展開し、その鉛直スペクトルを調べた結果である (Tanaka and Sun 1990)。図は東西波

数  $n=0$  と 6 についての結果であり、下の線は重力波成分、上の線はロスビー波成分である。帯状成分 ( $n=0$ ) では等価深度が数 100 m (図中の鉛直波数はその逆数) 付近にエネルギーピークがあり、ここに帯状有効位置エネルギーが蓄積されている。一番左の等価深度が 10 km 付近が順圧モードであり、ここにもエネルギーピークが見られ、両者の間にエネルギーギャップが存在している。グローバルな長周期変動に注目する限り、順圧成分における重力波のエネルギーは無視できるほど小さいので、順圧モデル構築の際には波数切断によって除去する。東西波数  $n=6$  についてみると、順圧成分に最大のエネルギーがあり、等価深度が数 100 m の傾圧成分に第二のエネルギーピークが見られ、両者の間にエネルギーギャップが存在する。エネルギー流の解析結果によると、傾圧成分に供給されたエネルギーは次第に順

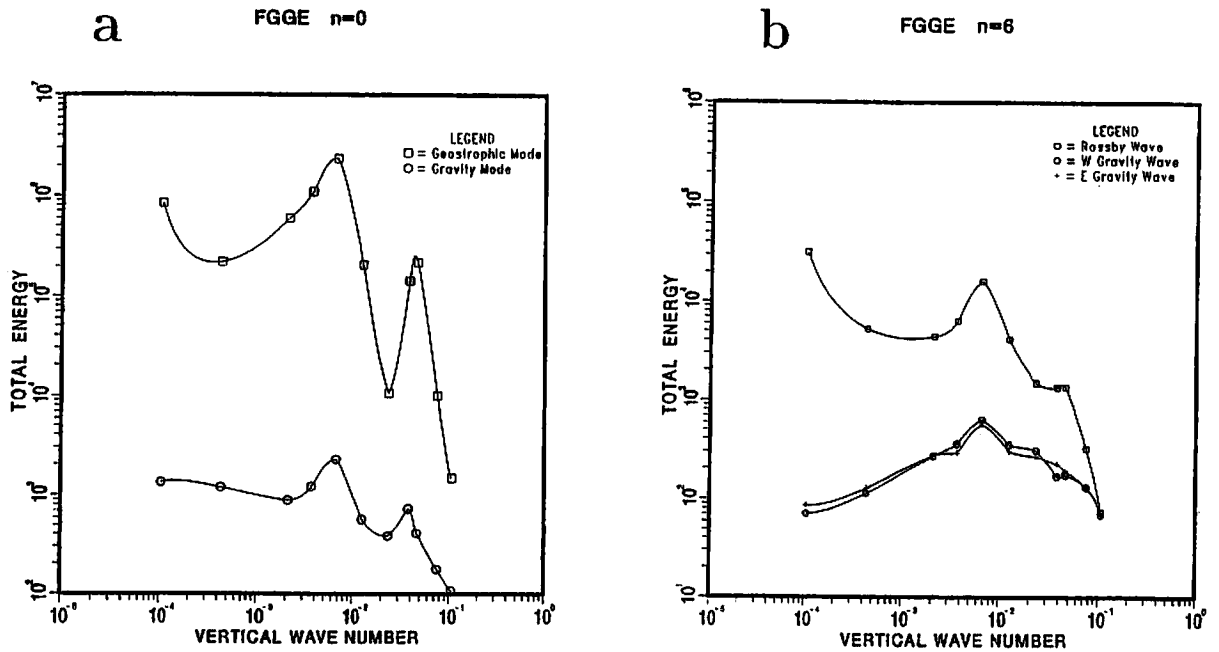


図 5.5: (a) 東西波数  $n=0$  と (b)  $n=6$  についてのエネルギーの鉛直スペクトル ( $\text{J m}^{-2}$ )。横軸の鉛直波数は等価深度 (m) の逆数で定義した。四角はロスビー波, 白丸と十字は西進と東進の重力波を表す。一番左の値が等価深度約 10 km の順圧モードで, 中央のピークは等価深度約 200 m の傾圧モードである。(Tanaka and Sun 1990 から引用)

圧成分へと流れ, 順圧成分はエネルギーの吹き溜まりになっている (図 5.3 参照)。これは, 傾圧不安定擾乱が大気の傾圧性を解消する目的で発達衰退を繰り返しているのだから, 考えてみれば当然のことであり, 総観規模擾乱によって, 大気の傾圧エネルギーは順圧エネルギーへと変換される。また, この解析結果では傾圧成分は離散スペクトルとなっているが, 上部境界条件を気圧 0 の極限にもって行くと, 傾圧モードはすべて連続スペクトルとなるのに対し, 順圧モードだけは最後まで孤立モードとして存在する (Staniforth 1985)。このように, 鉛直ノーマルモードの観点からすると, 順圧モードは力学的に特異なモードで, 総観規模擾乱の活動でここにエネルギーが集まると, 2次元流体独自の特徴的な振る舞いをするようになる。これが長周期変動の多くが順圧的な構造を持つひとつの理由と考えられる。

さて, 大気大循環モデルの構築において, モデル解像度以下の現象をパラメタリゼーションによって表現しようとする場合, エネルギースペクトルにスペクトルギャップがあれば, そこで波数切断を行い,

解像度以下の現象をパラメタライズするのが望ましい。それぞれのエネルギーピークにはそれぞれ対応するまとまった力学的現象があり, エネルギーギャップはそれらの境目を意味するからである。水平方向のエネルギースペクトルを見る限り, 残念なことにレッドノイズになっており, そのようなスペクトルギャップは存在しないため, 最適なモデル解像度という概念はないようである。しかし, 鉛直方向のエネルギースペクトルには明瞭なスペクトルギャップが存在し, それぞれ異なる力学的性質を持っていると考えられる。そのひとつが順圧大気と傾圧大気間のエネルギーギャップで, 傾圧大気から順圧大気へ供給されるエネルギーを, 十分な精度で丸ごとパラメタライズできれば, 方程式を理想的な条件で閉じることが可能になる。

そこで, 本研究では, 高度化する大循環モデル構築の時代の流れに逆らって, あえて簡単な順圧モデルの構築を試みた。順圧傾圧相互作用が満足のゆく精度でパラメタライズ可能かどうか, 最大の注目点となる。大気の長周期変動の多くは順圧的な構造



を持つことから、これらの長周期変動の研究を目的とした順圧モデルの構築は有意義と考えられる。本研究で扱う大気の大気成分とは大気の大気鉛直コラムの以下の様な荷重平均値である。

$$(u_0, v_0, \phi_0)^T = \frac{1}{p_s} \int_0^{p_s} (u, v, \phi)^T G_0 dp. \quad (5.16)$$

ここで、 $G_0$  は鉛直波数 0 の鉛直ノーマルモードであり、ほぼ一定値なので、大気の大気鉛直平均場を見ていると考えて良い。大気の大気成分に関する支配方程式は、等価深度が約 10 km の浅水方程式に近い形になる。このような鉛直変換のあとで、フーリエ変換とハフ変換を施すことで、展開係数  $w_i$  が (13) 式のように求められる。はじめに述べたように、北極振動などの大気の大気長周期変動は地上大気大気場の変動の特徴として定義される。その地上大気大気場の変動は、大気の大気鉛直コラムで積分した質量フラックスの収束発散で決まることから、本研究で扱う大気成分  $(u_0, v_0, \phi_0)$  がこれらの変動の特徴を決めていることが力学的に裏付けられる。

以上の理由から、(15) 式の 3 次元スペクトルモデルのうち、鉛直波数  $m=0$  のみで方程式系を閉じると、かたちの上では同型の順圧モデルとなり、次元が大幅に縮小される。

$$\frac{dw_i}{d\tau} + i\sigma_i w_i = -i \sum_{jk} r_{ijk} w_j w_k + s_i, \quad i = 1, 2, 3, \dots, \quad (m = 0), \quad (5.17)$$

ハフ関数で展開しているのので、長周期変動にはほとんど無縁の外部重力波モードを切断し、ロスビーモードのみを用いることでさらに次元は縮小される。本研究では波数切断を東西南北波数とも 20 の菱形切断とした。外部重力波モードのエネルギーは全体の 1% 以下であるが、これ以上解像度を上げると、外部重力波モード (特にケルビンモード) も考慮する必要が出てくるというのがひとつの理由である (Tanaka and Kimura 1996)。鉛直波数  $m=0$  のみで方程式系を閉じたこのモデルは、大気の大気鉛直平均場を予報するような順圧モデルであり、(15) 式における外力の大気成分  $f_i$  の他に順圧傾圧相互作用の項  $g_i$  が新

たに加わってくる。本研究では、 $s_i = f_i + g_i$  を順圧大気の大気外力と呼ぶことにし、これを  $s_i = s_i(w_i, \tau)$  のように従属変数  $w_i$  と時間の関数としてパラメタライズすることを試みる。

これまでの同様のモデルでは、外力  $s_i$  として、地形、傾圧不安定、粘性摩擦、地表摩擦を定式化してブロッキングの数値実験などを行い、観測されるようなブロッキングのライフサイクルの再現に成功している (Tanaka 1991; 1998)。複数のバージョンの順圧モデルを区別するため、ブロッキングの数値実験に用いたように、外力を個々の物理過程の寄せ集めで構築したモデルを我々は順圧 B-モデルと呼んでいる。順圧 B-モデルは内在する力学的不安定が弱いので、カオス性が極めて弱く、初期値に多少の誤差を加えても同じブロッキングが再現されるという特徴がある (Tanaka and Nohara 2001)。しかし、地形効果の導入だけでは、気候値の再現性が充分とは言えず、定常プラネタリー波のトラフやリッジの再現にバイアスが残った。順圧大気の大気気候値を改善するには、海陸の熱的コントラストによる強制のパラメタライゼーションが必要となった。しかし、海陸の熱的コントラストは大気の大気傾圧場を強制し、それが力学的な相互作用でめぐりめぐって順圧場に影響するため、その定式化は容易ではない。

そこで、Tanaka and Nohara (2001) では、これらの物理過程を表現する最適行列を長期間の観測データから以下の重回帰により統計的に求めてモデルを再構築した。

$$s_i = \bar{s}_i + A_{ij} w_j + B_{ij} w_j^* + \epsilon_i, \quad (5.18)$$

ここで、 $\bar{s}_i$  は  $s_i$  の気候値、アスタリスクは複素共役であり、残差  $\epsilon_i$  のノルムを最小化するようにシステム行列  $A_{ij}$ 、 $B_{ij}$  を観測データから順次以下の回帰式で求めている (Golub and Van Loan 1983)。

$$A_{ij} = \overline{s'_i w_j^+}, \quad (5.19)$$

$$w_j^+ = w_k^H \overline{(w_k w_j^H)^{-1}}, \quad (5.20)$$

ここでバーは時間平均、 $s'_i$  は  $s_i$  のアノマリ、 $()^H$  は共

役転置行列,  $w_j^+$  は  $w_j$  の偽逆行列 (pseudo-inverse) である。同様にして

$$B_{ij} = \overline{\epsilon'_i w_j^{*+}}, \quad (5.21)$$

ここで,  $\epsilon'_i$  は行列  $A$  による第一残差である。多くの観測値から未知のシステム行列を解くこのような問題を逆問題という。式の詳細については Tanaka and Nohara (2001) を参照されたい。

観測データとして, 本研究では 1950–1999 年の 50 年間の冬季の NCEP/NCAR 再解析データが用いられた (Kalnay *et al.* 1996)。日に 4 回の観測データから (13) 式により状態変数  $w_i$  を求め, 日変化を除去してからモデルのタイムステップに時間内挿し, (17) 式から順圧大気の外力  $s_i$  を診断的に算出する。力学過程の計算精度は十分に高いので, 残差で得られる外力  $s_i$  の値は十分に意味のある値と考えられる。こうして得られた 50 年分の外力  $s_i$  のデータから, 気候値  $\bar{s}_i$  とアノマリ  $s'_i$  を計算する。気候値としては, 日々の 50 年平均値に対し, 3 カ月以上の周期を持つ調和波で再合成し平滑化したものを用いた。このアノマリ  $s'_i$  を状態変数  $w_i$  で回帰することで, (18) 式のようにシステム行列  $A_{ij}$   $B_{ij}$  を順次決定することができる。モデルを構築する際に, 状態変数  $w_i$  として正 (および 0) の東西波数のみを扱うことから, 負の東西波数による回帰を共役複素数を用いて行う必要がある。観測データから逆問題を解いてモデルの最適外力を統計的 (Statistical) に求めていることから, 我々はこのモデルを順圧 S-モデルと呼んでいる。この方法で気候値のバイアスは除かれ, 現実大気を対象にした数値実験が可能となった。そこで, このモデルを用いて統計的に独立な 2000 年のデータについて現実大気の前報を実際に行ったところ, このモデルは月平均で約 8 日の前報能力を持つことが示された (Tanaka and Nohara 2001)。従って, このモデルは長周期変動の力学的解明に充分使える順圧大気大循環モデルであると言える。

ちなみに, 観測から診断的に得られた外力  $s_i$  は, いわば現実大気に対して完璧な外力であり,  $s_i =$

$s_i(w_i, \tau)$  として状態変数  $w_i$  から完璧な  $s_i$  が再現できれば, それは順圧大気のパフェクトモデルとなる。これは (18) 式の  $\epsilon_i$  が 0 となるような定式化を意味する。仮にそのような定式化ができたとして, 任意の初期値から診断的に得たパフェクトな外力  $s_i$  を与え続けて順圧モデルを時間積分したらどのようになるかを調べたところ, この順圧モデルは時間積分を初めてから約 100 日間, 現実大気と全く同じ変動をすることが分かった。このように, 現実大気を対象に, ある初期値から完璧な外力を与え続けて時間積分を行うモデルを我々は順圧 P-モデルと呼んで, 他と区別をしている。完璧な外力とそれに応答する線形項, 非線形項の振る舞いを診断的に解析することは, ブロッキングやテレコネクションなどの大気の長周期変動の理解に大変役立つ。

順圧 S-モデルでは気候値のバイアスが修復されたものの, 予報誤差の最大要因となる傾圧不安定波の増幅が弱いという特徴がある。これは, 相関解析によって地形効果などの準定常成分は表現できたものの, 非定常で複雑な総観規模の傾圧不安定擾乱が弱めにしか表現されないという欠点による。そこで, 北極振動の数値実験を目的とした本研究では, 地形や海陸分布の熱的效果による基本場を再現する目的で上記のシステム行列 (AB) を導入し, それ以外の物理過程は順圧 B-モデルに準拠した。つまり, 傾圧不安定 (BC), 粘性摩擦 (DF), 帯状地表摩擦 (DZ), エクマン摩擦 (DE) を, エネルギースペクトルを参照しながら再導入して, 以下のように外力を与えた (図 5.3 参照)。

$$s_i = \bar{s}_i + A_{ij}w_j + B_{ij}w_j^* + (BC)_{ij}w_j + (DF)_{ij}w_j + (DZ)_{ij}w_j + (DE)_{ij}w_j. \quad (5.22)$$

各々の物理過程の詳細については付録 B を参照。このモデルは順圧傾圧相互作用  $g_i$  を取り込んだ順圧モデルであり, 行列はすべて定数, 物理過程はすべて順圧大気に従属変数で表現されている。本研究では AO を再現する目的で, モデルのパラメータを 1 月 1 日に固定し, 1950 年 1 月 1 日のデータを初期値

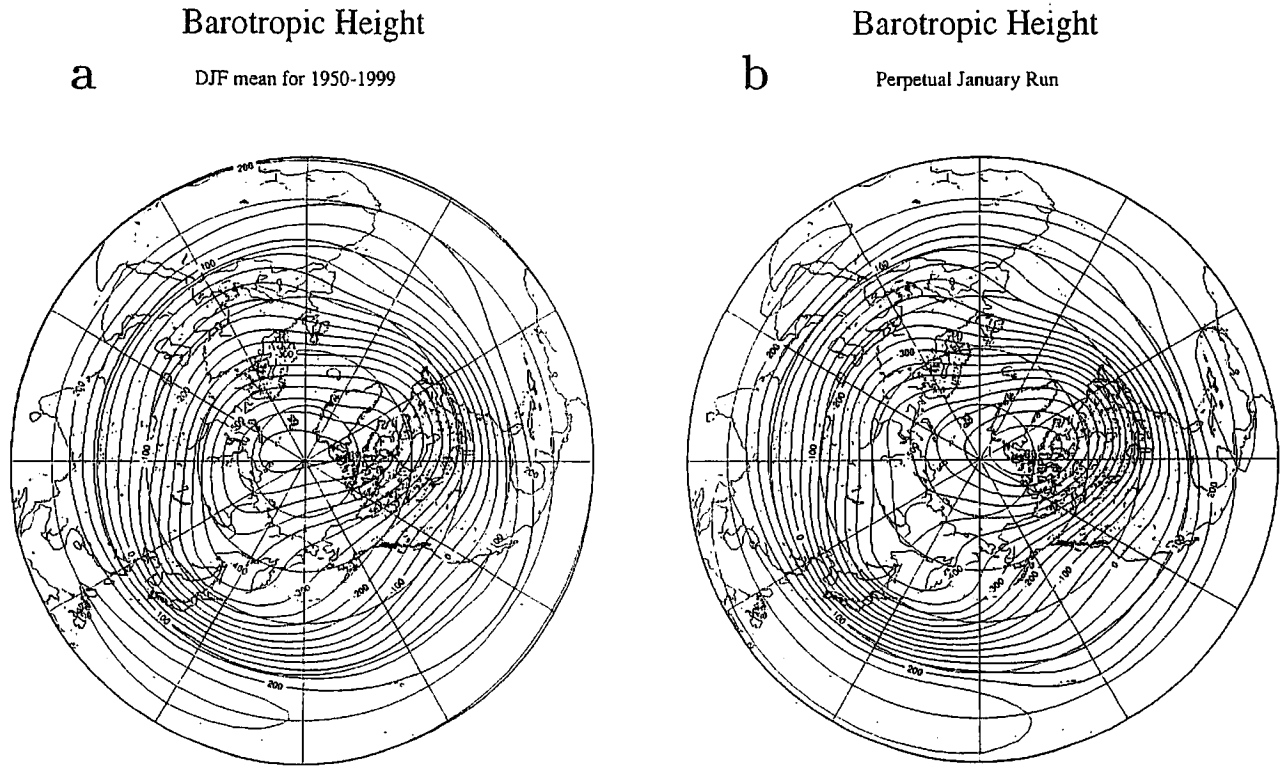


図 5.6: (a) NCEP/NCAR 再解析データに基づいて計算された冬季 (DJF) の順圧高度場の気候値。期間は 1950 年から 1999 年までの 50 年間。(b) 順圧 S-モデルの 1 月固定ランの順圧高度場の気候値。単位は m で、等圧面全球平均からの偏差の鉛直平均量を意味する。

にして (17) 式を 50 年間に渡り時間積分した。順圧 S-モデルは極めて高速に走り、50 年ランに必要な CPU タイムは PC でおよそ 5 時間である。

図 5.6a は NCEP/NCAR 再解析データを用いて計算した 1950 年から 1999 年までの 50 年間の冬季 (DJF) の順圧高度場  $\phi_0$  の気候値である。日に 4 回の NCEP/NCAR 再解析データから、(13) 式にしたがって展開係数  $w_i$  を 1950-1999 年の 50 年分計算し、時間平均することで得られる。

図 5.6b は順圧 S-モデルによる同様の順圧高度場の気候値である。1 月固定実験の結果得られる 50 年間の日々の状態変数  $w_i$  を時間平均し、(12) 式で逆フーリエ変換して表示した順圧高度場である。単位は m で、全球等圧面平均からの偏差の鉛直平均量を意味する。極付近は -600 m、赤道で +200 m の値となり、極東、アメリカ東海岸、ヨーロッパ東部に 3 本のトラフが見られる。順圧 S-モデルの冬季の気

候値は現実大気と十分に一致していると言える。

### 5.3 順圧大気の EOF 解析

この節では、観測およびモデル大気の長周期変動に見られる卓越モードの構造について比較する。観測およびモデル大気に対する 50 年間の状態変数  $w_i$  について (実際には実部と虚部に分離して) EOF 解析を施すことで、大気の順圧成分の卓越モードを解析することができる。Thompson and Wallace (1998) では季節平均海面更正気圧という一高度一変数の EOF 解析により AO が導かれているが、本研究では大気を支配する全ての従属変数に対し全ての鉛直コラムのデータを用い、50 年間の日々のデータを解析して卓越するモードが調べられている。はじめから大気の順圧成分を見ているという制限はあるが、仮に 3 次元大気について EOF 解析を行い、その結果、卓越モードが順圧的な構造をしているとす

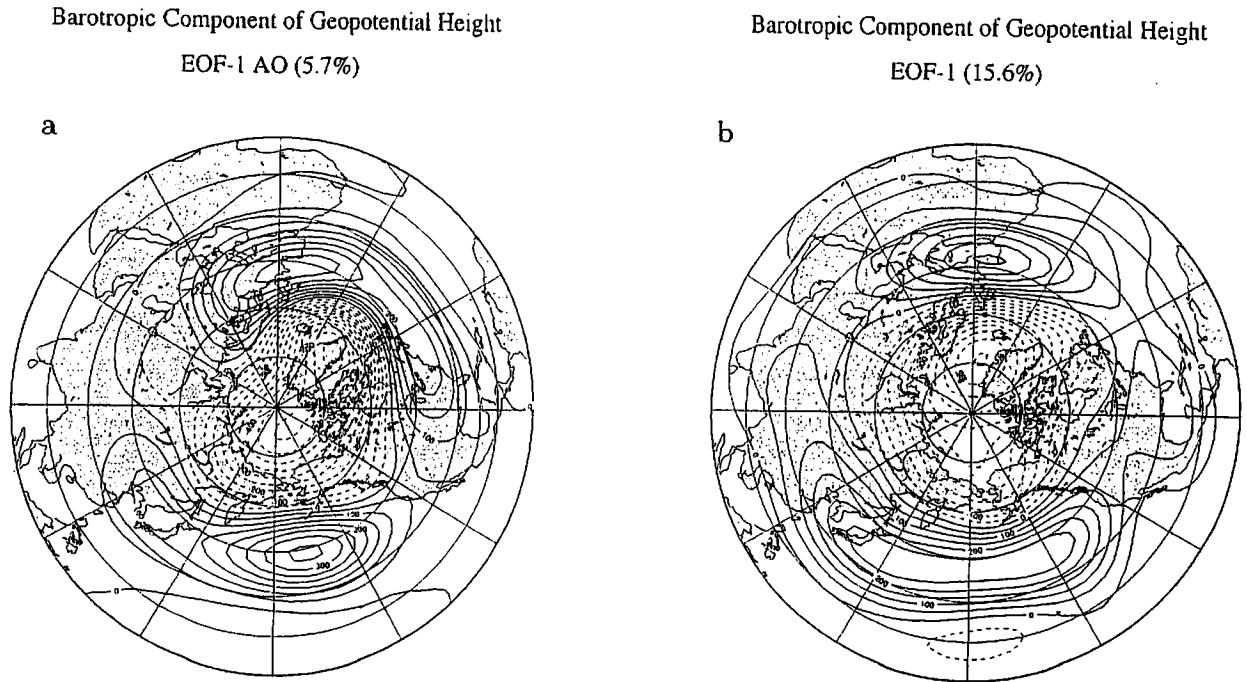


図 5.7: (a) 1950 年から 1999 年まで 50 年間の日々の NCEP/NCAR 再解析データを用いて得られた大気の高圧成分に対する EOF-1 の高度場。この EOF-1 は北極振動 (Arctic Oscillation: AO) を示す。(b) 順圧 S-モデルを用いて行った 50 年間の時系列に見られる EOF-1 の高度場。

れば、はじめから順圧成分の EOF 解析を行っても同じ結果が得られると考えられる。実際、AO などの長周期変動は等価順圧的な構造をしていることがこれまでの多くの解析結果から明らかにされているので、本研究で得られる長周期変動の卓越モードは、3次元大気で最も卓越するモードと解釈することができる。

図 5.7 は 50 年間の日々のデータを用いた EOF 解析の結果得られる第 1 モードの高度場を、NCEP/NCAR 再解析データと順圧 S-モデル大気データについて比較したものである。観測データは夏季も含んだ 50 年間の時系列に基づいて計算を行っている。本研究では、波数領域での状態変数  $w_i$  を実部と虚部に分けて、その時系列から分散共分散行列を求め、固有値問題を解いた結果を (12) 式で高度場に逆フーリエ変換して卓越モードの計算を行っている。EOF 解析でしばしば問題になる面積補正などのわずらわしさがなく、大気大循環の長周期変動の卓越モードを大気の大エネルギー ( $K + A$ ) を

ノルムとして評価している点が特長である。

NCEP/NCAR 再解析データの結果を見ると、EOF-1 は北緯  $60^\circ$  を挟んで極域で負、中緯度が正で、太平洋と大西洋に正の作用中心が見られ、まさしく AO の構造をしている。負の極の中心はやや大西洋にシフトしてグリーンランド上に存在し、この負の領域と大西洋のアゾレス諸島の正の領域とで有意な逆相関を示すことから、NAO (North Atlantic Oscillation) を含んだ構造になっている。北太平洋の正の領域と極域の負の領域の有意な逆相関は、NPO (North Pacific Oscillation) と呼ばれている。北半球冬季の後半 (2 月) にアリューシャン低気圧とアイスランド低気圧の間に有意な逆相関が見られるが (Honda *et al.* 2001) これはグリーンランド付近の負の領域と北太平洋の正の領域の逆相関に対応している。北太平洋の正の領域とアゾレス諸島の正の領域の間には有意な相関はないことから、モードの実態を解釈するには注意が必要である。

第 1 モードが占める分散の割合は 5.7% と比較的

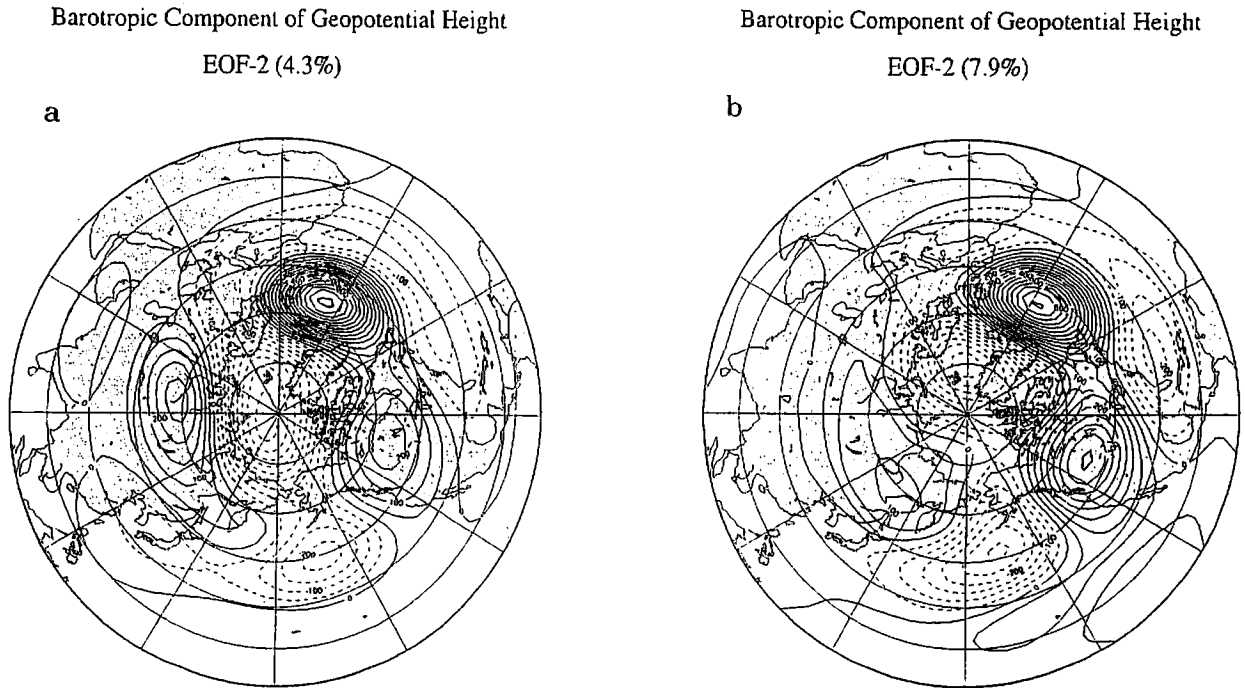


図 5.8: 図 5.7 と同様。ただし、EOF-2 の高度場。

小さいが、これは活発な総観規模擾乱の分散をあらわに含む日々のデータに基づいた解析結果のためである。むしろ、総観規模擾乱をしのいで EOF-1 として AO が登場する事実は、AO の物理的実態がどうあれ、大気大循環において AO がいかに注目すべき対象であるかを伺わせるものである。後述するように、AO が占める分散の割合は、冬季季節平均場を用いて解析し直すと、21%に増加する。海洋においてエルニーニョが変動の第 1 モードとして注目されるように、AO は大気大循環の変動の第 1 モードとして、重要な研究対象であることは言うにおよばない。

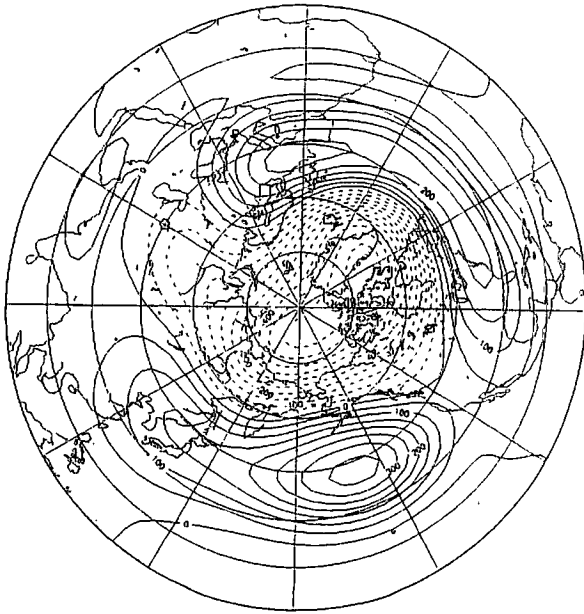
一方、順圧 S-モデルの第 1 モードの構造を見ると (図 5.7b)、北緯  $60^\circ$  を挟んで極域で負、中緯度が正で、太平洋と大西洋に正の作用中心が見られ、やはり AO の構造をしている。太平洋の正の領域が東西に広く伸び、大西洋の正の領域はヨーロッパとアメリカ東海岸の 2 カ所に分かれているが、本質的な AO の構造の特徴は十分に再現していると言える。第 1 モードが占める分散の割合は 15.6%と比較的大きい

が、これは順圧 S-モデルの総観規模擾乱が観測に比べて弱いことや夏季の変動を含まないことによる。他の多くの大気大循環モデルを用いた研究例においても、AO が変動の第 1 モードとして解析されているが、本研究のような順圧大循環モデルを用いても、AO が自然変動の第 1 モードとして検出されることは AO の力学過程を解釈するうえで注目に値する。

同様にして第 2 モードの高度場を、NCEP/NCAR 再解析データと順圧 S-モデル大気について比較した結果を図 5.8 に示す。NCEP/NCAR 再解析データの結果を見ると (図 5.8a)、極域が負でそれを取り囲むように中緯度に正の領域が存在し、AO と似た構造をしているが、大西洋に大きな正の極が存在し、太平洋に負の極が存在している点が特徴と言える。第 2 モードが占める分散の割合は 4.3%と小さいが、50 年間の日々のデータ ( $N=74512$ ) から計算した固有値なので、他と有意に分離している。第 1 モードの AO の構造では、NAO や NPO に見られる極域と中緯度の逆相関を反映して太平洋と大西洋が同じ正の符号となっているが、この 2 点は無相関である事

## Barotropic Component of Geopotential Height

EOF-1 (21.0%)



## Barotropic Component of Geopotential Height

EOF-2 (10.3%)

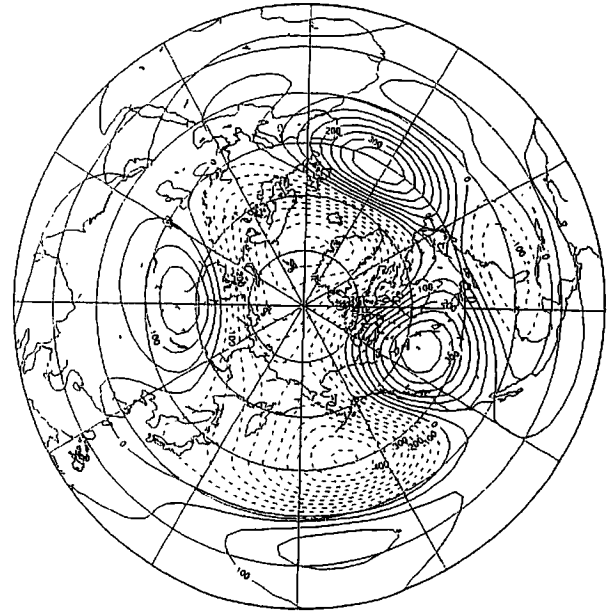


図 5.9: 1950 年から 1999 年まで 50 年間の冬季 DJF 平均場の NCEP/NCAR 再解析データを用いて得られた大気の高圧成分に対する EOF-1 から EOF-4 までの高度場。この EOF-1 は北極振動 (Arctic Oscillation: AO) を示す。図 5.7 と同様。ただし、冬季 DJF 平均場に基づいて解析した結果の比較。

は前に述べた。したがって、経験直交関数展開による統計的な性質から、必然的に太平洋と大西洋で逆相関となるようなモードが第 2 モードとして現れてくる。これらの第 1 モードと第 2 モードの重ね合わせで、NAO や NPO に見られる極域と中緯度の逆相関を表現していると考えられる。これらの第 1 モードと第 2 モードは物理的な実態を伴った力学的モードであるとするのが、ワシントン大学の Wallace 一派の主張であり、それに対し、NAO や NPO が実態を伴った力学的モードであり、第 1 モードと第 2 モードは統計的虚像であるとするのが Ambaum や伊藤氏の主張である。両者は未だに論争となっており、決着を見ていない。

一方、順圧 S-モデルの第 2 モードの構造を見ると (図 5.8b)、観測と同様に極域が負でそれを取り囲むように中緯度に正の領域が存在し、大西洋に大きな正の極が存在し、太平洋に負の極が存在している。

第 2 モードが占める分散の割合は 7.0% となっている。シベリア上の正の極がやや弱いものの、観測される長周期変動の第 2 モードの特徴を十分に再現していると言える。他の大気大循環モデルを用いた研究例において、AO は比較的簡単に再現されるが、第 2 モードの構造がこの様に一致するという報告はあまりない。順圧 S-モデルの 50 年ランに見られる第 3 モード、第 4 モードの構造が田中 (2002) で紹介されているが、これらの構造も観測とほぼ一致する。従って、この順圧 S-モデルは極めて簡単なモデルではあるが、観測される大気の高圧成分に見られる EOF-1 から EOF-4 までの長周期変動を再現しており、その変動の力学過程を解析することで実際の AO の力学的解釈が可能となりそうである。

図 5.9 には、これまでの他の研究と比較する目的で、NCEP/NCAR 再解析データによる  $w_i$  を DJF の冬季季節平均に圧縮して同様の EOF 解析を行っ

た結果を示す。EOF-1 の構造は図 5.7 とほとんど同一であり、AO と同定される。月平均場でも同様の結果となり、このことから、AO は季節平均でも月平均でも、日々の変動でも最も卓越する変動であることが確かめられる。EOF-1 が占める分散の割合は 21.0% となっており、他の研究例と一致する (Cohen and Saito 2002)。EOF-2 は太平洋と大西洋の逆符号パターンを示し、日々のデータを用いた解析結果と比較すると大西洋の正の極が弱くなっている。EOF-2 には太平洋から北アメリカに波列が伝わる PNA が含まれているのが分かる。他に、大西洋から北欧を経由して西シベリアに伝わる波列も見える。本研究で得られた結果はこれまでの研究と一貫した結果を得ている (Fyfe *et al.* 1999; Anbaum *et al.* 2001)。EOF-3 と EOF-4 の構造を大局的に見ると、極を中心にそれぞれ波数 2 と波数 3 の構造をしている。そのような見方をすると、太平洋と大西洋の逆位相モードとして特徴づけられる EOF-2 は波数 1 の構造をしているし、軸対称モードとして特徴づけられる EOF-1 の AO は波数 0 の構造をしている。EOF 解析は統計的な直交展開であるから、このような結果はしばしば見られることであり、物理的な実態を伴う力学的ノーマルモードと必ずしも一致するものではない。

図 5.10a は日々の再解析データに基づく EOF-1 の時系列 (AO インデックス) であり、365 日移動平均が施されている。月平均場で解析しても全く同様の結果となる。1976 年の急変と 1989 年の急変が特徴的であるが、1990 年代には正から徐々に負に転じている。Thompson and Wallace (1998) や Shindell *et al.* (1999) で示された地球温暖化に伴う AO インデックスの長期トレンドは、1990 年代後半以降はむしろ寒冷化に向いている。順圧高度場と地上気圧場の時間変動は力学的に等価なので、地上気圧場の最近の AO インデックスも同様に寒冷化に向いている (岡田 2003)。

図 5.10b は順圧 S-モデルを用いて行った同様の EOF-1 の時系列 (AO インデックス) であり、365 日移動平均が施されている。観測と比べて振幅はや

や大きめで、周期も短い。しかし、この長周期変動は完全に自然変動であり、順圧大気の内部力学がもたらした結果である。観測される AO インデックスを説明するに十分な振幅を持っている。

順圧 S-モデルを用いて行った実験では、モデルパラメータは 1 月 1 日に固定してあるため、AO インデックスに季節性は見られない。しかし、実際に観測される AO インデックスにはかなりの季節性がある。図 5.11a は再解析データにおいて AO インデックスが大きな正の値から負の値に転じている 1988 年から 2002 年までの 15 年間の 90 日移動平均した AO インデックスの時系列である。1990 年代初期の高い AO インデックスの値は、冬季に毎年のように現れた正偏差が原因である。しかし、1993 年に負のインデックスが出現して以降、負の値が頻発するようになった。一般に、日本の冬季の天候は AO が正の時に暖冬、負の時に寒冬となる傾向がある。2001 年の日本の寒冬や 2002 年後半の寒波などは、大きく負に転じた AO インデックスと深い関係にある。図 5.11b は 1998 年から 2002 年末までの 5 年間の 10 日移動平均した AO インデックスの時系列である。やはり、冬季にスパイク状に変動し、日本の冬は 1999/2000 年は暖冬、2000/01 年は寒冬で春先にも寒波が来ている。2001/02 年は 12 月の寒冬転じて 1 月以降は暖冬となり、卒業式に桜が満開となる異常開花が話題となったが、AO インデックスの変化と見事に対応している。特に、2002 年後半に AO インデックスは大きく負に転じ、北極振動は寒冬傾向を示しているなかで太平洋ではエルニーニョが発生した。気象庁はエルニーニョを重視してこの冬は暖冬予報を出したが、結局、暖冬予報はずれて北極振動の重要性が一層認識されるようになった。

1950 年から 1999 年までの 50 年間の日々の再解析データに基づく AO インデックスについて、タイムスペクトルを計算してみた結果を図 5.12a に、また、同様に順圧 S-モデルの 50 年ランについての AO インデックスのタイムスペクトルを図 5.12b に示す。はじめに、順圧 S-モデルのタイムスペクトルを見ると約 4 カ月周期にピークが見られ、それを挟んで短

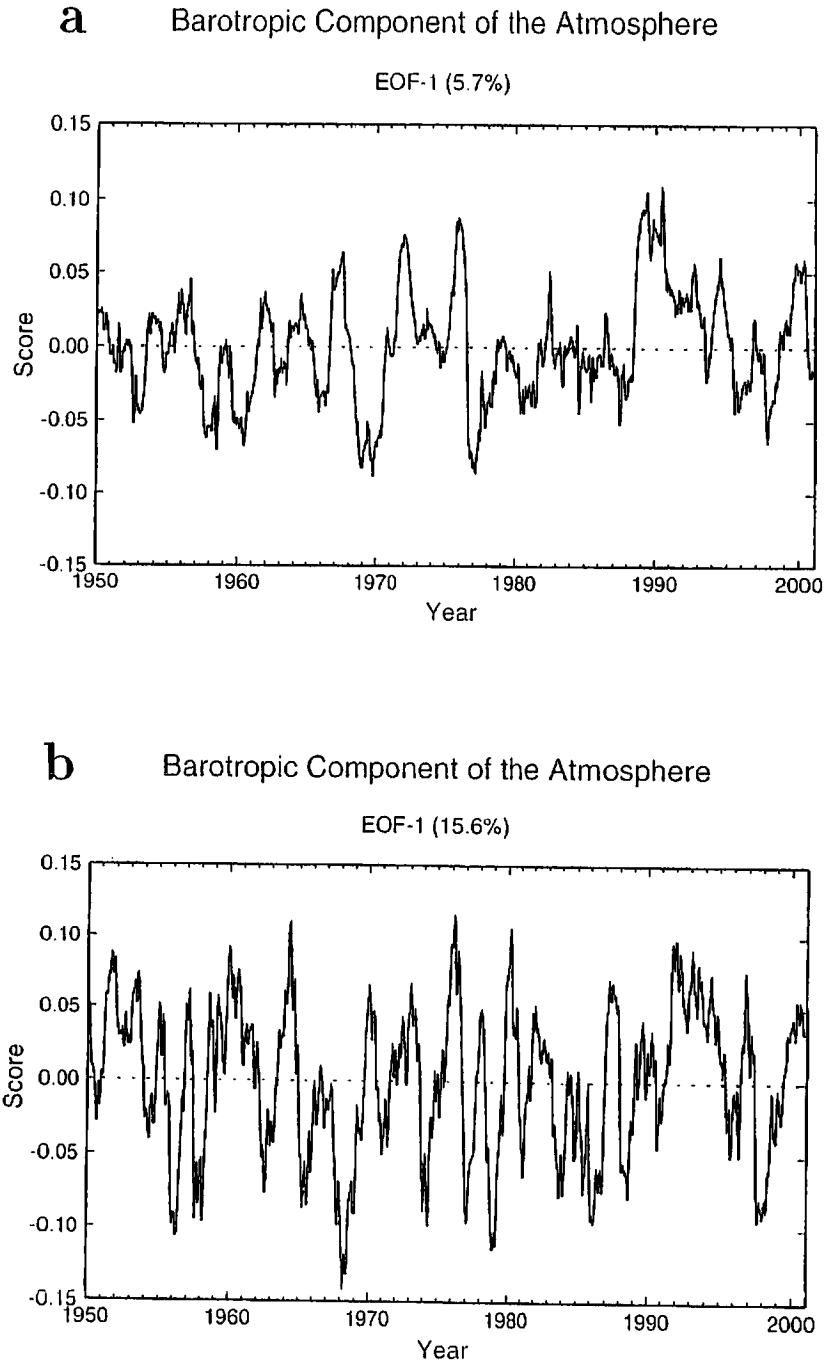


図 5.10: (a) 1950 年から 2000 年までの日々の再解析データに基づく EOF-1 の時系列 (AO インデックス)。ただし、365 日移動平均が施されている。(b) 順圧 S-モデルの 50 年ランに見られる EOF-1 の時系列 (AO インデックス)。ただし、365 日移動平均が施されている。

周期変動はレッドノイズ、長周期変動はホワイトノイズとなっている。約 2 年周期にスペクトルピークが見られるが、時間積分を 50 年から 500 年に延長し、タイムスペクトルを再度検証した結果、約 4 カ

月周期以上の周期帯は完全にホワイトノイズとなっていた。時系列がホワイトノイズになるということは、モデル大気はその時間スケールでは過去を全く覚えていない、とうことである。それに対し、レッド



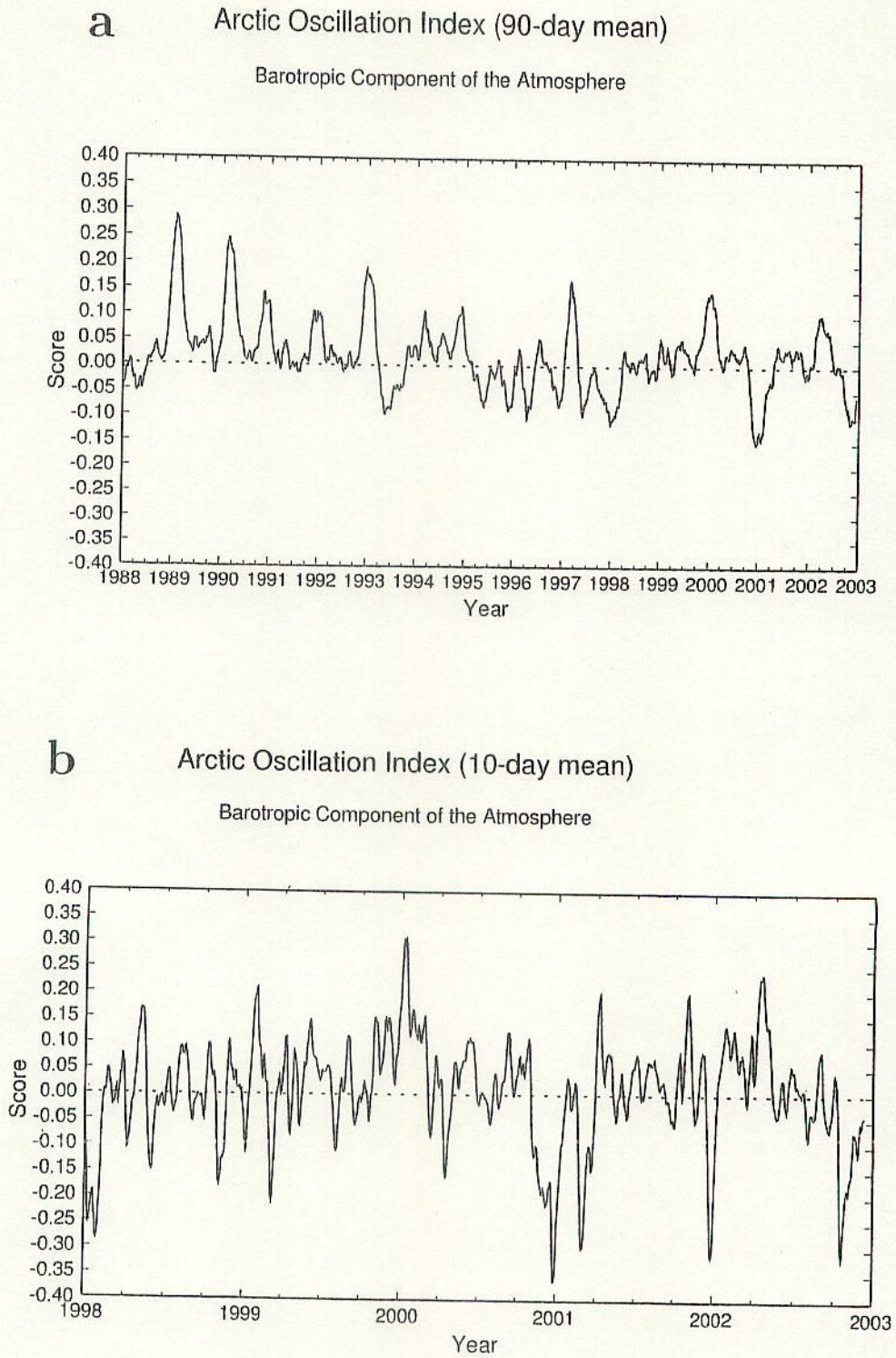


図 5.11: (a) 1988 年から 2002 年までの 15 年間の再解析データに基づく AO インデックスの時系列。ただし、90 日移動平均が施されている。(b) 1998 年から 2002 年までの 5 年間の再解析データに基づく AO インデックスの時系列。ただし、10 日移動平均が施されている。

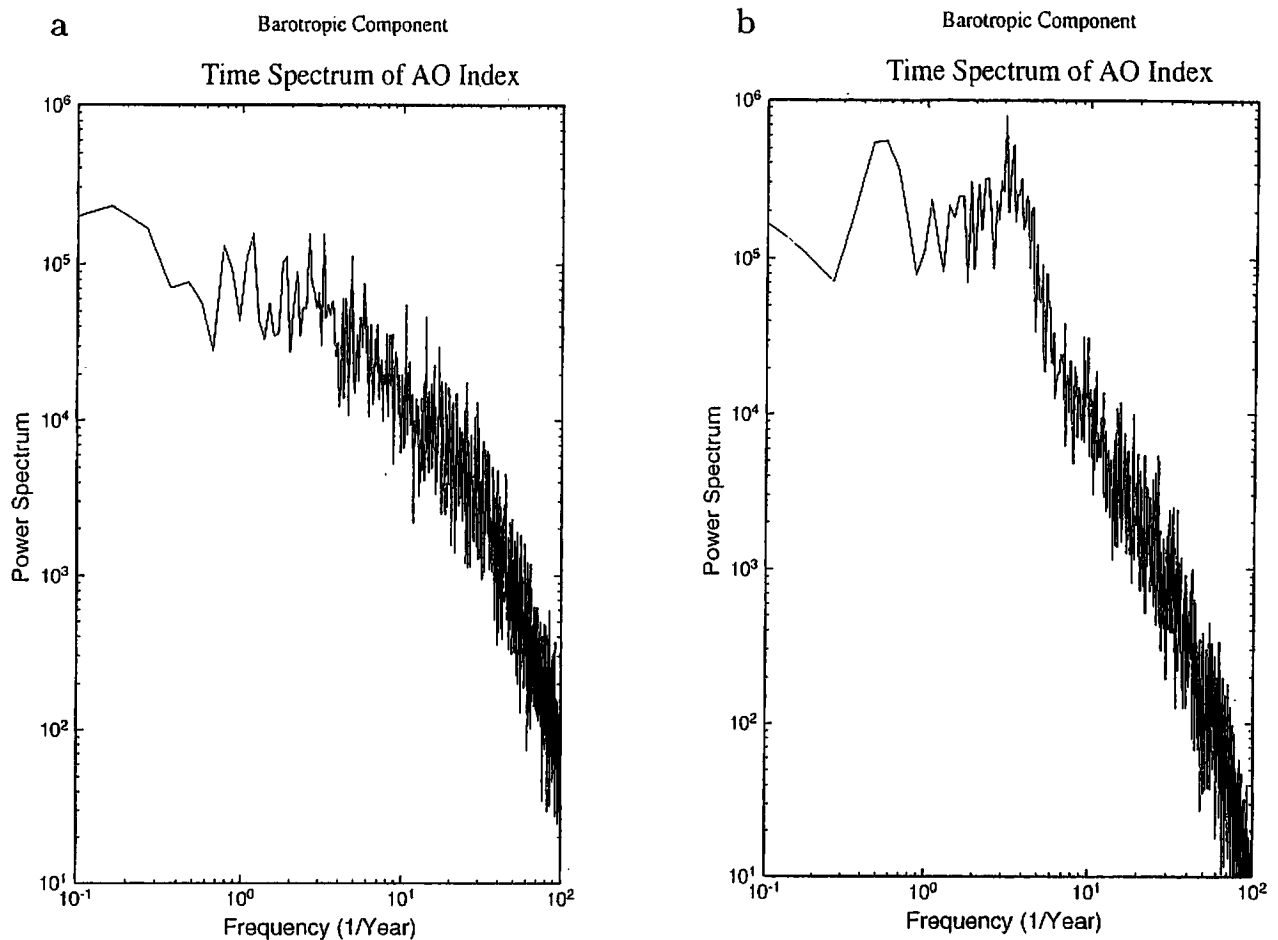


図 5.12: (a) 観測大気 of 50 年間の AO インデックスのタイムスペクトル。(b) 順圧 S-モデル大気 of 50 年間の AO インデックスのタイムスペクトル。

ノイズ領域ではモデル大気は過去のメモリーを持っている。つまり、順圧 S-モデル大気は、大気中で最大の自然変動である北極振動のメモリーを 4 カ月までは覚えているが、4 カ月以上のメモリーは持っていないということがこの結果から分かる。

そのような観点で、現実大気の AO インデックスのタイムスペクトルを見てみると、こちらも約 4 カ月周期まではレッドノイズで、その先はなだらかではあるがホワイトノイズになっているように見える。特に有意なスペクトルピークというものはない。ただし、約 10 年周期に弱いスペクトルピークが見られ、気候変動研究で注目されている 10 年スケールの振動に対応している。この 10 年スケールの長周期変動が、有意なスペクトルピークを持つとすると、

それは順圧大気の内部力学で自然発生するものではなく、何かしらの外力の強制で生じていると考えなければならない。

最後に、順圧 S-モデル大気の東西波数  $n=0-2$  のみで求めた EOF-1 の高度場と  $n=0$  のみで求めた EOF-1 の高度場を図 5.13 に示した。AO の構造は  $n=0-2$  でほぼ完全に掌握できるといえる。それに対し、 $n=0$  のみで求めた構造には太平洋と大西洋の正の極は見られないものの、環状モードとしての AO の本質は波数 0 で表現されているといえる。本研究では、この軸対称構造を北極環状モード (NAM) と呼び、波数  $n=0-2$  で表現される AO の構造とは区別して用いる。以下では、波数 0 の NAM がどのような力学過程で励起されるのかについて考察する。

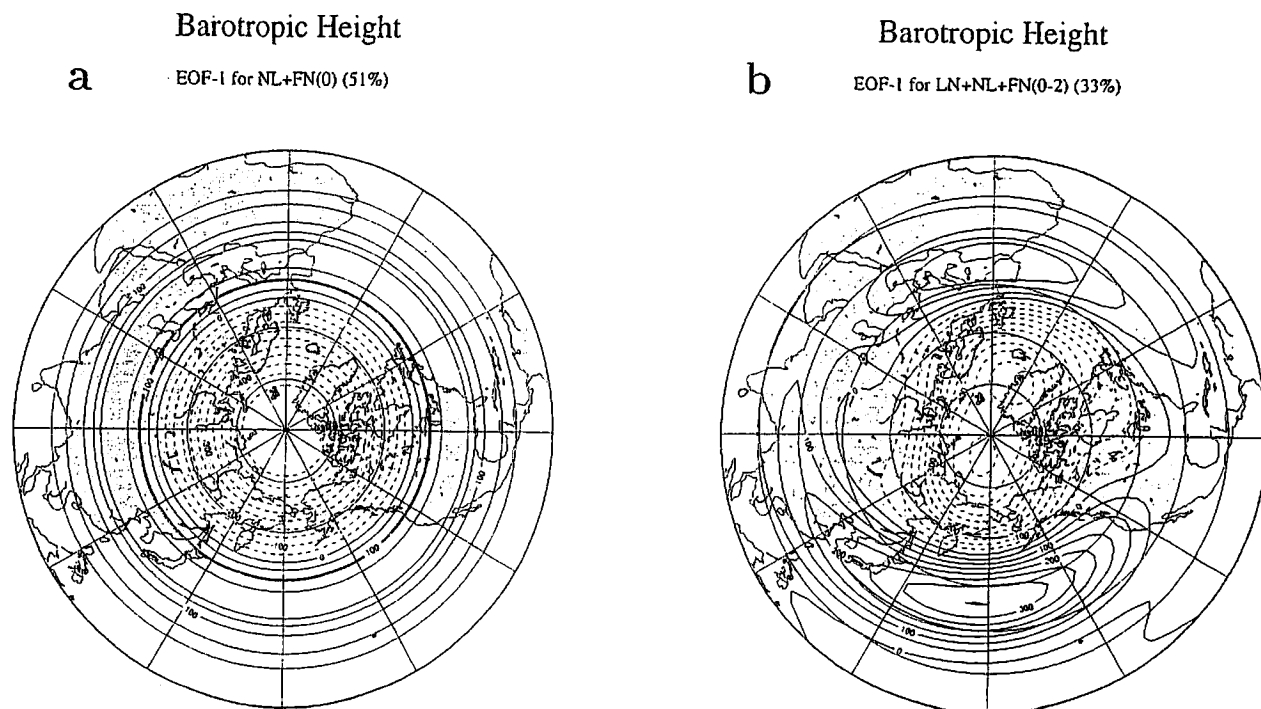


図 5.13: (a) 順圧 S-モデル大気の東西波数  $n=0$  のみで求めた EOF-1 の高度場と (b)  $n=0-2$  で求めた EOF-1 の高度場。

#### 5.4 順圧大気のエネルギースペクトル

この節では、順圧大気のエネルギースペクトルについての解析を行う。Tanaka (1985) で解析されたように、ノーマルモード展開による大気大循環のエネルギー論（これを古典的なスペクトルエネルギー論に対しノーマルモードエネルギー論と呼んだ。）では、運動エネルギー  $K$  と有効位置エネルギー  $A$  の和で定義される全エネルギー  $E$  は、以下のエネルギースペクトル  $E_i = E_{nlm}$  の総和で与えられる。

$$E_i = \frac{1}{2} p_s h_m |w_i|^2, \quad (5.23)$$

ここで、 $p_s$  は平均海面気圧、 $h_m$  は鉛直波数  $m$  の等価深度である。状態変数  $w_i$  が計算できれば、その二乗和が全エネルギーとなる。順圧成分のみの和は順圧エネルギーであり、帯状成分のみの和は帯状エネルギーと呼ぶことができる。

図 5.14a は 1990 年以降 10 年間の NCEP/NCAR 再解析データに基づく帯状成分 ( $n=0$ ) と渦動成分 ( $n \neq 0$ ) に分けた順圧エネルギーの時系列である。帯状エネルギーは冬季に  $12 \times 10^5 \text{ J m}^{-2}$  に増加し、

渦動エネルギーはその約半分を占めている。夏季には両者とも  $2 \times 10^5 \text{ J m}^{-2}$  に減少する。エネルギーレベルには明瞭な季節変化に加えて年々変動がある。この状態変数  $w_i$  に見られる長周期変動に AO のシグナルが含まれている。

図 5.14b は順圧 S-モデルを用いて行った同様の順圧エネルギーの 50 年間の時系列であり、モデルパラメータは 1 月 1 日に固定して実行したため、年変化は見られない。帯状エネルギーは  $12 \times 10^5 \text{ J m}^{-2}$  を中心に変動し、渦動エネルギーは  $4 \times 10^5 \text{ J m}^{-2}$  を中心に変動している。順圧 S-モデルを用いた実験では、モデルパラメータはすべて固定されているため、これらは非線形流体特有の内部力学による自然変動となる。EOF 解析を行うことで、このような自然変動の卓越モードとして AO が得られる。

次に空間スケールに分けたエネルギースペクトルの解析を行った。3次元ノーマルモード展開におけるハフ関数のスケールは、ラプラス潮汐方程式の固有振動数  $\sigma_i$  で表現されるが、ロスビーモードの場合には  $\sigma_i$  を東西波数  $n$  で割って  $c_i = \sigma_i/n$  で表される

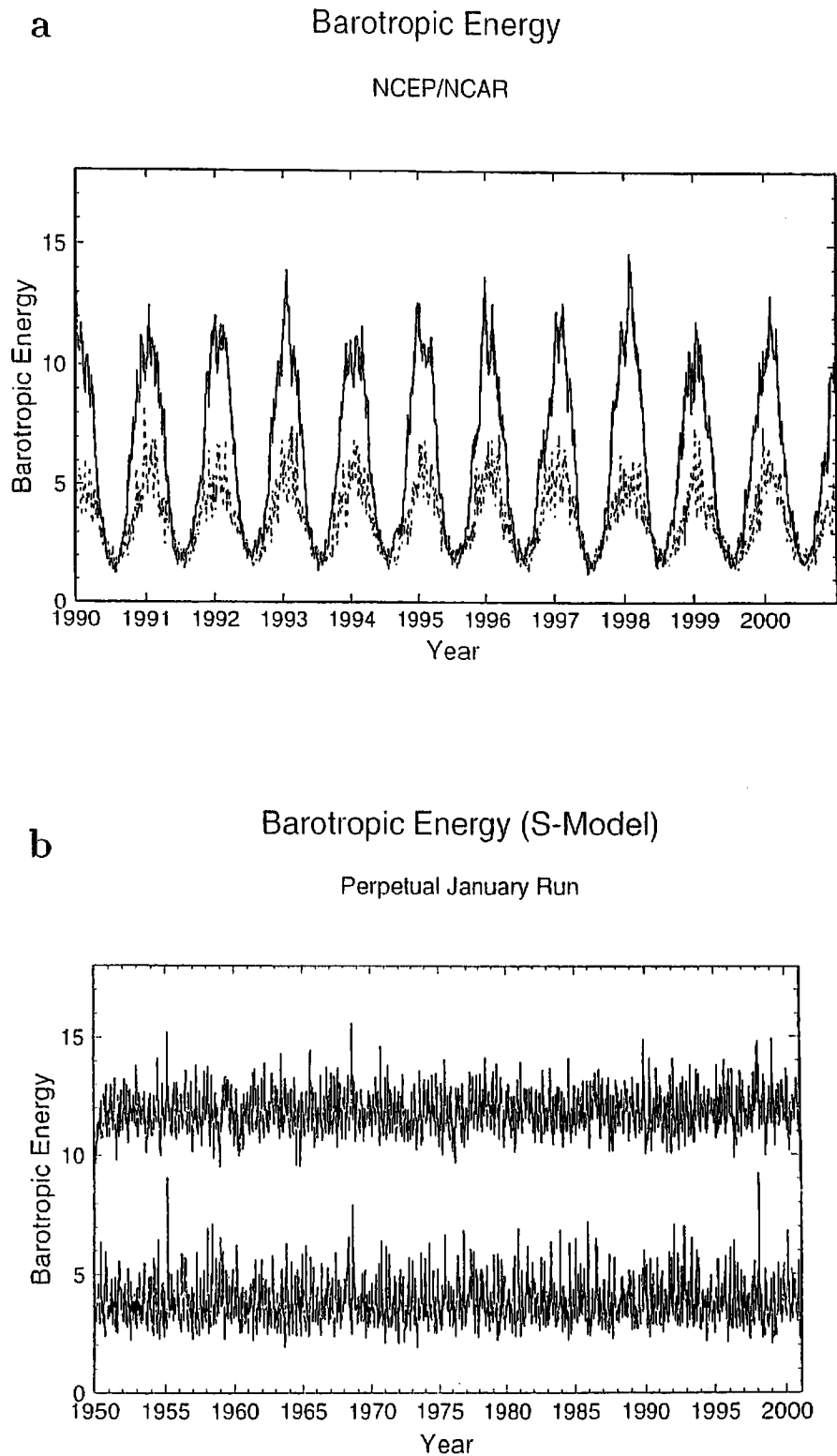


図 5.14: (a) 日々の NCEP/NCAR 再解析データを用いて計算された帯状成分 ( $n=0$  実線) と渦動成分 ( $n \neq 0$  破線) に分けた順圧エネルギーの時系列。期間は 1990 年から 2000 年まで。単位は  $10^5 \text{ J m}^{-2}$ 。(b) 順圧 S-モデルの 1 月固定 50 年ランによる帯状成分 ( $n=0$  上) と渦動成分 ( $n \neq 0$  下) に分けた順圧エネルギーの時系列。初期値は 1950 年 1 月 1 日。モデルパラメータは 1 月に固定して実行したため、年変化は見られない。

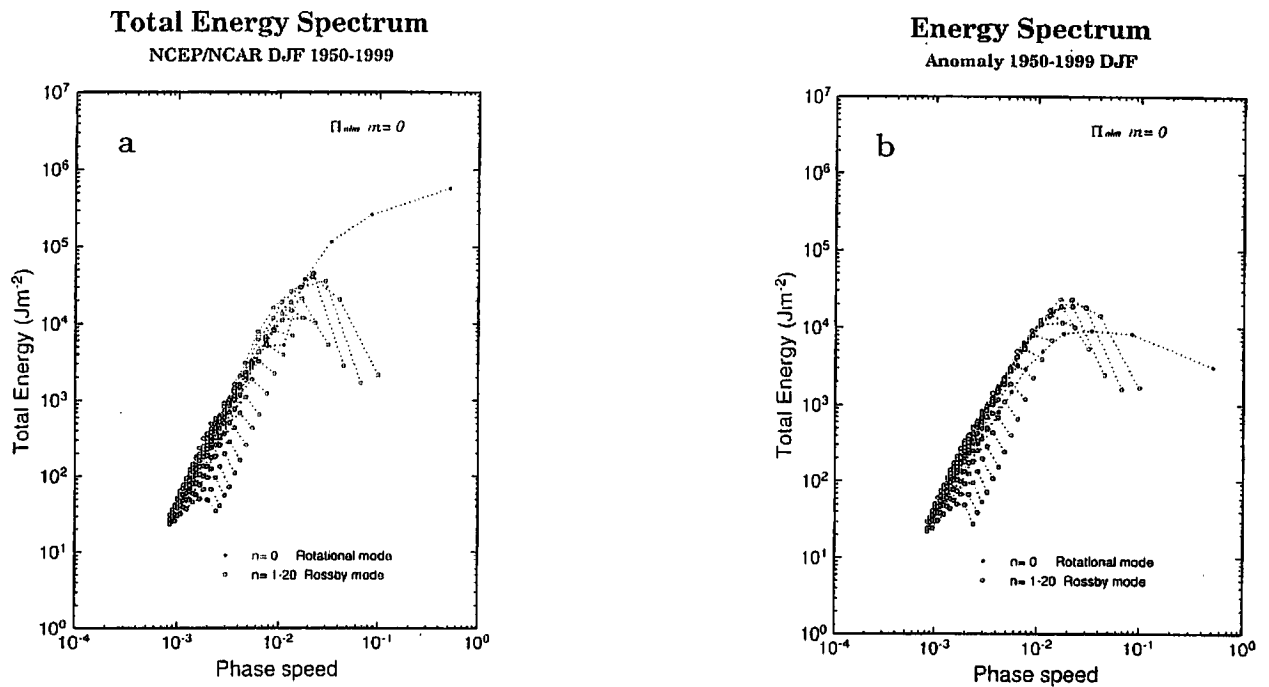


図 5.15: (a) NCEP/NCAR 再解析データに基づいて計算された冬季 (DJF) の順圧大気のエネギースペクトル  $E_i$ 。(b) アノマリから算出されるアノマリのエネギースペクトル  $E'_i$ 。横軸はロスビーモードのスケールを表す西進位相速度  $|c_i|$ 。期間は 1950 年から 1999 年の 50 年間。単位は  $\text{J m}^{-2}$ 。黒丸は東西波数  $n=0$ 、白丸は東西波数  $n \neq 0$ 。

位相速度で表現することにより、より統一的な議論が可能となる。つまり、ロスビー波の分散関係式により、スケールの大きいモードほどロスビー波の西進位相速度は大きいことから、この  $c_i$  がモードのスケールを代表する量となる (ただし、一部に例外がある)。したがって、ノーマルモードエネギー論による順圧大気のエネギースペクトル  $E_i$  は横軸に位相速度  $|c_i|$  をとって表現すると興味深い結果が得られる。

図 5.15a は 50 年間の NCEP/NCAR 再解析データに基づいて計算された冬季 (DJF) の順圧大気のエネギースペクトルで、図中の点線は同一の  $n$  のスペクトルを結んだものである。最もスケールの大きい ( $l$  の小さい) モードを除けば、 $n \neq 0$  の渦動エネギー (白丸) のスペクトルは  $|c_i|$  のみの関数となり、 $|c_i|$  のほぼ 2 乗に従う乱流スペクトルが得られる (Tanaka *et al.* 2004)。乱流領域ではスケールの小さい ( $|c_i|$  の小さい) 領域のエネギーレベルは低く、スケールが大きくなる ( $|c_i|$  が大きくなる)

に連れてエネギーレベルは増大する。非線形項により、乱流スペクトルとして各モードが互いに連絡を取り合っている領域である。その一方で、西進位相速度  $|c_i|$  が非常に大きいところでは、エネギーレベルは減少しており、両者の中間に明瞭なエネギーピークが形成される。つまり、順圧大気では 2 次元乱流に特有なエネギーの逆カスケードが生じ、Rhines スケール (Rhines 1979) まではエネギーが大スケールのモードに輸送されるが、その先では  $|c_i|$  が十分に大きくなるため (17) 式において線形項が非線形項よりも卓越してロスビー波 (ノーマルモード) として振る舞うために、逆カスケードによる乱流スペクトルがそこで止まるのである。本研究では、この Rhines の考えを球面上のノーマルモードに拡張して議論しているので、以下ではこれを球面 Rhines スケールと呼ぶことにする。丁度この球面 Rhines スケールの西進位相速度 (約  $12^\circ/\text{day}$ ) は平均帯流流速と一致し、ドップラーシフトによりモードが停滞するため、山岳強制がこのスケールに働き、

一層ピークが明瞭になる(吉野・田中 2001)。これらの一致が、果たして偶然なのか必然なのかは明らかでないが、球面 Rhines スケールは基本的には帯状風速によって決まるようである。図には示さないが、外部重力波のエネルギースペクトルをプロットすると、球面 Rhines スケールのエネルギーピークよりも高周波側に、極めて小さいエネルギーをもって現れる。ロスビー波としては最も高周波な混合ロスビー重力波モードの先に、重力波としては最も低周波なケルビンモードが現れ、高次の重力波モードは  $|c_i|$  の  $-5/3$  乗則に乗るようにスペクトルが形成される。

さて、本研究では北極振動がテーマであるから、東西波数 0 のエネルギースペクトルが興味の中心となる。これを渦動成分との対比で表現することが必要となる。東西波数 0 のハフ関数で、ロスビーモードの振動数  $\sigma_i$  はすべて 0 となるためスケールは定義されないが、Shigehisa (1983) で議論されているように、 $c_i = \sigma_i/n$  で表される位相速度は有界な極限値を持ち、渦動成分と同一の基準でスケール表現に使用することが可能となる。ここでは簡単のために Tanaka (1991) に従い、南北波数  $l$  を用いた以下の Haurwitz 波の位相速度で代用して考察する。

$$c_i = \frac{\sigma_i}{n} \approx \frac{-1}{l(l+1)}. \quad (5.24)$$

このようにして、東西波数  $n = 0$  のロスビーモードのスケールを  $c_i$  の絶対値で表現し、エネルギースペクトル(黒丸)を図に重ねると、大変興味深い結果が得られる。解析結果を見ると、 $c_i$  が小さい部分のエネルギーレベルは渦動成分のものと同じである一方、 $n = 0$  では球面 Rhines スケールを越えてもエネルギーレベルがスケールと共に増大することが解る。つまり、2次元乱流に特有なエネルギーの逆カスケードは、ロスビー波の存在しない東西波数 0 においては、球面 Rhines スケールで切断されることなくより大スケールに流れることができる。これが、順圧帯状流のエネルギーを維持するメカニズムと考えられる。

さて、同様のエネルギースペクトルの図をアノマ

リ成分について作成した結果が図 5.15b である。ここでは、エネルギー計算を  $w'_i = w_i - \bar{w}_i$  を用いて行った。

$$E'_i = \frac{1}{2} p_s h_m |w'_i|^2, \quad (5.25)$$

結果から明らかなことは、東西波数  $n = 0$  のエネルギーの大半は定常成分に含まれ、北極振動が問題となるような変動成分(アノマリ)は非常に小さいということである。南北波数  $l=1$  の最大スケールではアノマリのエネルギーは定常成分の 100 分の 1 に過ぎない。プラネタリー波にも定常成分が多く含まれていて、エネルギーレベルは多少落ちているが、アノマリのエネルギーのピークは球面 Rhines スケールに存在している。エネルギーの逆カスケードがロスビー波で遮断されるこのスケールにアノマリのエネルギーピークが見られる。東西波数  $n = 0$  のアノマリのエネルギーのピークも中間スケールに存在し、球面 Rhines スケールとほぼ一致していると言える。これは何を意味するのだろうか。この  $n=0$  のアノマリのエネルギーピークに AO のシグナルが入っている。それに対し、総観規模擾乱の変動はほとんどがアノマリのエネルギーに含まれ、定常成分は無視して良い。

図 5.16 は同様のエネルギースペクトルを 1 月固定の順圧 S-モデルで計算した結果である。全エネルギー量(図 5.16a)もアノマリのエネルギー量(図 5.16b)もほぼ、現実大気(図 5.15)と一致しており、平均的エネルギーレベルにおいても、その変動の特徴においても、現実大気を良く再現していると言える。位相速度  $c_i$  の小さい領域のエネルギーレベルが、現実のものとは比べ大きく落ちている。これは気圧座標系に変換されて配布されている NCEP/NCAR 再解析データの特徴として、全波数が 30 を越えるあたりで平滑化されており、解析結果を見るとエネルギーレベルが急落しているため、図 5.15 においてあえて表示しなかったためである。おそらく、現実大気においても、指数法則に従った乱流スペクトルがモデル大気同様に存在していると思われる。

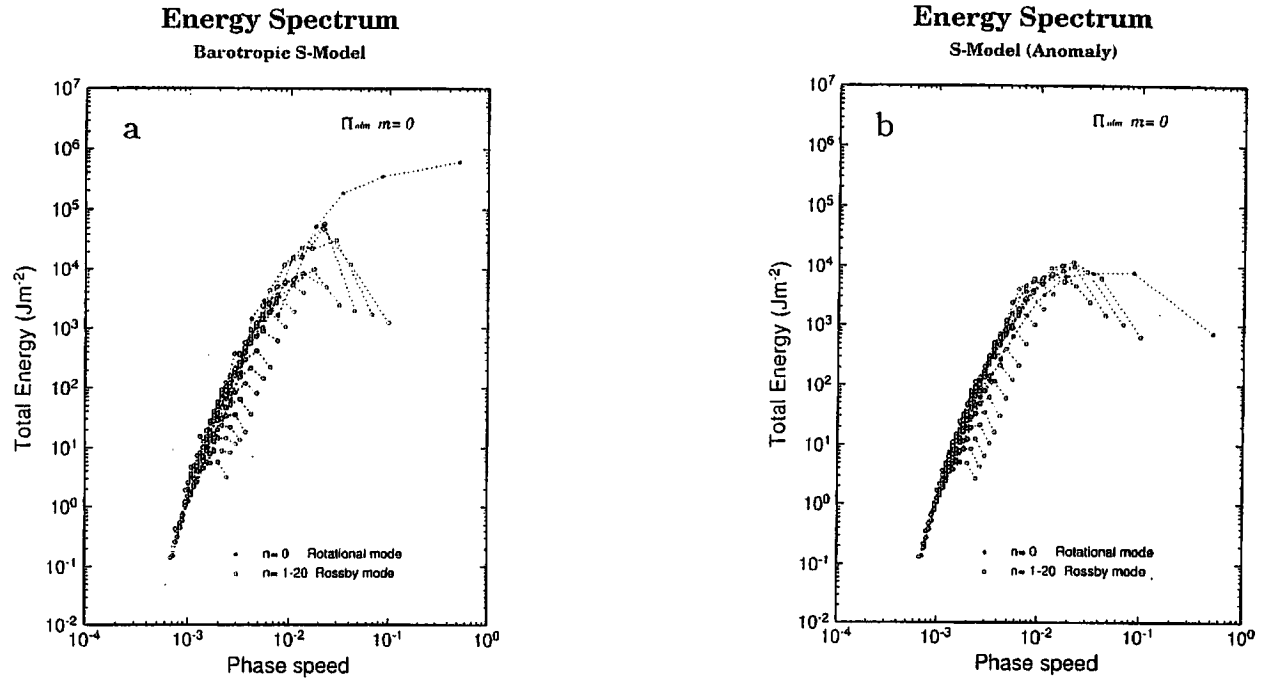


図 5.16: 図 5.15 と同様。ただし、順圧 S-モデル大気の 1 月固定ランについてのエネルギースペクトル。

## 5.5 順圧大気のエネギー論

この節では、順圧モデル大気のエネギー流について考察する。北極振動の本質的な特徴は、北緯 60° 付近を境にした南北の気圧場の逆相関であるから、東西波数 0 のアノマリがどのようにして形成されるのかを知ることが重要である。(22) 式の順圧大気の外力項により駆動された順圧大気大循環のエネギー収支式は、エネギーの定義式 (23) を時間で微分し、その時間変化項に (17) 式を代入することで導かれる (Tanaka and Kung 1988)。

$$\frac{dE_i}{dt} = NL_i + AB_i + BC_i + DF_i + DS_i. \quad (5.26)$$

ここで、 $NL_i$  は非線形項による異なるスケール間の相互作用、 $AB_i$  は統計的に求めたシステム行列による項で主に地形や海陸分布の効果、 $BC_i$  は傾圧不安定による順圧傾圧相互作用、 $DF_i$  は粘性消散、そして  $DS_i$  は地表摩擦による消散である。(17) 式の線形項はノーマルモードの西進のみに寄与し、振幅は変えないため、エネギー収支式には現れない。外

力の気候値  $\bar{s}_i$  によるエネギー供給はシステム行列  $AB_i$  に含めた。

順圧 S-モデル大気の平均的なエネギー収支計算の結果を表 5.1 に示した。ここで、 $n$  は東西波数 0 から 20 まで、 $EN$  は図 5.15 で示した全エネギー  $E_{nlm}$  をすべての  $l$  で足すことで得られる東西波数スペクトルの値である。(26) 式の各エネギー変換項  $NL_i, AB_i, BC_i, DF_i, DS_i$  も同様に  $l$  について足し合わせ、東西波数  $n$  の関数として表示してある。 $FN$  は外力項の和であり、 $EN$  と  $FN$  は観測から直接求めることができる量なので、再解析データを用いてモデルのエネギー流が妥当であることを確認することができる。解析の結果によると、東西波数 0 のエネギーは  $12.1 \times 10^5 \text{ J m}^{-2}$  であり、波数 1 と 3 にピークが見られ、波数が大きくなるにつれてエネギーレベルは減少している。波数 10 以上の短波のエネギーレベルは観測よりかなり低い、これはこの領域にエネギー源がないからである。システム行列  $AB$  では、地形や海陸分布の効果によるエネギー供給がプラネタリー波に見られ、総観スケールにも第二のピークが見られる。この項は波

表 5.1: 順圧 S-モデル大気の東西波数  $n$  空間におけるエネルギー分布  $EN(10^5 \text{ J m}^{-2})$  とそのエネルギー変換量 ( $10^{-3} \text{ W m}^{-2}$ )。AB 地形等の効果, BC 傾圧不安定, NL 非線形項, DS 地表摩擦, DF 粘性消散, FN 外力項の和。期間は時間積分 2 年目の 1 年間。

n	EN	AB	BC	NL	DS	DF	FN
0	1208261	-114	0	235	-86	-36	-236
1	115707	16	0	76	-60	-32	-75
2	70069	169	1	-109	-39	-22	109
3	108319	141	0	-50	-56	-33	53
4	24646	30	7	0	-14	-16	8
5	29521	5	54	-11	-15	-18	25
6	24069	34	56	-37	-11	-18	62
7	19117	16	77	-26	-10	-20	64
8	11316	17	55	-17	-6	-17	40
9	4794	6	23	0	-2	-10	16
10	2989	5	12	3	-1	-9	7
11	1376	2	4	5	-1	-6	0
12	794	0	1	6	0	-4	-3
13	436	1	0	4	0	-3	-2
14	235	0	0	3	0	-2	-2
15	153	0	0	2	0	-2	-1
16	99	1	0	1	0	-1	-1
17	66	0	0	1	0	-1	-1
18	45	0	0	1	0	-1	-1
19	28	0	0	1	0	-1	-1
20	19	0	0	0	0	-1	0

数 0 に対してはエネルギー消散項となっているが、これは地形の形状抵抗による帯状流の減速を反映していると思われる。順圧大気的主要なエネルギー源は傾圧不安定 BC にあり、波数 5 から 10 までの総観規模擾乱のスケールに見られる。こうして AB と BC により供給された順圧エネルギーの大部分は非線形相互作用 NL によって波数 0 と波数 1 に運ばれる。そして最終的に各波数に溜まったエネルギーは粘性摩擦 DF と地表摩擦 DS により消散されてゆく。外力の総和 FN としては、プラネタリー波と総観スケールに正味のエネルギー供給があり、波数 0, 1 と短波に正味の消散がある。そして、その間のエネルギーの再配分を NL が担っている。

総観規模擾乱に供給された順圧エネルギーが、より大きなスケールに輸送される過程は、2次元乱流特有のエネルギーの逆カスケードによって生じると解釈される。総観規模擾乱に供給されたエネルギーの一部は波数 10 以上の短波にも輸送されているが、2次元流体力学の束縛の中では逆カスケード

が卓越し、短波へのエネルギー流は抑制されているため、エネルギーレベルは観測値よりも低くなっている。北極振動の形成に重要な順圧大気の波数 0 のエネルギー供給は、非線形項 NL のみであり、この項が AO の励起に重要であることは明らかである。このエネルギー供給は地形効果 AB と傾圧波動 BC によってもたらされているので、地形効果と傾圧波動が AO の励起に重要と推測される。

しかし、北極振動は順圧大気の変常成分、つまりアノマリに見られる卓越モードであるから、AO の励起に貢献しない定常的なエネルギー流を差し引いて考える必要がある。表 5.1 の結果には定常的なエネルギー流も含まれているので、さらに解析をすすめて、アノマリ成分のエネルギーについて、(26) 式同様の収支式を考案した。(25) 式を時間で微分し、その時間変化項に、(17) 式から各項の気候値を差し引いて得られるアノマリの式を代入することで、アノマリ成分のエネルギー収支式が導かれる。

順圧 S-モデル大気のアノマリ成分の成因に関する平均的なエネルギー収支計算の結果を表 5.2 に示した。アノマリのエネルギー AN は図 5.15b で示した値をすべての  $l$  で足すことで得られる。アノマリのエネルギーは波数 0 とプラネタリー波でほぼ一様に存在し、総観規模擾乱から減少しはじめていく。ピークは波数 1 に見られる。総観規模擾乱から高波数では表 5.1 と同レベルになっていて、ほとんどが非定常成分であり、定常成分がほとんど含まれていないことが分かる。総観規模擾乱のアノマリのエネルギー源は傾圧不安定 BC であることは明らかである。非線形項 NL は励起された総観規模擾乱のエネルギーを持ち去り、プラネタリー波と波数 0 に供給している。この結果で興味深い点は、プラネタリー波のアノマリのエネルギー源は非線形項 NL であり、表 5.1 で明瞭に見られた地形効果によるエネルギー供給がほとんどなく、むしろその値は負になっていることである。地形効果はプラネタリー波をほぼ定常的に励起する。したがって、その変動部分(つまりアノマリ)は地形効果で生じているのではなく NL によって生じているということである。プラネ



表 5.2: 順圧 S-モデル大気の東西波数  $n$  空間におけるアノマリーのエネルギー分布  $AN(10^5 \text{ J m}^{-2})$  とそのエネルギー変換量 ( $10^{-3} \text{ W m}^{-2}$ )。AB 地形等の効果, BC 傾圧不安定, NL 非線形項, DS 地表摩擦, DF 粘性消散, FN 外力項の和。期間は時間積分 2 年目の 1 年間。

$n$	AN	AB	BC	NL	DS	DF	FN
0	31639	-17	0	44	-19	-7	-43
1	36634	-19	0	56	-20	-14	-53
2	31125	-5	1	37	-17	-13	-34
3	22917	-3	0	32	-13	-12	-28
4	21333	5	6	23	-12	-13	-14
5	23153	8	50	-15	-12	-16	30
6	19586	15	59	-22	-10	-17	47
7	15806	21	69	-32	-8	-17	66
8	8716	14	43	-14	-4	-13	39
9	4367	5	20	0	-2	-9	13
10	2380	2	9	5	-1	-7	3
11	1169	0	3	6	-1	-5	-2
12	633	1	1	4	0	-3	-2
13	362	1	0	3	0	-2	-2
14	198	0	0	2	0	-2	-2
15	118	0	0	2	0	-1	-1
16	78	0	0	1	0	-1	-1
17	47	0	0	1	0	-1	-1
18	33	0	0	1	0	-1	-1
19	21	0	0	1	0	0	0
20	14	0	0	0	0	0	0

タリー波の異常増幅やブロッキングなどの長周期変動のエネルギー源のほとんどは  $NL$  によって総観規模擾乱から供給されたものと考えられる。同様に、波数 0 のアノマリーの唯一のエネルギー源は  $NL$  である。波数 0 のアノマリには北極振動が最大卓越モードとして含まれているので、北極振動のエネルギー源は  $NL$  の非定常成分であると言ってよい。地形効果によるエネルギー供給はほぼ定常に働くことから、北極振動を励起する非定常な強制項は主として総観規模擾乱からエネルギーの逆カスケードにより生じる  $NL$  となる。この意味では、北極振動はブロッキングと同じくエネルギーの逆カスケードにより励起されているということになる。順圧大気力学の束縛の中で  $NL$  によりエネルギーの逆カスケードが起こり、より大スケールに輸送されるエネルギーは球面 Rhines スケールで遮断される。行き場を失ったエネルギーがこのスケールでプラネタリー波を増幅させ、臨界振幅を越えてプラネタリー波が砕波するときにブロッキングが発生する。一方、波数 0 では

逆カスケードを遮断するロスビー波は存在しないため、球面 Rhines スケールを越えてエネルギーの逆カスケードが起こり、それが非定常に発生しているプロセスの中で北極振動が励起されていると考えられる。

## 5.6 傾圧波動 Polar モードとのフィードバック

この節では、北極振動と相互作用を及ぼす傾圧波動について考察する。(17) 式の状態変数  $w_i$  について EOF 解析を行うと、AO が第 1 モードとして得られることを上で示した。同様の EOF 解析を順圧大気の外力  $s_i$  について行った結果を図 5.17 に示す。EOF-1 の構造は波数 6 のスケールを持ち、亜熱帯ジェットのある北緯  $30^\circ$  付近の太平洋に集中して見られる。EOF-2 の構造はこれと 4 分の 1 波長ずれた構造であり、EOF-1 と EOF-2 が対になって東進する傾圧不安定波を表現していることが分かる。同様の傾圧不安定波による強制が大西洋にも見られ、これらの強制が太平洋と大西洋のストームトラックを形成している。順圧大気を駆動するエネルギー源は総観スケールにあり、大気非線形応答の結果として東西波数 0 に代表スケールを持つ AO が駆動されている。両者の間にはエネルギーの逆カスケードが存在しており、大気順圧成分においてのみ働く 2 次元乱流の特徴がそこに見られる。

観測およびモデル大気におけるストームトラックの特徴を比較した結果を図 5.18 に示す。これは、東西波数 5 以上で 10 日以下の周期を持つ高周波成分を取りだし、その順圧高度場の変動の標準偏差を表示した図である。解析結果によると (図 5.18a)、北緯  $45^\circ$  付近に環状に変動のピークがあり、その中でも東部太平洋と中部大西洋の 2 カ所に最大値がみられる。同様の分布を順圧 S-モデルについて解析したところ (図 5.18b)、観測と定量的にも十分に近い分布が得られた。したがって、順圧 S-モデルにおける総観規模擾乱の励起は、ストームトラックの形成に関しては定量的にも成功していると考えられる。

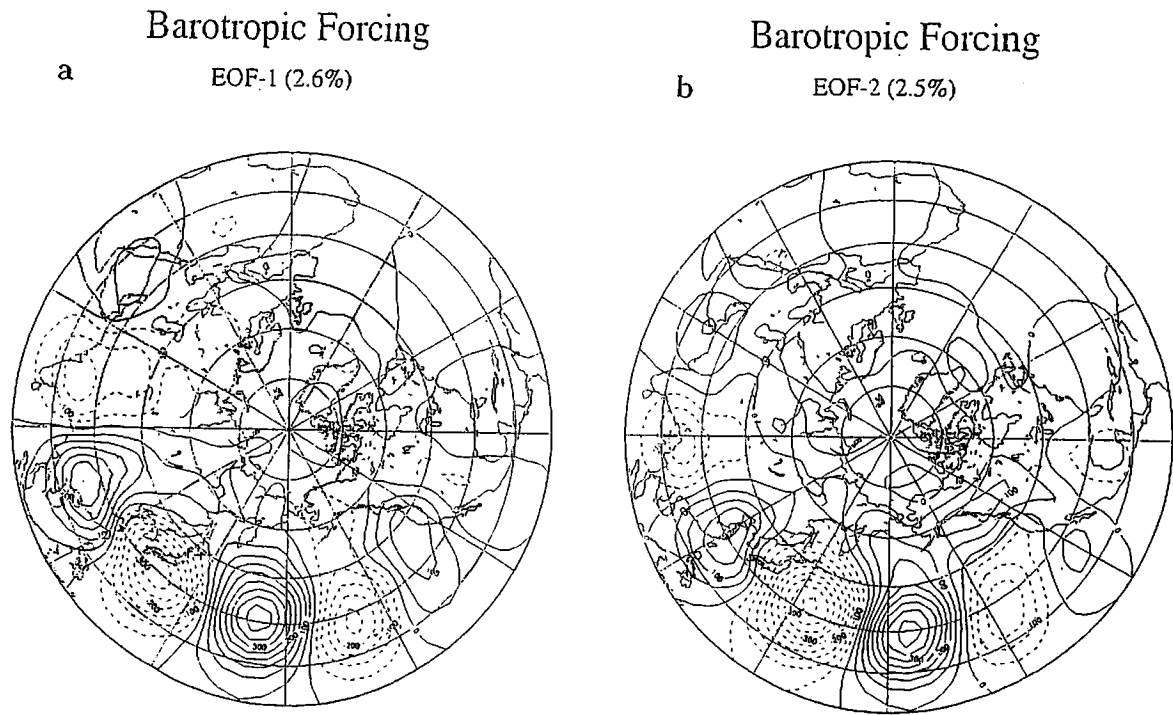


図 5.17: 順圧大気の外力  $s_i$  の時系列の EOF-1 および EOF-2 の解析結果。

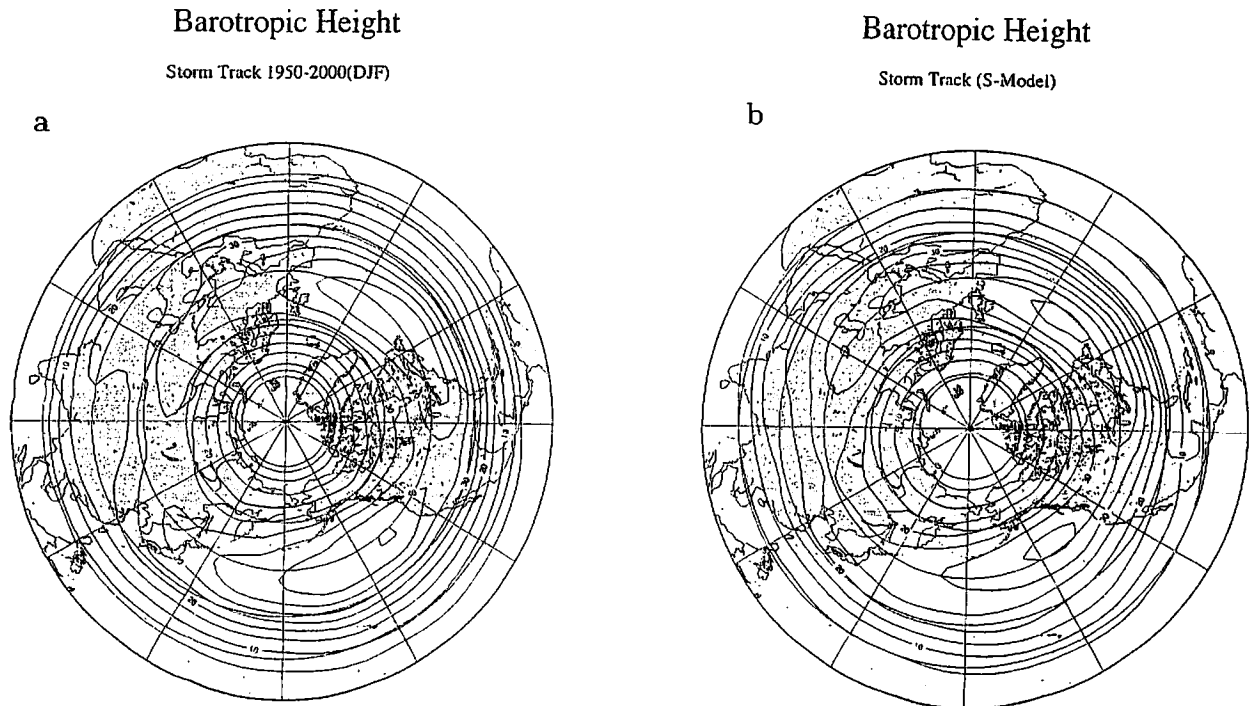


図 5.18: (a) NCEP/NCAR 再解析データおよび (b) 順圧 S-モデルに基づいて計算された冬季 (DJF) のストームトラックの分布。東西波数  $n$  が 5 以上で周期 10 日以下の高度場の変動の標準偏差 (m) でストームトラックを定義した。

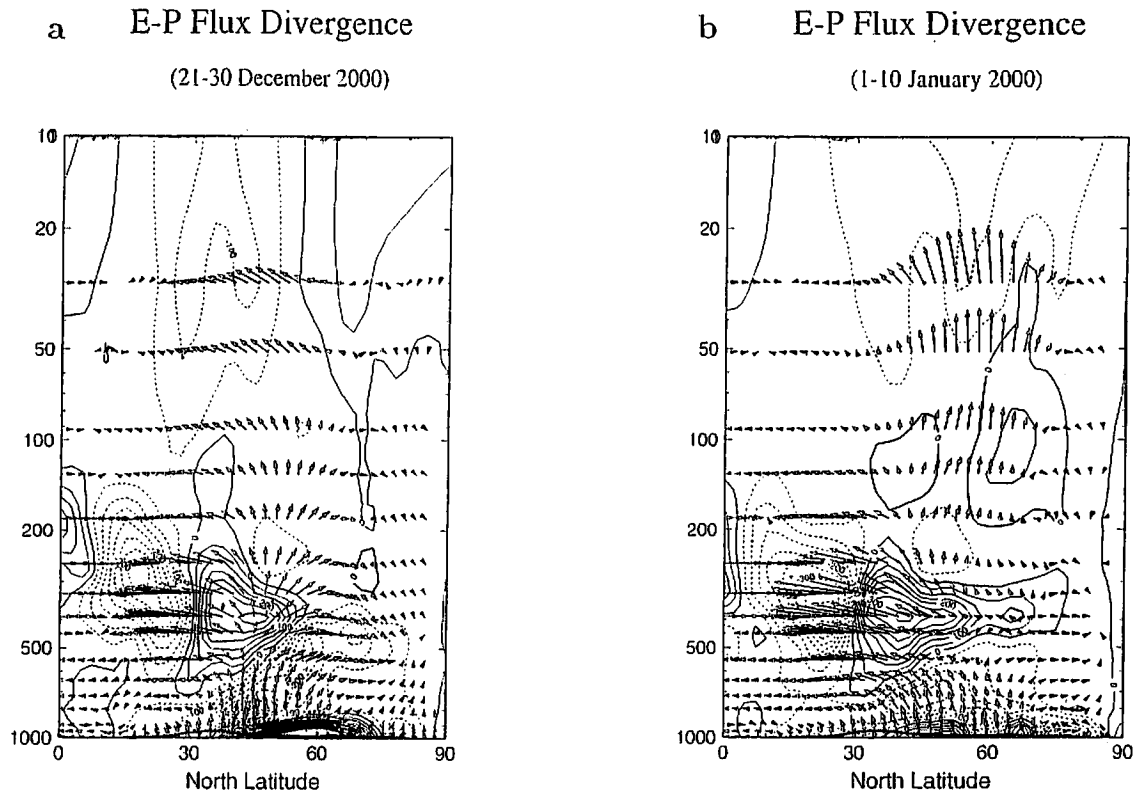


図 5.19: AO インデックスが大きな負の値を示した 2000 年 12 月 21-30 日の 10 日平均場と、大きな正の値を示した 2000 年 1 月 1-10 日の 10 日平均場 (図 5.11 参照) に対する E-P フラックスとその発散場の分布。

北極振動の力学を考える上で大気の順圧成分 (気圧座標系での鉛直平均) にその本質的な 2 次元流体力学の特徴が含まれていることから、成層圏に特化した極夜ジェットよりも、対流圏の極前線ジェットがより重要と考えられる。前者は成層圏の放射過程で制御される一方で、後者は中緯度の傾圧擾乱による運動量の供給により制御される。具体的な事例として、図 5.11 の中で AO インデックスが大きな負の値を示した 2000 年 12 月 21-30 日の 10 日平均場と、大きな正の値を示した 2000 年 1 月 1-10 日の 10 日平均場に対する E-P フラックスとその発散場を図 5.19 に示した (藤原 2002)。AO インデックスが負の時には極渦が弱まり、対流圏のポーラージェットが衰退している状態を意味する。この時の E-P フラックスは中緯度のエクマン境界層から上に向けて発し、対流圏上層で低緯度側と高緯度側の 2 方向に分岐している。ポーラージェットが存在する  $60^\circ$  付近の対流圏上層には E-P フラックスが収束して平均

帯状流 (ポーラージェット) を減速している領域が見られる。一方、AO インデックスが正の時には極渦が強まり、対流圏のポーラージェットは強化している状態である。この時の E-P フラックスは中緯度のエクマン境界層から上に向けて発し、対流圏上層でそのほとんどが低緯度側に向きを変えている。北緯  $30^\circ$  を挟んで北側で発散、南側で収束となっているが、これは亜熱帯ジェットを高緯度側にシフトさせ加速する作用を意味し、AO インデックスが逆でも共通して見られる特徴である。重要な違いは E-P フラックスの北向きの分岐が存在しないことで、対流圏上層では渦運動量が広域で北向きに輸送され、ポーラージェットを加速している点である。AO インデックスが正でポーラージェットが強いときに、波と平均流の相互作用はポーラージェットを強化する正のフィードバックに作用している。

通常、このような違いは Matsuno (1970) にあるように帯状平均流が持つ波の屈折率の変化として解

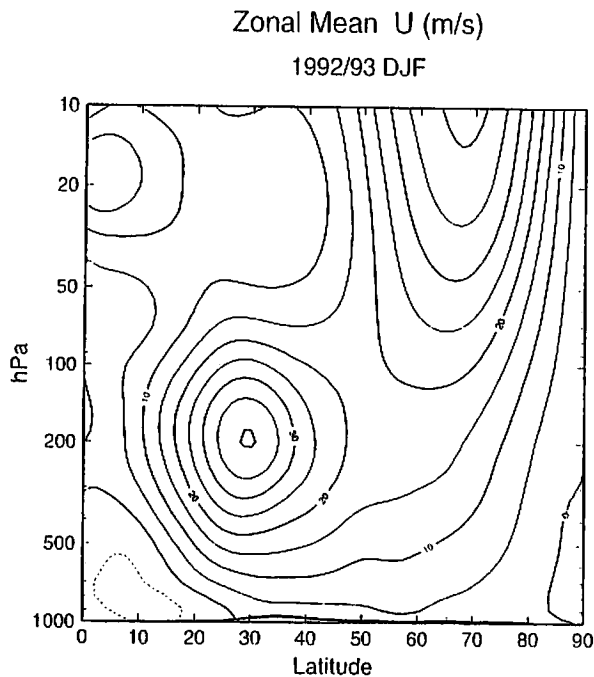


図 5.20: AO インデックスが比較的大きな正偏差を示した 1992/93 年冬季 (図 5.11 参照) の帯状平均流 (m/s)。

積されるが, Tanaka and Tokinaga (2002) では, この解釈として卓越する傾圧不安定モードが交代することで説明している。図 5.20 は AO インデックスが比較的大きな正偏差を示した 1992/93 年冬季の帯状平均流であり, 対流圏においてポーラジェットが平年より強くなっている。これを基本場として傾圧不安定問題を解いた結果の不安定曲線を図 5.21 に示す。この時, 亜熱帯ジェットの傾圧性に対応して波数 8 を中心にした強い Charney モード ( $M_c$ ) の傾圧不安定が見られるが, これとは別にプラネタリー波領域に Polar モードと呼ばれる別種の傾圧不安定 ( $M_1$ ) が解析される。

図 5.22a は亜熱帯ジェットの傾圧性により励起してくる波数 6 の傾圧不安定波 (Charney モード) の構造の順圧成分である。帯状風の基本場としては平年値が用いられている。(22) 式の傾圧不安定強制項の行列 (BC) では, この様な固有解の構造が各波数で理論的に計算され, この構造に射影された順圧大気成分について, 不安定波の増幅率分だけ毎ステップ増幅させるというパラメタリゼーションが考案さ

れている。この傾圧不安定波の構造を見ると, そのトラフ軸は  $45^\circ$  を挟んで南北で向きを変えており, 低緯度側では運動量を北向きに, 高緯度側では運動量を南向きに輸送するような構造をしている。亜熱帯ジェットを北にシフトさせ強化するように, 運動量輸送が中緯度で収束する構造を持つのが特徴である。この構造は AO インデックスが負の時の E-P フラックスの特徴をしめした図 5.19a と定性的に一致し, ポーラジェットの衰退させるような運動量輸送を行っている。

一方, 図 5.22b は Tanaka and Tokinaga (2002) により議論された傾圧不安定波  $M_1$  (Polar モード) の波数 3 の構造の順圧成分である。ポーラジェットが強い時の帯状流の分布図から亜熱帯ジェットを取り除いて傾圧不安定問題を解くことで, この Polar モードが検出された。このモードは AO インデックスが正の時, つまりポーラジェットが強いときに対流圏のポーラジェットの傾圧性により励起してくる特殊な傾圧不安定波である。亜熱帯ジェットは常に存在するが, ポーラジェットが強くなる時にこのモードが特徴的に現れる。この傾圧不安定波の構造を見ると, そのトラフ軸は中緯度から  $60^\circ\text{N}$  の振幅のピークに至るまで運動量を北向きに輸送するような構造をしている。つまり, ポーラジェットの強化するような運動量輸送を行う不安定波である。この Polar モードはポーラジェットが強い時 (AO インデックスが正の時) に励起され, 運動量を北向きに輸送してポーラジェットのさらなる強化する正のフィードバックを持つのが特徴である。この構造は AO インデックスが正の時の E-P フラックスの特徴を示した図 5.19b と定性的に一致し, ポーラジェットを一層強化するような運動量輸送を行っている。Tanaka and Tokinaga (2002) では図 5.23 に示したように, この特徴の異なる Charney モード ( $M_c$ ) と Polar モード ( $M_1$ ) のどちらが卓越するかによって, 極渦 (Polar Vortex: PV) の強度が変化し, それが北極振動の正と負のフェーズの交代として認識されることを議論している。

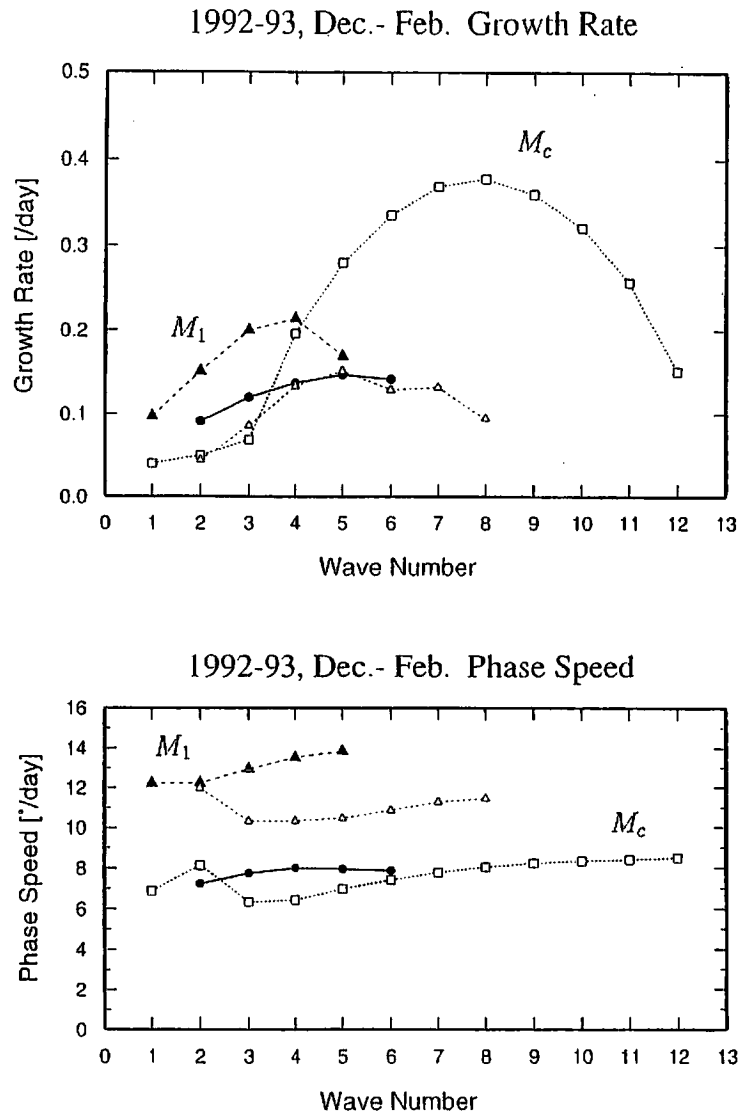


図 5.21: 図 5.20 の帯状平均流を基本場として傾圧不安定問題を解いた結果の不安定モードの成長率 (1/day) と位相速度 ( $^{\circ}$ /day)。東西波数  $n=8$  で最大成長率を持つ  $M_c$  は Charney モード, プラネタリー波  $n=1-4$  で卓越する  $M_1$  は Polar モードを表す。(Tanaka and Tokinaga 2002 から引用)

## 5.7 北極振動の力学に対するまとめと考察

本研究では北極振動 (AO) の物理的, 力学的解釈を行なう目的で, 傾圧不安定擾乱をパラメタライズした単純化な順圧モデル (これを順圧 S-モデルと呼んだ) を開発し, まずは観測されるものと同じ AO の再現を試みた。

順圧 S-モデルを 1 月固定で 50 年間走らせ, その卓越モードを EOF 解析により調べた結果, EOF-1 として観測とほぼ同様の AO モードが得られた。北

極域の負とそれを取り囲む中緯度の正のパターンに加えて, 太平洋と大西洋に明瞭な正の作用中心がみられた。EOF-1 の時系列 (AO インデックス) のタイムスペクトルの特徴として, 周期約 4 カ月まではレッドノイズスペクトルを示し, それより長い周期ではホワイトノイズスペクトルに変化する。特に有意なスペクトルピークは存在しない。つまり, 北極振動は約 4 カ月まではメモリーを持つ順圧大気其自然変動といえる。EOF-2 の構造は太平洋と大西洋が逆

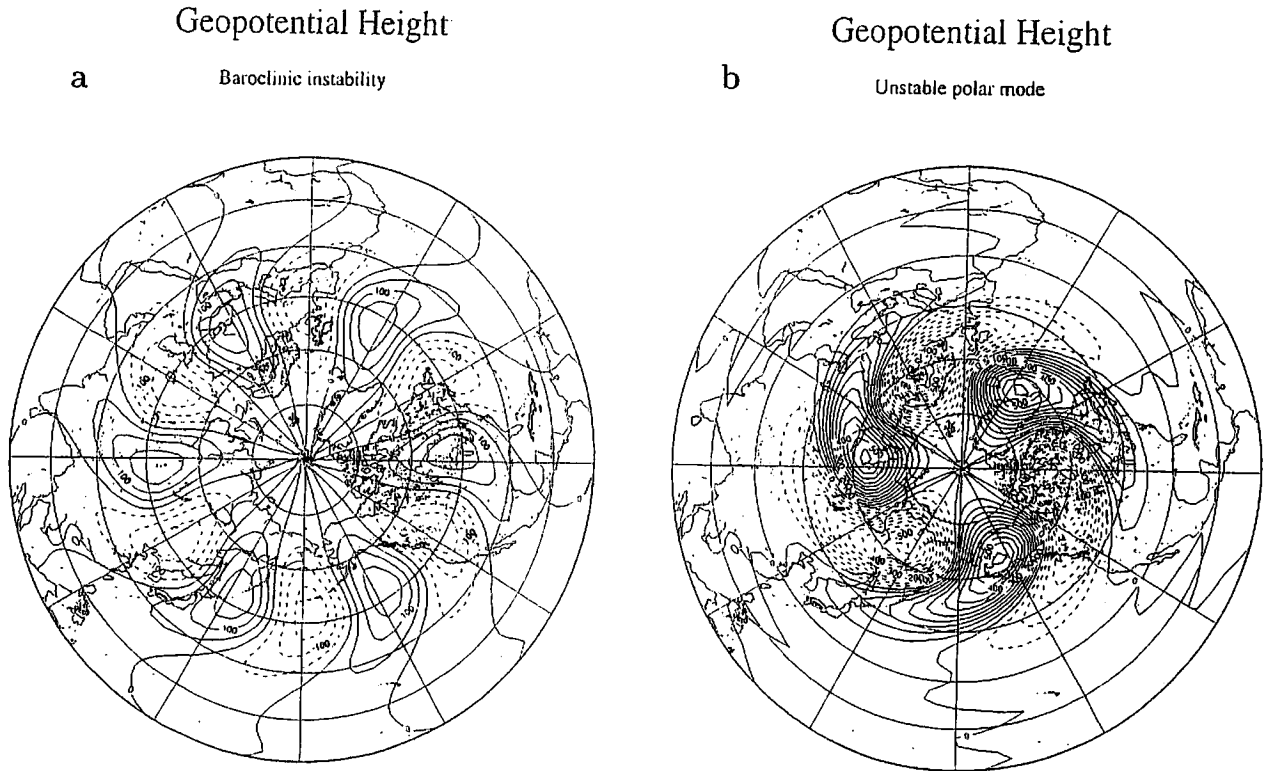


図 5.22: 傾圧不安定固有解の高度場の構造。(a): 亜熱帯ジェットの傾圧性によって励起される波数 6 の傾圧不安定波 (Charney モード, Tanaka and Kung 1989) の傾圧成分。(b): ポーラージェットの傾圧性によって励起される波数 3 の傾圧不安定波 (Polar モード, Tanaka and Tokinaga 2002) の傾圧成分。

相関となることで特徴づけられる。1 点相関による解析では、大西洋と北極圏は逆相関を持ち (NAO), また太平洋と北極圏も逆相関を持つ (NPO)。しかし、大西洋と太平洋の作用中心の間に有意な相関はないため、独立に変動する大西洋と太平洋の時系列を統計的に直交展開すると EOF-1 の構造のように両者が同符号 (正相関) を持つモードと EOF-2 のように異符号 (逆相関) を持つモードの組み合わせが必要になる。順圧大気の大周期変動の特徴としては、EOF-1 は波数 0 が卓越する軸対称モード, EOF-2 は波数 1 が卓越する逆相関モードとなるが、EOF-3 や EOF-4 を見てみると、それぞれ波数 2 と波数 3 が卓越するモードとなっており、空間的にレッドノイズスペクトルとなる変動を統計的に直交展開した場合にしばしば得られる統計的な特徴が現れている。本研究で用いた順圧 S-モデルは AO に対応する EOF-1 に限らず、EOF-2 から EOF-4 までもが、

日々の NCEP/NCAR 再解析データから得られる長周期変動の EOF 解析の結果とほぼ一致することから、このモデルは極めて簡単なものでありながら、観測される大気の順圧成分の大周期変動を正しく再現しているものと判断された。

以上の結果に基づき、モデル大気の力学的な特徴を解析することは AO を含む長周期変動の理解に繋がる。順圧モデル大気のエネギー分布およびエネギー流を調べた結果、エネギーの供給源は総観スケールの傾圧不安定擾乱に伴う順圧傾圧相互作用の結果もたらされている。観測大気から逆算して求めた順圧大気の外力場を AO の場合と同様に 50 年間の日々のデータについて EOF 解析を施したところ、外力場の卓越モードは中緯度の波数 6 の傾圧不安定擾乱の構造と類似していることを確認した。これらの擾乱は太平洋と大西洋の 2 カ所に局在し、ストームトラックを形成している。このほかに、プラ

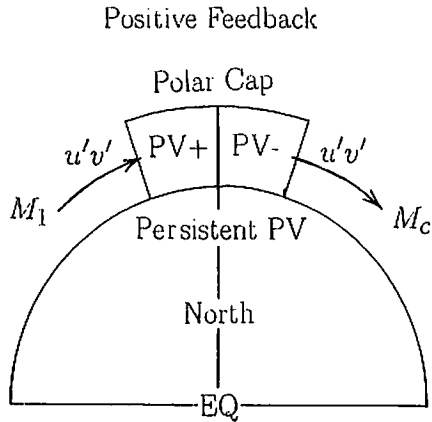


図 5.23: Polar モード ( $M_1$ ) と Charney モード ( $M_c$ ) の相反する渦運動量輸送  $u'v'$  の作用で、極渦 (PV) が強化あるいは衰退する様子を示した模式図。(Tanaka and Tokinaga 2002 から引用)

ネタリー波（東西波数 2 と 3）にも山岳の力学的効果によるエネルギー供給源が見られ、それらのエネルギーは非線形項によるスケール相互作用の結果、波数 0 に輸送されることを確認した。一部のエネルギーは波数 1 にも流れているが、総観規模擾乱から地球規模の大スケールの現象へのエネルギー流はエネルギーの逆カスケードと呼ばれ、2 次元乱流の特徴である。

大気大循環のエネルギー流の特徴は、放射場により強化される南北の温度差を解消するために、中高緯度では傾斜対流として特徴づけられる傾圧不安定擾乱が励起される。傾圧不安定擾乱は傾圧構造を持っているが、これが発達と衰退を繰り返すことで大気のエネルギーは傾圧から順圧へと流れる。これは、傾圧不安定擾乱が大気の傾圧性を解消する目的で励起されることを考えれば当然のことと言える。鉛直ノーマルモードの観点で言うと、傾圧モードは開いた上部境界条件では連続スペクトルとなることが知られているが、順圧モードだけは孤立スペクトルとして存在し、ひとたび順圧大気にエネルギーが供給されると順圧 2 次元流体力学の縛りの中で、エネルギーをより大きなスケールに輸送する逆カスケード現象が働く。一方、傾圧大気中ではエネルギーは一般にカスケードしてより小さなスケールに流れてい

るので、逆カスケードは順圧大気に特有の現象と言える。

総観スケールでエネルギーが順圧大気に供給されると、それは 2 次元流体力学の特徴により逆カスケードを起こしてプラネタリー波を励起するようになる。しかし、エネルギーの逆カスケードは乱流領域から波領域に遷移する Rhines スケールで遮断され、それよりも大きいスケールに流れることはない。乱流領域では、支配方程式 (17) 式において非線形項が卓越し、運動は乱流化して逆カスケードを引き起こし、特徴的な乱流スペクトルを形成する。しかし、スケールが大きくなるとロスビーモードの西進位相速度が増大することから、逆カスケードがある程度進行すると、支配方程式において線形項が非線形項よりも大きくなる領域のモードを励起する事になり、逆カスケードはこのスケールで遮断され、ここにエネルギーが溜まるようになる。球面でこのような解析を行った例はないので、本研究ではこれを球面 Rhines スケールと呼んだ。球面 Rhines スケールにおいて (17) 式の線形項と非線形項の大きさの比は 1 になっている。

球面 Rhines スケールを越える大きなスケールのロスビーモードは線形項が卓越するため、孤立したノーマルモードとして振る舞うことになる。このようなエネルギーのカスケードや逆カスケードは、あくまで乱流の統計的な特徴のことであるが、実際には非線形項によるエネルギー変換はきわめて非定常に大きく変動しながら進行している。この非定常なエネルギー供給が球面 Rhines スケールでプラネタリー波を増幅させ、それが臨界点を越えて砕波するときにはブロッキングが発生する。エネルギーが小スケールから大スケールに変換されるのが特徴で、これは 2 次元流体における波の砕波に伴うものである。本来、波はエネルギーを供給されて増幅しても、砕波に至らず波として振る舞う間は線スペクトルをなしている。波の増幅が飽和に達しても、エネルギー供給と消散が釣り合っ線スペクトルをなしている限りは砕波してはいないことになる。波の増幅が砕波によって飽和に達する時には、非線形項の卓越により

増幅した線スペクトルから他の波にスペクトルが分散するので、これが砕波の特徴となる (Tanaka and Watarai 1999)。順圧大気では、傾圧不安定によりエネルギーを供給されて指数関数的に増幅する総観規模擾乱が砕波し飽和する際にはエネルギーはプラネタリー波に流れる。これが逆カスケードの個々の現象の実態で、この非定常なエネルギー供給でプラネタリー波が急激に増幅し砕波する際に、ブロッキングが発生する。

さて、この様なエネルギーの逆カスケードはプラネタリー波に対しては球面 Rhines スケールで遮断されるのであるが、東西波数 0 に対してロスビー波は存在しないため、遮断されることなくエネルギーの逆カスケードはさらに大きいスケールへと輸送される。この結果が順圧大気大循環のエネルギースペクトルにおいて、東西波数 0 のスペクトルは他と様相を異にして最後までレッドノイズスペクトルとなる理由である。この波数 0 への非定常なエネルギー供給がアノマリを励起する際に北極振動が発生する。モデル大気では、波数 0 のアノマリ唯一のエネルギー源は擾乱との非線形相互作用であるから、北極振動のエネルギー源は擾乱からの供給しかない。順圧 S-モデル大気の解析結果では、地形効果は定常的に働き、プラネタリー波の非定常な増幅とアノマリ形成に山岳効果は直接的には寄与しないという結果を得ている。従って、波数 0 のアノマリエネルギーは総観規模擾乱からのエネルギー供給と考えるのが妥当である。つまり、順圧大気における擾乱から帯状流へのエネルギーの逆カスケードが、究極的に東西波数 0 に流れることで、平均流が維持され、エネルギー輸送の非定常成分により環状モード (NAM) が卓越モードとして励起されていると考えられる。

非定常擾乱との相互作用として、通常の総観規模の傾圧不安定である Charney モードは、ポーラージェットから運動量を持ち去るのに対し、ポーラージェットの傾圧性で励起される Polar モードは、ポーラージェットが強いときに発達し、ポーラージェットに運動量を供給する正のフィードバックがある (Tanaka and Tokinaga 2002)。両者は作用の極性

が逆であり、これがポーラージェットのアノマリエネルギー源となって極性の異なる環状モード (NAM) が励起されるものと考えられる。

図 5.24 は波数 0 の環状モード (NAM) が太平洋および大西洋のストームトラックにおける非定常擾乱との相互作用で励起される様子を模式的に示したものである。大西洋のストームトラックにおける擾乱の活動で EP-フラックスの向きが変化し、ポーラージェットが強化され、大西洋に正、極域に負の高度偏差が現れると、極域では環状モードが励起される。大西洋のストームトラックで運動量供給が長時間続けば、ポーラージェットが移流で一回りするタイムスケールで環状モードが励起されてくる。同様に太平洋のストームトラックにおける擾乱の活動でポーラージェットが強化され、太平洋に正、極域に負の偏差が現れると、極域では同じ環状モードが励起される。これは AO プラスの極性の特徴であるが、AO マイナスの極性については Charney モードの働きが優勢となり、ポーラージェットは衰退する。大西洋と太平洋の二つのストームトラックの活動は独立で、お互いに相関はないが、どの場合においてもストームトラックの活動により環状モード (NAM) が励起されることから、統計的な EOF 解析を行うと、太平洋と大西洋に 2 つの作用中心を持つ北極振動 (AO) が卓越モードとして得られることになる。

南半球では、ストームトラックはリング状に分布することから、SAM はリング状になると解釈できる。SAM においても、インド洋、南太平洋、南大西洋で 1 点相関を調べればお互いにはほぼ無相関となることが推測される。しかし、そのことから SAM の環状モードが物理的に実態を伴わない意味のないものと片づけてしまうわけにはいかない。海洋の第 1 モードがエルニーニョであるように、大気の変動の第 1 モードは南半球では SAM、北半球では AO であることは重要な事実である。最大スケールの軸対称モードは任意の周期の外力に対して励起可能なので、温暖化に伴う強制や火山によるインパクト、Milankovitch 周期等に対しても AO が卓越モードとして現れるという報告 (G. Stenchikov, D. Shindell



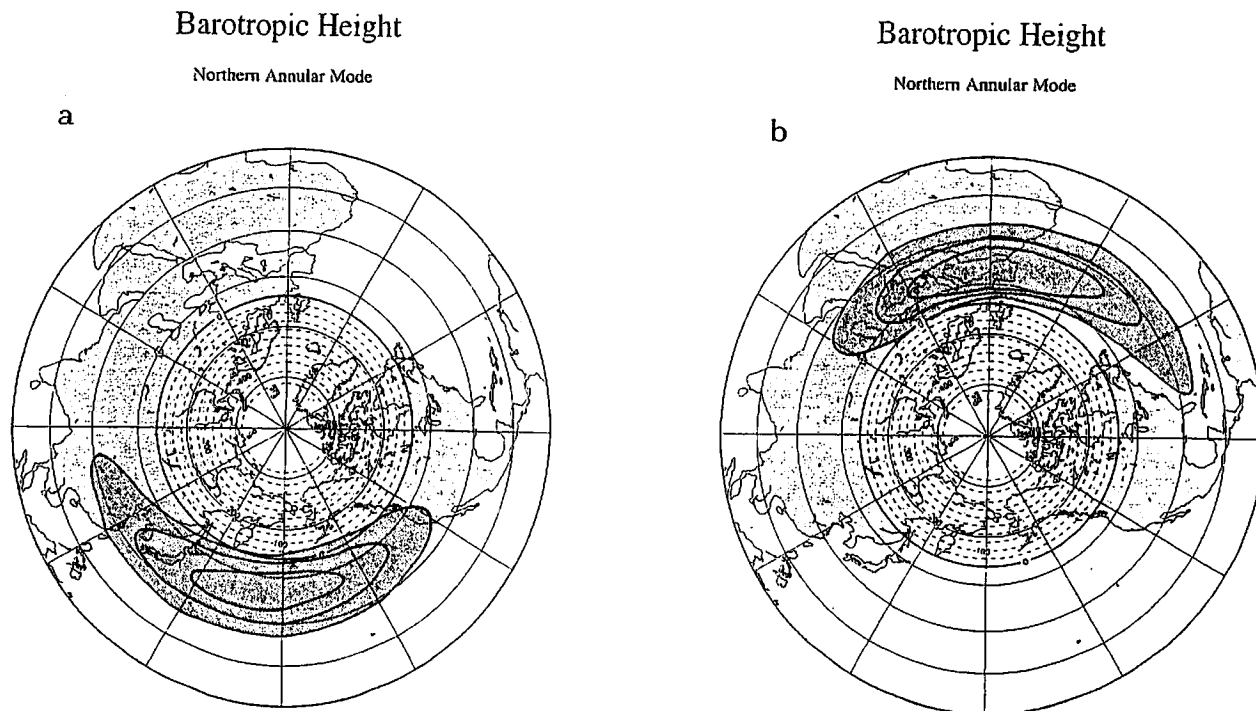


図 5.24: 北極環状モード (NAM) が、太平洋および大西洋のストームトラックにおける非定常擾乱との相互作用で励起される様子を示した模式図。(Tanaka 2003b から引用)

私信) と矛盾しない。これらの領域については、今後一層の研究が望まれる。

#### 付録 A : 3次元スペクトルモデルの力学過程の計算

この付録 A では、(15) 式の 3次元スペクトルモデルの線形項の導出、および非線形相互作用係数の具体的な計算法について説明する。はじめに、線形項について以下の関係式を証明しよう。

$$\langle \mathbf{M} \frac{\partial U}{\partial t} + \mathbf{L} U, Y_m^{-1} \Pi_{nlm} \rangle = \frac{dw_i}{d\tau} + i\sigma_i w_i, \quad (5.27)$$

$i = 1, 2, 3, \dots$

これは (14) 式の線形項のみについて、3次元基底関数  $\Pi_{nlm}$  との内積を計算したものである。ここで、 $Y_m$  は (10) 式の次元行列であり、添字の  $i$  は東西、南北、鉛直波数の添字  $nlm$  を簡略化したものである。以下では次元行列や等価深度の添字も  $i$  で表すことにする。鉛直微分オペレータ  $\mathbf{M}$  に含まれる微

分は、(8) 式によりその固有値に置き換えることができるので、以下の関係を満たす。

$$\mathbf{M} \Pi_i = \text{diag}(1, 1, \frac{1}{gh_i}) \Pi_i. \quad (5.28)$$

この式と  $U$  をノーマルモードで展開する (12) 式を (27) 式に代入する。時間  $t$  を  $2\Omega$  で無次元化し、 $Y_i^{-1}$  を線形項側に移動すると次の式を得る。

$$\begin{aligned} \sum_j \langle 2\Omega Y_j^{-1} \mathbf{M} X_j \Pi_j, \Pi_i \rangle & \frac{dw_j}{d\tau} \\ & + \langle Y_j^{-1} \mathbf{L} X_j \Pi_j, \Pi_i \rangle w_j \\ & = \frac{dw_i}{d\tau} + i\sigma_i w_i. \end{aligned} \quad (5.29)$$

級数展開では、添字の  $i$  と  $j$  とが混同しないように注意する。左辺第 1 項の内積では、 $\mathbf{M}$  の項を (28) 式で固有値に置き換えると次元行列の積は 1 となる。左辺第 2 項の内積では (9) 式により  $\mathbf{L}$  をその固有振動数  $\sigma_i$  で置き換える。あとは、 $\Pi_i$  の直交性により項がひとつだけ残り、右辺が得られて証明は完了する。

次に、(14) 式 of 非線形項と 3 次元基底関数  $\Pi_{nlm}$  との内積を計算することで、非線形相互作用係数  $r_{ijk}$  の具体的な計算法について説明する。この 3 次元基底関数は  $\Pi_{nlm} = H_{nlm}G_m$  のように水平構造関数と鉛直構造関数のテンソル積で定義され、さらに水平構造関数としてのハフ関数は  $H_{nlm} = (U_{nlm}, -iV_{nlm}, Z_{nlm})^T e^{in\lambda}$  のように南北構造関数と東西構造関数の積で定義される複素ベクトル関数である。この南北構造関数はハフベクトル関数と呼ばれ、Kasahara (1976; 1978), Swartrauber and Kasahara (1985) によりルジャンドル多項式展開を用いた計算法が詳しく紹介されている。また、鉛直構造関数  $G_m$  については Kasahara (1984) にルジャンドル多項式展開を用いた計算法が紹介されているので、ここではこれの基底関数は既知関数として扱う。

式 (14) から、非線形項  $N$  と 3 次元基底関数  $\Pi_{nlm}$  との内積を計算すると、3 次元スペクトルモデルにおける非線形項は最終的に状態変数  $w_i$  の 2 重積和に帰着する。その積和に現れる荷重  $r_{ijk}$  が非線形相互作用係数と呼ばれる重要な定数である。3 次元スペクトルモデルの力学場はこの係数で支配されるので、次に以下の関係式を証明しよう。

$$\langle N, Y_m^{-1} \Pi_{nlm} \rangle = -i \sum_{jk} r_{ijk} w_j w_k, \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (5.30)$$

2 重積和において、添字の  $i$  と  $j$  と  $k$  がそれぞれ意味する具体的な 3 次元波数を区別するために、以下では  $i$  で表示される波数は  $n_i l_i m_i$ ,  $j$  で表示される波数は  $n_j l_j m_j$ ,  $k$  で表示される波数は  $n_k l_k m_k$  のように区別する。同様に鉛直構造関数や等価深度の添字も  $i, j, k$  で表すことにする。(30) 式の内積を具体的な積分で表示すると以下となる。

$$\langle N, Y_i^{-1} \Pi_i \rangle = \frac{1}{2\pi p_s} \int_0^{p_s} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{2\pi} \begin{pmatrix} \frac{1}{2\Omega\sqrt{gh_i}} & U_i G_i e^{-in_i\lambda} \\ \frac{1}{2\Omega\sqrt{gh_i}} & (iV_i) G_i e^{-in_i\lambda} \\ \frac{1}{2\Omega} & Z_i G_i e^{-in_i\lambda} \end{pmatrix}^T$$

$$\begin{pmatrix} -V \cdot \nabla u - \omega \frac{\partial u}{\partial p} + \frac{\tan \theta}{a} uv \\ -V \cdot \nabla v - \omega \frac{\partial v}{\partial p} - \frac{\tan \theta}{a} uv \\ \frac{\partial}{\partial p} [V \cdot \nabla (\frac{p^2}{R\gamma} \frac{\partial \phi}{\partial p}) + \omega p \frac{\partial}{\partial p} (\frac{p}{R\gamma} \frac{\partial \phi}{\partial p})] \end{pmatrix} \cos \theta d\lambda d\theta dp. \quad (5.31)$$

非線形項は変数の高々 2 次の積で構成されているので、それぞれの変数に (12) 式で表される以下の級数展開を代入する。

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ \phi \end{pmatrix} = \sum_i w_i \begin{pmatrix} \sqrt{gh_i} & U_i \\ \sqrt{gh_i} & (-iV_i) \\ gh_i & Z_i \end{pmatrix} G_i e^{in_i\lambda}. \quad (5.32)$$

鉛直  $p$  速度  $\omega$  は発散と関係することから、以下のよう  $\sigma_i Z_i$  を用いて級数展開が可能である (田中他 1997)。

$$\omega = \sum_i w_i 2\Omega \int_0^p G_i dp (-i\sigma_i Z_i) e^{in_i\lambda}. \quad (5.33)$$

ここで、 $\omega$  の式に現れた  $G_i$  の不定積分は、(8) 式で与えられる鉛直構造方程式を積分することで  $G_i$  の微分に変形することができる。

$$\int_0^p G_i dp = -\frac{gh_i}{R\gamma} p^2 \frac{dG_i}{dp}. \quad (5.34)$$

また、鉛直構造方程式を用いて (31) 式に現れる  $G_i$  の高次の微分は  $G_i$  の 1 階微分で表現することができる。

$$-p \frac{d}{dp} \frac{p}{R\gamma} \frac{dG_i}{dp} = \frac{p}{R\gamma} \frac{dG_i}{dp} + \frac{G_i}{gh_i}. \quad (5.35)$$

以上の準備の上で、(32) 式と (33) 式を (31) 式の変数に代入し、展開係数  $w_i$  を積分の外に出すことで、(31) 式は以下のように 3 次元ノーマルモードの 3 重積の定積分にまとめることができる。変数に級数展開を代入する際には、添字を  $j$  と  $k$  に変えて内積の添字  $i$  と区別する。

$$\langle N, Y_i^{-1} \Pi_i \rangle = -i \sum_j \sum_k w_j w_k \frac{1}{2\pi p_s} \int_0^{p_s} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{2\pi}$$

$$\begin{pmatrix} U_i \\ V_i \\ Z_i \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} P_1 \left( \frac{n_k U_k}{\cos \theta} + \tan \theta V_k \right) & -P_1 \frac{dU_k}{d\theta} & P_2 U_k \\ P_1 \left( \frac{n_k V_k}{\cos \theta} + \tan \theta U_k \right) & -P_1 \frac{dV_k}{d\theta} & P_2 V_k \\ P_3 \frac{n_k Z_k}{\cos \theta} & -P_3 \frac{dZ_k}{d\theta} & -P_4 Z_k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_j \\ V_j \\ \sigma_j Z_j \end{pmatrix} e^{i(-n_i + n_j + n_k)\lambda} \cos \theta d\lambda d\theta dp. \quad (5.36)$$

ここで、 $P_1$  から  $P_4$  は鉛直構造関数の 3 重積と次元量をまとめたもので、以下で定義される。

$$\begin{aligned} P_1 &= \frac{\sqrt{gh_j} \sqrt{gh_k}}{2\Omega a \sqrt{gh_i}} G_i G_j G_k \\ P_2 &= \frac{\sqrt{gh_k} gh_j}{\sqrt{gh_i} R\gamma} p^2 G_i \frac{dG_j}{dp} \frac{dG_k}{dp} \\ P_3 &= \frac{\sqrt{gh_j}}{2\Omega a} G_i G_j G_k - \frac{\sqrt{gh_j} gh_k}{2\Omega a R\gamma} p^2 G_i \frac{dG_j}{dp} \frac{dG_k}{dp} \\ P_4 &= G_i G_j G_k + \frac{gh_k}{R\gamma} p G_i G_j \frac{dG_k}{dp} \\ &\quad + \frac{gh_j}{R\gamma} p G_i \frac{dG_j}{dp} G_k \\ &\quad + \left( \frac{gh_k}{R\gamma} - 1 \right) \frac{gh_j}{R\gamma} p^2 G_i \frac{dG_j}{dp} \frac{dG_k}{dp} \end{aligned} \quad (5.37)$$

(36) 式の 3 重積分の量が (30) 式における非線形相互作用係数  $r_{ijk}$  であり、虚数単位  $i$  を積分の外に出すことで  $r_{ijk}$  は実数となる。式からも明らかのように、負の値も含めた東西波数が  $n_i = n_j + n_k$  の関係を満たす時にだけ係数は 0 でない量となる。

(37) 式には  $G_i$  の微分が含まれているが、Kasahara (1984) の Galerkin 法で  $G_i$  をルジャンドル多項式に展開して計算する際に、解析的な  $G_i$  の微分を精度良く求めることができる。同様に (36) 式に現れるハフ関数の微分についても、(9) 式を用いて解析的に精度良く求めることができる。係数の微分計算に差分を用いることは一切ない。従って、ガウスの区分求積による鉛直および南北積分において、グリッド数を充分に取ることで、 $r_{ijk}$  の計算をルジャンドル多項式展開の最高次数の範囲内で正確に求めることができる。

## 付録 B：順圧大気の外力としての物理過程

### 5.B.1 傾圧不安定 (BC)

順圧大気を駆動する力学過程として、傾圧不安定擾乱のパラメタリゼーションは本質的に重要である。3次元スペクトルモデル (15) 式を用いると、任意の帯状基本場に対する傾圧不安定問題を比較的簡単に解くことができる。大気の状態として  $w_i = \bar{w}_i + w'_i$  のように、任意の帯状基本場に重なった微小擾乱を考える。これを (15) 式に代入し、線形化すると以下の式を得る (Tanaka and Kung 1989)。

$$\frac{dw_i}{d\tau} + i\sigma_i w_i = -i \sum_{j=1}^K \left( \sum_{k=1}^K (r_{ijk} + r_{ikj}) \bar{w}_k \right) w_j, \quad i = 1, 2, 3, \dots, K \quad (5.38)$$

簡単のために、擾乱のプライムは省略した。基本場が帯状流の場合には、各東西波数ごとにブロックで対角化され、次のベクトル方程式に整理することができる。

$$\frac{d}{d\tau} W_n + iD_n W_n = -iB_n W_n, \quad n = 1, 2, \dots, N, \quad (5.39)$$

$$W_n = (w_1, \dots, w_i, \dots, w_K)^T, \quad (5.40)$$

$$D_n = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_i, \dots, \sigma_K), \quad (5.41)$$

$$b_{ij} = \sum_{k=1}^K (r_{ijk} + r_{ikj}) \bar{w}_k, \quad i, j = 1, 2, \dots, K. \quad (5.42)$$

ここで、 $b_{ij}$  は行列  $B_n$  の成分で、東西、南北、鉛直の切断波数を  $N$ ,  $L$ ,  $M$  とすると、各東西波数  $n$  における行列のサイズは  $K = (L+1)(M+1)$  となる。

基本場が静止大気の時には  $\bar{w}_i$  が 0 となり、(39) 式はラプラス潮汐方程式となって、ノーマルモードが解となる。この時は基本場にエネルギー源がないため、解はすべて中立波となり不安定は起こらない。基本場  $\bar{w}_i$  が 0 でないときには、平均流と波との相互作用により、その基本場のエネルギーを引き出せる構造を持つ波が不安定波として出現する。そのよ

うな不安定解を

$$W_n(\tau) = \xi \exp(-i\nu\tau). \quad (5.43)$$

とおくと、(39) 式の初期値問題は次のような固有値問題に帰着する。

$$\nu\xi = (\mathbf{D}_n + \mathbf{B}_n)\xi. \quad (5.44)$$

ここで固有値  $\nu$  が複素数のとき、その虚数部は不安定解の増幅率、実数部は振動数を表す。

図 5.20 のような帯状基本場  $\bar{w}_i$  に対して、不安定問題を解いた結果、不安定解の増幅率は図 5.21 のようになる。その構造ベクトル  $\xi$  を調べることで、総観規模擾乱に最大成長率を持つ Charney モードやブロッキングと関係したダイポール Charney モード、そして北極振動と関係する Polar モードなどを容易に同定することができる。図 5.22a は 50 年平均の冬季の帯状基本場に対して不安定解の構造を求め、その波数  $n=6$  の順圧成分を見たものである。各東西波数の最大成長モードを計算し、その構造に順圧大気場を射影する。そして得られた射影成分に対して  $\nu$  で表現された増幅率分だけ成長させる、というのが本研究で用いた傾圧不安定のパラメタリゼーションである。実際の予報という観点からは改善の余地があるが、総観規模擾乱を励起するという観点からは十分な仕事をしてくれる。

波数  $n$  の任意の状態変数  $w_i$  を不安定波の成分  $\xi_i$  に射影し、それに直交する残差成分を  $\varepsilon_i$  とする。

$$w_i(\tau) = a(\tau)\xi_i + \varepsilon_i(\tau), \quad (5.45)$$

ここで、 $\xi_i$  のノルムは 1 にしておく。 $\xi_i$  と  $\varepsilon_i$  が直交するという条件から

$$a(\tau) = \sum_i \xi_i^* w_i. \quad (5.46)$$

のように簡単に振幅  $a(\tau)$  が求められるので、射影された成分  $a(\tau)\xi_i$  が増幅率分だけ成長するということから、傾圧不安定のパラメタリゼーション  $(BC)_i$  は、各東西波数について以下となる。

$$(BC)_i = -i\nu a(\tau)\xi_i. \quad (5.47)$$

ただし、平均流による移流の効果は力学項で表現されているので、このパラメタリゼーションは振幅を増大させるだけで振動数成分は 0 とした。たとえば、初期に  $\xi_i$  の構造の微小振幅を基本場に上乘せしてモデルを走らせると、 $\xi_i$  への射影を繰り返すことから、 $\xi_i$  の構造を保ったまま指数関数的に不安定波の振幅が増大してくる。このプロセスは線形論の通りであり、 $\xi_i$  の構造を保ったまま増幅する不安定解は順圧成分と傾圧成分を同じ比率で増幅させる。この時に基本場のエネルギーが擾乱の傾圧、順圧成分へと流れ、これが順圧傾圧相互作用により順圧成分にエネルギーを送り込むメカニズムとなっている。指数関数的に増幅する不安定波はやがて碎波して飽和に達する。この時には、 $(BC)_i$  項の大きさが非線形項  $(NL)_i$  と同程度になり、 $(BC)_i$  を通して供給されたエネルギーが他の波数に輸送される。波の構造は崩れ  $\xi_i$  への射影が減ると不安定波によるエネルギー供給も減ることになる。

### 5.B.2 粘性摩擦 (DF)

粘性摩擦としては変数のラプラシアン  $\Delta$  に渦粘性係数を掛けたものが一般的である。しかし、よりスケール依存を持たせたい場合には、倍調和オペレータ  $\Delta^2$  による粘性摩擦を導入し、小さいスケールの現象をより速く衰退させるパラメタリゼーションも行われる。本研究ではこの倍調和オペレータによる粘性摩擦を、球面ロスビー波のスケールパラメータ  $c_i = \sigma_i/n$  との組み合わせで導入した。回転球面上の渦度方程式を解いて得られる Haurwitz 波の位相速度は球面調和関数に対応する固有値で表されるが、本研究ではこの関係式を回転球面上の浅水方程式を解いて得られるハフ関数に拡張した。等価深度が無限となる極限でハフ関数の球面ロスビー波は Haurwitz 波に収束することが知られている。ラプラシアンは波数空間では全波数  $\hat{l}$  で表現されるので、球面ロスビー波の位相速度との間に以下の近似が成立する。

$$c_i = \frac{-1}{\hat{l}(\hat{l}+1)} \simeq \frac{\sigma_i}{n}.$$

この関係式により、ラプラシアン固有値をハフ関数の位相速度に置き換えると、粘性摩擦  $(DF)_i$  は最終的に以下の式で表現される。

$$(DF)_i = -K_D \left(\frac{n}{\sigma_i}\right)^2 w_i,$$

ここで、無次元化した渦粘性係数は  $K_D = 2.0 \times 10^{16} m^4 s^{-1} / (2\Omega a^4)$  とした。

### 5.B.3 エクマン摩擦 (DE)

渦による地表摩擦の効果は Charney and Eliassen (1949) によりエクマン摩擦として定式化されている。自由大気に正の相対渦度  $\zeta$  が発生すると、地表摩擦を感じるエクマン境界層では下層収束が起こり、相対渦度に比例する鉛直流  $w_E$  が発生する。

$$w_E = h_i \frac{K_E}{f_0} \zeta \quad \text{for } n > 0,$$

この鉛直流は渦度方程式における渦の伸縮を通して自由大気の渦を衰退させるというものである。この鉛直流が高低気圧場を緩和することから、地表のエクマン摩擦  $(DE)_i$  は以下の式で表される。

$$(DE)_i = \left\langle \left(0, 0, \frac{w_E}{h_i}\right)^T, Y_i^{-1} \Pi_i \right\rangle.$$

ここで、 $f_0$  はコリオリパラメータ、 $K_E$  はエクマン摩擦係数で、本研究では  $K_E/f_0=0.003$  を用いた。渦度の定義に含まれる水平微分は解析的に行い、 $(DE)_i$  は波数空間で  $w_i$  の関数に帰着させる。

### 5.B.4 帯状流摩擦 (DZ)

総観規模擾乱による北向き渦運動量輸送に対抗してジェット気流の北へのシフトを抑制しているのは帯状流の地表摩擦の効果である。東西鉛直平均した大気について、帯状地表摩擦は低緯度の偏東風領域では偏東風を減速し、中高緯度の偏西風領域では偏西風を減速する。これは低緯度で偏西風を加速し中高緯度で減速しており、この効果が北向き渦運動量輸送の収束とバランスすることで大気の角運動量収支が成り立っている。本研究では、帯状流のアノマリに簡単なレーリー摩擦を導入して帯状流摩擦のパラメタリゼーションを行った。

$$(DZ)_i = -K_Z (w_i - \bar{w}_i) \quad \text{for } n = 0,$$

ここで、 $\bar{w}_i$  は  $w_i$  の気候値、 $K_Z$  は無次元化したレーリー摩擦係数で、 $K_Z = 3.0 \times 10^{-7} s^{-1} / (2\Omega)$  とした。地表摩擦係数  $K_E$  と  $K_Z$  は、減衰時間がともに約 38.6 日の弱いものである。

### 謝 辞

本研究はアラスカ大学の国際北極圏研究センター IARC/FRSGC の研究の一環として行われた。研究費の一部を支援して下さった松野教授、池田教授、赤祖父教授、および研究に協力して下さった研究室の本田さんに感謝する。