

ステファン-ボルツマンの 法則

地球学類 3年毛利亮

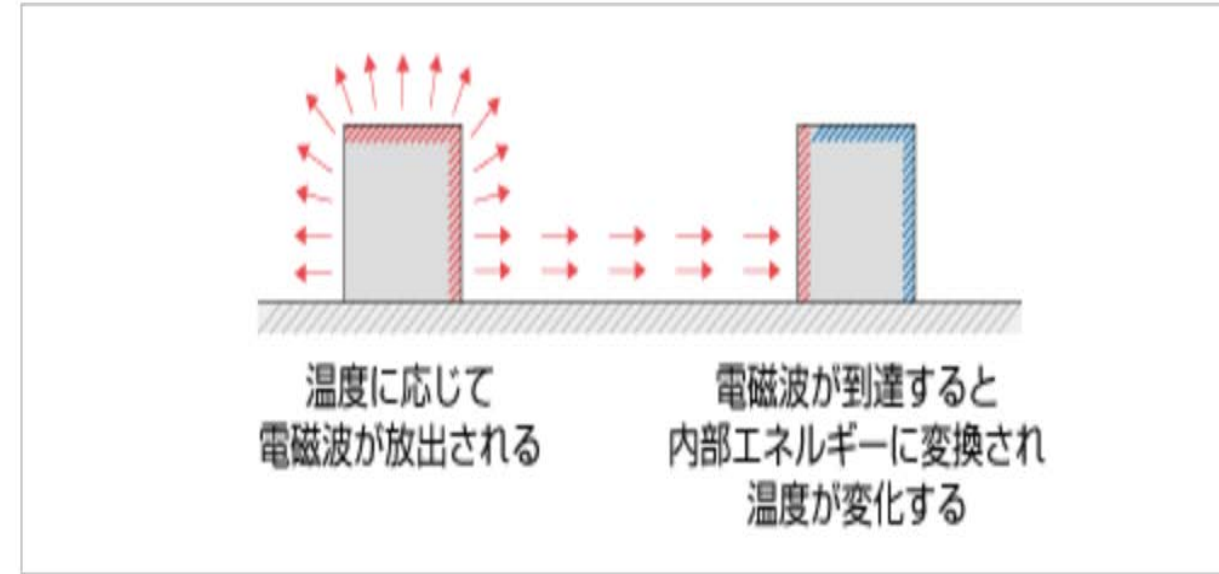
あらゆる物体は電磁波を放つ

電磁波について

○電荷をもった粒子が振動することで発生

○2つの物体の間に熱を伝える媒体を必要としない

○波長は固体の温度によって変化する



図、2つの物体の熱放射

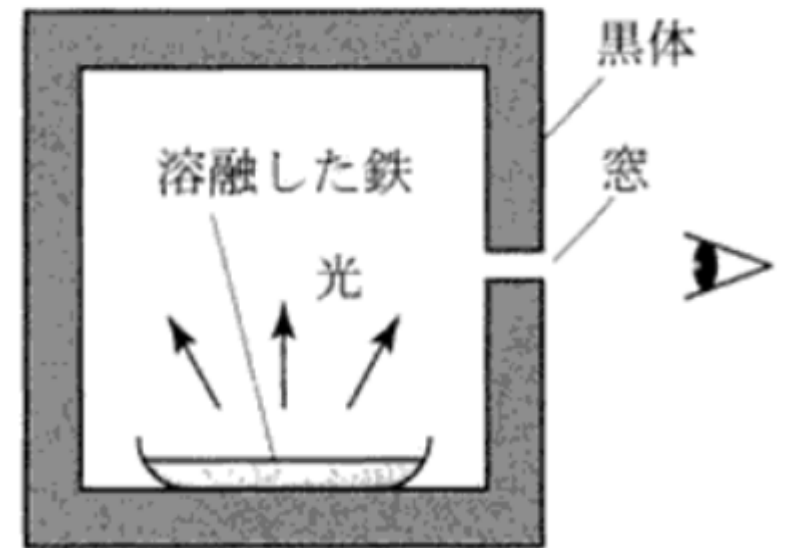
引用元
株式会社ソフトウェアクレイドルHP

$$E = \sigma \cdot T^4$$

- ・ E: 単位面積当たりの熱放射エネルギー [w/m^2]

- ・ σ : ステファン・ボルツマン定数 $= 5.6697 \times 10^{-8}$
[$\text{w}/\text{m}^2 \cdot \text{K}^4$]

- ・ T: 絶対温度 [K]



図、黒体で囲まれた空洞

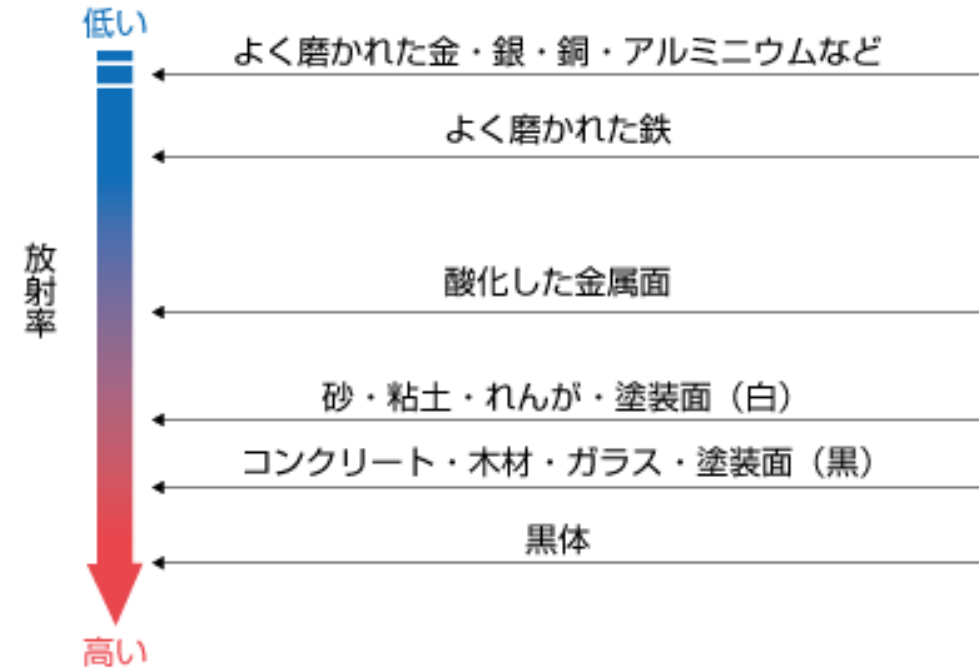
引用元
「固体物性を理解するための統計力学入門」

実在する物体の熱放射

$$E = \varepsilon \cdot \sigma \cdot T^4$$

ε :放射率[無次元]

- ・ 0～1の値をとる
- ・ 材質や表面の状態、温度や熱放射の波長による。
- ・ よく磨かれた光沢のある金属では小さな値、光沢のない金属や非金属では大きな値を示す。
- ・ 放射率は色によってもわずかに差が見られ、白い色よりも黒い色のほうが大きな値を示す。



図、放射率の大小関係の目安
引用元
株式会社ソフトフェアクレイドルHP

式の導出の前に

プランクの法則

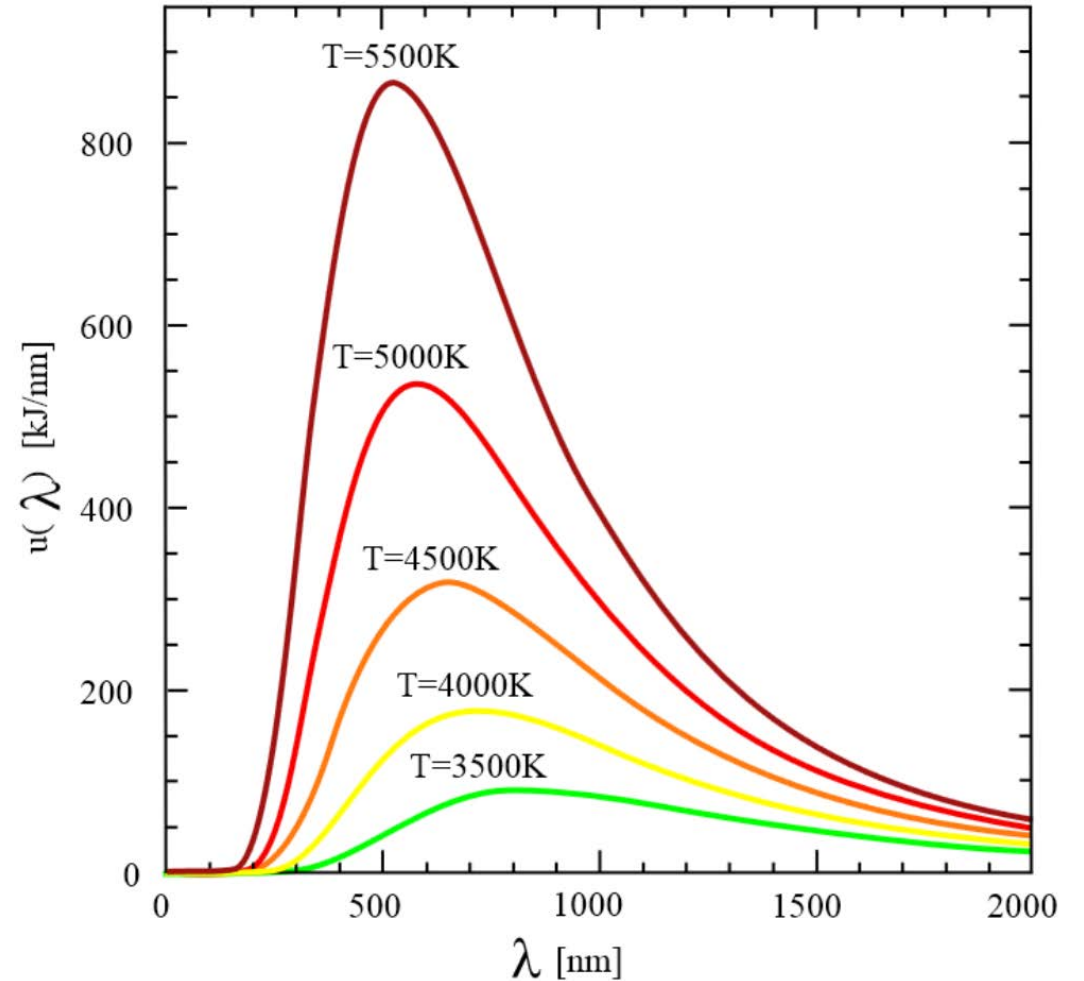
$$E(\lambda) = \frac{2\pi hc^2 \lambda^{-5}}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$$

$E(\lambda)$: 単位波長当たりの黒体の放射エネルギー

h : プランク定数

k : ボルツマン定数

c : 光速



図、黒体放射のプランクの法則
引用元 ヒートテック（株）のHP

式の導出

$$\int_0^{\infty} E(\lambda) d\lambda$$

$$= \int_0^{\infty} \frac{2\pi hc^2 \lambda^{-5}}{e^{hc/\lambda kT} - 1} d\lambda$$

$$x = \frac{hc}{\lambda kT} \text{ とおくと } \lambda = \frac{hc}{xkT}$$

$$d\lambda = -\frac{hc}{x^2 kT} dx \text{ となる}$$

λ	$0 \rightarrow \infty$
x	$\infty \rightarrow 0$

$$E = - \int_{\infty}^0 \frac{2\pi hc^2}{e^x - 1} \frac{x^5 k^5 T^5}{h^5 c^5} \frac{hc}{x^2 kT} dx$$

$$= \frac{2\pi k^4 T^4}{h^3 c^2} \int_0^{\infty} \frac{x^3}{e^x - 1} dx$$

$\int_0^{\infty} \frac{x^3}{e^x - 1} dx$ はゼータ関数とガンマ関数の積で表され $\frac{\pi^4}{15}$

$$= \frac{2\pi^5 k^4}{15 h^3 c^2} T^4 \cdot \boxed{} = 0$$

太陽の表面温度

$$E = \sigma \cdot T^4$$

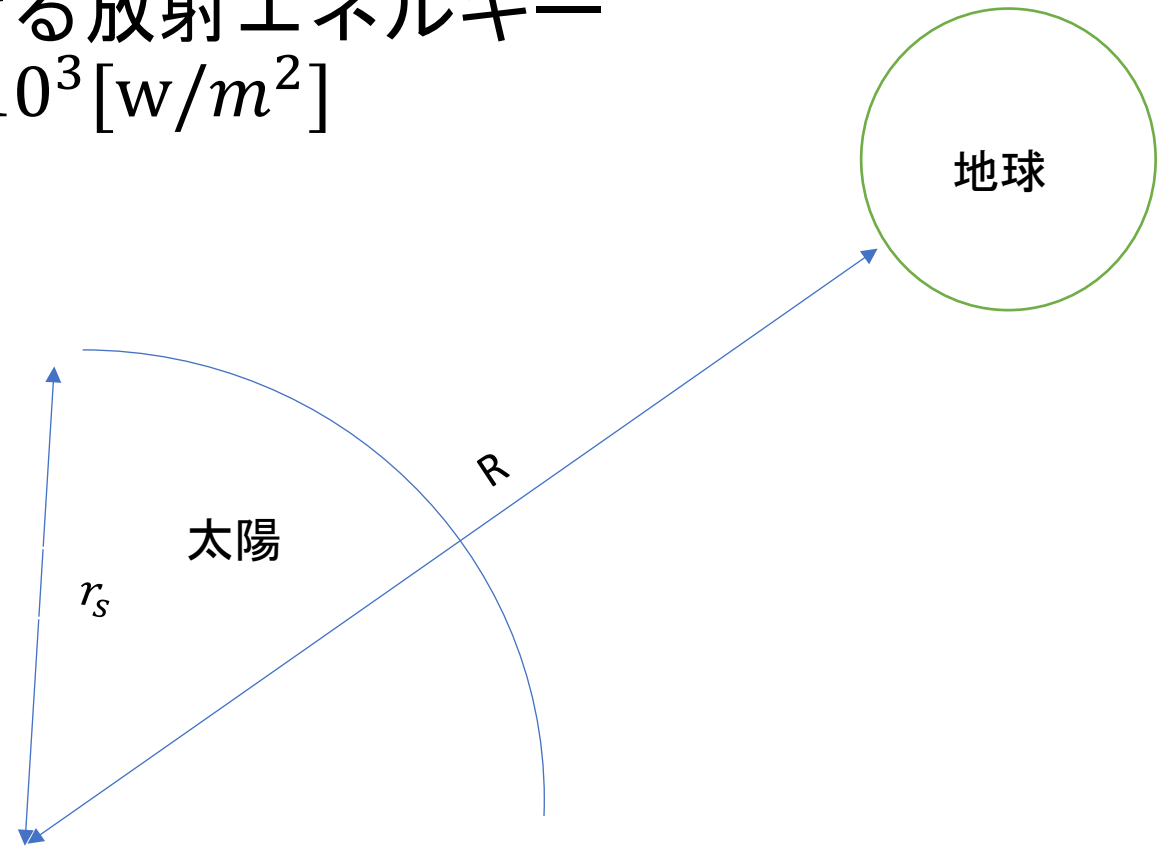
E_e : 地球表面上で太陽から毎秒受ける放射エネルギー
 $1.37 \times 10^3 [\text{w}/\text{m}^2]$

r_s : 太陽の半径 = $6.96 \times 10^5 [\text{km}]$

R : 地球と太陽の距離 = $1.5 \times 10^8 [\text{km}]$

$$E = E_e \times 4\pi r_s^2 / 4\pi R^2$$

$T = 5800 [\text{k}]$



図、太陽と地球の位置関係

参考文献

- <http://eman-physics.net/statistic/stefan.html>
- <http://www.cradle.co.jp/tec/column06/035.html>
- <http://www.kz.tsukuba.ac.jp/~abe/ohp-energy/en2014-02.pdf>
- 固体物性を理解するための統計力学入門 著 沼居貴陽
- <http://www.heat-tech.biz/products-epl/eph-gj/eph-gj-ek/1180.html>
- https://www.sit.ac.jp/user/konishi/JPN/L_Support/QuestionPDF/Stefan-BoltzmannConstant.pdf