

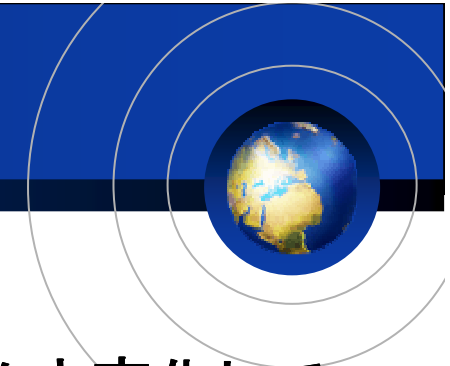
2009/04/22 用語説明

渦位 (Potential Vorticity)



池田正樹

Potential Vorticity とは



- 大気の流れと状態(温位や密度分布)は時々刻々と変化しているが、この両者は絶えず相互に連携しながら変化している。両者の変化を関係付けている物理量が渦位であり、流れと状態は常に渦位を保存しながら変化している。
- 渦位の利用
 - 擾乱の発達の議論
 - 対流圏界面高度の定義
 - 空気塊の経路を調べるトレーサー
 - ロスビー波の碎波

摩擦の影響は考えず、運動は断熱過程で起こっているとする。等温位面上の任意の閉曲線を考える。等温位面上では、 ρ は p だけの関数になるので、この閉曲線に沿っては $\oint dp/\rho = 0$ である。したがって、ケルビンの循環定理により、

$$\frac{dC_a}{dt} = \frac{d}{dt} \oint \mathbf{v}_a \cdot d\mathbf{l} = - \oint \frac{dp}{\rho} = 0$$

ストークスの定理より、

$$\oint \mathbf{v}_a \cdot d\mathbf{l} = \int (\nabla \times \mathbf{v}_a) \cdot \mathbf{n} dS = \int (\nabla \times \mathbf{v} + 2\boldsymbol{\Omega}) \cdot \mathbf{n} dS$$

よって、

$$(\nabla \times \mathbf{v} + 2\boldsymbol{\Omega}) \cdot \mathbf{n} dS = \text{一定}$$

円筒内に含まれる質量は保存されるので、

$$\rho dS d|\mathbf{n}| = \text{一定}$$

である。また、

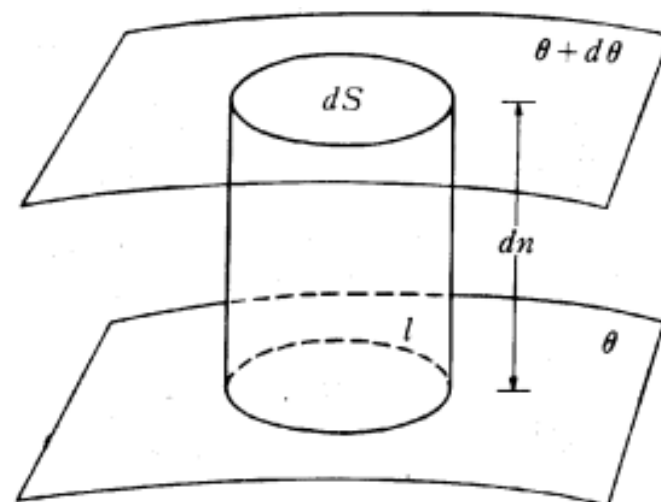
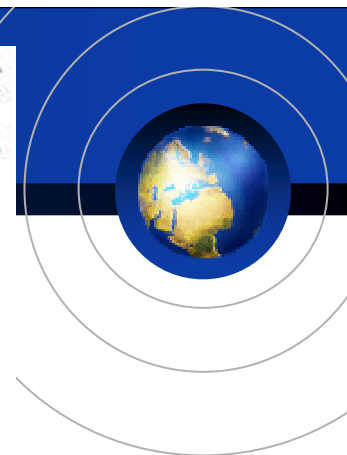
$$\mathbf{n} = \nabla\theta / |\nabla\theta|$$

$$d\theta = |\nabla\theta| \cdot d\mathbf{n} = \text{一定}$$

である。以上の式をまとめると、

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{(\nabla \times \mathbf{v} + 2\boldsymbol{\Omega}) \cdot \nabla\theta}{\rho} \right] = 0$$

という保存則が得られる。



Ertel の渦位



- 等温位面上では空気塊が断熱変化をしている限り、絶対循環は保存される。
- 絶対渦度の等温位面に垂直方向の成分と、比容との積は空気塊の移動とともに保存される。
- Ertel の渦位はきわめて一般的で静力学平衡は仮定していない。

$$P_E \equiv \frac{(\nabla \times \mathbf{v} + 2\boldsymbol{\Omega}) \cdot \nabla \theta}{\rho}$$

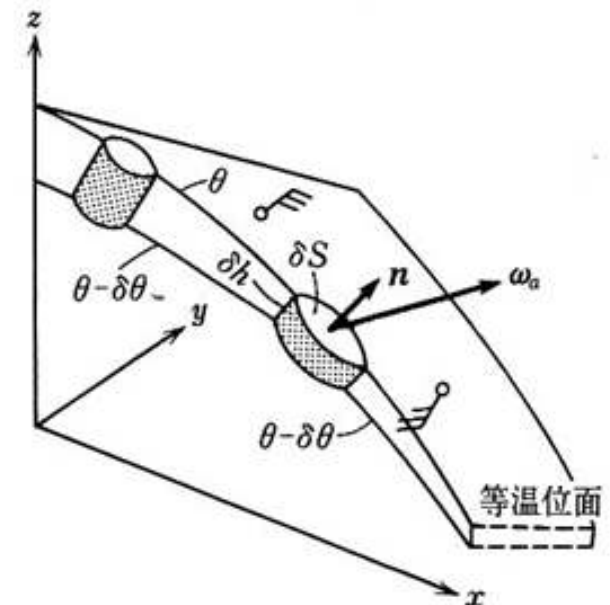
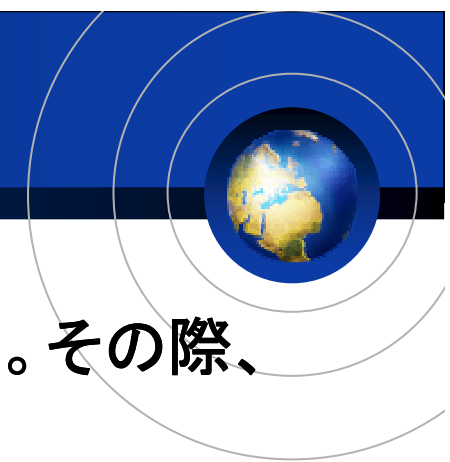


図2 z座標系における渦位保存説明図

等温位面の渦位



- 静力学平衡を仮定して、Ertel の渦位を变形する。その際、鉛直座標に温位を用いると便利。

$$P_\theta \equiv -g (\zeta_\theta + f) \left(\frac{\partial \theta}{\partial p} \right)$$

$$\zeta_\theta = \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)_\theta - \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_\theta$$

$$P_\theta \sim 10^{-6} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1} \text{ K kg}^{-1} \equiv 1 \text{ PVU}$$

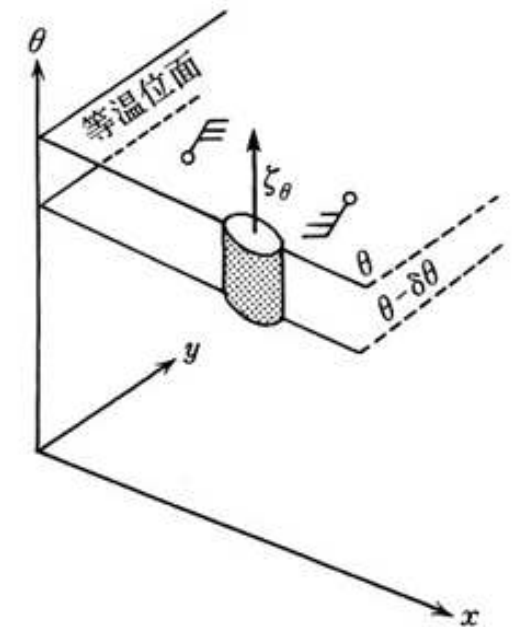
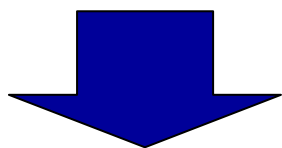


図3 θ 系での渦位保存則説明図



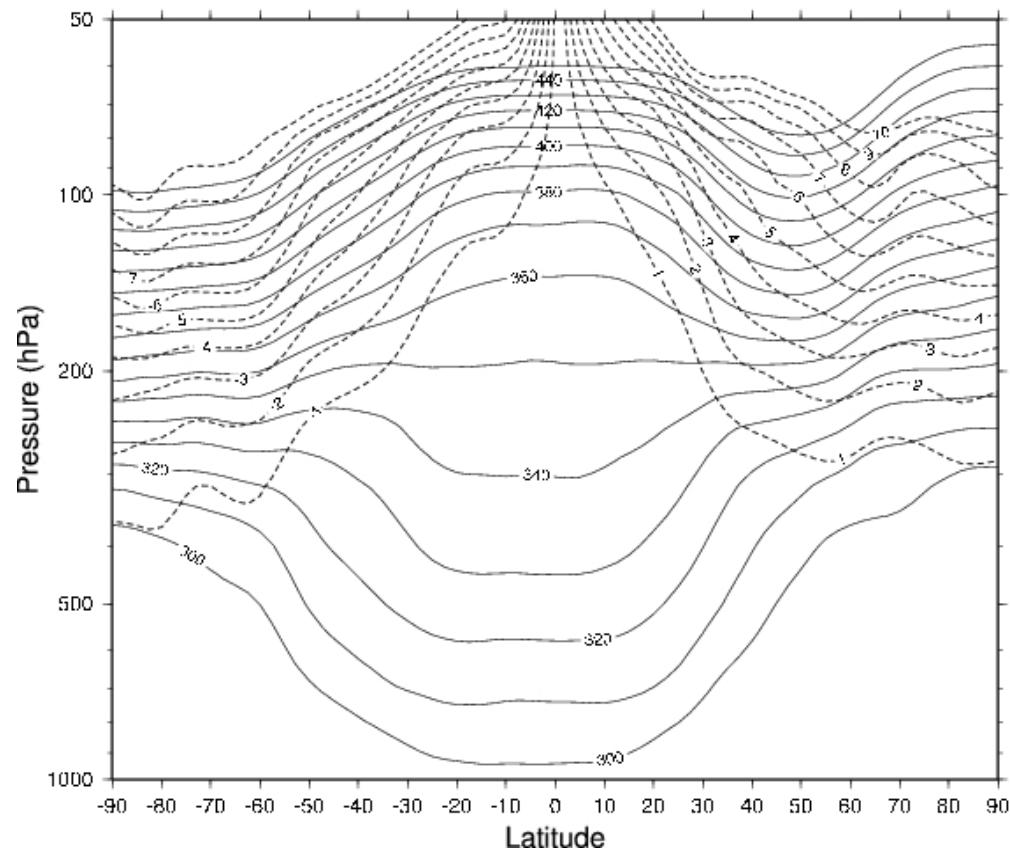
- 対流圏に比べて成層圏の静的安定度は大きい。
- コリオリ力は高緯度ほど大きい。



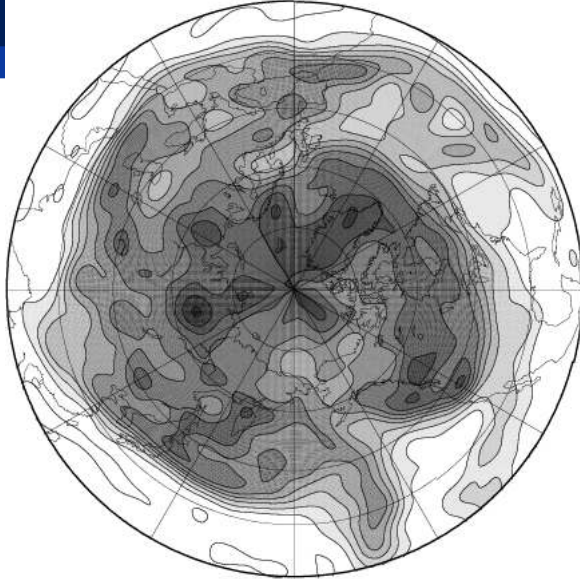
- 渦位は成層圏の高緯度側で大きい。
- 2 PVU 面を圏界面とする。
- 圏界面付近の渦位を見ることが多い

Potential Temperature and Potential Vorticity

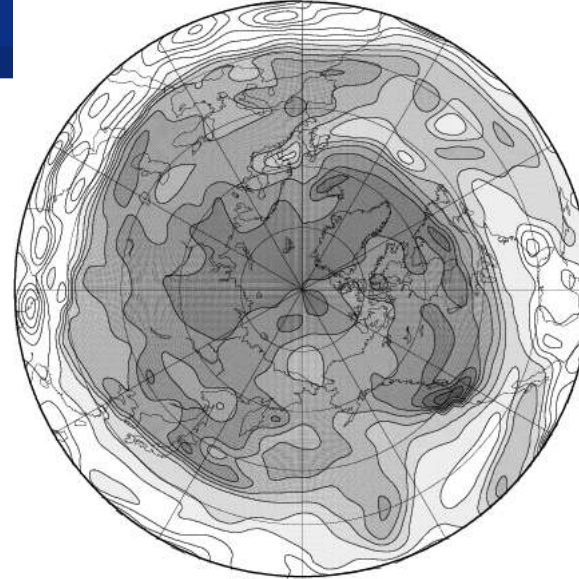
1989 02 04 00Z



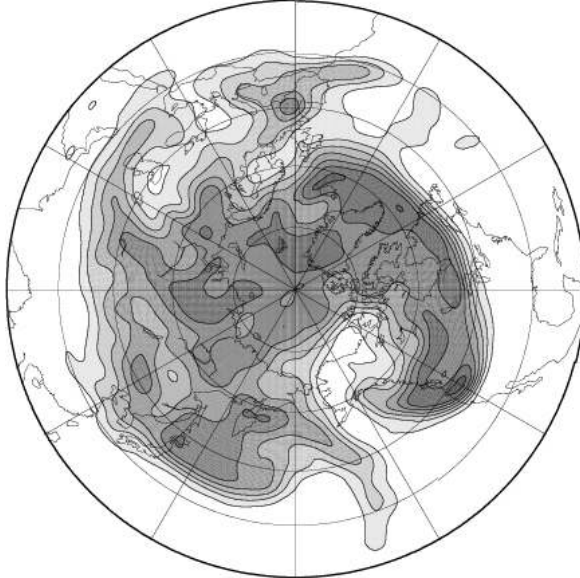
Potential Vorticity (PVU)
340 K Isentropic Surface
1989 02 04 00Z



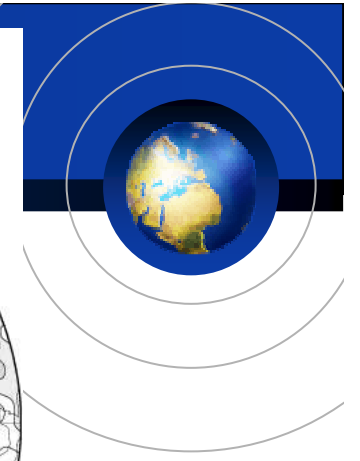
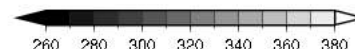
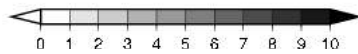
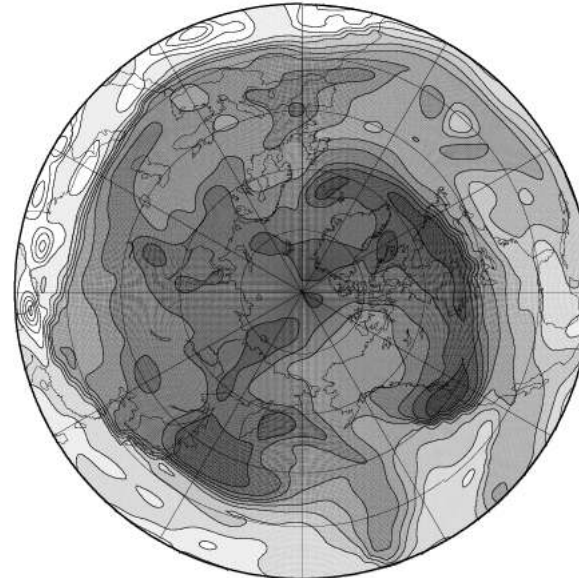
Potential Temperature
on the 2.0-PVU Surface
1989 02 04 00Z



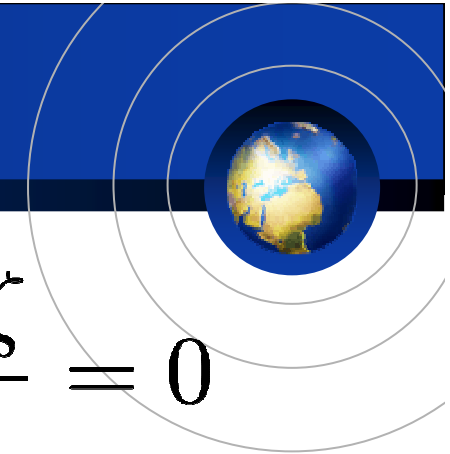
320 K Isentropic Surface
1989 02 04 00Z



on the 1.0-PVU Surface
1989 02 04 00Z



浅水方程式系の渦位



- 鉛直に立った気柱について、 $(\zeta + f)/h$ という物理量は保存される。
- h が大きくなり気柱が細長くなれば、絶対渦度 $(\zeta + f)$ は大きくなる。

$$\frac{d}{dt} \frac{f + \zeta}{h} = 0$$

Potential Vorticity ($10^{-10} \text{ s}^{-1} \text{ m}^{-1}$)

1989 035

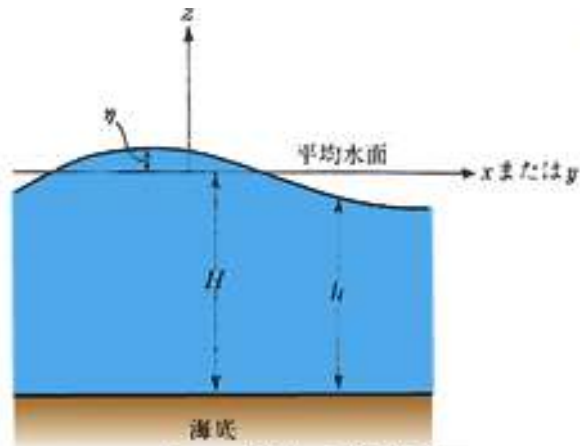
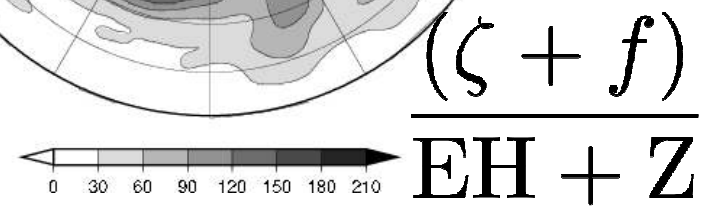
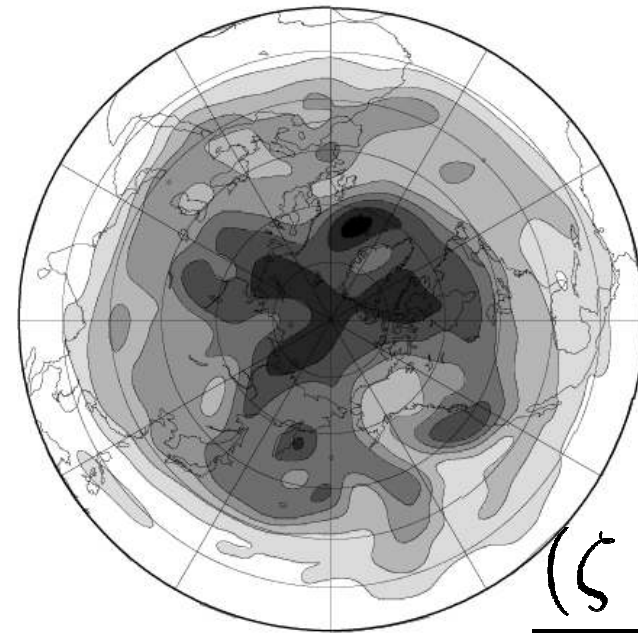


図1 浅水方程式の図



準地衡風方程式系の渦位



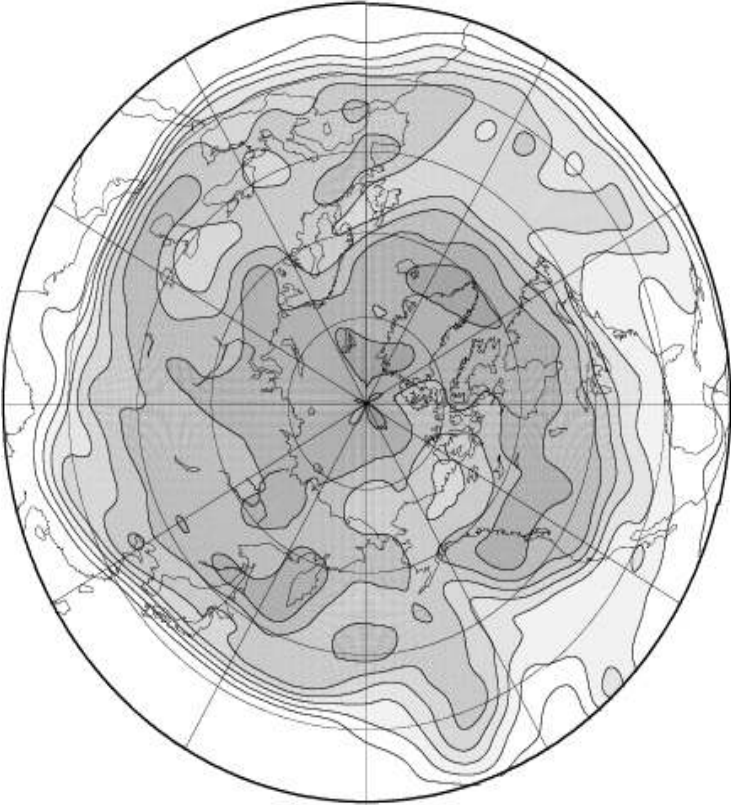
- 準地衡風方程式系では、温位(気圧)と風は地衡風の関係で結ばれている。
- ジオポテンシャル ϕ だけを考えればよい。

$$\begin{aligned} P_g &\equiv f + \zeta_g + f_0 \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{1}{S_0} \frac{\partial \phi'}{\partial p} \right) \\ &= f + \frac{1}{f_0} \left(\frac{\partial^2 \phi'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi'}{\partial y^2} \right) + f_0 \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{1}{S_0} \frac{\partial \phi'}{\partial p} \right) \end{aligned}$$

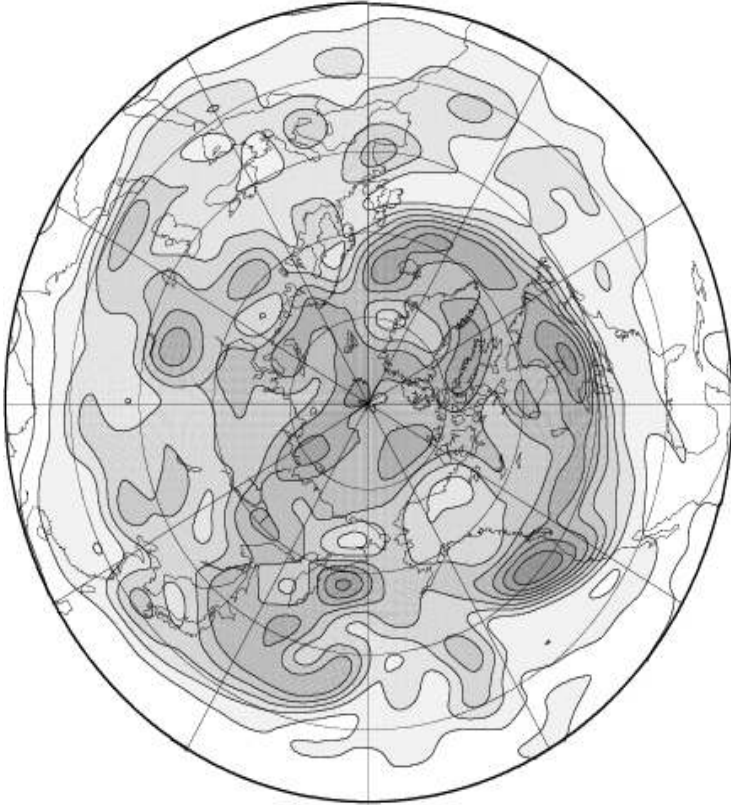
$$S_0 = \frac{1}{p} \frac{d}{dp} \left(p \frac{d\phi_0}{dp} - \frac{R}{C_p} \phi_0 \right)$$



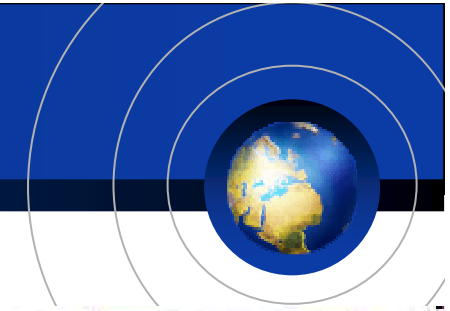
Quasi-Geostrophic PV
200 hPa
1989 02 04 00Z



Quasi-Geostrophic PV
500 hPa
1989 02 04 00Z



渦位のアノマリー



- 渦位のアノマリーが存在する範囲に比べて、誘起される風と温位の分布の範囲が広い。
- アノマリーにより誘起される循環は下層から上層まで同じ向き。
- 大気の安定度が小さいほど、アノマリーの影響は鉛直方向に大きくなる。
- (a)では対流圏の等温位線は上に盛り上がっている。ここでは寒気のドームがあり、安定度が小さい。

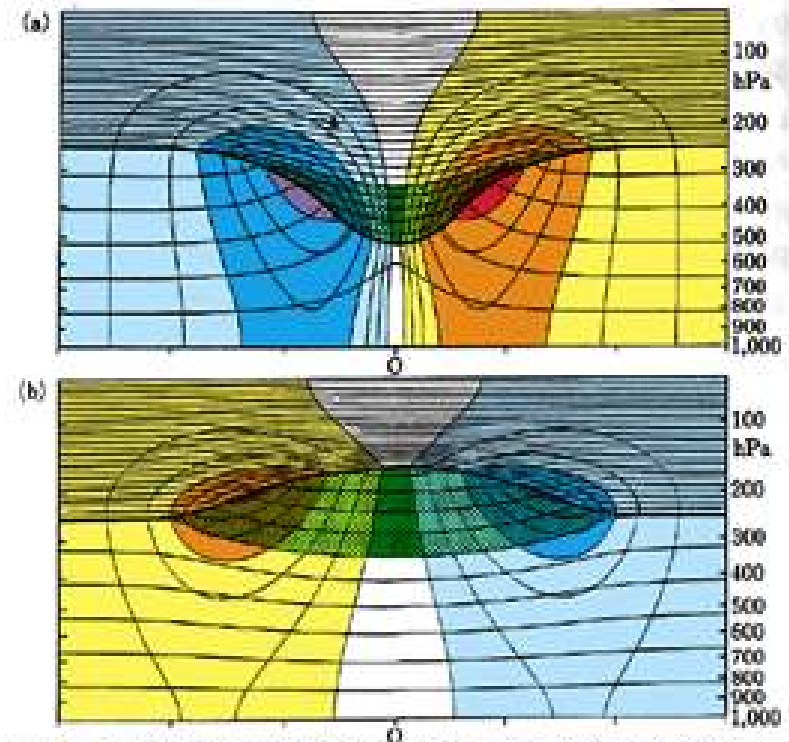
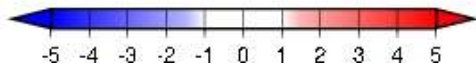
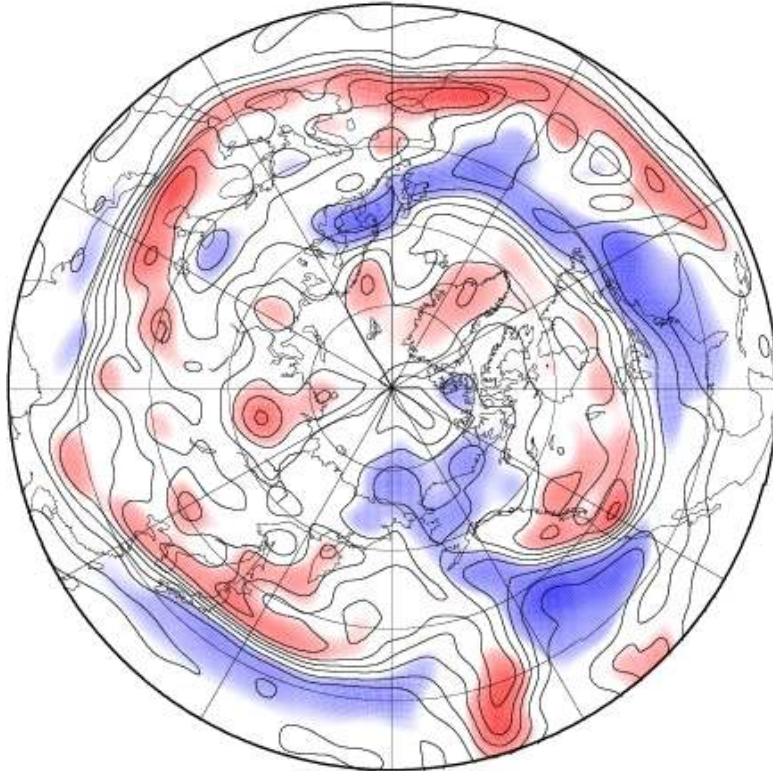


図1 対流圏界面付近に孤立して存在する仮想的な軸対称の渦位のアノマリーに伴う風と温位分布 (Hoskins, et al., 1985)

(a) 正のアノマリー、(b) 負のアノマリー。真中の緑色の部分が渦位のアノマリー。太い実線が対流圏界面。細い実線が温位 (5K 毎) と風速 (3m/s 毎) の等値線。最大風速の等値線は 21m/s。風速 0 の等値線は省略。寒色域は 3m/s 以上の北風、暖色域は 3m/s 以上の南風の領域。横軸の中心点 (0) から半径 2500km の範囲が示されている。



Potential Vorticity (PVU)
340 K Isentropic Surface
1989 02 04 00Z



850 hPa air
1989/02/04/00Z

