用語説明　2008年2月19日（火）

NICAM

4年　渡辺　美南子

NICAMとは

東京大学気候システム研究センター（CCSR）と地球環境フロンティア研究センターの共同研究により、新しい全球雲解像モデルが開発された。（Satoh et al. 2007）

全球非静力正20面体大気モデル

NICAM

（Nonhydrostatic ICosahedral Atmosperic Model）

NICAMの目的

- 水平格子間隔を5km以下に解像度を上げ、“全球雲解像モデル”として用いられること。
- 1週間程度の気象システムにおける短期予報と同時に、準平衡な気候システムを表現する長期予報を行うこと。
- 将来的には、温暖化に対する雲応答について、より信頼に足る結果を得られると期待されている。

支配方程式

- NICAM独自の2つのメトリック記号

  ＊深い大気を表現するための $\gamma \equiv \dfrac{r}{r_0}$

  ＊地形に従った座標系にするための $G^{\frac{1}{2}} \equiv \left(\dfrac{\partial z}{\partial \xi}\right)_h$

- 鉛直座標系ξ

$$\xi = \frac{z_T(z - z_S)}{z_T - z_S}$$

- NICAM独自の物理変数

$$(R, P, \mathbf{V}_h, W, E_a, Q_n) = G^{\frac{1}{2}}\gamma^2(\acute{\rho}, \acute{p}, \rho\mathbf{v}_h, \rho w, \rho e_a, \rho q_n)$$

支配方程式

- 雲物理過程の実装のため、水の状態によって区分している。

$$q_n$$

$n = 1$	:	水蒸気
$2 \leq n \leq j_{max} + 1$	:	液体の水
$j_{max} + 2 \leq n \leq j_{max} + k_{max} + 1$	:	固体の水 (氷)

支配方程式

- 全密度における連続の式(1)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla_h \cdot \left(\rho \mathbf{v}_h\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial\left(r^2 \rho w\right)}{\partial z} = -\sum_{j=1}^{j_{max}} \frac{1}{r^2}\frac{\partial\left(r^2 \rho q_{l,j} w_{l,j}^*\right)}{\partial z} - \sum_{k=1}^{k_{max}} \frac{1}{r^2}\frac{\partial\left(r^2 \rho q_{i,k} w_{i,k}^*\right)}{\partial z}$$

- 水平方向の運動方程式(2)

$$\frac{\partial\left(\rho \mathbf{v}_h\right)}{\partial t} + \mathbf{a}_h + \mathbf{c}_h = -\nabla_h p + \mathbf{f}_h$$

$$-\sum_{j=1}^{j_{max}} \frac{1}{r^2}\frac{\partial\left(r^2 \rho q_{l,j} w_{l,j}^* \mathbf{v}_h\right)}{\partial z} - \sum_{k=1}^{k_{max}} \frac{1}{r^2}\frac{\partial\left(r^2 \rho q_{i,k} w_{i,k}^* \mathbf{v}_h\right)}{\partial z}$$

- 鉛直方向の運動方程式(3)

$$\frac{\partial\left(\rho w\right)}{\partial t} + a_z + c_z = -\frac{\partial p}{\partial z} - \rho g + f_z$$

$$-\sum_{j=1}^{j_{max}} \frac{1}{r^2}\frac{\partial\left(r^2 \rho q_{l,j} w_{l,j}^* w\right)}{\partial z} - \sum_{k=1}^{k_{max}} \frac{1}{r^2}\frac{\partial\left(r^2 \rho q_{i,k} w_{i,k}^* w\right)}{\partial z}$$

支配方程式

- 内部エネルギーの顕熱部分における方程式(4)

$$\frac{\partial(\rho e_a)}{\partial t} + \nabla_h \cdot (\rho \mathbf{v}_h h_a) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial(r^2 \rho w h_a)}{\partial z}$$

$$= \left(\mathbf{v}_h \cdot \nabla_h p + w\frac{\partial p}{\partial z}\right) - \left[\sum_{j=1}^{j_{max}} \frac{1}{r^2}\frac{\partial(r^2 \rho q_{l,j} C_l T w^*_{l,j})}{\partial z} + \sum_{k=1}^{k_{max}} \frac{1}{r^2}\frac{\partial(r^2 \rho q_{i,k} C_i T w^*_{i,k})}{\partial z}\right]$$

$$- \left(\sum_{j=1}^{j_{max}} \rho q_{l,j} g w^*_{l,j} + \sum_{k=1}^{k_{max}} \rho q_{i,k} g w^*_{i,k}\right) - (\mathbf{v}_h \cdot \mathbf{f}_h + w f_z) + q_{heat} - L_{v00 S_v} + L_{f00 S_i}$$

支配方程式

- 水の状態別における連続の式(5)～(8)

$$\frac{\partial(\rho q_d)}{\partial t} + \nabla_h \cdot (\rho q_d \mathbf{v}_h) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial(r^2 \rho q_d w)}{\partial z} = S_d$$

$$\frac{\partial(\rho q_v)}{\partial t} + \nabla_h \cdot (\rho q_v \mathbf{v}_h) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial(r^2 \rho q_v w)}{\partial z} = S_v$$

$$\frac{\partial(\rho q_{l,j})}{\partial t} + \nabla_h \cdot (\rho q_{l,j} \mathbf{v}_h) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial[r^2 \rho q_{l,j}(w + w^*_{l,j})]}{\partial z} = S_{l,j}, \quad for\ 1 \le j \le j_{max}$$

$$\frac{\partial(\rho q_{i,k})}{\partial t} + \nabla_h \cdot (\rho q_{i,k} \mathbf{v}_h) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial[r^2 \rho q_{i,k}(w + w^*_{i,k})]}{\partial z} = S_{i,k}, \quad for\ 1 \le k \le k_{max}$$

支配方程式

式(1)～(8)に要素$G^{\frac{1}{2}}\gamma^2$をかけ、次の地形に従った座標系で深い大気の支配方程式を得る。

- 全密度における連続の式(9)

$$\frac{\partial R}{\partial t} + \tilde{\nabla}_{h0} \cdot \left(\frac{\mathbf{V}_h}{\gamma}\right) + \frac{\partial}{\partial \xi}\left(\frac{\mathbf{V}_h}{\gamma} \cdot \mathbf{G^z} + \frac{W}{G^{\frac{1}{2}}}\right) = G_R$$

- 水平方向の運動方程式(10)

$$\frac{\partial \mathbf{V}_h}{\partial t} + \tilde{\nabla}_{h0}\frac{P}{\gamma} + \frac{\partial}{\partial \xi}\left(\mathbf{G^z}\frac{P}{\gamma}\right) = G_{V_h}$$

- 鉛直方向の運動方程式(11)

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \gamma^2\frac{\partial}{\partial \xi}\left(\frac{P}{G^{\frac{1}{2}}\gamma^2}\right) + Rg = G_W$$

支配方程式

- 内部エネルギーの顕熱部分における方程式(12)

$$\frac{\partial E_a}{\partial t} + \tilde{\nabla}_{h0} \cdot \left(h_a \frac{\mathbf{V}_h}{\gamma} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left[h \left(\frac{\mathbf{V}_h}{\gamma} \cdot \mathbf{G^z} + \frac{W}{G^{\frac{1}{2}}} \right) \right] - \left\{ \mathbf{V}_h \cdot \left[\tilde{\nabla}_{h0} \frac{P}{\gamma} + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\mathbf{G^z} \frac{P}{\gamma} \right) \right] + w \left[\gamma^2 \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{P}{G^{\frac{1}{2}} \gamma^2} \right) + Rg \right] \right\} + Wg = G_{E_a}$$

- 水の状態別における連続の式(13)

$$\frac{\partial Q_n}{\partial t} + \tilde{\nabla}_{h0} \cdot \left(q_n \frac{\mathbf{V}_h}{\gamma} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left[q_n \left(\frac{\mathbf{V}_h}{\gamma} \cdot \mathbf{G^z} + \frac{W}{G^{\frac{1}{2}}} \right) \right] = G_{Q_n}$$

ここでは、

$$\mathbf{G^z} \equiv \nabla_{h0} \xi = \frac{\tilde{\nabla}_{h0Z}}{G^{\frac{1}{2}}}$$

とする。

支配方程式

式(9)～(13)の右辺は次にしめす。

$$G_R = -\sum_n \frac{\partial}{\partial \xi}\left(\frac{W_n^*}{G^{\frac{1}{2}}}\right)$$

$$G_{\mathbf{V}_h} = \tilde{\mathbf{F}}_h - \tilde{\mathbf{A}}_h - \tilde{\mathbf{C}}_h - \sum_n \frac{\partial}{\partial \xi}\left(\mathbf{V}_h \frac{W_n^*}{G^{\frac{1}{2}}}\right)$$

$$G_W = \tilde{F}_z - \tilde{A}_z - \tilde{C}_z - \sum_n \frac{\partial}{\partial \xi}\left(w \frac{W_n^*}{G^{\frac{1}{2}}}\right)$$

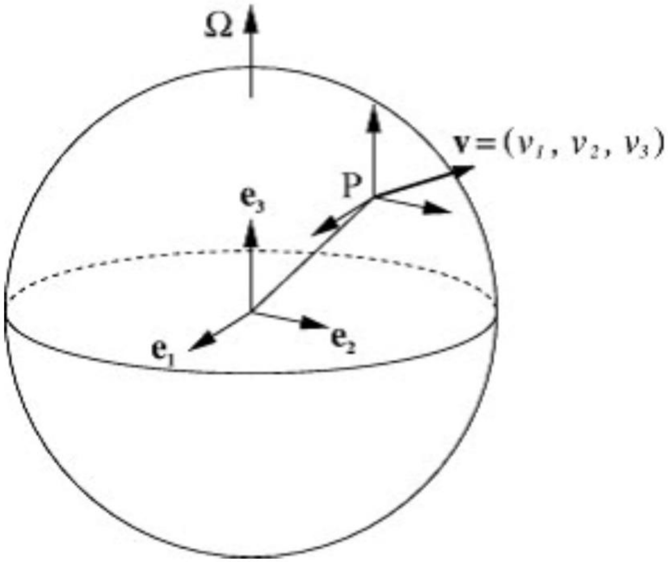
$$G_{E_a} = -\sum_n \frac{\partial}{\partial \xi}\left(C_n T \frac{W_n^*}{G^{\frac{1}{2}}}\right) - \sum_n W_n^* g - \left(\mathbf{V}_h \cdot \tilde{\mathbf{F}}_h + w\tilde{F}_z\right) - L_{v00}\tilde{S}_v - L_{f00}\tilde{S}_i + \tilde{Q}_{heat}$$

$$G_{Q_n} = \tilde{S}_n - \frac{\partial}{\partial \xi}\left(\frac{W_n^*}{G^{\frac{1}{2}}}\right)$$

支配方程式

- 運動量の移流ベクトル

$$\tilde{\mathbf{A}} \equiv \left\{\tilde{\nabla}_{h0}\cdot\left(v_1\frac{\mathbf{V}_h}{\gamma}\right)+\frac{\partial}{\partial\xi}\left[v_1\left(\frac{\mathbf{V}_h}{\gamma}\cdot\mathbf{G^z}+\frac{W}{G^{\frac{1}{2}}}\right)\right]\right\}\mathbf{e}_1 + \left\{\tilde{\nabla}_{h0}\cdot\left(v_2\frac{\mathbf{V}_h}{\gamma}\right)+\frac{\partial}{\partial\xi}\left[v_2\left(\frac{\mathbf{V}_h}{\gamma}\cdot\mathbf{G^z}+\frac{W}{G^{\frac{1}{2}}}\right)\right]\right\}\mathbf{e}_2 + \left\{\tilde{\nabla}_{h0}\cdot\left(v_3\frac{\mathbf{V}_h}{\gamma}\right)+\frac{\partial}{\partial\xi}\left[v_3\left(\frac{\mathbf{V}_h}{\gamma}\cdot\mathbf{G^z}+\frac{W}{G^{\frac{1}{2}}}\right)\right]\right\}\mathbf{e}_3$$



- コリオリ力のベクトル

$$\tilde{\mathbf{C}} \equiv \rho G^{\frac{1}{2}}\gamma^2\big(-2|\Omega|v_2\mathbf{e}_1+2|\Omega|v_1\mathbf{e}_2\big)$$

図1. 速度ベクトルVと直交基底 $\{\mathbf{e}_1,\mathbf{e}_2,\mathbf{e}_3\}$ の定義

計算方法の概略

- 水平分割:正20面体格子法
- 鉛直格子配列:ローレンツ格子
- 時間積分法:split-explicit法

＊fast mode項(small タイムステップ積分) :左辺

forward-backward法

・HEVI(水平陽解・鉛直陰解)法

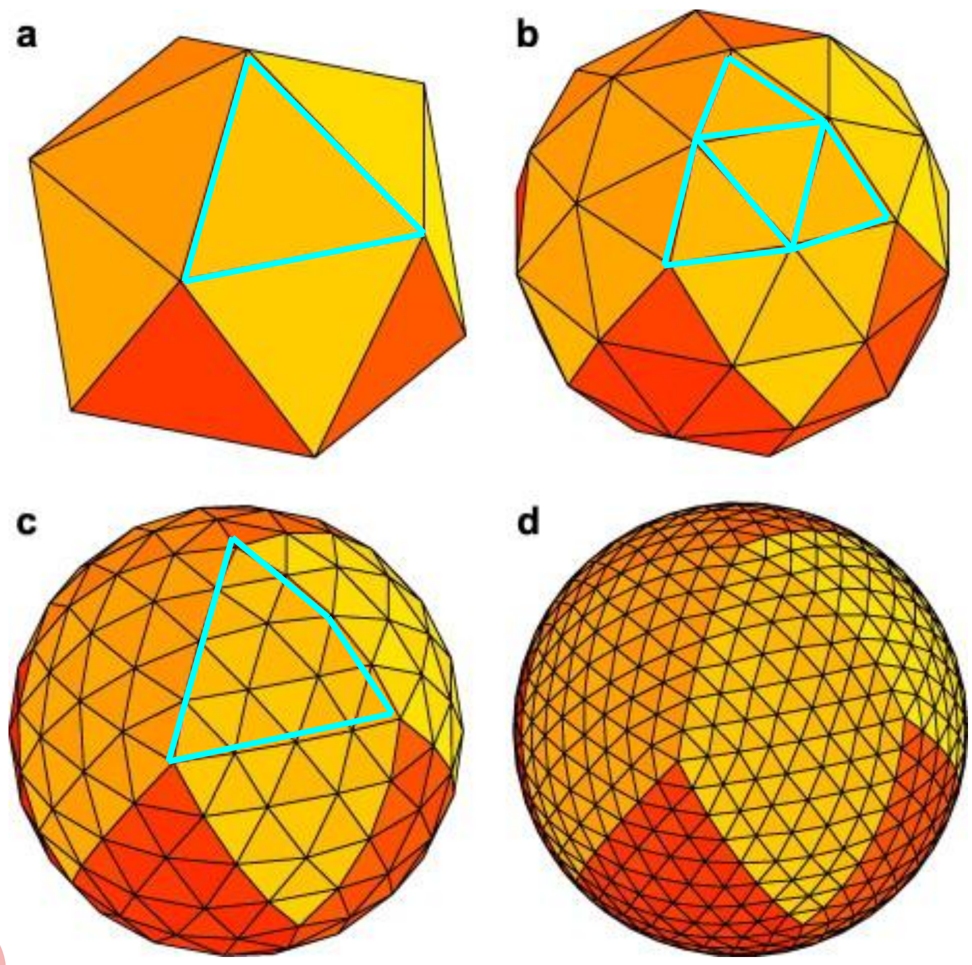
・flux division(時間分割)法

＊slow mode項(large タイムステップ積分):右辺

2次精度のRunge-Kutta法

(オプションとして3次精度も考慮)

正20面体格子生成法



- 正20面体から出発（glevel-0）。
- 各三角形を4つの三角形に分割する（glevel-1）。
- このプロセスをn回繰り返す（glevel-n）。

＊水平格子間隔＊

glevel-5	：	224km
glevel-6	：	112km
⋮		⋮
glevel-11	：	3.5km

flux division法（small タイムステップ法）

- 予報要素 ϕ としたとき、あるlargeタイムステップにおける予報要素 ϕ^t 、そこからの偏差 $\phi^*(=\phi-\phi^t)$ する。
- 時間 t の周りでフラックスを膨張させることにより、式（9）～（13）を一時的に離散化したものが次である。

flux division法（small タイムステップ法）

- $$\frac{R^{*T+\triangle T}-R^{*T}}{\triangle T}+\tilde{\nabla}_{h0}\cdot\frac{\mathbf{V}_h^{*T+\triangle T}}{\gamma}+\frac{\partial}{\partial\xi}\left(\frac{\mathbf{V}_h^{*T+\triangle T}}{\gamma}\cdot\mathbf{G^z}+\frac{W^{*T+\triangle T}}{G^{\frac{1}{2}}}\right)$$ $$=-\left[\tilde{\nabla}_{h0}\cdot\frac{\mathbf{V}_h^t}{\gamma}+\frac{\partial}{\partial\xi}\left(\frac{\mathbf{V}_h^t}{\gamma}\cdot\mathbf{G^z}+\frac{W^t}{G^{\frac{1}{2}}}\right)\right]+G_R^t \qquad (14)$$
- $$\frac{\mathbf{V}_h^{*T+\triangle T}-\mathbf{V}_h^{*T}}{\triangle T}+\tilde{\nabla}_{h0}\frac{P^{*T}}{\gamma}+\frac{\partial}{\partial\xi}\left(\mathbf{G^z}\frac{P^{*T}}{\gamma}\right)=-\left[\tilde{\nabla}_{h0}\frac{P^t}{\gamma}+\frac{\partial}{\partial\xi}\left(\mathbf{G^z}\frac{P^t}{\gamma}\right)\right]+G_{V_h}^t \qquad (15)$$
- $$\frac{W^{*T+\triangle T}-W^{*T}}{\triangle T}+\gamma^2\frac{\partial}{\partial\xi}\left(\frac{P^{*T+\triangle T}}{G^{\frac{1}{2}}\gamma^2}\right)+R^{*T+\triangle T}g=-\left[\gamma^2\frac{\partial}{\partial\xi}\left(\frac{P^t}{G^{\frac{1}{2}}\gamma^2}\right)+R^t g\right]+G_W^t \qquad (16)$$
- $$\frac{E_a^{*T+\triangle T}-E_a^{*T}}{\triangle T}+\tilde{\nabla}_{h0}\cdot\left(h_a^t\frac{\mathbf{V}_h^{*T+\triangle T}}{\gamma}\right)+\frac{\partial}{\partial\xi}\left[h_a^t\left(\frac{\mathbf{V}_h^{*T+\triangle T}}{\gamma}\cdot\mathbf{G^z}+\frac{W^{*T+\triangle T}}{G^{\frac{1}{2}}}\right)\right]+\tilde{g}^tW^{*T+\triangle T}$$ $$=-\left[\tilde{\nabla}_{h0}\cdot\left(h_a^t\frac{\mathbf{V}_h^t}{\gamma}\right)+\frac{\partial}{\partial\xi}\left[h_a^t\left(\frac{\mathbf{V}_h^t}{\gamma}\cdot\mathbf{G^z}+\frac{W^t}{G^{\frac{1}{2}}}\right)\right]\right]$$ $$+\frac{\mathbf{V}_h^t}{\rho^tG^{\frac{1}{2}}\gamma^2}\cdot\left(\tilde{\nabla}_{h0}\frac{P^t}{\gamma}+\frac{\partial}{\partial\xi}\left(\mathbf{G^z}\frac{P^t}{\gamma}\right)\right)-\tilde{g}^tW^t+G_{E_a}^t \qquad (34)$$ (17)

flux division法（small タイムステップ法）

- 式(17)の気圧傾度力や浮力によって働く項、また、音速の役割をもつ移流項のエンタルピーはlargeタイムステップで得られる。
- forward法によって式(15)を積分する。
- $\mathbf{V}^{*T+\triangle T}$用いて、式(14)、式(16)、式(17)を連立させて、$R^{*T+\triangle T}$と$P^{*T+\triangle T}$を除いた$W^{*T+\triangle T}$に関する一次のHelmholtz方程式を得る。
- こうして、式(17)を気圧に関する方程式に書き換えることができる。

flux division法（small タイムステップ法）

- 式（17）を気圧に関する方程式に書き換えて得られた式（18）

$$\frac{P^{*T+\Delta T}-P^{*T}}{\Delta T}+\frac{R_d}{C_v}\frac{\partial}{\partial \xi}\left[h_a^t\left(\frac{W^{*T+\Delta T}}{G^{\frac{1}{2}}}\right)\right]+\frac{R_d}{C_v}\tilde{g}^t W^{*T+\Delta T}=G_P$$

flux division法（small タイムステップ法）

- 一次のHelmholtz方程式を解くことにより式（14）から$R^{*T+\Delta T}$を得る。
- 式（14）はフラックス形式なので、この方法で全積分は保存される。
- 内部エネルギー$E^{*T+\Delta T}$の方程式おいては、全エネルギーを保存するためにconservative法を用いる。フラックス形式で書き換えたのが次である。

flux division法（small タイムステップ法）

- $$\frac{E_{tot}^{T+\triangle T}-E_{tot}^{T}}{\triangle T}+\tilde{\nabla}_{h0}\cdot\left[(h_a+\phi+k)^t\frac{\mathbf{V}_h^{*T+\triangle T}}{\gamma}\right]+\frac{\partial}{\partial\xi}\left[(h_a+\phi+k)^t\left(\frac{\mathbf{V}_h^{*T+\triangle T}}{\gamma}\cdot\mathbf{G^z}+\frac{W^{*T+\triangle T}}{G^{\frac{1}{2}}}\right)\right]=G^t_{E_a+K+\Phi} \quad (19)$$
- ここでは、$E_{tot}=E_a+K+\Phi$ である。
- また、$(K+\Phi)^{T+\triangle T}$ は与えられているので $E_a^{*T+\triangle T}$ は次より得られる。
- $$E_a^{*T+\triangle T}=E_a^{T+\triangle T}-E_a^t=E_{tot}^{T+\triangle T}-(K+\Phi)^{T+\triangle T}-E_a^t \quad (20)$$
- semi-Lagrangian法を用いて離散化すると、数値的に保存する。

以上です。

ありがとうございました。