

全球非静力モデルを用いた  
重力波の解像度依存性の研究

2014年1月

馬場 峻 司

全球非静力モデルを用いた  
重力波の解像度依存性の研究

筑波大学大学院  
生命環境科学研究科  
地球科学専攻  
修士(理学) 学位論文

馬場 峻司

# 目次

Abstract	iv
表目次	vi
図目次	vii
1 はじめに	1
2 目的	3
3 使用データ	4
4 解析手法	6
4.1 基礎方程式	6
4.2 プリミティブスペクトル方程式の導出	10
4.2.1 基礎方程式の線形化	10
4.2.2 鉛直構造関数	12
4.2.3 水平構造関数	13
4.2.4 3次元ノーマルモード関数展開	16
4.3 エネルギー関係式	19
5 結果	22
5.1 ロスビー波ワールドと重力波ワールド	22
5.2 エネルギースペクトルによる比較	22
5.3 波数エリアの特徴と比較	23
5.3.1 エリア A	24
5.3.2 エリア B	24
5.3.3 エリア C	25
5.3.4 エリア D	25
5.4 重力波の鉛直伝播	26
5.4.1 ブラント-バイサラ振動数	26
5.4.2 安定度と重力波強度の相関	27
6 考察	30
6.1 重力波エネルギースペクトル	30
6.2 重力波ワールドの比較	30
6.3 重力波の解像度依存性	31
6.4 重力波の鉛直伝播	33
7 結論	34

8 謝辞	36
参考文献	37

# Research of Resolution Dependency of Gravity Waves using Global Non-Hydrostatic Model

by Shunji BABA

## Abstract

Gravity waves had been removed as a noise, because they were not thought that energy was too small to influence weather. But the importance of gravity waves was admitted along with observation technology and calculation resource improvement. Gravity waves have various source, for instance, mountains, convection, and fronts etc. There are a lot of uncertain matter about non-geographical gravity waves especially on propagation and interaction. Then, it is thought that the experiment by the model is effective. But Zang (2004) described for the dependency to the resolution to exist in reproduced gravity waves. The character of reproduced gravity waves is different along with the used model resolution from resolution dependency of gravity wave. When the model is used and analyzed, it is important to understand the character of gravity waves with the resolution dependency. In this study, the difference of reproduced gravity waves is compared by using NICAM with horizontal resolutions from 224 km (glevel-5) to 28 km (glevel-8).

It divides into gravity modes and Rossby modes by using 3 dimensional normal mode functions (Tanaka 1985) for NICAM. First, gravity modes zonal energy spectrum of form glevel-5 to glevel-8 were calculated, and compared. As a result, it was been understood that the data of higher resolution follows the  $-5/3$  power law. This is corresponding to Terasaki *et al.* (2011). Next, wavenumber was divided into some areas. Geopotential height that had been obtained by divided gravity modes was compared. As a result, gravity modes in low wavenumber area indicates a negative value around low and high pressure of original data. In other word, the low-pressure is strengthened, and the high atmospheric pressure is weakened. This relation can be replaced with the relation between the gradient wind and the geostrophic wind (Baba 2012). Gravity modes in high wavenumber area is divided into 3 patterns. 1), it is distributed in low latitudes, and ITCZ is corresponding to the region. 2), It is distributed in the mountain and river district, and it has a strong signal in Andes, Himalayas and Greenland. 3), It is distributed from middle latitude to the high latitude, and it has a strong signal along the jet. To confirm this gravity waves have propagated from the lower layer of the atmosphere, the relation between stability of some layer and gravity waves intensity was examined. As a result, it was clarified that this gravity waves had

the source of wave in the lower layer, and propagates up, because the correlation with the lower layer is the largest. From this, it was clarified that the dependency to the resolution is caused the inaccurate gravity waves propagated from lower layer.

In this paper, NICAM from glevel-5 to glevel-8 were used for the analysis. Resolutions of these are insufficient for the reproduction of individual cumulus. Then, Arakawa-Schuber scheme is used for this data. As a result, there is a possibility that the wave in the equatorial area cannot be reproduced enough. Future tasks are to do the analysis that uses the data of a high resolution. But, computational complexity increases considerably if 3 dimensional normal mode functions is used for high resolution model data. Therefore, It is future tasks to develop new method of calculating super-higher resolution 3 dimensional normal mode.

**Key Words:** Gravity mode, Resolution dependency, 3 dimensional normal mode function

## 表 目 次

1	各 glevel での水平格子点数と格子点間隔 . . . . .	5
---	-----------------------------------	---

## 目次

1	NICAM 模式図	40
2	192hPa ジオポテンシャル高度:初期値	41
3	192hPa Height:72 時間後	42
4	192hPa Height:72 時間後	43
5	鉛直構造関数	44
6	glevel-5 192hPa Height:ロスビーワールド, 重力波ワールド	45
7	glevel-6 192hPa Height:ロスビーワールド, 重力波ワールド	46
8	glevel-7 192hPa Height:ロスビーワールド, 重力波ワールド	47
9	glevel-8 192hPa Height:ロスビーワールド, 重力波ワールド	48
10	東西波数別のエネルギースペクトル	49
11	東西波数別の重力波エネルギースペクトル	50
12	南北波数別の重力波エネルギースペクトル	51
13	波数空間におけるエリア区分	52
14	192hPa Height:エリア A 重力波ワールド	53
15	192hPa Height:エリア A 重力波ワールド	54
16	192hPa Height:エリア B 重力波ワールド	55
17	192hPa Height:エリア B 重力波ワールド	56
18	192hPa Height:エリア C 重力波ワールド	57
19	192hPa Height:エリア D 重力波ワールド	58
20	869hPa プラント-バイサラ振動数	59
21	488hPa, 192hPa プラント-バイサラ振動数	60
22	重力波強度と安定度:エリア A	61
23	重力波強度と安定度:エリア A	62
24	重力波強度と安定度:エリア A	63
25	重力波強度と安定度:エリア A	64
26	重力波強度と安定度:エリア B	65
27	重力波強度と安定度:エリア B	66
28	重力波強度と安定度:エリア B	67
29	重力波強度と安定度:エリア C	68
30	重力波強度と安定度:エリア C	69
31	重力波強度と安定度:エリア D	70
32	地衡風と傾度風の低気圧, 高気圧	71
33	重力波強度と 869hPa 安定度:エリア B	72
34	波数空間におけるエリア区分 2	73
35	192hPa Height:エリア A1 重力波ワールド	74
36	192hPa Height:エリア A2 重力波ワールド	75
37	重力波強度と安定度:エリア A2	76



# 1 はじめに

重力波は大気中の至る所で確認されているが、有するエネルギーの規模が小さいため気象ノイズとして除去され重要視される事は少なかった。しかし、近年における観測技術の向上や計算資源の発展に伴い、重力波の持つ役割が見直されている。Holton *et al.* (1995) では重力波は対流圏から成層圏へ運動量を運搬することで、大気現象に影響を及ぼしているとしている。その一例として、Takahashi (1996) では数値シミュレーションを用いた実験の結果、準2年周期振動に近い現象の再現に成功した。これにより重力波が準2年周期振動を駆動する要因として十分な運動量を輸送していることを明らかにした。

重力波の発生要因は様々であり、山越え気流や積雲対流、ジェットや前線に伴う地衡流調節によって放射される事が確認されている (Fritts and Nustrom 1992)。しかし、非地形性の重力波に関しては、未解明な部分が多い。Uccellini and Koch (1987), Guest *et al.* (2000) ではジェットの変曲軸とリッジに挟まれた領域で重力波が活発に放射されていることを示した。Plougonven *et al.* (2003) では北大西洋で行われた集中ゾンデ観測によって得られたデータを用い、トラフ近辺の重力波の詳細を明らかにした。Tateno and Sato (2008) では同様の解析を日本付近で行っている。いずれの研究でもジェットの曲率の大きな回転成分の流れからの重力波放射を示している。また、これらの研究ではホドグラフによる解析も行われており、対流圏界面付近の波源から成層圏、対流圏の両方に伝播している事が明らかになった。水平伝播方向に関してはジェットの曲率や鉛直シアーに強く影響されるとされている (Plougonven and Snyder 2005)。

至る所に存在する重力波であるが振幅の大きな波は偏在している。このような分布を解析する事は重力波を体系的に理解する上で重要である。Sato *et al.* (1999) では大循環モデルを用い、ジェット近傍で強い振幅を持つ重力波がある事を示している。さらに熱帯対流圏で発生した重力波は、慣性振動との関係により減衰し、緯度-高度断面において、赤道を頂点に持ち南北に広がるV字型の振幅の強い領域を形成する。Yoshiki and Sato (2000) では極域における重力波を解析しており、南極と北極では重力波の起源が異なる事を示している。また、Sato (2000) は熱帯で放射される重力波が一定以上の高度で極域に到達している事を示唆した。

重力波が近年まで重要視されてこなかった背景の一つとして、モデルによる再現が困難であったことが挙げられる。重力波の水平波長は50-10000kmなど様々であり詳細な解析を行うには十分な解像度を持つモデルを使用することに耐えうる計算機の発達を待たなければならなかった。航空機による観測によって南北風、東西風、温位のエネルギースペクトルが総観規模では東西波数の-3乗に、メソスケールでは-5/3乗に従うことが知られている (Nastrom and Gage 1985)。Terasaki and Tanaka (2007) では3次元ノーマルモード展開 (Tanaka 1985) を用いたJRA-25 (Japanese 25-year Reanalysis), ERA-40 (ECMWF 40-year Reanalysis) の解析により-3乗則を示した。しかし、メソスケールに現れる-5/3乗則への遷移は確認できなかった。

その後, Terasaki *et al.* (2009) では全球非静力モデル NICAM (Nonhydrostatic Icosahedral Atmospheric Model) を用い, 同様の解析を行った結果,  $-5/3$  乗則への遷移を捕らえることに成功した. Terasaki *et al.* (2011) は $-3$ 乗則から $-5/3$ 乗則への遷移はロスビー波から重力波へのエネルギー遷移によるものであるとした.

O'Sullivan and Dunkerton (1995) では, 傾圧波の再現実験を行い, 重力波の再現は使用するモデルの水平解像度に大きく影響されることを示唆した. Zang (2004) では, より高解像度のモデルを用いて同様の解析を行っている. その結果, 低い解像度のモデルでは波長が間延びし, 正確な再現は出来なかったが, 高解像度のモデルを使用する事でよりスケールの小さな重力波を考慮する事が可能であるとした. このようにモデルにより再現される重力波は解像度依存性があり, 高度化されるモデルと共に関連する解析を続けていく必要がある.

## 2 目的

高解像度モデルの開発により、これまでは困難だった微細な現象を再現する事が可能になった。しかし、NICAMにおいて重力波の再現に適した解像度をまとめた研究は行われていない。本研究ではNICAMの各解像度での結果を用い、再現される重力波を比較しその性質を統計的に解析する事を目的とする。

### 3 使用データ

本研究では全球非静力モデル Nonhydrostatic ICosahedral Atmospheric Model (NICAM) を用いて解析を行う。NICAMとは東京大学気候システム研究センター (CCSR) と地球環境フロンティアセンターの共同研究によって開発された、超高解像度モデルである (Satoh *et al.* 2007)。従来の大気大循環モデル (AGCM: Atmospheric General Circulation Model) では水平方向の格子解像度が数十~百 km 程度であり、鉛直方向の運動は水平方向の運動に対して十分に小さいので静力学近似を認めたプリミティブ方程式系が用いられてきた。この手法では深い対流を個々に再現することが出来ないため、パラメタリゼーションによって積雲を評価してきた。しかし、積雲パラメタリゼーションには不確実性が内在し、予測結果の信頼性を損なう恐れがあった。この問題を解決するには水平格子解像度を数 km にまで向上させる必要がある。従来 AGCM では水平格子系に問題があったが、NICAM では正 20 面格子を採用することによってこれを克服している。正 20 面格子では図 1 に示すように格子点は球面に一様に分布する。全球を 20 個の正三角形で覆った状態が図 1(a) に示した glevel-0 となる。そしてこの正三角形を 4 つに分割することで得られる格子が図 1(b) に示す glevel-1 である。このように正三角形を 4 分割していくことで格子数が増加していく。分割数に応じて glevel-n と定義している。以下の表 1 に示したのは各 glevel での格子点数と格子点間隔である。

今回の解析では JMA/GSM (Japan Meteorological Agency/Global Spectral Model) の 2007/11/27/12Z を初期値として計算した glevel-5 ~ 8 のデータを用いた。JMA/GSM の解像度は T319L40 である。計算には PACS-CS (Parallel Array Computer System for Computational Sciences) と T2K-Tsukuba System を用いた。また、積雲パラメータとして Arakawa-Schuber scheme を用いている。解析対象が重力波であるため、対流圏界面付近に注目する。初期値での 192hPa ジオポテンシャル高度を図 2 に示した。コンター間隔は 100m 毎に引いてある。初期値では北太平洋上に発達中の低気圧が存在している。その東には高気圧が極に向かって深く突き刺さっている。この影響でジェットが大きく蛇行しアメリカ西岸に切離低気圧が存在する。ヨーロッパにある低気圧は東進している。南半球は周期的にトラフとリッジを繰り返している。

解析にはモデルをなじませるために十分な時間を与え初期値から 72 時間後のデータを主に用いた。各 glevel の結果を図 3 (上:glevel-5, 下:glevel-6) と図 4 (上:glevel-7, 下:glevel-8) に示した。コンター間隔は図 2 と同様に 192hPa におけるジオポテンシャル高度を示しているがコンター間隔は 100m で引いている。全体の気圧配置にはどの図も大きな違いは見られない。北太平洋上の低気圧は glevel に依らず存在し、初期値より発達していることが分かる。しかし、解像度が増すごとに低気圧中心のジオポテンシャル高度は低下している。この低気圧の東にあるリッジにも同様に解像度が上がると強化される傾向がある。アメリカ西岸の切離低気圧は glevel-6, -7, -8 で確認できるが、glevel-5 ではトラフになっている。ヨーロッパ上にあった低

気圧は東進しておりカスピ海の北部に移動している。南半球のリッジとトラフの構造はどの glevel でもほぼ一致しているが、解像度が高くなる毎にわずかに値が大きくなっている。

表 1: 各 glevel での水平格子点数と格子点間隔

glevel	水平格子点数	水平格子点間隔 (km)
5	10,242	224
6	40,962	112
7	163,842	56
8	655,362	28
9	2,621,442	14
10	10,485,762	7
11	41,943,042	3.5

## 4 解析手法

本研究では, Tanaka (1985) に基づき球座標系プリミティブ方程式を3次元ノーマルモード展開した、球座標系スペクトルモデルを用いる。本章では、まずプリミティブ方程式系に3次元ノーマルモード関数 (three-dimensional normal mode functions) を用い、プリミティブスペクトル方程式を導出する。そして、スペクトル表示された方程式でのエネルギー関係式を導く。

### 4.1 基礎方程式

本研究で用いる大気大循環モデルの基礎方程式系は、極座標 (緯度  $\theta$ , 経度  $\lambda$ , 気圧  $p$ ) であらわしたプリミティブ方程式系であり、水平方向の運動方程式、熱力学の第一法則の3本の予報方程式と、連続の式、状態方程式、静力学平衡の式の3本の診断方程式で表される (小倉, 1978)。

- 水平方向の運動方程式 (予報方程式)

$$\frac{\partial u}{\partial t} - 2\Omega \sin \theta \cdot v + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial \phi}{\partial \lambda} = -\mathbf{V} \cdot \nabla u - \omega \frac{\partial u}{\partial p} + \frac{\tan \theta}{a} uv + F_u \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + 2\Omega \sin \theta \cdot u + \frac{1}{a} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} = -\mathbf{V} \cdot \nabla v - \omega \frac{\partial v}{\partial p} - \frac{\tan \theta}{a} uv + F_v \quad (2)$$

- 熱力学の第一法則 (予報方程式)

$$\frac{\partial c_p T}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla c_p T + \omega \frac{\partial c_p T}{\partial p} = \omega \alpha + Q \quad (3)$$

- 連続の式 (診断方程式)

$$\frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial v \cos \theta}{\partial \theta} + \frac{\partial \omega}{\partial p} = 0 \quad (4)$$

- 状態方程式 (診断方程式)

$$p\alpha = RT \quad (5)$$

- 静力学平衡の式 (診断方程式)

$$\frac{\partial \phi}{\partial p} = -\alpha \quad (6)$$

ただし,

$$\mathbf{V} = (u, v)$$

$$\mathbf{V} \cdot \nabla ( \quad ) = \frac{u}{a \cos \theta} \frac{\partial ( \quad )}{\partial \lambda} + \frac{v}{a} \frac{\partial ( \quad )}{\partial \theta}$$

である．上記の方程式系で用いられている記号は以下のとおりである．

$\theta$ : 緯度	$\omega$ : 鉛直 $p$ 速度 ( $\equiv \frac{dp}{dt}$ )
$\lambda$ : 経度	$F_u$ : 東西方向の粘性摩擦
$p$ : 気圧	$F_v$ : 南北方向の粘性摩擦
$t$ : 時間	$Q$ : 非断熱加熱率
$u$ : 東西風速	$\Omega$ : 地球自転角速度 ( $= 7.29 \times 10^{-5} \text{s}^{-1}$ )
$v$ : 南北風速	$a$ : 地球半径 ( $= 6371.2 \text{km}$ )
$\phi$ : ジオポテンシャル	$c_p$ : 定圧比熱 ( $= 1004 \text{JK}^{-1} \text{kg}^{-1}$ )
$T$ : 気温	$R$ : 乾燥空気の気体定数 ( $= 287.04 \text{JK}^{-1} \text{kg}^{-1}$ )
$\alpha$ : 比容	

Tanaka (1991) によると，熱力学の第一法則の式 (3) に，連続の式，状態方程式，静力学平衡近似の式を代入することで，基礎方程式系を 3 つの従属変数 ( $u, v, \phi$ ) のそれぞれの予報方程式で表すことが出来る．

はじめに，気温  $T$  と比容  $\alpha$  とジオポテンシャル  $\phi$  について以下のような摂動を考える．

$$T(\theta, \lambda, p, t) = T_0(p) + T'(\theta, \lambda, p, t) \quad (7)$$

$$\alpha(\theta, \lambda, p, t) = \alpha_0(p) + \alpha'(\theta, \lambda, p, t) \quad (8)$$

$$\phi(\theta, \lambda, p, t) = \phi_0(p) + \phi'(\theta, \lambda, p, t) \quad (9)$$

ここで， $( )_0$  は全球平均量で  $(p)$  のみの関数である．また， $( )'$  は摂動を表し，全球平均量からの偏差である．

これより，診断方程式 (5), (6) も基本場 (全球平均量) に関する式と，摂動に関する式とに分けることが出来る．

$$p\alpha_0 = RT_0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial \phi_0}{\partial p} = -\alpha_0 \quad (11)$$

$$p\alpha' = RT' \quad (12)$$

$$\frac{\partial \phi'}{\partial p} = -\alpha' \quad (13)$$

これらの式 (7) ~ (13) を，熱力学の第一法則の式 (3) に代入すると，

$$\frac{\partial T'}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla T' + \omega \left( \frac{\partial T_0}{\partial p} - \frac{RT_0}{pc_p} \right) + \omega \left( \frac{\partial T'}{\partial p} - \frac{RT'}{pc_p} \right) = \frac{Q}{c_p} \quad (14)$$

となる．全球平均気温  $T_0$  とその偏差  $T'$  との関係は  $T_0 \gg T'$  なので，式 (14) において左辺第 3 項の摂動気温の断熱変化項は無視することが出来る．したがって，

$$\left| \omega \frac{RT_0}{pc_p} \right| \gg \left| \omega \frac{RT'}{pc_p} \right| \quad (15)$$

となり、この近似は下部成層圏においてよく成り立っている (Holton, 1975) .

式 (14) の第 4 項を整理するために、大気の安定度のパラメータ  $\gamma(p)$  を次のように定義する (Tanaka, 1985) .

$$\gamma(p) \equiv \frac{RT_0(p)}{c_p} - p \frac{dT_0(p)}{dp} \quad (16)$$

式 (15) , (16) を用いて式 (14) を整理すると、

$$\frac{\partial T'}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla T' + \omega \frac{\partial T'}{\partial p} - \frac{\omega \gamma}{p} = \frac{Q}{c_p} \quad (17)$$

となる。気温で表されたプリミティブ方程式系では、運動エネルギーと位置エネルギーの和として全エネルギーが保存されるが、気温の偏差で表されたプリミティブ方程式系では運動エネルギーと有効位置エネルギーの和が全エネルギーとして保存される。

また、式 (12) , (13) より、

$$T' = \frac{p\alpha'}{R} = -\frac{p}{R} \frac{\partial \phi'}{\partial p} \quad (18)$$

なので、これを式 (17) に代入すると、

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( -\frac{p}{R} \frac{\partial \phi'}{\partial p} \right) - \mathbf{V} \cdot \nabla \left( -\frac{p}{R} \frac{\partial \phi'}{\partial p} \right) + \omega \frac{\partial}{\partial p} \left( -\frac{p}{R} \frac{\partial \phi'}{\partial p} \right) - \frac{\omega \gamma}{p} = \frac{Q}{c_p} \quad (19)$$

となる。式 (19) の両辺に  $p/\gamma$  を掛けると、

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( -\frac{p^2}{R\gamma} \frac{\partial \phi'}{\partial p} \right) \frac{p^2}{R\gamma} - \mathbf{V} \cdot \nabla \frac{\partial \phi'}{\partial p} - \frac{\omega p}{\gamma} \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{p}{R} \frac{\partial \phi'}{\partial p} \right) - \omega = \frac{Qp}{c_p \gamma} \quad (20)$$

となる。式 (20) によって、熱力学の第一法則の式 (3) を従属変数  $\phi'$  のみで表すことができた。方程式系 (1) , (2) , (20) は閉じているが、連続の式 (4) を組み込むために、式 (20) の両辺を  $p$  で微分する。

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( -\frac{\partial}{\partial p} \frac{p^2}{R\gamma} \frac{\partial \phi'}{\partial p} \right) - \frac{\partial}{\partial p} \left[ \frac{p^2}{R\gamma} \mathbf{V} \cdot \nabla \frac{\partial \phi'}{\partial p} + \frac{\omega p}{\gamma} \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{p}{R} \frac{\partial \phi'}{\partial p} \right) \right] - \frac{\partial \omega}{\partial p} = \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{Qp}{c_p \gamma} \right) \quad (21)$$

式 (21) の左辺第 4 項に連続の式 (4) を代入すると、

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left( -\frac{\partial}{\partial p} \frac{p^2}{R\gamma} \frac{\partial \phi'}{\partial p} \right) + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial v \cos \theta}{\partial \theta} \\ & = \frac{\partial}{\partial p} \left[ \frac{p^2}{R\gamma} \mathbf{V} \cdot \nabla \frac{\partial \phi'}{\partial p} + \frac{\omega p}{\gamma} \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{p}{R} \frac{\partial \phi'}{\partial p} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{Qp}{c_p \gamma} \right) \end{aligned} \quad (22)$$



となる．また，有効位置エネルギー  $A = \frac{1}{2} \frac{p^2}{R\gamma} \left( \frac{\partial \phi'}{\partial p} \right)^2$  が，

$$\begin{aligned} \int_V \left( \mathbf{V} \cdot \nabla + \omega \frac{\partial}{\partial p} \right) A \frac{dV}{g} &= \int_V \frac{1}{2} \left[ \frac{p^2}{R\gamma} \mathbf{V} \cdot \nabla \frac{\partial \phi'}{\partial p} + \frac{\omega p}{\gamma} \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{p}{R} \frac{\partial \phi'}{\partial p} \right) \right] \frac{dV}{g} \\ &= \int_V \left[ \nabla \cdot \left( \frac{1}{2} \frac{p^2}{R\gamma} \frac{\partial \phi'}{\partial p} \mathbf{V} \right) + \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{1}{2} \frac{p^2}{R\gamma} \frac{\partial \phi'}{\partial p} \omega \right) \right] \frac{dV}{g} \\ &= 0 \end{aligned} \quad (23)$$

となり保存されることを考慮して，式 (22) 中の大気の安定度のパラメータ  $\gamma(p)$  の  $p$  依存性を無視する．

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left( -\frac{\partial}{\partial p} \frac{p^2}{R\gamma} \frac{\partial \phi'}{\partial p} \right) + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial v \cos \theta}{\partial \theta} \\ = \frac{\partial}{\partial p} \left[ \frac{p^2}{R\gamma} \mathbf{V} \cdot \nabla \frac{\partial \phi'}{\partial p} + \omega p \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{p}{R\gamma} \frac{\partial \phi'}{\partial p} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{Qp}{c_p \gamma} \right) \end{aligned} \quad (24)$$

以上より，熱力学の第一法則の式 (3) から温度  $T$  と比容  $\alpha$  を消去し，ジオポテンシャルの摂動  $\phi'$  についての予報方程式を導くことができた．3つの従属変数 ( $u, v, \phi'$ ) に対して，3つの予報方程式 (1),(2),(24) が存在するので，解を一意的に求めることが出来る．

これらの予報方程式 (1),(2),(24) からなるプリミティブ方程式系は以下のような簡単なベクトル表示でまとめることが出来る (Tanaka, 1991) ．

$$M \frac{\partial U}{\partial \tau} + LU = N + F \quad (25)$$

ここで  $\tau$  は無次元化された時間であり， $\tau = 2\Omega t$  である．式 (25) 中の各ベクトルは以下の通りである．

- $U$ : 従属変数ベクトル

$$U = \begin{pmatrix} u & v & \phi' \end{pmatrix}^T \quad (26)$$

- $M$ : 鉛直線形演算子

$$M = 2\Omega \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\partial}{\partial p} \frac{p^2}{R\gamma} \frac{\partial}{\partial p} \end{pmatrix} \quad (27)$$

- $L$ : 水平線形演算子

$$L = \begin{pmatrix} 0 & -2\Omega \sin \theta & \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \lambda} \\ 2\Omega \sin \theta & 0 & \frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial \theta} \\ \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \lambda} & \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial(\cdot) \cos \theta}{\partial \theta} & 0 \end{pmatrix} \quad (28)$$

- $N$ :非線形項

$$\mathbf{N} = \begin{pmatrix} -\mathbf{V} \cdot \nabla u - \omega \frac{\partial u}{\partial p} + \frac{\tan \theta}{a} uv \\ -\mathbf{V} \cdot \nabla v - \omega \frac{\partial v}{\partial p} - \frac{\tan \theta}{a} uv \\ \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{p^2}{R\gamma} \mathbf{V} \cdot \nabla \frac{\partial \phi}{\partial p} + \frac{\omega p}{\gamma} \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{p}{R} \frac{\partial \phi}{\partial p} \right) \right) \end{pmatrix} \quad (29)$$

- $F$ :外部強制項からなるベクトル

$$\mathbf{F} = \left( F_u \quad F_v \quad \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{pQ}{c_p \gamma} \right) \right)^T \quad (30)$$

ただし,

$$()^T : \text{転置行列} \quad (31)$$

である．モデルの基礎方程式系は(25)のようなベクトル方程式で構成され，時間変化項に含まれる従属変数ベクトル $U$ を，他の3つの項(線形項: $LU$ ，非線形項: $N$ ，外部強制項: $F$ )のバランスから予測するようなモデルであるといえる．

## 4.2 プリミティブスペクトル方程式の導出

### 4.2.1 基礎方程式の線形化

ベクトル表記でのプリミティブ方程式(25)は非線形連立偏微分方程式である．そこで，方程式の基本状態を静止大気 $(\bar{u}, \bar{v}, \bar{\phi}) = \mathbf{0}$ で断熱かつ摩擦なしとし，そこに微小擾乱 $(u', v', \phi')$ が重なったものとする．このとき式(29)は，

$$\mathbf{N} = \begin{pmatrix} -\left( \frac{u'}{a \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \lambda} + \frac{v'}{a} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) u' - \omega \frac{\partial u'}{\partial p} + \frac{\tan \theta}{a} u' v' \\ -\left( \frac{u'}{a \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \lambda} + \frac{v'}{a} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) v' - \omega \frac{\partial v'}{\partial p} - \frac{\tan \theta}{a} u' u' \\ \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{p^2}{R\gamma} \left( \frac{u'}{a \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \lambda} + \frac{v'}{a} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) \frac{\partial \phi'}{\partial p} + \frac{\omega p}{\gamma} \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{p}{R} \frac{\partial \phi'}{\partial p} \right) \right) \end{pmatrix}$$

となり，2次以上の摂動項を無視すると，結局 $N = \mathbf{0}$ であり，式(25)を線形化した基本状態は以下ようになる．

$$\mathbf{M} \frac{\partial \mathbf{U}'}{\partial \tau} + \mathbf{L} \mathbf{U}' = \mathbf{0} \quad (32)$$

$$\mathbf{U}' = (u', v', \phi')^T$$

これ以降は簡単のため $\mathbf{U}' = (u', v', \phi')$ を $\mathbf{U} = (u, v, \phi)$ と記す．また，鉛直方向のみに依存した関数である鉛直構造関数 $G_m(p)$ を導入し，式(32)を鉛直方向と水平方向に変数分離する．

$$\begin{aligned} \mathbf{U}(\lambda, \theta, p, \tau) &= (u, v, \phi)^T \\ &= \sum_{m=0}^{\infty} (u_m, v_m, \phi_m)^T G_m(p) \end{aligned} \quad (33)$$

ここで、添え字の  $m$  は鉛直モード番号 (vertical mode number) を意味する．これを式 (32) に代入し、分離された各従属変数に関する方程式を解く．ここでは  $U$  の第 3 成分であるジオポテンシャルの変数分離を例として示す．

第  $m$  鉛直モードのみの方程式について表すと、

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ -\frac{\partial}{\partial p} \frac{p^2}{R\gamma} \frac{\partial}{\partial p} (\phi_m G_m) \right] + \frac{G_m}{a \cos \theta} \frac{\partial u_m}{\partial \lambda} + \frac{G_m}{a \cos \theta} \frac{\partial v_m \cos \theta}{\partial \theta} = 0 \quad (34)$$

となる．ここで、 $\phi_m$  は  $(\lambda, \theta, t)$  のみに依存し、 $p$  に依存しないことを考慮し、両辺を  $G_m$  で割ると、

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ -\phi_m \frac{1}{G_m} \frac{\partial}{\partial p} \frac{p^2}{R\gamma} \frac{\partial G_m}{\partial p} \right] + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial u_m}{\partial \lambda} + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial v_m \cos \theta}{\partial \theta} = 0 \quad (35)$$

である．また、 $p, G_m$  は時間依存性がないことより、

$$\frac{\partial \phi_m}{\partial t} \frac{1}{G_m} \frac{\partial}{\partial p} \frac{p^2}{R\gamma} \frac{\partial G_m}{\partial p} = \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial u_m}{\partial \lambda} + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial v_m \cos \theta}{\partial \theta} \quad (36)$$

となる．式 (36) を  $p$  に依存するものとそれ以外に変数分離すると、

$$\frac{\partial \phi_m}{\partial t} \left( \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial u_m}{\partial \lambda} + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial v_m \cos \theta}{\partial \theta} \right)^{-1} = G_m \left( \frac{1}{G_m} \frac{\partial}{\partial p} \frac{p^2}{R\gamma} \frac{\partial G_m}{\partial p} \right)^{-1} \quad (37)$$

となる．式 (37) の左辺は  $\lambda, \theta, t$  のみの関数であり、右辺は  $p$  のみの関数である．この等号が恒等的に成り立つためには、両辺が定数である必要がある．この分離定数を  $-gh_m$  とすると、以下の二つの方程式を得る．

$$\frac{d}{dp} \frac{p^2}{R\gamma} \frac{dG_m}{dp} + \frac{1}{gh_m} G_m = 0 \quad (38)$$

$$\frac{1}{gh_m} \frac{\partial \phi_m}{\partial t} + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial u_m}{\partial \lambda} + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial v_m \cos \theta}{\partial \theta} = 0 \quad (39)$$

この常微分方程式 (38) を鉛直構造方程式 (vertical structure equation) と呼ぶ．

また、残りの水平風成分についても同様に鉛直構造関数を導入すると、

$$\frac{\partial u_m}{\partial t} - 2\Omega \sin \theta v_m + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial \phi_m}{\partial \lambda} = 0 \quad (40)$$

$$\frac{\partial v_m}{\partial t} + 2\Omega \sin \theta u_m + \frac{1}{a} \frac{\partial \phi_m}{\partial \theta} = 0 \quad (41)$$

と導かれる．式 (39), (40), (41) をまとめて水平構造方程式 (horizontal structure equation) と呼ぶ．ここで、分離定数  $h_m$  は距離の次元を持ち、鉛直構造方程式 (38) の固有関数である鉛直構造関数  $G_m(p)$  に対応する固有値として求まる．また、水平構造方程式 (39) は、流体層の厚さ  $h_m$  の線形浅水方程式での連続の式と同じ形であるので、 $h_m$  は等価深度 (equivalent height) の意味を持つ．

#### 4.2.2 鉛直構造関数

ここでは (38) 式の鉛直構造方程式について着目する. (29) 式より  $\gamma = \gamma(p)$  と気圧の関数になっている.  $\gamma$  が定数でないときは鉛直構造方程式は解析的に解くことは不可能である. しかし, 仮に  $\gamma$  の鉛直方向への依存性がなくなり定数であると仮定すると, 鉛直構造方程式は一般的にオイラーの方程式と呼ばれるものになる. すると, 鉛直構造方程式の解は固有値として等価深度  $h_m$ , 固有ベクトルとして鉛直構造関数を各々の鉛直モードに対して, 解析的に求めることができるようになる. 本研究では Terasaki and Tanaka (2007) に習い  $\gamma = 30K$  としている. 鉛直構造関数を図 5 に示した.  $m \geq 1$  は傾圧 (baroclinic) モード, または内部 (internal) モードといい,  $m$  番目のモードに関しては鉛直方向に  $m$  個の節を持つ. そして,  $m = 0$  は順圧 (barotropic) モード, または外部 (external) モードと呼ばれ, 鉛直方向に節を持たず, 鉛直方向にはほとんど値は変化しない.

また境界条件は,

$$\frac{dG_m}{dp} = 0 \quad \text{at} \quad p \rightarrow \epsilon > 0 \quad (42)$$

$$\frac{dG_m}{dp} + \alpha G_m = 0 \quad \text{at} \quad p = p_s \quad (43)$$

で与えられる.

(1) 順圧モード ( $m = 0$ )

$m = 0$  のとき,  $0 < \lambda_0 < \frac{1}{4}$  で, (38) 式の一般解は  $C_1, C_2$  を定数として,

$$G_0(\sigma) = C_1 \sigma^{r_1} + C_2 \sigma^{r_2}$$

$$r_1 = -\frac{1}{2} + \mu, \quad r_2 = -\frac{1}{2} - \mu, \quad \mu^2 = \frac{1}{4} - \lambda_0 \quad (44)$$

ここで,  $\sigma = \frac{p}{p_s}$  である. (44) 式と境界条件の (42), (43) 式から

$$r_1(r_2 + \alpha)\epsilon^{r_1} - r_2(r_1 + \alpha)\epsilon^{r_2} = 0 \quad (45)$$

を得ることができる. この方程式を解くと  $\lambda_0$  を求めることができ,  $\mu, r_1$  そして  $r_2$  を求めることができ, 鉛直構造関数  $G_0(\sigma)$  を求めることができる. また  $C_1, C_2$  は,  $C_1^2 + C_2^2 = 1$  となるように正規化する.

(2) 傾圧モード ( $m \geq 1$ )

$m \geq 1$  のとき,  $\frac{1}{4} < \lambda_m < \infty$  で, (38) 式の一般解は  $C_1, C_2$  を定数として,

$$G_m(\sigma) = \sigma^{-\frac{1}{2}} (C_1 \cos(\mu \ln \sigma) + C_2 \sin(\mu \ln \sigma))$$

$$\mu^2 = \lambda_m - \frac{1}{4} \quad (46)$$

(46) 式と境界条件の (42),(43) 式から

$$\left(\alpha - \frac{1}{2}\right) \left[ \mu \cos(\mu \ln \sigma) - \frac{1}{2} \sin(\mu \ln \sigma) \right] + \mu \left[ \mu \sin(\mu \ln \sigma) + \frac{1}{2} \cos(\mu \ln \sigma) \right] = 0 \quad (47)$$

を得ることができる。順圧モード ( $m=0$ ) のときと同様にして、この方程式を解くと  $\lambda_m$  を求めることができ、 $\mu$ ,  $r_1$  そして  $r_2$  を求めることができ、鉛直構造関数  $G_m(\sigma)$  を求めることができる。また  $C_1, C_2$  は、 $C_1^2 + C_2^2 = 1$  となるように正規化する。

#### 4.2.3 水平構造関数

ここでは、鉛直構造関数  $G_m(p)$  とともに 3 次元ノーマルモード関数を構成する水平構造関数  $H_{nlm}$  を導出し、水平方向の波数展開について述べる。

前節で第  $m$  モードの鉛直構造関数の固有地として求められた等価深度  $h_m$  を用い、水平構造関数を解く。鉛直方向に変数分離した後の第  $m$  モードの時間水平方向に関する方程式 (39), (40), (41) は、行列表示で、

$$M_m \frac{\partial U_m}{\partial t} + L U_m = 0 \quad (48)$$

と書ける。ここで、

$$M_m = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{gh_m} \end{pmatrix} \quad U_m = (u_m \quad v_m \quad \phi'_m)^T$$

である。ここで、次のようなスケール行列を導入する。

$$X_m = \begin{pmatrix} \sqrt{gh_m} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{gh_m} & 0 \\ 0 & 0 & gh_m \end{pmatrix} \quad Y_m = 2\Omega \begin{pmatrix} \sqrt{gh_m} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{gh_m} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (49)$$

これらを式 (48) に次のように作用させる。

$$(Y_m^{-1} M_m X_m) \frac{\partial}{\partial t} (X_m^{-1} U_m) + (Y_m^{-1} L X_m) (X_m^{-1} U_m) = 0 \quad (50)$$

ここで、

$$Y_m^{-1} M_m X_m = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

であり、無次元時間を用いると式 (48) は、

$$\frac{\partial}{\partial \tau} (X_m^{-1} U_m) + (Y_m^{-1} L X_m) (X_m^{-1} U_m) = 0 \quad (51)$$

となる．式 (51) の線形演算子は次のようになる．

$$\mathbf{L}_m = \mathbf{Y}_m^{-1} \mathbf{L} \mathbf{X}_m = \begin{pmatrix} 0 & -\sin \theta & \frac{\alpha_m}{\cos \theta} \frac{\partial}{\partial \lambda} \\ \sin \theta & 0 & \alpha_m \frac{\partial}{\partial \theta} \\ \frac{\alpha_m}{\cos \theta} \frac{\partial}{\partial \lambda} & \frac{\alpha_m}{\cos \theta} \frac{\partial(\cdot) \cos \theta}{\partial \theta} & 0 \end{pmatrix} \quad (52)$$

式 (52) 中の  $\alpha_m$  は笠原パラメータと呼ばれるもので，以下のように定義される．

$$\alpha_m = \frac{\sqrt{gh_m}}{2\Omega a} \quad (53)$$

これは，浅水方程式中の 4 つの惑星パラメータ ( $g$  : 重力,  $h_m$  : 等価深度,  $\Omega$  : 地球の自転角速度,  $a$  : 惑星半径) が，唯一の惑星固有パラメータ  $\alpha_m$  のみで表されることを示している (Tanaka, 1985) .

式 (51) は水平構造方程式，またはラプラス潮汐方程式と呼ばれる．この方程式は時間  $\tau$  の線形システムであるから次のよう解を仮定して，水平方向の成分と時間成分とに分離することが出来る．

$$\mathbf{X}_m^{-1} \mathbf{U}_m(\lambda, \theta, \tau) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \mathbf{H}_{nlm}(\lambda, \theta) e^{-i\sigma_{nlm}\tau} \quad (54)$$

$\mathbf{H}_{nlm}(\lambda, \theta)$  は水平構造関数 (horizontal structure function)，または Hough 関数と呼ばれる．Hough 関数は第  $m$  鉛直モードに相当する水平ノーマルモード，すなわち水平自由振動を意味し，経度  $\lambda$  と緯度  $\theta$  の関数である．添え字の  $n$  は東西波数， $l$  は南北モード番号を示している．

式 (54) を水平構造方程式 (51) に代入すると，

$$i\sigma_{nlm} \mathbf{H}_{nlm} + \mathbf{L} \mathbf{H}_{nlm} = 0 \quad (55)$$

となる．この固有値問題を解くことによって固有関数  $\mathbf{H}_{nlm}(\lambda, \theta)$  と，対応する固有値  $\sigma_{nlm}$  を求めることが出来る．式 (51) は緯度  $\lambda$  について線形であるから，Hough ベクトル関数  $\Theta_{nlm}(\theta)$  を用いて  $\mathbf{H}_{nlm}(\lambda, \theta)$  を次の様に経度依存と緯度依存に分離し，それらのテンソル積として表すことが出来る．

$$\mathbf{H}_{nlm}(\lambda, \theta) = \Theta_{nlm}(\theta) e^{in\lambda} \quad (56)$$

ただし，

$$\Theta_{nlm}(\theta) = \begin{pmatrix} U_{nlm}(\theta) \\ -iV_{nlm}(\theta) \\ Z_{nlm}(\theta) \end{pmatrix} \quad (57)$$

とする．南北風の成分に関しては位相を  $\pi/2$  だけずらすために  $i = \sqrt{-1}$  が掛けられている．南北モードは 3 種類の異なるモードから構成される．

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{低周波の西進するロスビーモード (Rossby mode)} & l_r \\ \text{高周波の西進する重力波モード (gravity mode)} & l_w \\ \text{高周波の東進する重力波モード} & l_e \end{array} \right.$$

Swarztrauber and Kasahara (1985) によると，水平構造関数  $H_{nlm}(\lambda, \theta)$  は球面調和関数の和として得られる．この方法で求められる水平構造関数  $H_{nlm}(\lambda, \theta)$  が正規直交性を持つならば，これを基底として水平方向に波数展開することが出来る．水平構造関数の正規直交性は以下のようにして示される．

複素共役を\*で示すと，緯度と経度に関する内積をとって，

$$\langle \mathbf{H}_{nlm}, \mathbf{H}_{n'l'm} \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2\pi} (U_{nlm} U_{n'l'm}^* + V_{nlm} V_{n'l'm}^* + Z_{nlm} Z_{n'l'm}^*) e^{-i(n-n')\lambda} \cos \theta d\lambda d\theta \quad (58)$$

である． $nlm$  と  $n'l'm$  は異なる南北波数と東西モードを示している．式 (55) の線形演算子  $L_m = Y_m^{-1} L X_m$  は非対称のエルミート行列であるため，次の関係が成立する．

$$\langle \mathbf{H}_{nlm}, L_m \mathbf{H}_{n'l'm} \rangle + \langle L_m \mathbf{H}_{nlm}, \mathbf{H}_{n'l'm} \rangle = 0 \quad (59)$$

これを式 (55) に代入して，

$$(\sigma_{nlm} - \sigma_{n'l'm}^*) \langle \mathbf{H}_{nlm}, \mathbf{H}_{n'l'm} \rangle = 0 \quad (60)$$

を得る．式 (60) より次の二つの条件が課せられる．

- $n = n'$  かつ  $l = l'$  のとき

$\langle \mathbf{H}_{nlm}, \mathbf{H}_{nlm} \rangle$  は線形浅水方程式の全エネルギーに比例する量であり，決してゼロとならない．したがって，式 (60) を満たすためには  $\sigma_{nlm} = \sigma_{nlm}^*$  でなければならない．つまり， $\sigma_{nlm}$  は実数でなければならない．

- それ以外のとき

$\sigma_{nlm} \neq \sigma_{n'l'm}^*$  であれば，式 (60) を満たすためには  $\langle \mathbf{H}_{nlm}, \mathbf{H}_{nlm} \rangle = 0$  が成り立たなければならない．すなわち固有振動数  $\sigma_{nlm}$  に相当する固有関数  $\mathbf{H}_{nlm}$  が固有振動数  $\sigma_{n'l'm}$  に相当する固有関数  $\mathbf{H}_{n'l'm}$  と直交関係にあることを示している．

以上の二つの条件から，任意のモード  $nlm$  について以下の正規直交関係が成立する．

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{H}_{nlm}, \mathbf{H}_{n'l'm} \rangle &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2\pi} \mathbf{H}_{nlm} \cdot \mathbf{H}_{n'l'm}^* \cos \theta d\lambda d\theta \\ &= \delta_{nn'} \delta_{ll'} \end{aligned} \quad (61)$$

以上の水平構造関数  $H_{nlm}(\lambda, \theta)$  の直交性から，次のフーリエハフ変換が導かれる．

第  $m$  鉛直モードに相当する物理空間における任意のベクトル関数を  $W_m(\lambda, \theta, \tau)$  とすると，

$$\mathbf{W}_m(\lambda, \theta, \tau) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} w_{nlm}(\tau) \mathbf{H}_{nlm}(\lambda, \theta) \quad (62)$$

$$w_{nlm}(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2\pi} \mathbf{W}_m(\lambda, \theta, \tau) \cdot \mathbf{H}_{nlm}^*(\lambda, \theta) \cos \theta d\lambda d\theta \quad (63)$$

となる．式 (51) にこのフーリエ変換を施すと，

$$\frac{d}{d\tau} w_{nlm}(\tau) + i\sigma_{nlm} w_{nlm}(\tau) = 0 \quad (64)$$

となる．この式によると，固有振動数  $\sigma_{nlm}$  は実数なので，左辺第 2 項の線形項は，波動の位相のみを表現し，波の振幅は変化させないことを示している．

#### 4.2.4 3次元ノーマルモード関数展開

ここでは，4.2.2 と 4.2.3 で扱った鉛直構造関数  $G_m(p)$  と水平構造関数  $\mathbf{H}_{nlm}(\lambda, \theta)$  を結合させ，3次元ノーマルモード関数  $\Pi_{nlm}(\lambda, \theta, p)$  を構成し，式 (25) を展開する．3次元ノーマルモード関数は鉛直構造関数と水平構造関数のテンソル積であり，以下のように定義される．

$$\begin{aligned} \Pi_{nlm}(\lambda, \theta, p) &= G_m(p) \mathbf{H}_{nlm}(\lambda, \theta) \\ &= G_m(p) \Theta_{nlm}(\theta) e^{in\lambda} \end{aligned} \quad (65)$$

この3次元ノーマルモード関数も以下の正規直交性を持つ．

$$\begin{aligned} \langle \Pi_{nlm}, \Pi_{n'l'm'} \rangle &= \frac{1}{2\pi p_s} \int_0^{p_s} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2\pi} \Pi_{nlm} \cdot \Pi_{n'l'm'}^* \cos \theta d\lambda d\theta dp \\ &= \delta_{nn'} \delta_{ll'} \delta_{mm'} \end{aligned} \quad (66)$$

この関係により，3次元ノーマルモード関数展開が導かれる．式 (25) 中の  $U$  と  $N$  と  $F$  は以下のように展開される．

$$U(\lambda, \theta, p, \tau) = \sum_{n=-N}^N \sum_{l=0}^L \sum_{m=0}^M w_{nlm}(\tau) \mathbf{X}_m \Pi_{nlm}(\lambda, \theta, p) \quad (67)$$

$$N(\lambda, \theta, p, \tau) = \sum_{n=-N}^N \sum_{l=0}^L \sum_{m=0}^M n_{nlm}(\tau) \mathbf{Y}_m \Pi_{nlm}(\lambda, \theta, p) \quad (68)$$

$$F(\lambda, \theta, p, \tau) = \sum_{n=-N}^N \sum_{l=0}^L \sum_{m=0}^M f_{nlm}(\tau) \mathbf{Y}_m \Pi_{nlm}(\lambda, \theta, p) \quad (69)$$

ここで， $w_{nlm}(\tau)$ ， $n_{nlm}(\tau)$ ， $f_{nlm}(\tau)$  はそれぞれ，従属変数ベクトル  $U$ ，非線形演算子  $N$ ，外部強制項からなるベクトル  $F$  についての展開係数であり，それらは時間  $\tau$  のみの関数である．



式 (25) と 3 次元ノーマルモード関数との内積を以下のようにとり，スペクトル表記を導く．

$$\langle M \frac{\partial U}{\partial \tau} + LU - N - F, Y_{nlm}^{-1} \Pi_{nlm} \rangle = 0 \quad (70)$$

計算過程が複雑な非線形演算子の内積を計算しておく．ここからは 3 重の添字  $nlm, n'l'm', n''l''m''$  をそれぞれ  $i, j, k$  と表し， $i$  で示される波数はそれぞれ  $n_i, k_i, m_i$  のように示して区別する． $j, k$  についても同様である．

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{N}, \mathbf{Y}_{m_i}^{-1} \Pi_i \rangle &= \frac{1}{2\pi p_s} \int_0^{p_s} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2\pi} G_{m_i} e^{in\lambda} \\ &\quad \left( \begin{array}{c} \frac{1}{2\Omega\sqrt{gh_{m_i}}} U_i \\ \frac{1}{2\Omega\sqrt{gh_{m_i}}} (iV_i) \\ \frac{1}{2\Omega} Z_i \end{array} \right)^T \left( \begin{array}{c} -\mathbf{V} \cdot \nabla u - \omega \frac{\partial u}{\partial p} + \frac{\tan \theta}{a} uv \\ -\mathbf{V} \cdot \nabla v - \omega \frac{\partial v}{\partial p} - \frac{\tan \theta}{a} uv \\ \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{p^2}{R\gamma} \mathbf{V} \cdot \nabla \frac{\partial \phi}{\partial p} + \frac{\omega p}{\gamma} \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{p}{R} \frac{\partial \phi}{\partial p} \right) \right) \end{array} \right) \cos \theta d\lambda d\theta dp \end{aligned} \quad (71)$$

式 (67) を成分で書くと以下のようになる．

$$\begin{aligned} u &= \sum_{i=1}^K w_i \sqrt{gh_{m_i}} U_i G_{m_i} e^{in_i \lambda} \\ v &= \sum_{i=1}^K w_i \sqrt{gh_{m_i}} (-iV_i) G_{m_i} e^{in_i \lambda} \\ \phi &= \sum_{i=1}^K w_i gh_{m_i} Z_i G_{m_i} e^{in_i \lambda} \end{aligned} \quad (72)$$

この級数展開 (72) を式 (71) の各変数に代入する．

また，鉛直  $p$  速度  $\omega$  は発散と関係することから，以下のように  $\sigma_i Z_i$  を用いた級数展開を導くことができる (田中 他, 1997)．まず連続の式 (4) を鉛直積分して式 (72) を代入する．

$$\begin{aligned} \omega &= - \int_0^p \nabla \cdot \mathbf{V} dp \\ &= - \int_0^p \left( \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial v \cos \theta}{\partial \theta} \right) dp \\ &= - \sum_{i=1}^K w_i \int_0^p G_{m_i} dp \frac{\sqrt{gh_{m_i}}}{a \cos \theta} \left[ \frac{\partial}{\partial \lambda} U_i e^{in_i \lambda} + \frac{\partial}{\partial \theta} (-iV_i \cos \theta) e^{in_i \lambda} \right] \end{aligned} \quad (73)$$

ここで，水平構造方程式の第 3 成分 (39) より，

$$i\sigma_i \frac{2\Omega}{\sqrt{gh_{m_i}}} Z_i e^{in_i \lambda} = \frac{1}{a \cos \theta} \left[ \frac{\partial}{\partial \lambda} U_i e^{in_i \lambda} + \frac{\partial}{\partial \theta} (-iV_i \cos \theta) e^{in_i \lambda} \right] \quad (74)$$

なので，これを式 (73) 代入して，

$$\omega = \sum_{i=1}^K w_i 2\Omega \int_0^p G_{m_i} dp (-i\sigma_i Z_i) e^{in_i\lambda} \quad (75)$$

を得る．式 (75) 中の  $G_{m_i}$  の不定積分は鉛直構造方程式 (38) を積分することによって  $G_{m_i}$  の 1 階微分で表すことが出来る．

$$\int_0^p G_{m_i} dp = -\frac{gh_{m_i}}{R\gamma} p^2 \frac{dG_{m_i}}{dp} \quad (76)$$

また，式 (71) を展開する過程で現れる  $G_{m_i}$  の高次の微分は，次のように鉛直構造方程式 (38) を用いて  $G_{m_i}$  の 1 階微分で表現することが出来る．

$$r_{ijk} \equiv \langle \mathbf{N}, \mathbf{Y}_{m_i}^{-1} \mathbf{\Pi}_i \rangle = \frac{1}{2\pi p_s} \int_0^{p_s} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2\pi} \begin{pmatrix} U_i \\ V_i \\ Z_i \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} P_1 \left( \frac{n_k U_k}{\cos \theta} + \tan \theta V_k \right) & -P_1 \frac{dU_k}{d\theta} & P_2 U_k \\ P_1 \left( \frac{n_k V_k}{\cos \theta} + \tan \theta U_k \right) & -P_1 \frac{dV_k}{d\theta} & P_2 V_k \\ P_3 \frac{n_k Z_k}{\cos \theta} & -P_3 \frac{dZ_k}{d\theta} - P_4 Z_k & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_j \\ V_j \\ \sigma_j Z_j \end{pmatrix} e^{i(-n_i+n_j+n_k)\lambda} \cos \theta d\lambda d\theta dp \quad (77)$$

ただし，

$$\begin{aligned} P_1 &= \frac{\sqrt{gh_{m_j}} \sqrt{gh_{m_k}}}{2\Omega a \sqrt{gh_{m_i}}} G_{m_i} G_{m_j} G_{m_k} \\ P_2 &= \frac{\sqrt{gh_{m_k}} gh_{m_j}}{\sqrt{gh_{m_i}} R\gamma} p^2 G_{m_i} \frac{dG_{m_j}}{dp} \frac{dG_{m_k}}{dp} \\ P_3 &= \frac{\sqrt{gh_{m_j}}}{2\Omega} G_{m_i} G_{m_j} G_{m_k} - \frac{\sqrt{gh_{m_k}} gh_{m_j}}{2\Omega a R\gamma} p^2 G_{m_i} \frac{dG_{m_j}}{dp} \frac{dG_{m_k}}{dp} \\ P_4 &= G_{m_i} G_{m_j} G_{m_k} + \frac{gh_{m_k}}{R\gamma} p G_{m_i} G_{m_j} \frac{dG_{m_k}}{dp} + \frac{gh_{m_j}}{R\gamma} p G_{m_i} \frac{dG_{m_j}}{dp} G_{m_k} \\ &\quad + \left( \frac{gh_{m_k}}{R\gamma} - 1 \right) \frac{gh_{m_j}}{R\gamma} p^2 G_{m_i} \frac{dG_{m_j}}{dp} \frac{dG_{m_k}}{dp} \end{aligned} \quad (78)$$

とする．

以上より，非線形演算子の内積を 3 次元ノーマルモードの 3 重積の定積分にまとめることができた．式 (77) における 3 重積分を非線形相互作用係数  $r_{ijk}$  とおくと，式 (70) は次のようにまとめることができ，展開係数のみでプリミティブ方程式系

を記述することが出来る．

$$\frac{dw_i}{d\tau} + i\sigma_i w_i = -i \sum_{j=1}^K \sum_{k=1}^K r_{ijk} w_j w_k + f_i \quad (79)$$

$$i = 1, 2, \dots, K$$

非線形項中の  $r_{ijk}$  は非線形の波-波相互作用 (wave-wave interaction) および，帯状-波相互作用 (zonal-wave interaction) に関する相互作用係数 (interaction coefficients) で実数である． $K$  は全波数で， $K = (2N + 1)(L + 1)(M + 1)$  である． $N$  は東西全波数， $L$  は南北全モード， $M$  は鉛直全モードを示す．

以上より，順圧成分と傾圧成分からなる鉛直構造関数，ロスビーモードと重力モードからなる水平構造関数を用いて，スペクトル表示したプリミティブ方程式 (79) を導出することができた．

### 4.3 エネルギー関係式

ここではスペクトル表記でのエネルギーに関する方程式を導く．まず式 (25) と  $\frac{p_s}{g} \mathbf{U}$  で内積をとり，次のエネルギーバランス方程式を得る．

$$\frac{d}{d\tau} E_{nlm} = N_{nlm} + F_{nlm} \quad (80)$$

各項の内積を以下に示す．

$$\left\langle \frac{p_s}{g} \mathbf{U}, \mathbf{M} \frac{\partial}{\partial \tau} \mathbf{U} \right\rangle = \frac{d}{d\tau} \frac{1}{Sg} \int_S \left[ \int_0^{p_s} (K + A) dp + \frac{1}{2} \frac{p_s}{RT_s} \phi_s^2 \right] dS$$

$$\equiv \sum_{n=0}^N \sum_{l=0}^L \sum_{m=0}^M \frac{d}{d\tau} E_{nlm} \quad (81)$$

地表面におけるジオポテンシャルの鉛直フラックスの発散は全球エネルギー解析では無視できるので，

$$\left\langle \frac{p_s}{g} \mathbf{U}, \mathbf{LU} \right\rangle = \frac{1}{Sg} \int_S \int_0^{p_s} \nabla \cdot \phi \mathbf{V} dp dS = 0 \quad (82)$$

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{p_s}{g} \mathbf{U}, \mathbf{N} \right\rangle &= \frac{1}{Sg} \int_S \int_0^{p_s} \left[ -\nabla \cdot (K + A) \mathbf{V} - \frac{\partial}{\partial p} (K + A) \omega \right] dp dS \\ &\quad + \frac{1}{Sg} \int_S \frac{p_s \phi_s}{\gamma} \left( -\mathbf{V} \cdot \nabla \frac{p}{R} \frac{\partial \phi}{\partial p} - \frac{\partial}{\partial p} \frac{p}{R} \frac{\partial \phi}{\partial p} \right) \Big|_{p=p_s} dp dS \\ &\equiv \sum_{n=0}^N \sum_{l=0}^L \sum_{m=0}^M N_{nlm} = 0 \end{aligned} \quad (83)$$

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{p_s}{g} \mathbf{U}, \mathbf{F} \right\rangle &= \frac{1}{Sg} \int_S \int_0^{p_s} \left( u F_u + v F_v + \frac{RT}{c_p \gamma} Q dp \right) dS \\ &\quad + \frac{1}{Sg} \int_S \frac{p_s \phi_s}{\gamma} Q_s dS \\ &\equiv \sum_{n=0}^F \sum_{l=0}^L \sum_{m=0}^M F_{nlm} \end{aligned} \quad (84)$$

となる．ここで  $K$  は運動エネルギー， $A$  は有効位置エネルギー， $E$  を全エネルギーとし， $S$  は等圧面での面積である．

$$\begin{aligned} E &= K + A \\ K &= \frac{1}{2}(u^2 + v^2) \\ A &= \frac{1}{2} \frac{p^2}{R\gamma} \left( \frac{\partial \phi}{\partial p} \right)^2 \end{aligned}$$

式 (81) ~ (84) 中の  $\frac{p_s}{g}$  はエネルギーの次元に直すための係数である．添字の  $s$  は地表面での値を意味する．式 (81) ~ (84) の最右辺は，式 (67) ~ (69) に式 (66) の 3 次元ノーマルモード関数の直交性と式 (49) のスケール行列を代入することによって得られる．またここでも安定度のパラメータである  $\gamma$  の鉛直方向の変化を無視している．

前述したように，式 (81) と (82) から基礎方程式系の線形項は波の位相のみを変化させる項であり，エネルギーの時間変化には寄与しないことがわかる．ここで式 (80) に対して断熱かつ摩擦なしの条件を加えると，

$$\sum_{n=0}^N \sum_{l=0}^L \sum_{m=0}^M \frac{d}{d\tau} E_{nlm} = 0 \quad (85)$$

という 3 次元ノーマルモード関数によるエネルギー保存則が導かれる (Tanaka,

1985) . ここで ,

$$E_{0lm} = \frac{1}{4} p_s h_m |w_{0lm}|^2 \quad (86)$$

$$E_{nlm} = \frac{1}{2} p_s h_m |w_{nlm}|^2 \quad (87)$$

という形で , モードごとの全エネルギーが定義される . この式 (86) , (87) を時間微分して , 前節で導いたプリミティブスペクトル方程式 (79) を代入することによって , エネルギー変換量が以下のように定義される .

$$\begin{aligned} N_{nlm} &= p_s \Omega h_m [w_{nlm}^* n_{nlm} + w_{nlm} n_{nlm}^*] \\ &= -p_s \Omega h_m \sum_{j=1}^K \sum_{k=1}^K i r_{ijk} (w_i^* w_j w_k - w_i w_j^* w_k^*) \end{aligned} \quad (88)$$

$$F_{nlm} = p_s \Omega h_m [w_{nlm}^* f_{nlm} + w_{nlm} f_{nlm}^*] \quad (89)$$

式 (86) ~ (89) の関係を用いることによって , 各モードごとに式 (80) の各項のエネルギースペクトルを得ることができる .

## 5 結果

### 5.1 ロスビー波ワールドと重力波ワールド

重力波成分のみで構成したジオポテンシャル高度の分布を glevel 毎に比較していく。図 6~図 9 にその結果を示す。それぞれの図の下部が重力波成分のみのジオポテンシャル高度の分布である。コンター間隔は 10m であり、全球平均からの変動を示しているため、負の値も取っている。上部はロスビー波のみのジオポテンシャル高度で比較のために載せてある。こちらはコンター間隔 100m としており、重力波成分と同様に負の値も存在する。負の値は点線で表しており、高度 0m の線は省略してある。全体を通してロスビー波は低緯度で正の値、高緯度で負の値を示し、図 3~4 で示したオリジナルデータと同じような配置を取っている。また、オリジナルデータの低気圧、高気圧に一致して、ロスビー波成分も低気圧高気圧を示すことがわかる。各 glevel の図を比較しても同様の傾向を示し、オリジナルデータとよく似ていることが分かる。

次に重力波成分を見ていく。重力波成分では等高線が複雑な形を描いており、ロスビー波成分に見られた低緯度や高緯度での正負の違いは見られない。全体的に観ても値はロスビー波成分の 1/10 程度しかなく、オリジナルデータのジオポテンシャル高度の分布を決定しているのはロスビー波成分であるといえる。重力波成分は低気圧周辺や高気圧周辺で大きな値を取っており、どちらも負の値をとる傾向がある。また、オリジナルデータの低気圧の中心に比べ、重力波成分の低気圧の中心はやや赤道側に存在する。逆にオリジナルデータの高気圧の中心に比べ、重力波成分の低気圧の中心は極側に位置している。各 glevel を比較すると正負の値の配置はどれも同様な構成となっていることが分かる。しかし、glevel-8 の分布は glevel-5 に比べ値がやや大きくなっており、等高線の形も複雑になっている。

### 5.2 エネルギースペクトルによる比較

Nastrom and Gage (1985) によれば東西、南北風、温位のエネルギースペクトルは総観スケールでは-3 乗則に従い、メソスケールでは-5/3 乗則に従う。この二種類の勾配はそれぞれロスビー波と重力波が主な構成要素となっている (Terasaki *et al.* 2011)。Terasaki *et al.* (2009) では NICAM の glevel-5~8 のデータから得られた中緯度の 200hPa の風に対してフーリエ解析を行っている。各 glevel から得られた東西波数別の運動エネルギーを比較し、上記の-3 乗則から-5/3 乗則への遷移が解像度が増すにつれ、明確に現れることを明らかにした。

本研究でも、これに習い東西波数別のエネルギースペクトル解析を行う。今回は 3 次元ノーマルモード展開した重力波成分のエネルギースペクトルを比較していく。まず、図 10 では glevel-8、初期値から 72 時間後のデータを用いた東西波数別のエネルギースペクトルを示している。横軸に東西波数、縦軸にエネルギー ( $J/m^2$ )

を対数軸で表している。実線はロスビー波成分、点線は重力波成分を示す。2本ある補助線は、上が -3、下が  $-5/3$  の傾きを示している。ロスビー波成分は-3乗則に従い、重力波成分は $-5/3$ 乗則にしたがっていることが分かる。また、低波数部ではロスビー波成分のエネルギーが主であるが、高波数部では重力波成分が主になっていることが分かる。またこの2つはおおよそ東西波数80で大小が入れ代わっており、Terasaki *et al.* (2011) の内容と一致する。次は各 glevel の重力波成分のみを用いたエネルギーを比較する。その結果が、図11である。図10と同様に横軸に東西波数、縦軸にエネルギーを対数軸を用いて表している。図11の細実線が glevel-5、中実線が glevel-6、太実線が glevel-7、点線が glevel-8 を示している。補助線は $-5/3$ の傾きを表している。比較してみると、低波数部に大きな違いはないが、高波数になるにつれエネルギーが落ちて行くことが分かる。また、高解像度のデータほど $-5/3$ 乗則にしたがっている。

次に南北波数別のエネルギースペクトルを比較していく。図12では重力波成分の南北波数別のエネルギーを glevel 毎に示している。横軸に南北波数、縦軸にエネルギーをとっており、縦軸のみ対数軸を用いている。線の種類と対応する glevel は図11と同じである。東西波数別のエネルギースペクトルと同様に、低波数部ではどの glevel も同じような値を示すが、高波数になるにつれ、高解像度のデータと低解像度のデータ間ではエネルギーの値に開きが生じてくる。また南北波数は glevel によらず南北波数300まで計算している。glevel が低いデータではある波数で急激にエネルギーが落ちている波数が存在していることが分かる。たとえば glevel-5 の線は南北波数約60のところ傾きが急に激しくなっている。これは基にしたデータが表現できる限界の波数と一致しており、これ以降を波数切断する。このようなエネルギーの傾きが大きくなっている波数が glevel-6 では約120、glevel-7 では約240である。この波数を基に glevel の比較に用いる波数の模式的に表したのが図13である。図13では横軸に東西波数、縦軸に南北波数をとっている。図12から glevel-5 で表現可能な領域を東西波数0~60、南北波数1~60としこれをエリアAとする。また、glevel-6 で表現可能な領域を東西波数0~120、南北波数1~120とし、この領域からエリアAを引いた部分をエリアBとする。glevel-7 の表現可能な領域を東西波数0~240、南北波数1~240とし、ここからエリアAとエリアBを引いた領域をエリアCを定義する。最後に東西波数0~320、南北波数1~300を引いた領域をエリアDとする。以降の解析ではこれを基に進めていく。

### 5.3 波数エリアの特徴と比較

解像度によって再現可能な波数の領域が異なるため、重力波成分の値を波数ごとに比較してやることでその違いを明らかに出来る。たとえば glevel-5 では5.1章で定義したエリアAの範囲しか表現できないため他の glevel との違いはエリアB、C、Dにあるはずである。このようにエリアごとの性質を扱っていく。比較に用いるデータは先ほどと同様に初期値200711/27/12Zから72時間後のデータを用いる。

### 5.3.1 エリア A

エリア A の範囲で重力波を合成したジオポテンシャル高度の分布を図 14 と図 15 に示す。図中の太線はオリジナルデータのジオポテンシャル高度でコンター間隔は 200m である。細線はエリア A の重力波成分のジオポテンシャル高度であり、負の値は点線で示している。見易さのために負の値にはシェードをかけてある。コンター間隔は 10m で高度 0m の線は省いている。全体を見てみると先の章で重力波成分のジオポテンシャル高度の特徴と一致しており、主な構成要素が低波数部分であることが分かる。北太平洋に位置する大きな低気圧ではどの glevel でも大きな負の値を示している。しかし glevel が大きくなると重力波成分の低気圧のコアが分裂し、東西に局地を持つ構造をしていることが分かる。その南に太平洋高気圧があるがその周辺でも大きく負の値を持っている。これも glevel-7, 8 では二つのコアを持つことが分かる。北太平洋の低気圧をせき止めるように高気圧がせり出している根本では大きく正の値をとっている領域が存在し、どの glevel でも確認することが出来る。せり出した高気圧の先端では再び負の値を示している。カスピ海北部の低気圧と高気圧のせり出しでも同様の傾向が見られる。glevel-5 では低気圧部での負の値は他の glevel と比べて大きな値を示しているが、高気圧の先端での負の値は最も不明確である。南半球では北半球より値は小さいものの、同様の傾向が見られる。まとめると低気圧周辺に大きな負の値を持ち隣り合う高気圧の先端部分でも負の値をとっており、高気圧の根本では正の値を示すことがある。高気圧先端での負の値は glevel が小さいと明瞭には現れない。

### 5.3.2 エリア B

次はエリア B の範囲でのジオポテンシャル高度の分布を見てみる。図 16 と図 17 が結果である。エリア B では glevel-5 が表現できる範囲を超えているので glevel-6, 7, 8 の結果を示す。コンターはエリア A と同様に太線がオリジナルデータのジオポテンシャルを示し、コンター間隔は 200m で引いてある。細線は重力波成分のジオポテンシャル高度であり、負の値を点線で示す。コンター間隔は 2m で、負の値には青いシェード、正の値には赤いシェードをかけている。図 16 の上部が glevel-6、下部が glevel-7 の図となっている。図 17 は glevel-8 の図である。

まず glevel-6 の図に注目すると、エリア B にはほとんど値を持っていないことが分かる。しかし、値は小さいが現れている場所は偏りがある。まず赤道域であるが、インドネシアから太平洋の南赤道付近に点々と存在している。また、アフリカ大陸の南側や南アメリカ大陸北部に値を示すことがわかる。中緯度圏にはコンターは確認できない。高緯度圏では北太平洋の低気圧をせき止めている高気圧の先端部分にコンターがある。南半球には赤道付近を除くとまったく現れていない。

次に glevel-7 の結果に注目する。glevel-6 に比べると格段に大きな値が広範囲に分布している。赤道域では glevel-6 と一致した箇所に現れているほか、東太平洋や大西洋の中央付近にもコンターが出現している。また、南アメリカ大陸の西岸やイ



インド北部に大きな値を持つ領域が出現している。中～高緯度圏では低気圧を取り囲むように斑点状の構造が現れている。グリーンランドの西岸にも値は小さいがコンターが引かれている。最後に glevel-8 の結果をみてみると斑点状のコンターが至る所に現れていることが分かる。赤道域では特に強く現れている箇所は他の glevel と同様にインドネシア周辺から太平洋の南半球側、アフリカ大陸東岸から南岸、南アメリカ大陸全体、特に西岸である。中～高緯度ではインドの北部や低気圧を取り囲むようにというより、ジェットに沿って大きな値が現れていることが分かる。またグリーンランド西岸の値も大きくなっている。

全体を通して共通していることは低気圧周辺や高気圧周辺に値を持っていたエリア A とはまったく正確の異なる現れ方をしていることである。低気圧の中心付近よりその周辺やジェットに沿うようにして現れている。さらにその値は正と負を細かく繰り返すような斑点状をしていることが特徴である。

### 5.3.3 エリア C

エリア C は glevel-7 と glevel-8 を比較する。図 18 にその結果を示した。太線のコンターがオリジナルデータのジオポテンシャル高度を示している。コンター間隔は 200m である。細線はエリア C の重力波成分で構成されたジオポテンシャル高度である。負の値は点線で示しており、コンター間隔は 2m である。負の値には青いシェード、正の値には赤いシェードをかけている。図上部が glevel-7、下部が glevel-8 をそれぞれ示している。まず、glevel-7 をみる。エリア C ではほとんどコンターが引かれていないが、赤道域に多少描かれている。インドネシア周辺やアフリカ大陸南部、南アメリカ大陸北部にコンターが引かれている。エリア B と比べるとほとんど点のような構造をしており、値もかなり小さくなっている。中～高緯度のジェットに沿って現れていた値は見えなくなっている。glevel-8 も値は全体的に小さくなっているが、glevel-7 より広範囲に大きな値を持つことが分かる。赤道域では glevel-7 と同じような地域でコンターが存在する。アフリカ東岸や南岸、南アメリカ西岸で特に大きな値が顕著に現れている。インド北部にも強い値を持つことが分かる。また、ジェットに沿って大きな値を持つ領域が存在する。極域では、グリーンランドの周囲に大きな値を持つ。現れるコンターは点のように小さな領域で正と負の値を繰り返している。またより高解像度のデータを用いると中～高緯度に大きな値が現れることが分かる。

### 5.3.4 エリア D

エリア D では glevel-8 のみ出力している。エリア D でのジオポテンシャル高度の分布を図 19 に示した。太線がオリジナルデータのジオポテンシャル高度を示し、コンター間隔は 200m としている。細線がエリア D での重力波成分で構成されたジオポテンシャル高度である。負の値は点線で、コンター間隔は 2m である。負の値

には青, 正の値には赤のシェードをかけている. 図を見てみると赤道付近ではインドネシアから南太平洋に伸びる点状の分布がある. また, 南アメリカ西岸やアフリカ北部, インド北部といったところにも分布している. ジェットに沿って現れていたものは目立たなくなり, 北太平洋の低気圧をさえぎる高気圧の先端等, 一部の地域で確認される程度である. グリーンランド周辺にも強いシグナルを確認できる.

## 5.4 重力波の鉛直伝播

重力波が鉛直に伝播するには大気が安定である必要がある. 田中 (2000) によると慣性重力波の分散関係式は以下のように示される.

$$\hat{\omega}^2 = \frac{f_0^2 m^2 + N^2(k^2 + l^2)}{k^2 + l^2 + m^2} \quad (90)$$

$$\approx f_0^2 + N^2 \frac{k^2 + l^2}{m^2} \quad (91)$$

ここで  $f_0$  はコリオリ因子,  $k, l, m$  はそれぞれ東西, 南北, 鉛直波数である.  $\hat{\omega}$  はドップラー周波数,  $N$  はブラント-バイサラ振動数であり, 以下のように定義される.

$$\hat{\omega}^2 \equiv \omega - k\bar{u} \quad (92)$$

$$N^2 \equiv \frac{g}{\theta_0} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} \quad (93)$$

$\theta$  は温位を表し,  $\bar{u}$  は鉛直シアを持つ平均流である.  $N^2$  は成層の安定度を示す指標となり, 熱的に安定であるほど大きくなる. いま, 分散関係式 (91) を以下のように書き替える.

$$m^2 = \frac{(N^2 - \hat{\omega}^2)}{\hat{\omega}^2 - f_0^2} (k^2 + l^2) \quad (94)$$

上式から重力波が鉛直伝播できる条件 ( $m^2 > 0$ ) を求めると

$$N^2 > \hat{\omega}^2 > f_0^2 \quad (95)$$

の範囲で成り立つ. このように鉛直伝播できる波を一般に内部波, 一方, 鉛直伝播できない波を外部波という.  $N^2$  が負の値をとる場合, 重力波は外部波となり鉛直伝播できないことになる. つまりブラント-バイサラ振動数の分布を調べることは重力波の波源を知る上で重要であると考えられる.

### 5.4.1 ブラント-バイサラ振動数

今回使用しているデータに適合させるため式 (93) を以下のように P 座標系に直す.

$$N^2 = -\frac{RT}{P} \frac{g}{\theta_0} \frac{\partial \theta}{\partial P} \quad (96)$$

ここで  $R$  は乾燥大気的气体定数である. 式 (96) を用いて, glevel-8, 2007/11/27/12Z から 72 時間後のプラント-バイサラ振動数の分布を図 20 と図 21 に示した. 図 20 は 869hPa 等圧面でのプラント-バイサラ振動数を示しており, 赤いシェードは  $N^2 > 0$  で安定な領域を示し, 青いシェードは  $N^2 < 0$  で不安定な領域を示している. ここで示す  $N^2$  は  $10^4$  を掛けた値を用いている. コンターは 869hPa ジオポテンシャル高度を表している. コンター間隔は 50m である. 全体的に赤いシェードがかかっており, 重力波が鉛直伝播可能な領域となっている. 例外的にオーストラリア大陸やミャンマー周辺で不安定な領域が存在する. 北太平洋の大きな低気圧では極側で安定度が高く安定しており, 赤道側で  $N^2 = +0$  となるような中立な領域が広がっている. アイスランドの南に位置する低気圧でも, 極側が安定, 低気圧の中心から赤道側が中立な領域となっている. カスピ海北部の低気圧も傾向は弱いものの極側で安定, 赤道側で中立となっている. アメリカ大陸の西側に位置する高気圧では尾根の根本辺りで安定度が大きい領域があり, 高気圧の先端ではやや値が小さくなって. カナダでは大陸の中央の安定度が高くなっている.

図 21 は 488hPa(上), 192hPa(下) のプラント-バイサラ振動数を計算した結果となっている. シェードは  $N^2$  を示しており, 安定なほど濃い色が使われている. コンターはそれぞれの等圧面でのジオポテンシャル高度を示している. 488hPa 等圧面の安定度をみると安定である場所は北大西洋の低気圧の南側やアラスカなど, コンターが密になっている周辺であることが分かる. また, 赤道付近では比較的に安定な領域が広域に分布している. 192hPa 等圧面では緯度 30 °線より極域側で極端に安定な領域が広がっている. これは対流圏から成層圏への遷移を示しており, アメリカ大陸の西側にある高気圧が高緯度の大気鉛直方向の温度勾配を緩めている様子が分かる.

#### 5.4.2 安定度と重力波強度の相関

5.4.1 章でプラント-バイサラ振動数が重力波の鉛直伝播が可能であるかどうかを決める大気安定度の指標であることを述べた. 今度は実際に 5.3 章で扱ったジオポテンシャル高度がどの高度から伝播してきたものなのかを調べる. 重力波の強度を表す指標としてジオポテンシャル高度の絶対値を求め, プラント-バイサラ振動数との相関を調べる.

図 22 ~ 図 25 はエリア A でのジオポテンシャル高度から重力波強度を求め, 大気安定度との相関をとった結果である. 図 22 ~ 図 25 はそれぞれ glevel-5, 6, 7, 8 のデータを用いている. 横軸に安定度, 縦軸に重力波強度をとっており, 上段, 中段, 下段の図はそれぞれ 869hPa, 488hPa, 192hPa での安定度と, 192hPa における重力波強度との関係を表している. まず図の上段から注目していく. glevel-5 の図では安定度は 0 ~ 0.5 の間に集中しており, 重力波強度は安定度 0.3 を越えたあたりから弱まる傾向にある. 安定度 0 ~ 0.3 までは重力波強度にピークは見られず一定の値をとっている. glevel-6 でも glevel-5 と同様に安定度 0.3 から重力波強度が弱まる傾向

がある。しかし、安定度が0に近い値で重力波強度にピークが見られる。glevel-7の図ではピークの値がさらに大きくなり安定度が0.2, 0.4のところに新たなピークが生じている。glevel-8の図はglevel-7の図と同様の傾向を示し、現れた3つのピークも同じ安定度に現れている。しかし、安定度0, 0.2付近に位置する二つのピークは重力波強度が増加している。3つ目のピークには重力波の強化は見られない。次に中段の図をみていく。glevel-5からは、安定度0.3までは重力波強度が増加するがその後は低下していく様子が分かる。glevel-6も同様な傾向がみられるが、安定度0.3以降の重力波強度の減少が目立たなくなりピークがややはっきりしなくなっている。glevel-7, 8も同様に明瞭なピークが現れず、安定度と重力波強度との相関がみられなくなっている。下段の図をみていく。この等圧面になってくると中高緯度では成層圏になっており、安定度の値は上段、中段に比べ大きくなっている。glevel-5の値では安定度は0~8程度まで存在し、重力波強度は安定度1, 6あたりに2つのピークをとる構造をしている。しかし、全体的に平均した重力波強度が存在しており、相関が弱いと考えられる。glevel-6では安定度が極端に大きい領域が存在しているようで舌状の構造が伸びている。重力波強度はそれほど大きくない。glevel-5と同様な位置に弱いピークがみられるが全体的な相関は弱い。glevel-7, 8についても同様な傾向がみられるが、glevelが多くなると共に安定度5あたりで重力波強度の増加が見られる。

次はエリアBのジオポテンシャル高度との相関をみていく。図26~図28がその結果である。図の詳細はエリアAと同様である。上段の図から順に見ていくことにする。glevel-6の図に注目すると、重力波強度がエリアAと比べると小さくなっていることが分かる。また安定度0.1あたりのところで明瞭なピークが現れている。その後は緩やかに強度が弱まっていることが分かる。glevel-7ではglevel-6よりも全体的に大きな値を示しているがピークが現れている値は同じである。glevel-8ではさらに重力波強度が強まっているが、ピークが現れているところは安定度0.1~0.2のあたりである。その後は、他のglevelと同様に減少している。次に、中段の図をみていく。glevel-6ではなだらかではあるが、安定度0.4あたりにピークがみられる。安定度約0.7まで重力波強度は緩やかに減少するが、その後、安定度約0.9までわずかに上昇したのち再び減少している。glevel-7でも同様の傾向があり、値は全体的に大きくなっている。glevel-8ではさらに全体の値が大きくなっている。下段の図に注目すると、全体的に値が小さく満遍なく分布している。傾向としては安定度約2から緩やかな減少が続いている様子が分かる。glevel-6でも全体的な値は大きくなっているものの、同じ傾向が見られる。安定度10を超えるようなところに重力波強度が大きな点があり全体的な傾向に従わないような領域の存在が示唆されている。glevel-8ではさらに全体的に値が大きくなりなだらかな減少をしめす傾向も同じように捕らえることが出来る。

今度はエリアCのジオポテンシャル高度との相関をみていく。図29と図30がその結果を示しており、図の詳細は他の図と同様である。まずは上段からみていく。glevel-7の図では安定度0.1~0.2のあたりで明瞭なピークを持っており、その後緩

やかに減少している。glevel-8でも同様の位置にピークを確認することが出来る。中段の図をみると、glevel-7では869hPaの図ほど明瞭ではないが、安定度約0.4のところにピークが現れている。glevel-8では安定度0.2あたりに緩やかなピークがあり、その後、緩やかに減少していく。下段の図はglevel-7, glevel-8共に全体的に満遍なく重力波強度が分布しており目立ったピークが確認できない。

最後にエリアDのジオポテンシャル高度との相関をみていく。図31がその結果である。図31ではglevel-8のみの結果となっている。上段の図では、明瞭なピークが安定度0.2あたりに存在していることが分かる。中段の図では強度の分布は全体的になだらかではっきりしないが安定度0.3あたりにピークがあると考えられる。下段の図は、全体的に一様な安定度に依存しない分布の傾向があり、明瞭なピークは得られなかった。

## 6 考察

### 6.1 重力波エネルギースペクトル

Nastrom and Gage (1985) は観測によって大気のエネルギースペクトルは総観スケールで東西波数の $-3$ 乗則に従い, メソスケールで $-5/3$ 乗則に従うことを示した. 乱流の乱れ成分は様々なスケールで存在し, 規模が小さいものはその構造的性を失い, 空間的に等方的なものになる. 一様等方性乱流では, 波数空間でのエネルギー密度は波数ベクトル  $k$  の絶対値  $k = |k|$  だけに依存する. 波数  $k$  と  $k + dk$  の間に含まれるエネルギーを  $E(k)dk$  とすると, 3次元乱流の慣性小領域において以下の式で示される.

$$E(k) = C\epsilon^{2/3}k^{-5/3} \quad (97)$$

ここで,  $C$  は無次元定数で, すべての乱流に対して普遍的なものと考えられる. これをコルモゴロフの慣性小領域スペクトル, または $-5/3$ 乗スペクトルという. 一方, 2次元乱流では  $E(k)$  はエンストロフィーの散逸率  $\eta$  を用いて以下のように表される.

$$E(k) = C_{\eta}^{2/3}k^{-3} \quad (98)$$

2次元乱流の場合には慣性小領域スペクトルが $-3$ 乗となる(余田 2003). この違いは運動粘性率  $\nu \rightarrow 0$  の非粘性極限でエネルギー散逸が起こる3次元乱流に対して, 2次元乱流では非粘性極限でもエンストロフィーが有限に留まり, エネルギーの散逸が起こらないことによる違いである. Terasaki *et al.*(2011) では $-3$ 乗スペクトルと $-5/3$ 乗スペクトルを形成しているのがそれぞれロスビー波成分と重力波成分であることを示した. ここで本研究で用いた図 10 では glevel-8 の数値を持ちているが, ロスビー波成分が $-3$ 乗則, 重力波成分が $-5/3$ 乗則を示しており現実に即した結果を示していることがわかる. また図 11 からより高解像度のものほど正確に $-5/3$ 乗則を再現しており, 特に高波数部分では低解像度のモデルは信頼性にかけて考えられる. 図 12 も同様に低波数部ではどの glevel も同様の値を持っているが解像度の低いものからエネルギーが落ちてしまっている.

### 6.2 重力波ワールドの比較

重力波成分のみを合成したジオポテンシャル高度の分布ではオリジナルデータでの低気圧部, 高気圧部の両方に負の値を持つという特徴がどの glevel にもみられた. これは図 32 に示すようにロスビー波成分の低気圧をさらに掘り下げ, 高気圧を弱めるといった地衡風と傾度風の関係を示している(馬場 2012). このような解像度によらない性質であるので 6.1 章で扱ったように低波数領域の重力波が担っている性質であることが示唆され, エリア A のジオポテンシャル高度を比較した図 14 と図 15 で明らかになった. エリア A 以外の図に表れる重力波の性質はどれも類似している. 正負の値が斑点状に分布しており, 低気圧や高気圧の中心に構造を持た

ないことから上記の地衡風、傾度風の関係に現れる重力波とは性質が異なることは明らかである。エリア B 以降に現れるジオポテンシャル高度の値の大きな領域は大きく分けて 3 つのパターンに分類することが出来る。1 つ目は、赤道付近で生じているものである。インドネシア周辺から南太平洋に伸びていくラインが確認できる。また、インド洋からアフリカ大陸北東岸や南アメリカ大陸南部などに多く存在しているものがこれにあたる。これらの地域は ITCZ (Intertropical Convergence Zone) と一致する。本研究では SPCZ (South Pacific Convergence Zone) を含めた赤道付近の広域な降水帯を ITCZ と表記する。また 2 つ目は、アンデス山脈、ヒマラヤ山脈、ロッキー山脈、グリーンランドなど標高が高く地形性の重力波が発生しやすい場所で大きな値が確認できるものである。3 つ目はジェットに沿って発生しているものである。最初の二つに関しては地上付近に波源を持ち、上空へと伝播したものであると考えられる。

### 6.3 重力波の解像度依存性

Uccellini and Koch (1987) によれば放射された重力波が鉛直伝播する場合、群速度 0 となる臨界高度に達するまでに水平方向には 1 波長進むことも難しいとされている。そのため地上付近から放射された重力波がその地域性を残したまま対流圏上層に到達しても不思議はない。また重力波が鉛直伝播するためには 5.4 章で触れたように安定度が正の値を持っている必要がある。ここで、図 20 を用いて、エリア B 以降のジオポテンシャル高度の値の大きかった地域を比較していく。まず、大気が不安定であることを示す指標である負の値は、5.4 で挙げたようにオーストラリア、ミャンマー、アルゼンチン沖で確認できる。これを図 17 の glevel-8 のエリア B のジオポテンシャル高度と比較してみると、周囲のジオポテンシャル高度より小さい値を示していることがわかる。さらにエリア C、エリア D とみていくとさらにその傾向は顕著になっていることが分かる。これは高波数の領域ほど地上付近を波源とした重力波であることを示している。

では、エリア B 以降の候波数領域でジオポテンシャル高度の大きい領域での下層の安定度をみていく。6.2 章で挙げた、ジオポテンシャル高度が大きな値を示す 3 パターンの領域で比較していく。まず、1 つ目の ITCZ に対応していると考えられる領域では周囲より安定度が低いことが分かる。図 28 の上段で示した 869hPa での安定度と、192hPa での重力波強度の関係を示す図をさらに詳細に示したのが図 33 である。ここでは低緯度を南北 30 度までを低緯度、60 度までを中緯度、残りを高緯度として、図 30 の上段で示した図を 3 つに分けた。この図を見ると、低緯度で重力波強度が大きな値を示す領域での安定度は 0.1 ~ 0.2 の範囲にあり、大きすぎる値をとっている地域では逆に重力波の鉛直伝播は生じないという結果が得られた。そもそも低緯度圏で生じている重力波成分のジオポテンシャル高度は ITCZ と一致していることから下層の対流を波源としていると考えられる。そのため、安定度の高すぎる領域では対流が生じにくく、重力波も放射されない。この結果、図 28 の上

部の図がある程度の安定度でピークを持つことは当然であると考えられる。2つ目の山岳を波源としていると考えられる領域での安定度をみってみる。まず、アンデス山脈であるが、西側に高気圧があり大気は安定である。東側の内陸、アルゼンチン沖には中立か不安定な領域が広がる。その中間にあるアンデス山脈は安定度約0.1の値を示しており ITCZ の領域と同様の値をとる領域であることが分かる。中立もしくは不安定化した領域では対流が生じ、そこから重力波の放射があると考えられるが上方に伝播することが出来ないと考えられ、ジオポテンシャル高度の分布もそれを反映している。次はヒマラヤ山脈をみってみる。負の値を示すマンマーや中立領域であるインドから北西に延びるラインではジオポテンシャル高度はかなり小さな値にとどまっている。その領域に囲まれるように位置するヒマラヤ山脈では安定度0.1付近の値を取っており、ジオポテンシャル高度はかなり大きな値を示す。グリーンランドでも安定度約0.1の領域に大きなジオポテンシャル高度の値を確認することが出来る。これら ITCZ と山岳域での値は下層から伝播した重力波であり、その際の安定度は0.1程度が多いことが分かった。この値は重力波の波源である対流を持ちつつ、鉛直伝播不可能となる不安定な領域ではないという2つの条件をかねていると考えられる。

では3つ目のパターンであるジェットに沿って現れるジオポテンシャル高度の場合はどうだろうか。エリア A の低波数部と同様に上空の低気圧や高気圧に呼応して生じる値であればその中心に大きな値を持つはずであるが、高波数部によって構成されたジオポテンシャル高度は低気圧の周囲をジェットに沿うように現れている。また低波数部のジオポテンシャル高度では大きく負の値を持っていた高気圧の先端では、高波数部のジオポテンシャル高度は小さな値しかもっていない。北太平洋にある低気圧を例にとって解説を進める。図17の経度175度には太平洋高気圧による弱いリッジが出来ている。この周囲ではジオポテンシャル高度の値は周囲に比べてとても小さくなっている。これは先ほどまで議論していた安定度と波源の問題と同様である。リッジの西側にはジオポテンシャル高度が大きな値をとる領域がありジェット軸を中心に分布している。この領域は地域性が強く西側にはすぐジオポテンシャル高度の小さな領域が広がっている。下層の安定度をみみると、ジオポテンシャル高度の大きな周辺では安定度0.1、その西側では中立の領域がある。Guest *et al.* (2000) では、上空の重力波はリッジとジェットの変極軸に挟まれた領域で観測され、その波源は風上のジェット軸と重なった地上前線であるとしている。図20にみられる経度120度、経度50度付近にある中立な領域からその東側の安定な領域に移り変わる過程で地上前線が存在すると考えられる。このためここから放射された重力波が上層のリッジとジェットの変極軸の間に重力波の強度が強い領域が生じているという先行研究と強く一致する結果が得られた。このパターンは北太平洋の低気圧と、アメリカ大陸西岸の高気圧でも確認できる。これにより、高波数部のジオポテンシャル高度の大きな領域3パターンはすべて下層から伝播してきた重力波であることが確認された。つまり、重力波の持つ解像度依存性は、低解像度のモデルでは高波数部分が担っている下層から伝播してきた重力波を制度



よく表現できないことによる違いであることが明らかになった。

## 6.4 重力波の鉛直伝播

6.3 章で下層から伝播する重力波の再現性が解像度依存性につながると述べた。しかし、低解像度のモデルでも下層からの重力波を考慮できていないとは限らない。ここでは、最も低解像度である glevel-5 で再現される下層から伝播してくる重力波について考察する。glevel-5 の構造を理解するうえで 5.2 章で決めた波数区分では不十分である。そのため新しい波数区分として図 34 に示すようなエリア A をエリア A1 とエリア A2 に分割する。エリア A1 では東西波数、南北波数 20 まで、エリア A2 では東西波数、南北波数を 20 から 60 までを考慮している。図 35 と図 36 はそれぞれエリア A1 とエリア A2 の重力波成分で構成した 192hPa ジオポテンシャル高度である。どちらの図も太線はオリジナルデータのジオポテンシャル高度を 200m 間隔で引いている。細線は重力波成分のジオポテンシャル高度を図 35 では 10m 間隔で引いており、負の値にはシェードがかけてある。図 36 の重力波成分は 2m 間隔で引いてあり、正の値には赤いシェード、負の値には青いシェードがかけてある。まず、図 35 をみるとエリア A のジオポテンシャル高度と同じでオリジナルデータの低気圧を強め、高気圧を弱めるように傾度風の非線型成分が現れていることが分かる。今度は図 36 を観てみる。図ではエリア A でみられたような低気圧や高気圧に対応する負の重力波成分は見られない。6.3 章で述べた ITCZ や前線-ジェットシステムから放射された重力波に近い形状をした構造を確認することが出来る。特に ITCZ に対応した領域では他と比較して大きな値をとっている事が分かる。しかし、山岳を波源としたジオポテンシャルは、アンデス山脈やグリーンランドには見られるものの、ヒマラヤにはみられなかった。また、図 37 にはエリア A2 の 192hPa ジオポテンシャル高度を基にした重力波強度と、各等圧面での安定度の関係を示した。ここでも高波数部にみられたように、下層の安定度が約 0.1 の値をとるときにピークを形成していることがわかる。まとめると、glevel-5 の重力波にも下層から伝播したものは反映されており、下層の対流、山岳、前線-ジェット系を波源とするパターンを確認することが出来た。しかし、3つのパターンの中でも ITCZ に対応する重力波が特に大きな値を示していることがわかった。

式 (94) は重力波の鉛直波数についての式である。 $m^2$  が小さな値を持つには鉛直伝播できる範囲で  $N^2$  と  $f_0^2$  が小さな値をとり、 $\omega^2$  が大きな値をとればよい事になる。低緯度域では中緯度域に比べ  $N^2$  の値が小さいことが図 20 から分かる。 $f_0^2$  も低緯度域では小さな値をとる。また、式 (93) から  $\hat{u}$  の値が小さい低緯度域では  $\hat{\omega}$  が大きな値をとることが分かる。このことから山岳、前線-ジェット系を波源とする重力波より、ITCZ を波源に持つ重力波のほうがより低波数部に現れやすいと考えられる。

## 7 結論

重力波は大気中の至る所で存在を確認されいたが、エネルギーが小さく気象に与える影響は少ないとされノイズとして除去されてきた。観測技術の向上や、計算資源の発展に伴い重力波の持つ役割が見直されてきた。重力波は対流圏から成層圏へと運動量を輸送することで、様々な大気現象を引き起こす。例を挙げると、準2年周期振動や重力波ドラッグなどである。このように大気大循環へ影響を及ぼす重力波の発生要因は様々であり、山越気流や積雲対流、ジェットや前線に伴い放射されるものなどがある。重力波の発生しやすい場所に関しては解明されつつあるが、伝播方向や様々な要因からの相互作用など、特に非地形性の重力波には未解明な部分が多い。そこでモデルによる重力波の再現実験が有効であると考えられるが、Zang (2004) では再現された重力波には解像度依存性があるとしている。重力波の解像度依存性とは、再現された重力波は使用されたモデルの解像度によって性質が異なってしまう事を指す。モデルを用いて解析する場合、解像度によって得られる重力波の特性を把握しておくことは重要なことである。本研究では重力波の解像度依存性を解像度の異なる複数のNICAMデータを用いて比較し、解析を行った。

NICAMglevel-5~8の異なる解像度のデータに3次元ノーマルモード展開(Tanaka 1985)を用いることで、重力波成分のみを抽出した重力波ワールドを比較対象としていく。まず、各glevelのデータから重力波エネルギースペクトルを計算し比較した。その結果、より解像度の高いデータを用いたほうが東西波数の $-5/3$ 乗則に従うことが分かり、Terasaki *et al.* (2011)の内容と一致した。また東西南北波数でいくつかの領域に分類し、重力波成分を領域の部分だけ合成した192hPaジオポテンシャル高度の分布の傾向を比較した。その結果、低波数部分ではどのglevelもオリジナルデータの低気圧周辺、高気圧周辺で負の値を持ち、低気圧を強め高気圧を弱めていることが分かった。この関係は地衡風と傾度風の関係で説明でき、馬場(2012)の結果と一致する。低解像度のモデルでは再現できる限界以上の高波数領域で構成される重力波成分のジオポテンシャル高度は正と負の値が入り混じった斑点状の複雑な構造をしており、低波数部のものとは全く異なる性質を示していた。高波数部でのジオポテンシャル高度が大きな値を示した地域は大きく分けて3パターンに分類される。1つ目は赤道域に分布しているもので、ITCZと一致する。2つ目は、山岳地域に発達するもので、アンデス山脈やヒマラヤ山脈、グリーンランド周辺に大きな値をとるコンターが現れた。3つ目は、中緯度から高緯度に向けたジェットに沿うようにして現れるものである。ここが低波数部との大きな違いであり、低気圧や高気圧の中心には大きなジオポテンシャル高度の値を持たない。ジェットに沿った領域でも、リッジとジェットの変曲軸に挟まれた場所は特に強いシグナルを示していた。下層のプラント-バイサラ振動数を計算した結果、このような地点の風上には前線が存在し前線とジェット軸が重なる地点を波源として重力波が放射されていることが示唆される。これはGuest *et al.* (2000)の内容とも矛盾しない。さらに192hPaジオポテンシャル高度の絶対値から重力波強度を計算し、大気各

高度の安定度との関係を調べた。この結果、下層の安定度 0.1 ~ 0.2 に明らかなピークが現れ、最も 192hPa の重力波強度へ影響を与えていると考えられる。大気の安定度が負の値の不安定な場所では重力波は鉛直方向へ伝播することは出来ないが、逆に安定度が高すぎると重力波の波源となる対流も生じなくなるためこのような値にピークが現れたと考えられる。以上の 3 パターンは全て地上に波源を持ち、鉛直方向へ伝播してきた重力波であることが分かった。このことからモデルによって再現された重力波の解像度依存性は、地上付近から伝播してきた重力波を正確に表現できていないことによる差であることが明らかになった。

低解像度のモデルによって再現される重力波では、地上から伝播する重力波をどのように表現しているのかを調べるため、低波数部をさらに 2 つに区分し glevel-5 のデータを用いて解析を行った。これによると波数 20 から 60 までの重力波を合成した結果、上記の地上から伝播してくる重力波の 3 パターンを確認することが出来、低波数領域でも下層から伝播する重力波を再現できていることが分かった。しかし、前線や山岳地域を波源にする重力波に対して ITCZ に対応する対流を波源とする重力波が高い値を示すことがわかった。このことから、低解像度のモデルを用いて重力波を再現する場合、山岳地域や、地上前線を波源として鉛直方向に伝播する重力波については特に再現しきれないことが示唆される。

今回の解析に用いたデータは NICAM の glevel-5 ~ 8 だったがここまでのデータでは積雲を個々に表現することは難しいため、Arakawa-Schuber scheme を用いている。それによって生まれる不確実性のために赤道域での重力波の再現が十分に出来ていない可能性がある。今後の課題としてより高解像度のデータを用いて比較をすることが望まれる。しかし、高解像度のモデルデータを 3 次元ノーマルモード展開することは計算資源的な制限を受けると予想される。そのため超高次元の 3 次元ノーマルモード (鉛直構造関数と Hough 関数) を計算する新たな手法を開発することも課題のひとつである。

## 8 謝辞

本研究を進めるにあたり、指導教員である筑波大学計算科学研究センター田中博教授には、研究に関する論文の紹介や、研究の指針、解析手法、研究結果の考察まで筆者の質問に対し、丁寧な御指導、御助言を頂き心より感謝しております。

また、理化学研究所計算科学研究機構の寺崎康児氏には、プログラミングによる解析、データの取得、考察における御指導、御助言をいただきました。

さらに、同大学生命環境科学研究科の植田宏昭教授、上野健一准教授、日下博幸准教授、若月泰孝助教には様々な発表の場において貴重な御意見、御指摘をいただきました。最後に、共に研究を進めてきた研究室の先輩方や、地球学類の4年生の皆様には、よき相談相手となって頂きました。

本論文にかかわった皆様の御協力によって完成させることができました。心より感謝の意を示すと共に厚く御礼申し上げます。

## 参考文献

- Fritts, D. C., and G. D. Nastrom, 1992: Source of mesoscale variability of gravity waves. Part II: Frontal, convective, and jet stream excitation. *J. Atmos. Sci.*, **49**, 111-127.
- Guest, F., M. Reeder, C. Marks, and D. Karoly, 2000: Inertia-gravity waves observed in the lower stratosphere over Macquarie Island. *J. Atmos. Sci.*, **57**, 737-752.
- Holton, J. R., 1975: The dynamic meteorology of the stratosphere and mesosphere. Meteor. Monograph, vol.15, No.37, Amer. Meteor. Soc., 218pp.
- Holton, J. R., P. H. Haynes, M. E. McIntyre, A. R. Douglass, R. B. Road, and L. Pfister, 1995: Stratosphere-troposphere exchange. *Rev. Geophys.*, **33**, 403-439.
- Nastrom, G. D., and K. S. Gage, 1985: A climatology of atmospheric wavenumber spectra of wind and temperature observed by commercial aircraft. *J. Atmos. Sci.*, **42**, 950-960.
- O Sullivan, D., and T. J. Dunkerton, 1995: Generation of inertia-gravity waves in a simulated life cycle of baroclinic instability. *J. Atmos. Sci.*, **52**, 3695-3716.
- Plougonven, R., H. Teitelbaum, and V. Zeitlin, 2003: Inertia-gravity wave generation by the tropospheric mid-latitude jet as given by the FASTEX radiosoundings. *J. Geophys. Res.*, **108**(D21), 4686, doi: 10.1029/2003JD003535.
- Plougonven, R., and C. Snyder, 2005: Gravity waves excited by jets: Propagation versus generation. *Geophys. Res. Lett.*, **32**, L18802, doi:10.1029/2005GL023730.
- Sato, K., T. Kumakura, and M. Takahashi, 1999: Gravity waves appearing in a high-resolution GCM simulation. *J. Atmos. Sci.*, **56**, 1005-1018.
- Sato, K., 2000: Source of gravity waves in the polar middle atmosphere. *Adv. Polar Upper Atmos. Res.*, **14**, 233-240.
- Satoh, M., T. Matsuno, H. Tomita, H. Miura, T. Nasuno, and S. Iga, 2008: Non-hydrostatic Icosahedral Atmospheric Model (NICAM) for global cloud resolving simulations. *Journal of Computational Physics, the special issue*

- on Predicting Weather, Climate and Extreme Events*, **227**, 3486. 3514,  
doi:10.1016/j.jcp.2007.02.006.
- Swarztrauber, P. N. and A. Kasahara, 1985: The vector harmonic analysis of Laplace 's tidal equation. *SIAM J. Sci. Stat. Comput.*, **6**, 464-491.
- Takahasi, M., 1996: Simulation of the stratospheric quasi-biennial oscillation using a general circulation model. *Geophys. Res. Lett.*, **23**, 661-664.
- Tanaka, H. L., 1985: Global energetics analysis by expansion into three dimensional normal mode functions during the FGGE winter. *J. Meteor. Soc. Japan*, **63**, 180-200.
- Tanaka, H. L., 1991: A numerical simulation of amplification of low-frequency planetary waves and blocking formations by the upscale energy cascade. *Mon. Wea. Rev.*, **119**, 2919-2935.
- Tateno, S., and K. Sato, 2008: A study of inertia-gravity waves in the middle stratosphere based on intensive radiosonde observations. *J. Meteor. Soc. Japan*, **86**, 719-732.
- Terasaki, K., and H. L. Tanaka, 2007: An analysis of the 3D atmospheric energy spectra and interactions using analytical vertical structure functions and two reanalyses. *J. Meteor. Soc. Japan*, **85**, 785-796.
- Terasaki, K., and H. L. Tanaka, and M. Satoh, 2009: Characteristics of the kinetic energy spectrum of NICAM model atmosphere. *SOLA*, **5**, 180-183.
- Terasaki, K., and H. L. Tanaka, and Žagar, N., 2011: Energy spectra of Rossby and gravity waves. *SOLA*, **7**, 045-048.
- Uccellini, L. W., and S. E. Koch 1986: The synoptic setting and possible energy sources for mesoscale wave disturbances. *Mon. Wea. Rev.*, **115**, 721-729.
- Yoshiki, M., and K. Sato, 2000: A statistical study of gravity waves in the polar regions based on operational radiosonde data. *J. Geophys. Res.* **105**, 17995-18011.
- Zhang, F., 2004: Generation of mesoscale gravity waves in upper-tropospheric jet-front systems. *J. Atmos. Sci.*, **61**, 440-457.
- 小倉義光, 1978: 気象力学通論. 東京大学出版会. 249pp
- 余田成男, 2003: 気象力学における非線型問題. 2002年度 気候学気象学特殊講義 I 資料 (筑波大学).

田中浩, 2000: 大気科学とその周縁. 502pp.

馬場峻司, 2012: 地球大気に観られる慣性重力波の広域空間分布の研究, 筑波大学生  
命環境学群地球学類卒業論文, 122 pp.

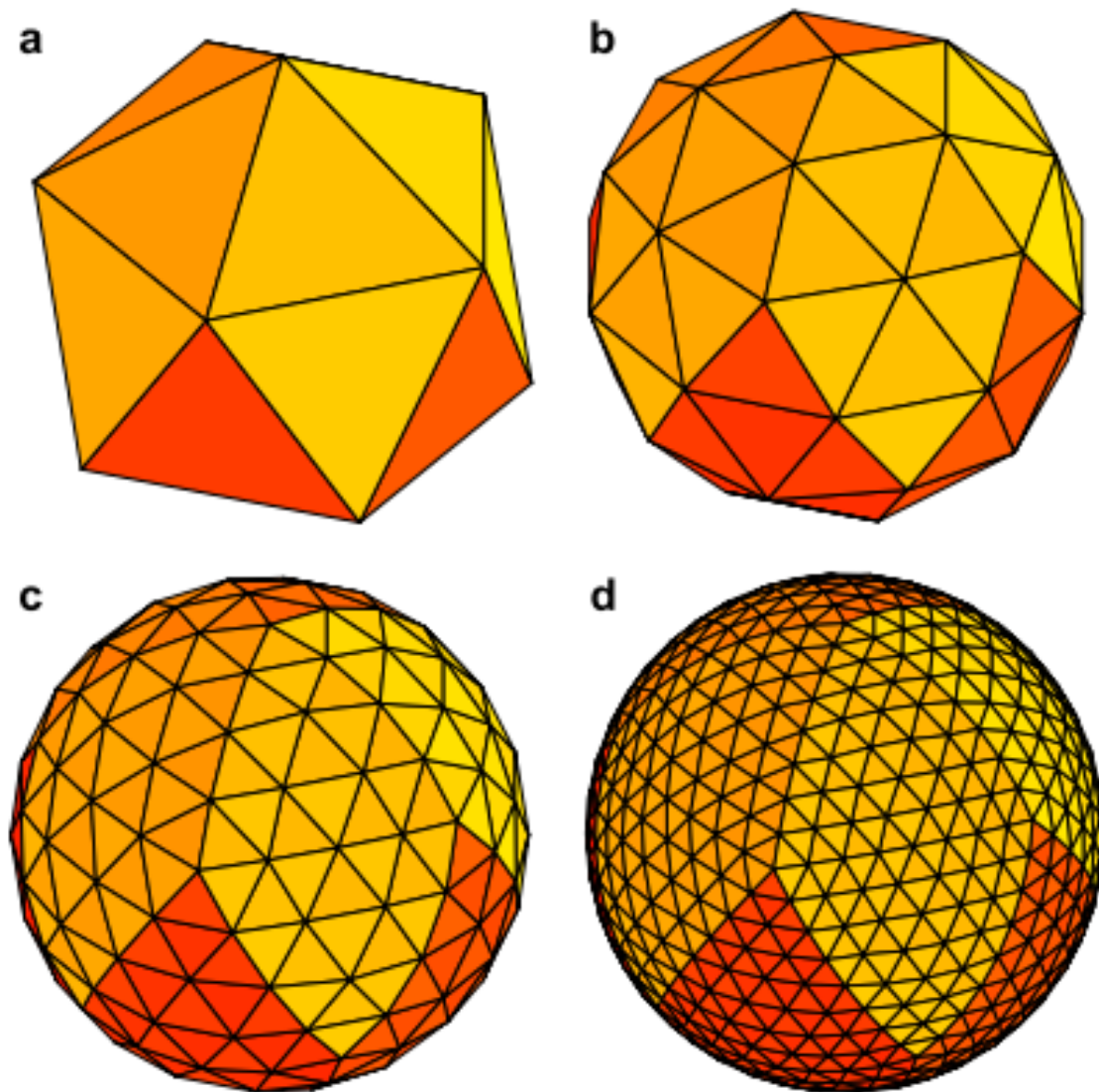


図 1: NICAM の正 20 面格子, (a)glevel-0, (b)glevel-1, (c)glevel-2, (d)glevel-3 (Sato et al. 2008)



## 192 hPa Height

NICAM glevel g8

200711/27/12Z + 0hour

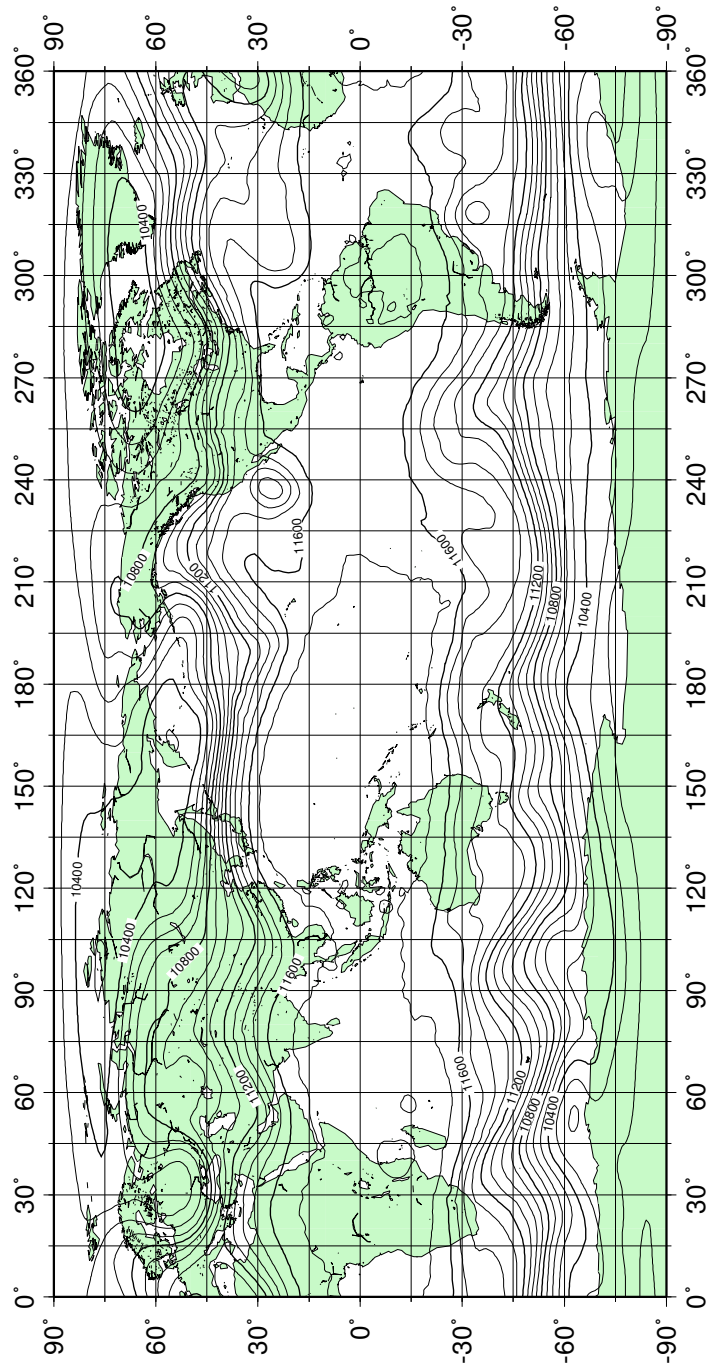
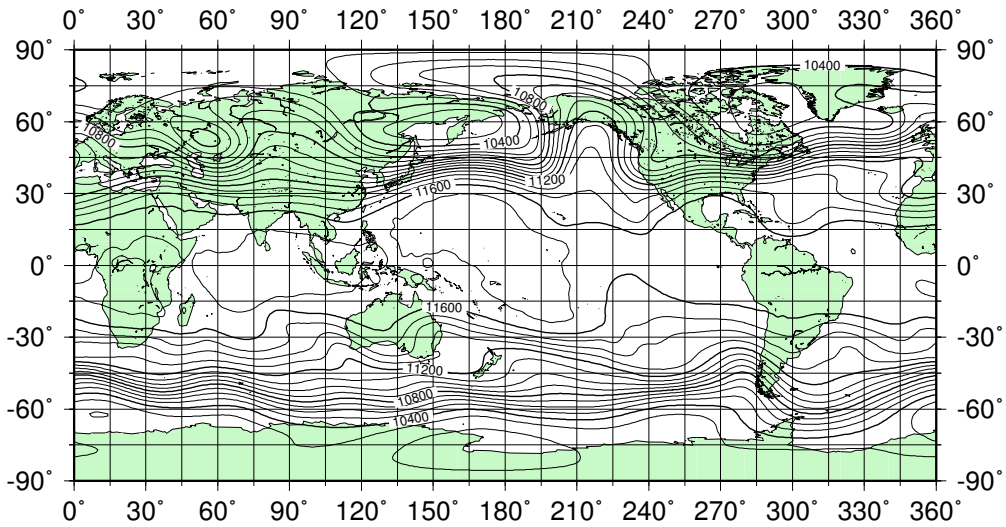


図 2: 初期値 2007/11/27/12Z の GPV/JMA による 1920hPa ジオポテンシャル高度. コンターは 100m 毎に引いてある.

# 192 hPa Height

NICAM 2007/11/27/12Z + 72hour

## glevel 5



## glevel 6

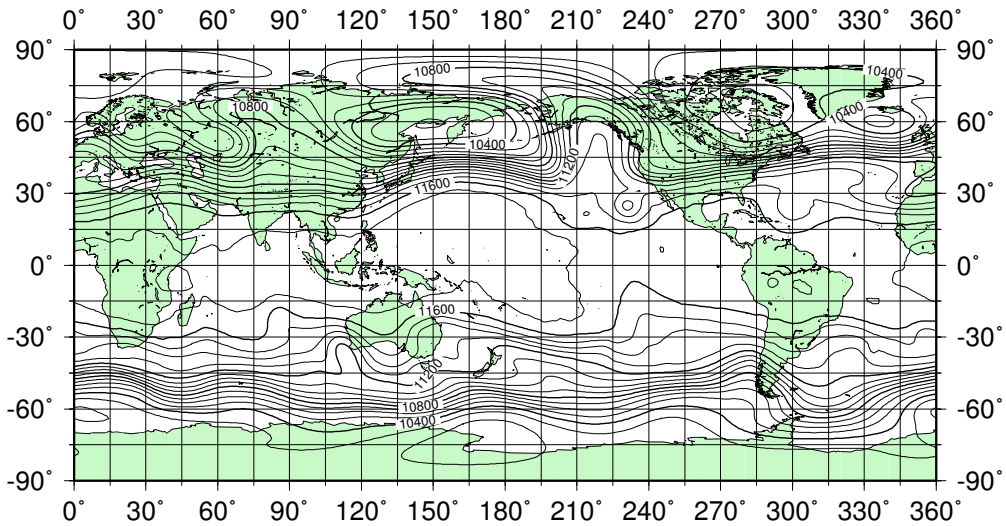
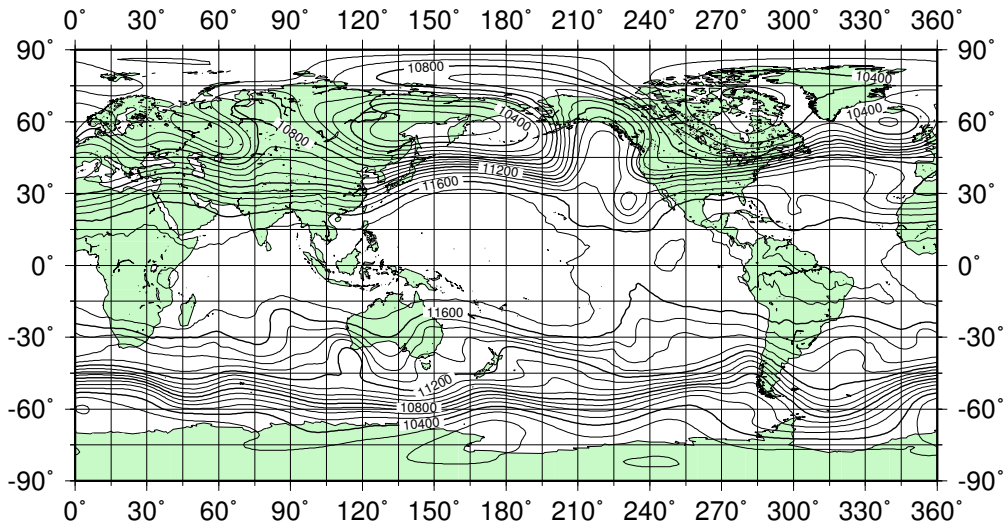


図 3: 2007/11/27/12Z + 72hour, NICAM glevel-5(上), glevel-6(下) における 192hPa ジオポテンシャル高度. コンターは 100m 毎に引いてある.

# 192 hPa Height

NICAM 2007/11/27/12Z + 72hour

## glevel 7



## glevel 8

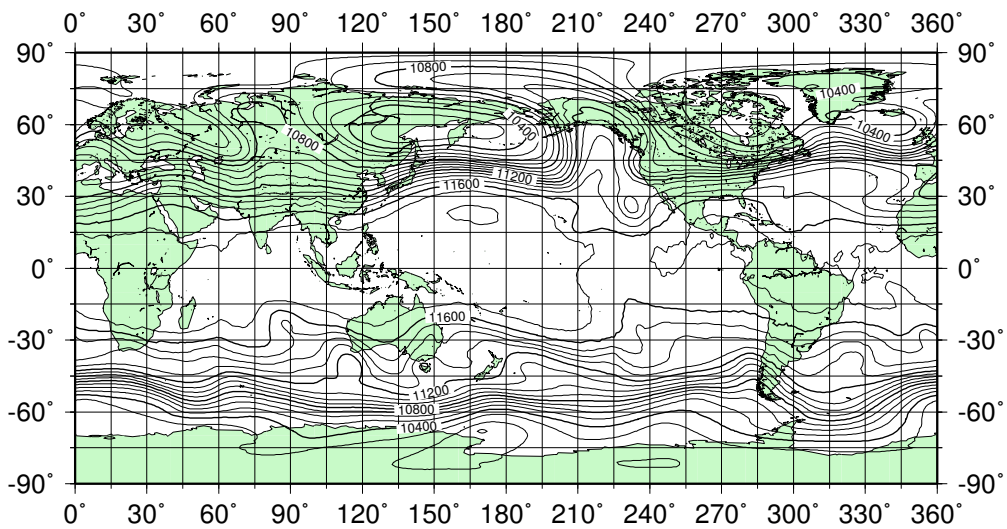


図 4: 2007/11/27/12Z + 72hour, NICAM glevel-7(上), glevel-8(下) における 192hPa ジオポテンシャル高度. コンターは 100m 毎に引いてある.

# Numerical Vertical Structure Function

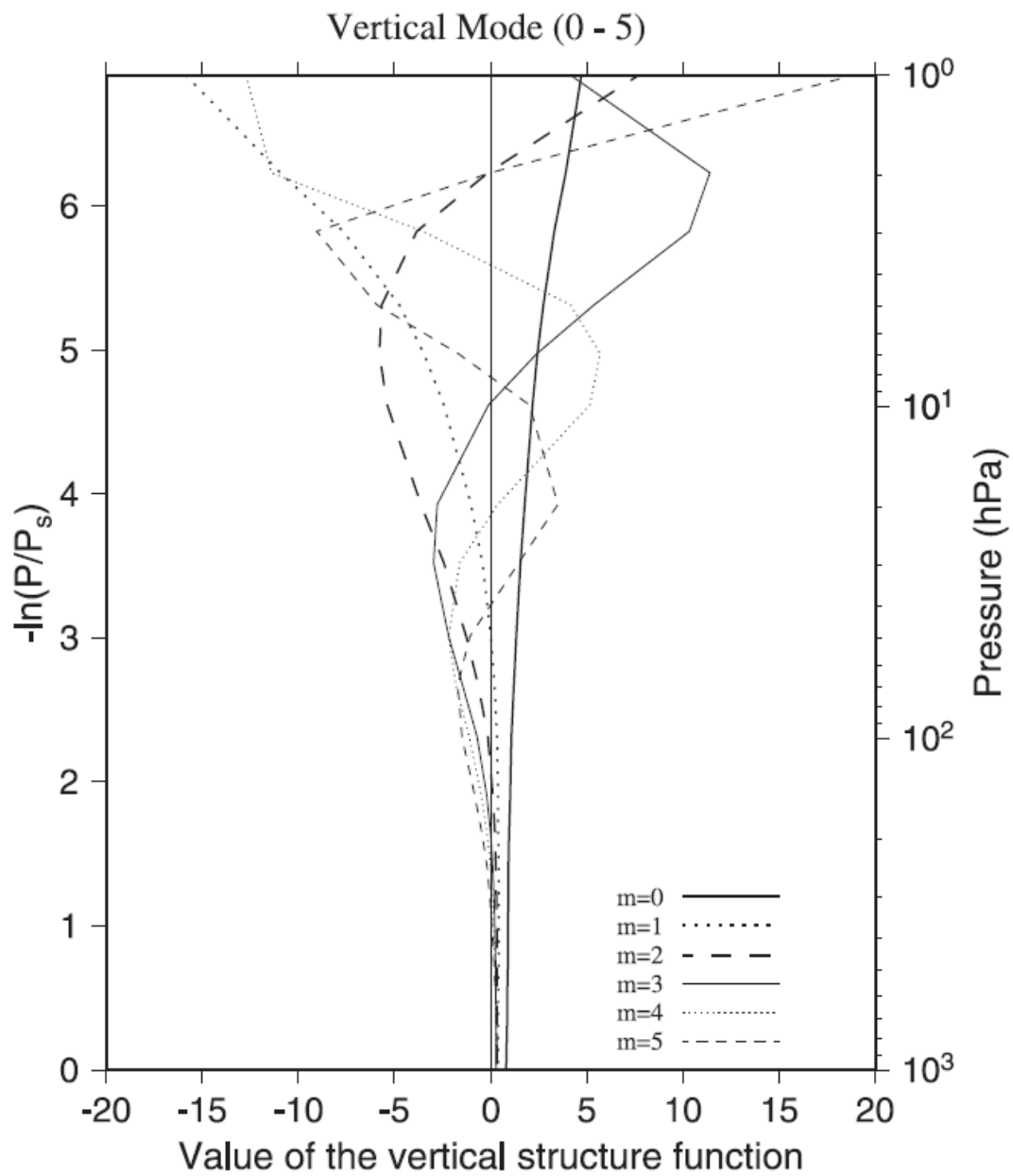


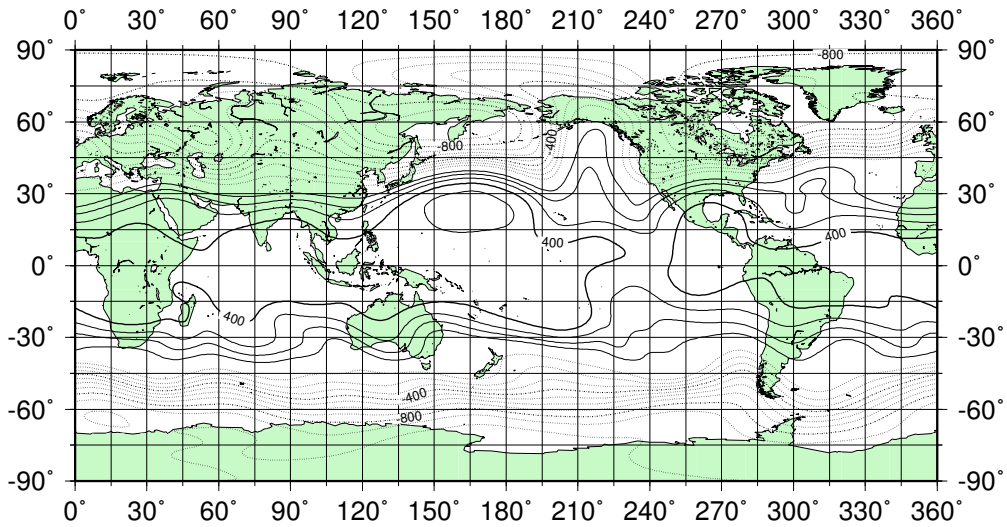
图 5: 鉛直構造関数  $G_m$  (Terasaki and Tanaka 2007)

# 192 hPa Height

NICAM 2007/11/27/12Z + 72hour

glevel 5

## Rossby



## Gravity

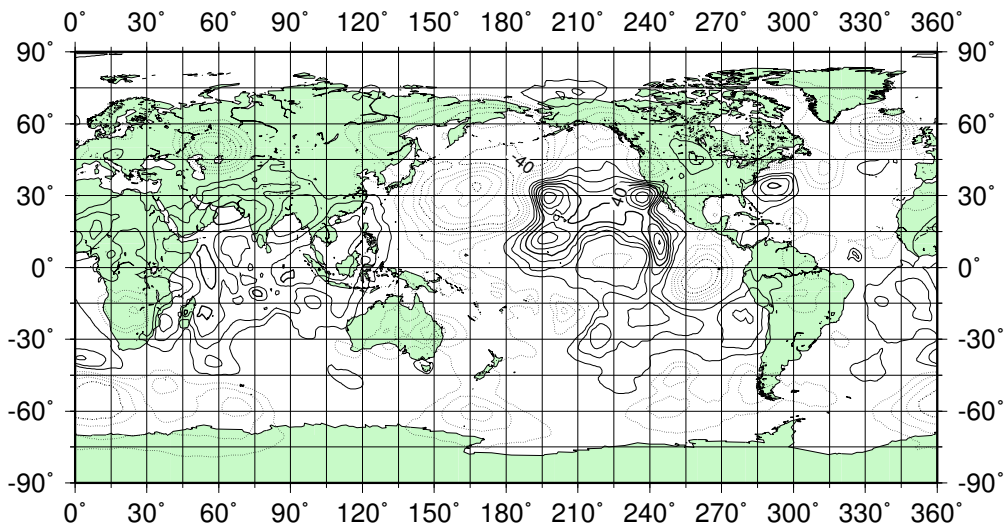


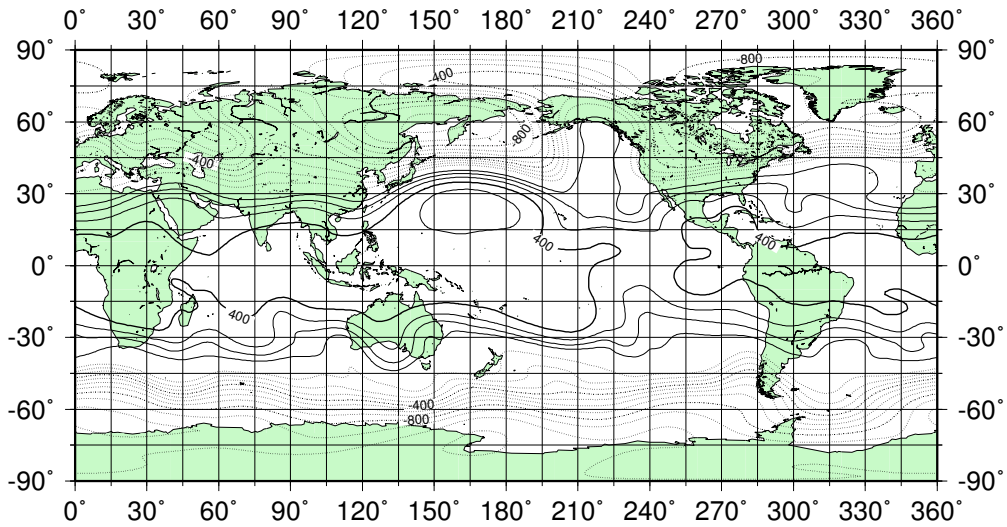
図 6: 2007/11/27/12Z+72hour, glevel-5, 192hPa ジオポテンシャル高度. (上) ロスビー波成分のみ. コンター間隔は 100m, 点線はマイナス. (下) 重力波成分のみ. コンター間隔は 10m, 点線はマイナス.

# 192 hPa Height

NICAM 2007/11/27/12Z + 72hour

glevel 6

## Rossby



## Gravity

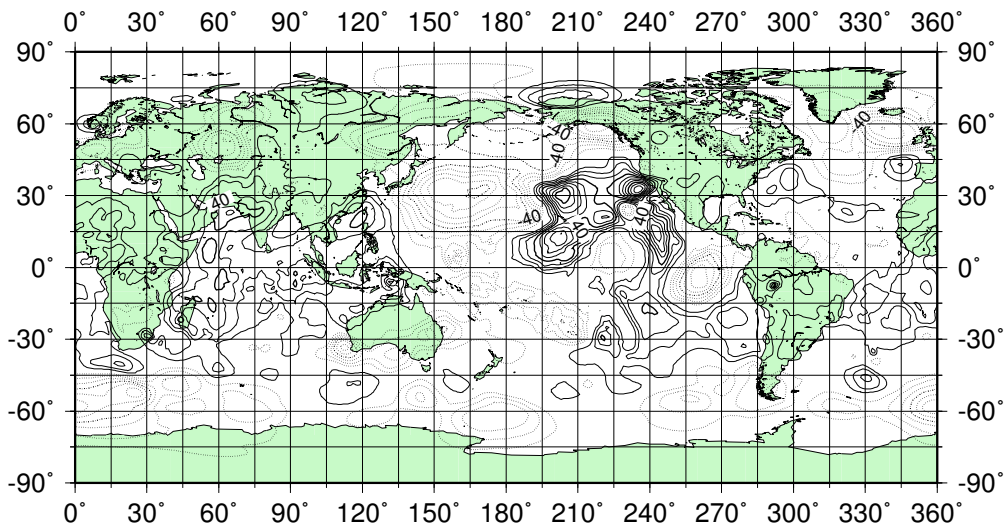


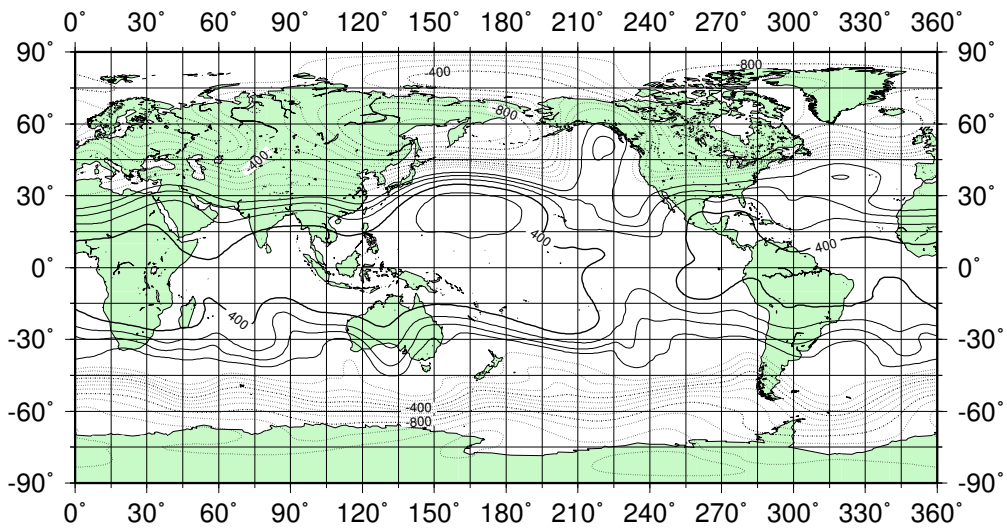
図 7: 2007/11/27/12Z+72hour, glevel-6, 192hPa ジオポテンシャル高度. (上) ロスビー波成分のみ. コンター間隔は 100m, 点線はマイナス. (下) 重力波成分のみ. コンター間隔は 10m, 点線はマイナス.

# 192 hPa Height

NICAM 2007/11/27/12Z + 72hour

glevel 7

## Rossby



## Gravity

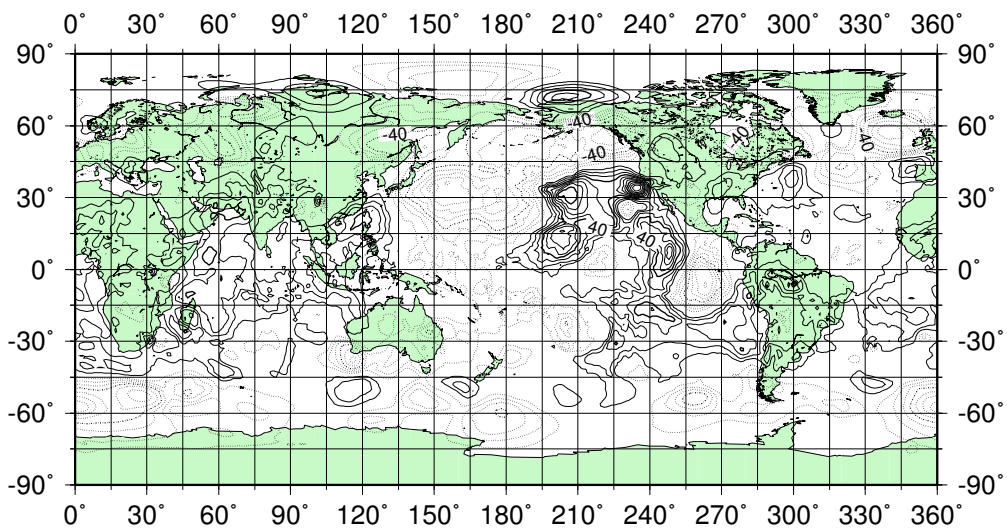


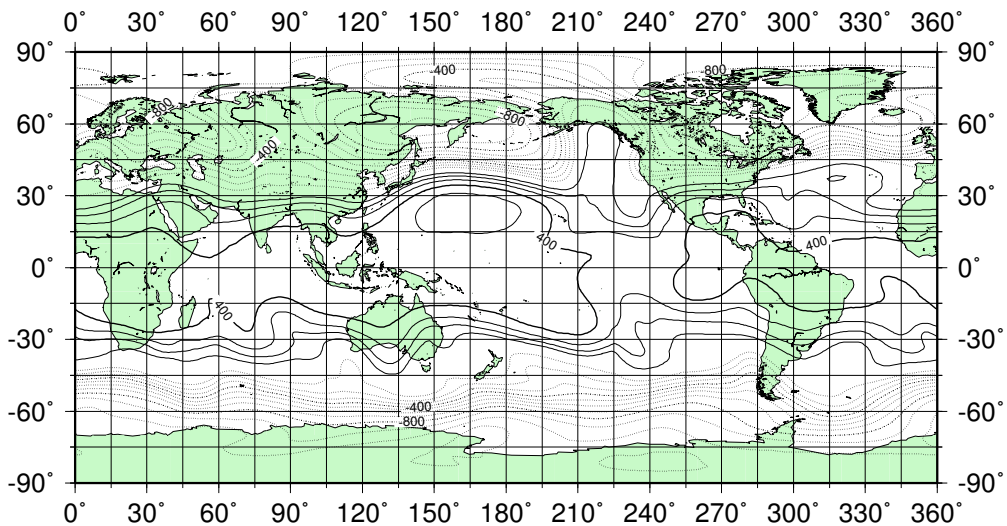
図 8: 2007/11/27/12Z+72hour, glevel-7, 192hPa ジオポテンシャル高度. (上) ロスビー波成分のみ. コンター間隔は 100m, 点線はマイナス. (下) 重力波成分のみ. コンター間隔は 10m, 点線はマイナス.

# 192 hPa Height

NICAM 2007/11/27/12Z + 72hour

glevel 8

## Rossby



## Gravity

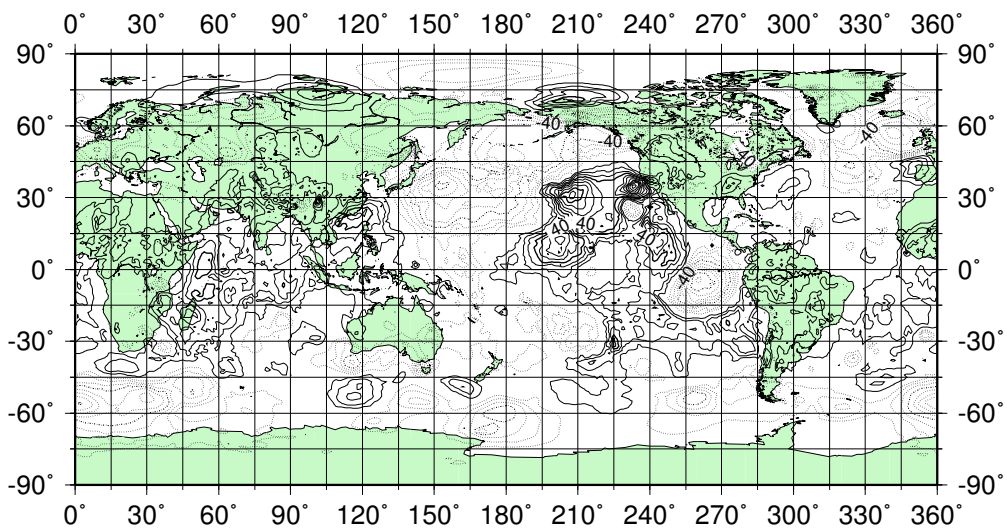


図 9: 2007/11/27/12Z+72hour, glevel-8, 192hPa ジオポテンシャル高度. (上) ロスビー波成分のみ. コンター間隔は 100m, 点線はマイナス. (下) 重力波成分のみ. コンター間隔は 10m, 点線はマイナス.



# Gravity Wave Zonal Energy

NICAM glevel-8 2007/11/27/12Z + 72hour

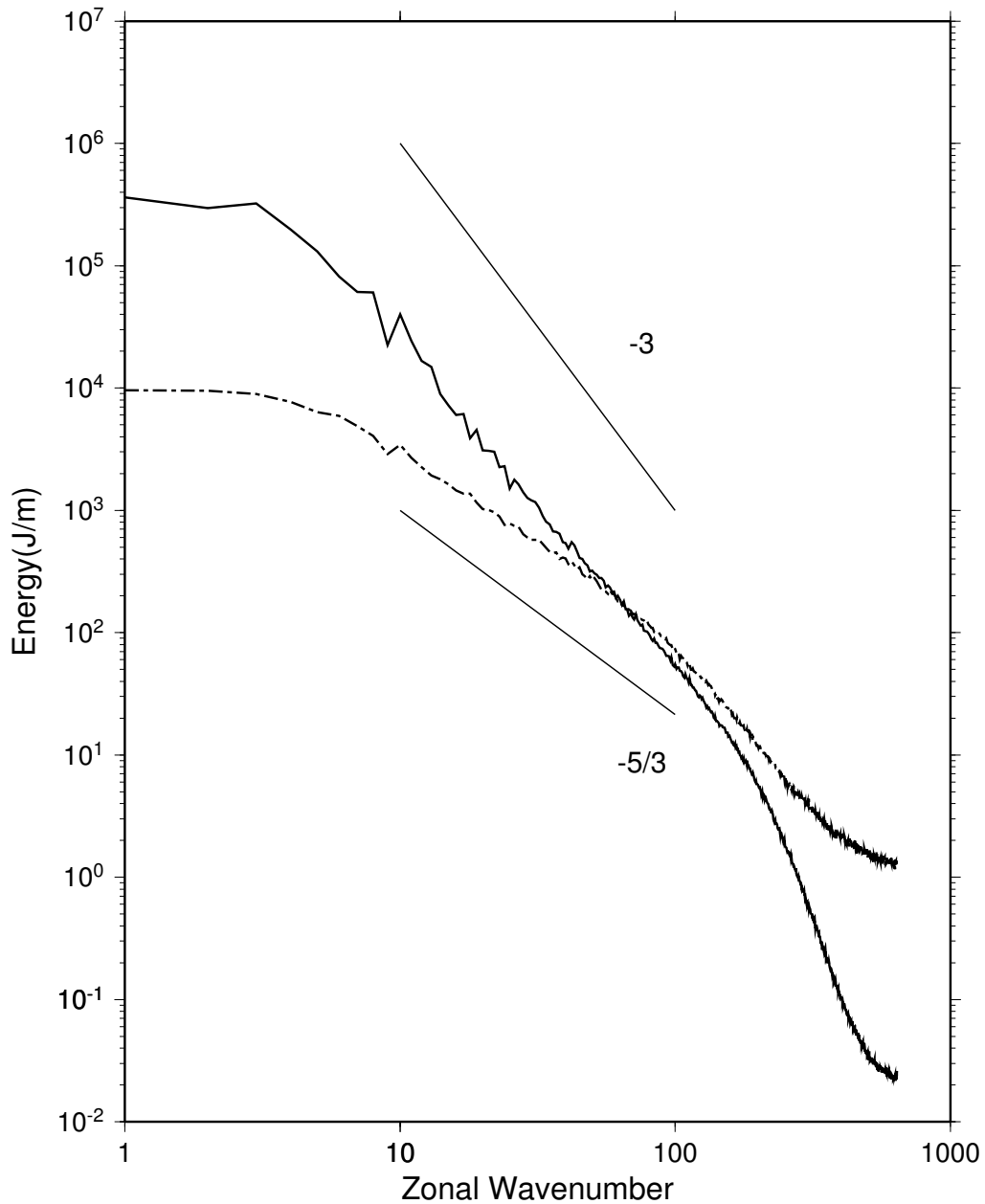


図 10: 2007/11/27/12Z + 72hour, 各 glevel での東西波数のエネルギースペクトル. 横軸に東西波数, 縦軸にエネルギー ( $\text{J}/\text{m}^2$ ) をとっている. 縦軸, 横軸共に対数軸をとっている. 実線はロスビー波成分, 点線は重力波成分を表す.

# Gravity Wave Zonal Energy

NICAM 2007/11/27/12Z + 72hour

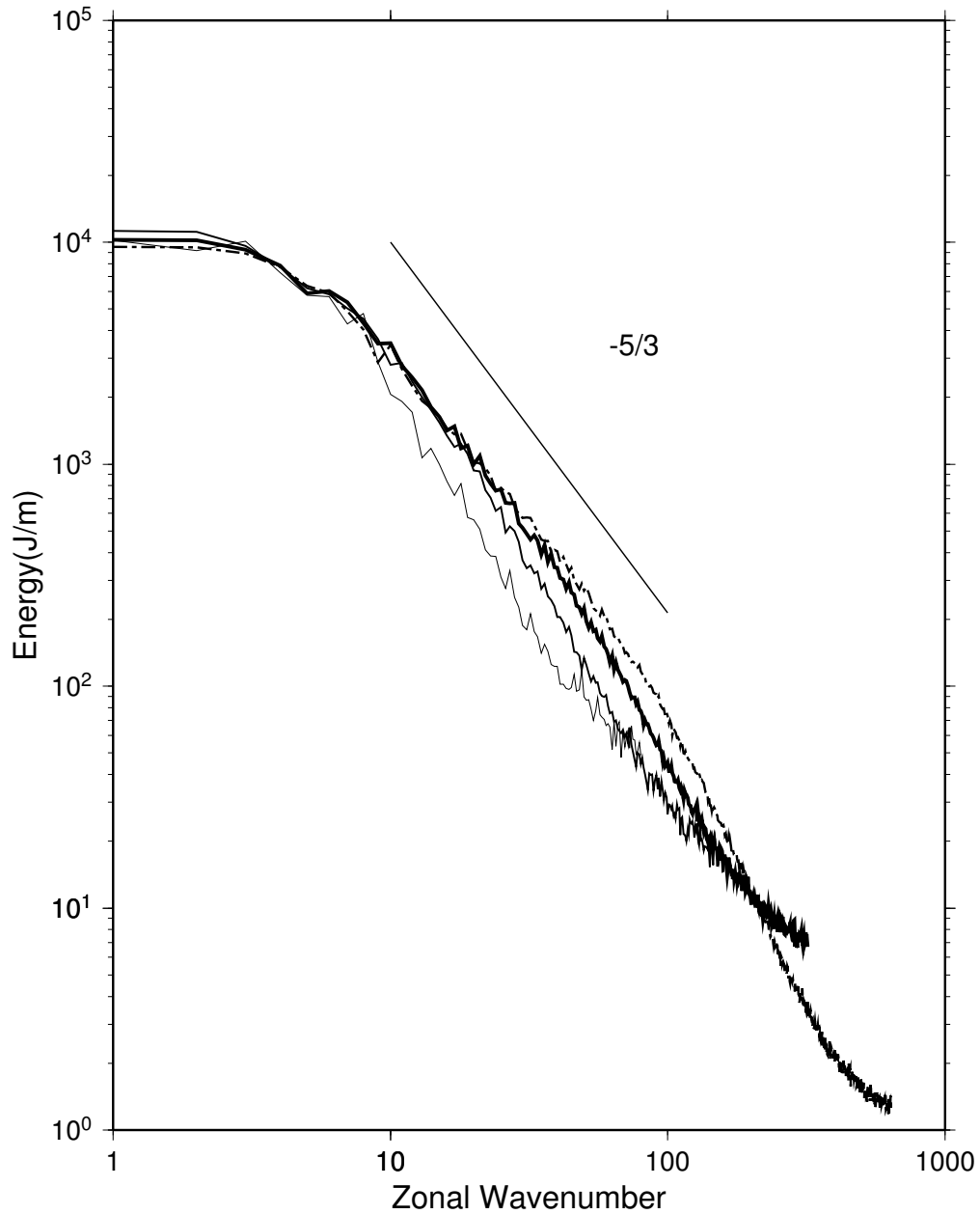


図 11: 2007/11/27/12Z + 72hour, 各 glevel での東西波数の重力波エネルギースペクトル. 横軸に東西波数, 縦軸にエネルギー ( $J/m^2$ ) をとっている. 縦軸, 横軸共に対数軸をとっている. 細実線, 中実線, 太実線, 点線はそれぞれ, glevel-5, 6, 7, 8 を示している.

# Gravity Wave Zonal Energy

NICAM 2007/11/27/12Z + 72hour

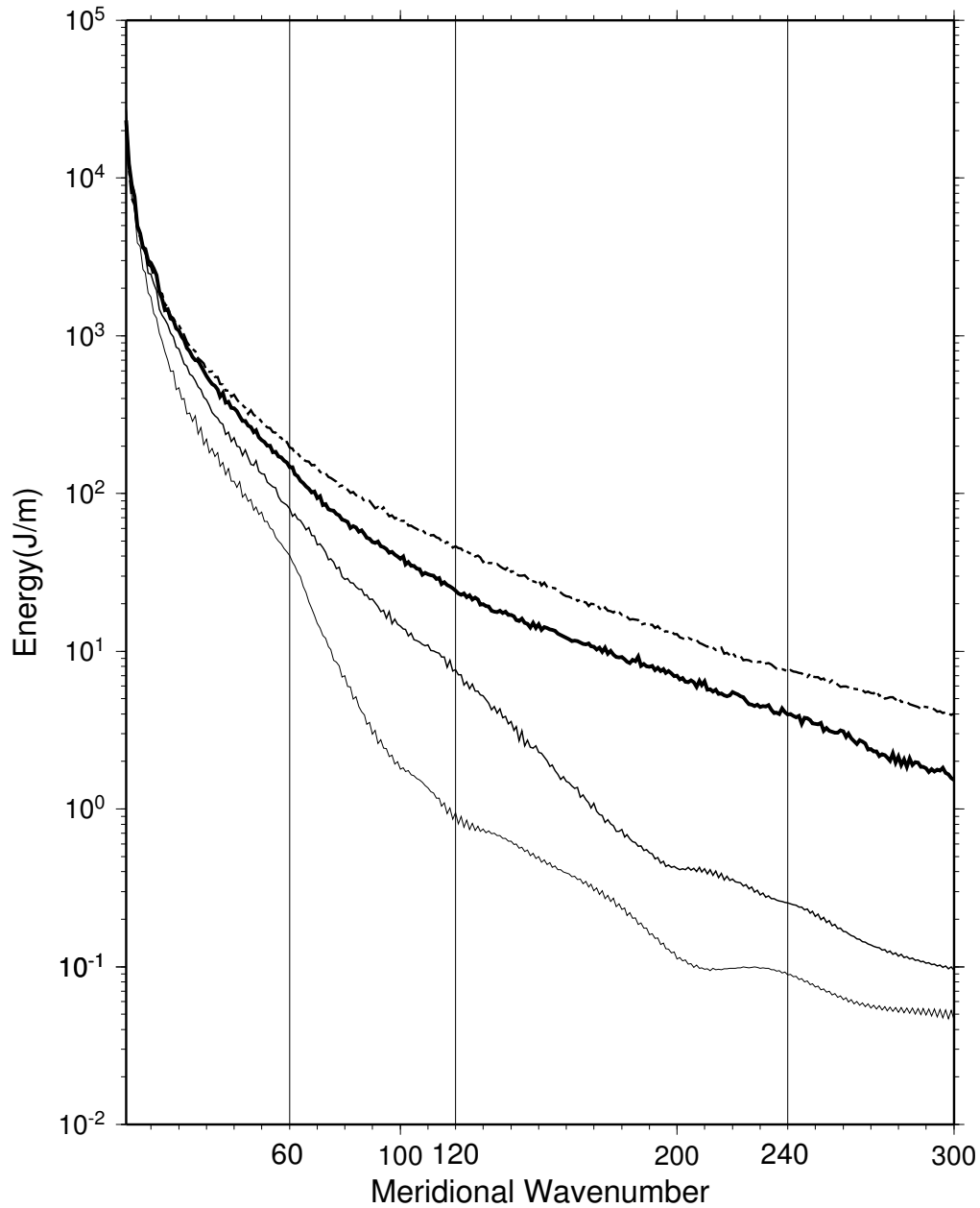


図 12: 2007/11/27/12Z + 72hour, 各 glevel での南北波数の重力波エネルギースペクトル. 横軸に東西波数, 縦軸にエネルギー ( $J/m^2$ ) をとっている. 縦軸に対数軸をとっている. 細実線, 中実線, 太実線, 点線はそれぞれ, glevel-5, 6, 7, 8 を示している.

# Area

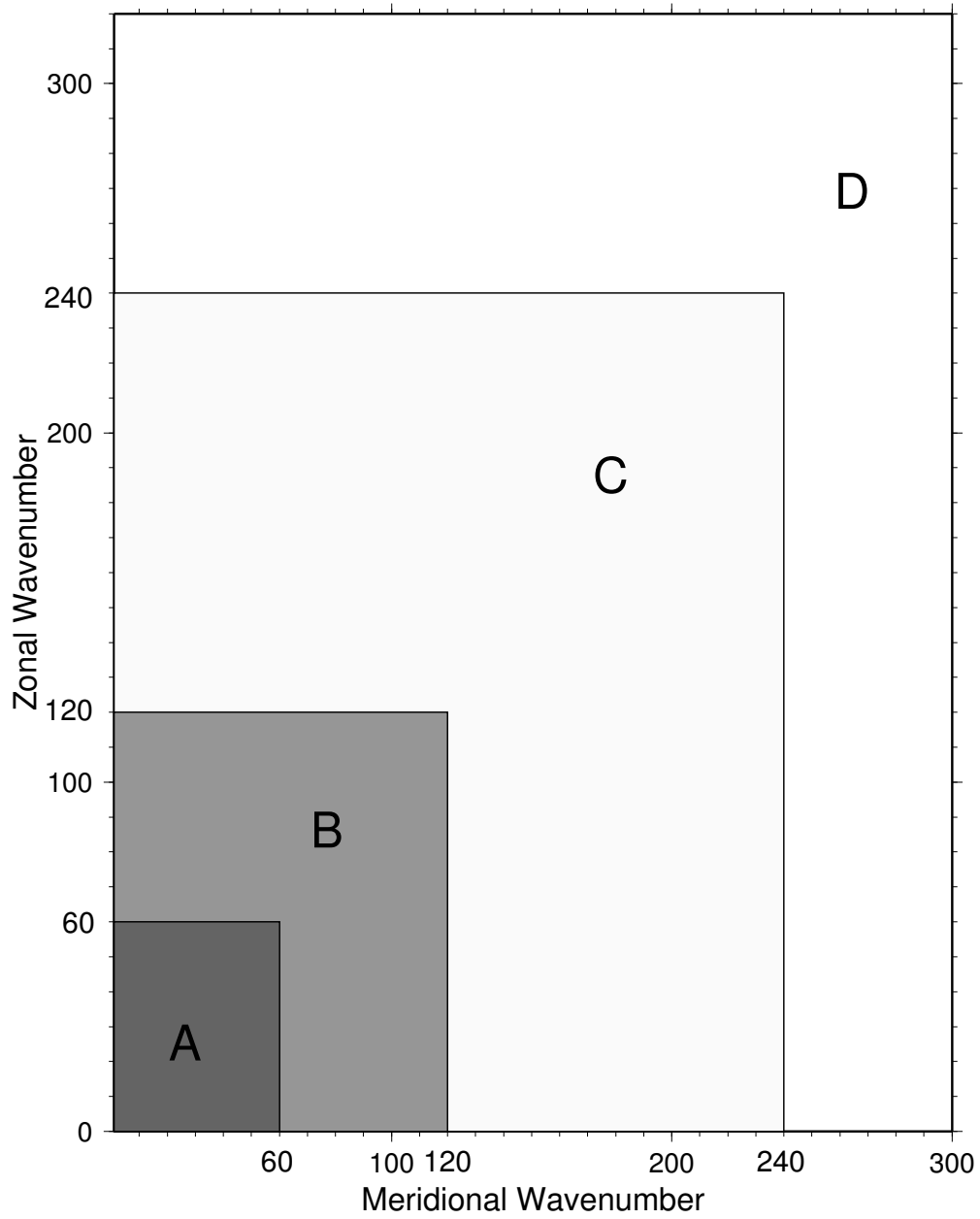
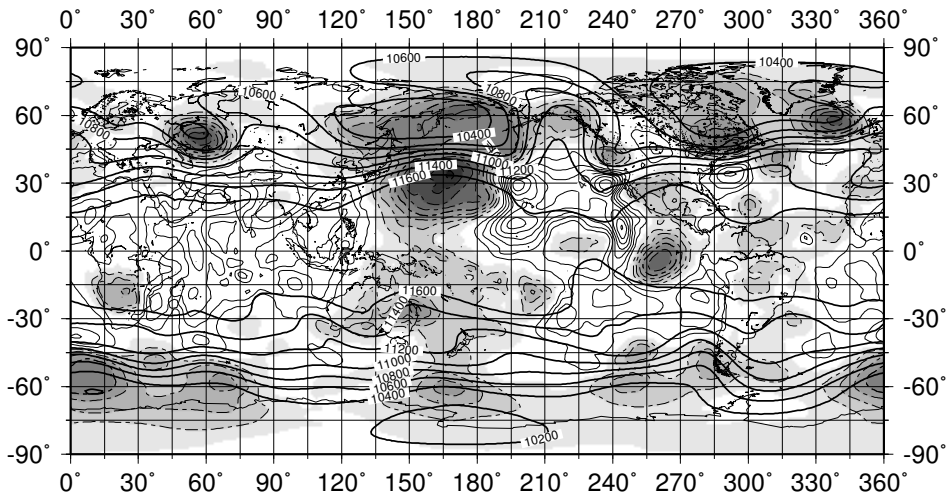


図 13: 比較に用いるエリアを示す模式図. 横軸を南北波数, 縦軸を東西波数としている.

192 hPa Height  
 NICAM 2007/11/27/12Z + 72hour  
 Area A  
 glevel 5



glevel 6

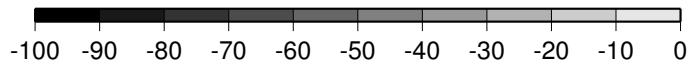
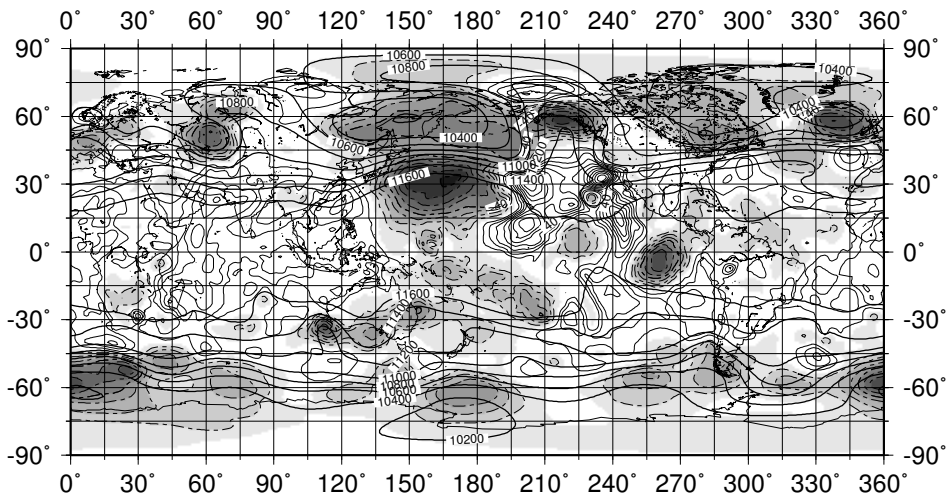


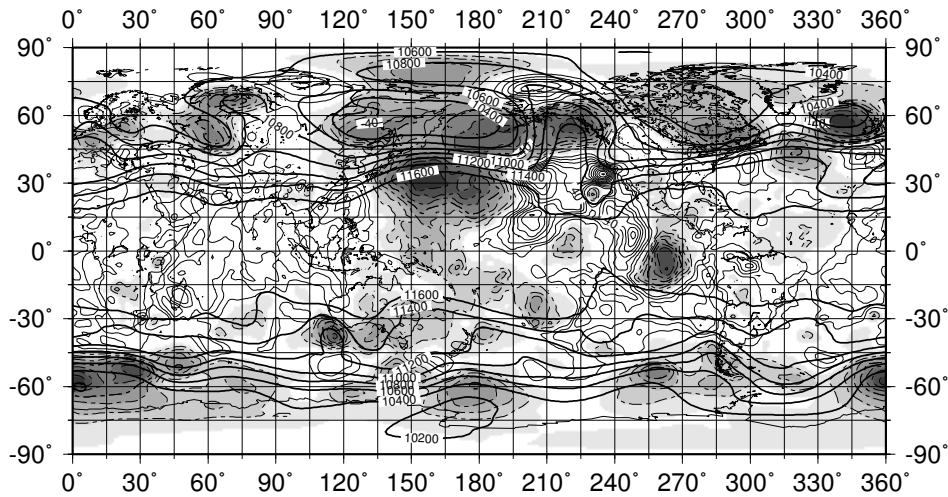
図 14: 2007/11/27/12Z+72hour, 192hPa ジオポテンシャル高度. (上)glevel-5. (下)glevel-6. 太線はオリジナルデータの 192hPa ジオポテンシャル高度を示し, コンター間隔は 200m. 細線は重力波成分のジオポテンシャル高度, コンター間隔は 10m, 点線はマイナスでシェードがかかっている.

# 192 hPa Height

NICAM 2007/11/27/12Z + 72hour

## Area A

### glevel 7



### glevel 8

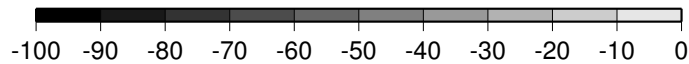
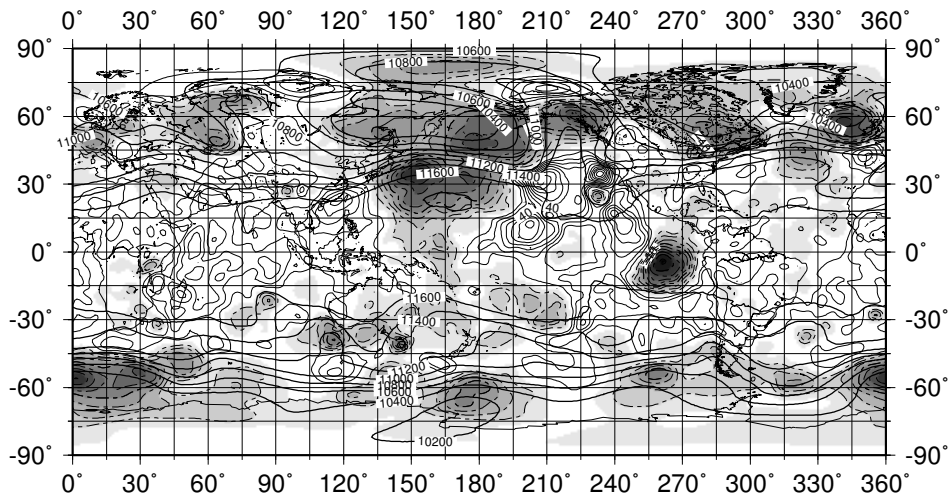
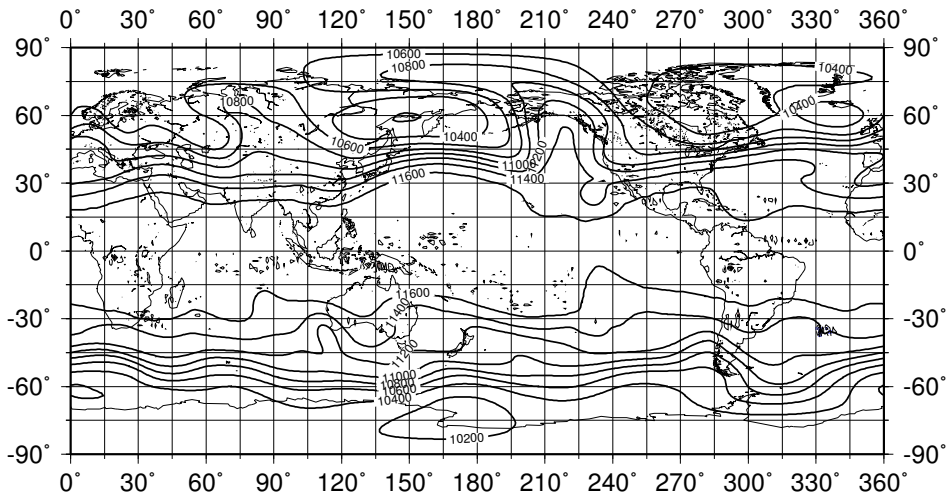


図 15: 2007/11/27/12Z+72hour, 192hPa ジオポテンシャル高度. (上)glevel-7. (下)glevel-8. 太線はオリジナルデータの 192hPa ジオポテンシャル高度を示し, コンター間隔は 200m. 細線は重力波成分のジオポテンシャル高度, コンター間隔は 10m, 点線はマイナス. シェードは赤がプラスで青がマイナスを示す.

192 hPa Height  
 NICAM 2007/11/27/12Z + 72hour  
 Area B  
 glevel 6



glevel 7

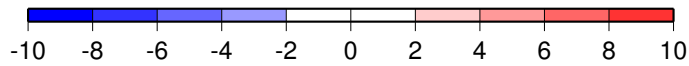
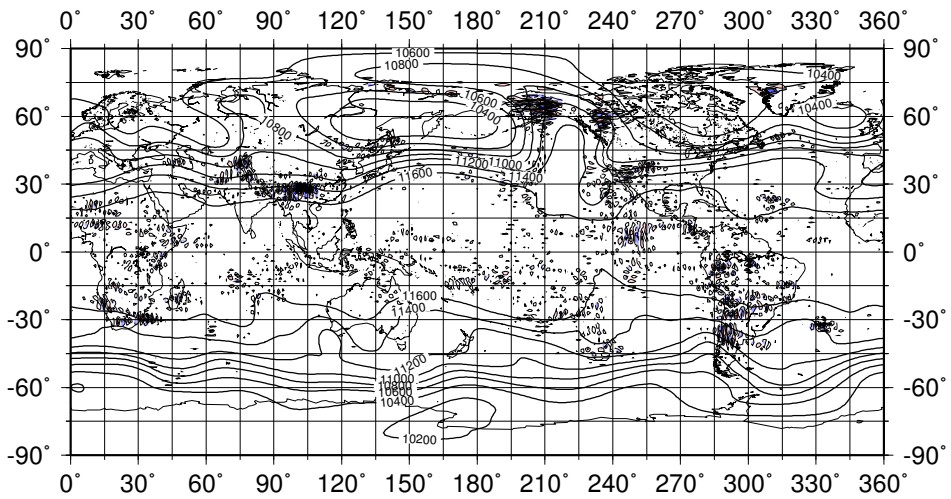


図 16: 2007/11/27/12Z+72hour, 192hPa ジオポテンシャル高度. (上)glevel-6. (下)glevel-7. 太線はオリジナルデータの 192hPa ジオポテンシャル高度を示し, コンター間隔は 200m. 細線は重力波成分のジオポテンシャル高度, コンター間隔は 2m, 点線はマイナス. シェードは赤がプラスで青がマイナスを示す.

# 192 hPa Height

NICAM glevel 8

2007/11/27/12Z + 72hour

Area B

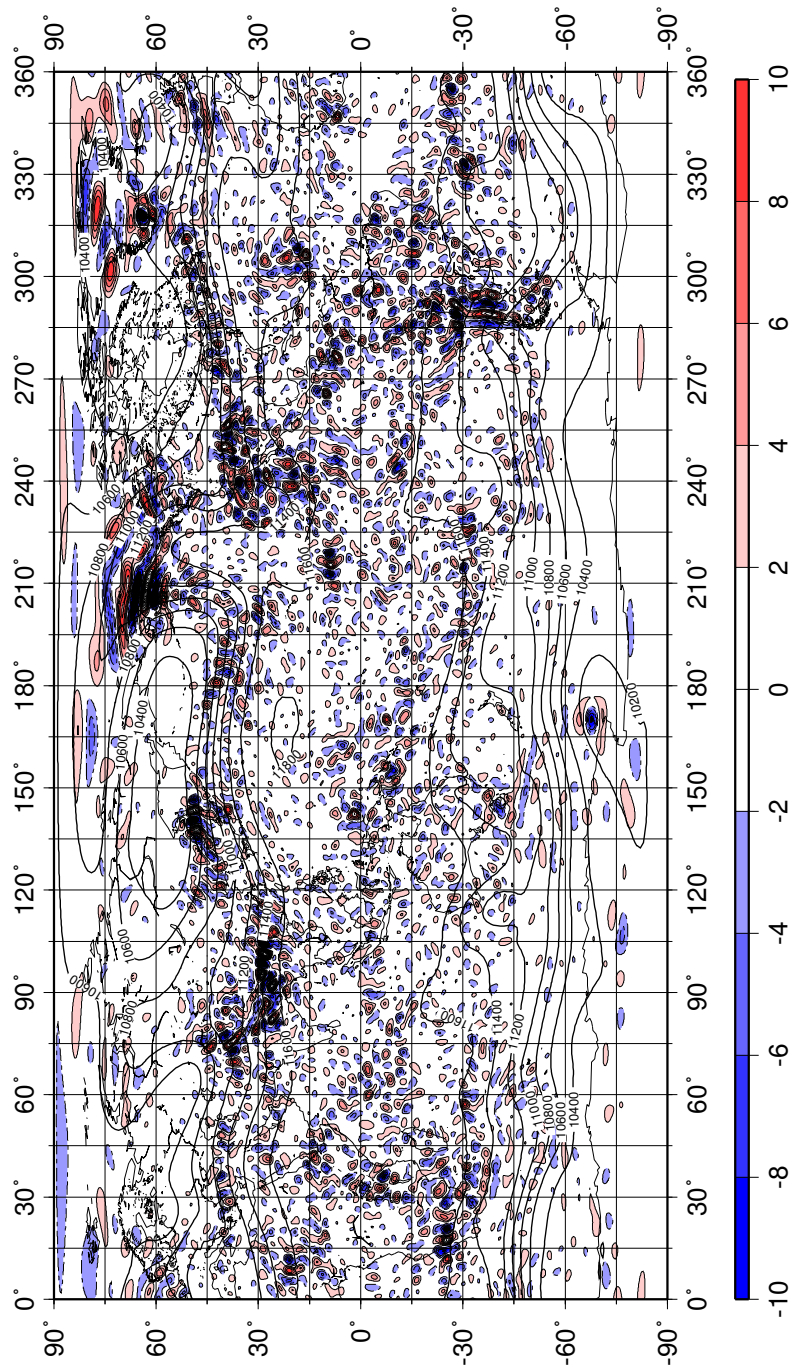


図 17: 2007/11/27/12Z+72hour, 192hPa ジオポテンシャル高度. glevel-8. 太線はオリジナルデータの 192hPa ジオポテンシャル高度を示し, コンター間隔は 200m. 細線は重力波成分のジオポテンシャル高度, コンター間隔は 2m, 点線はマイナス. シェードは赤がプラスで青がマイナスを示す.

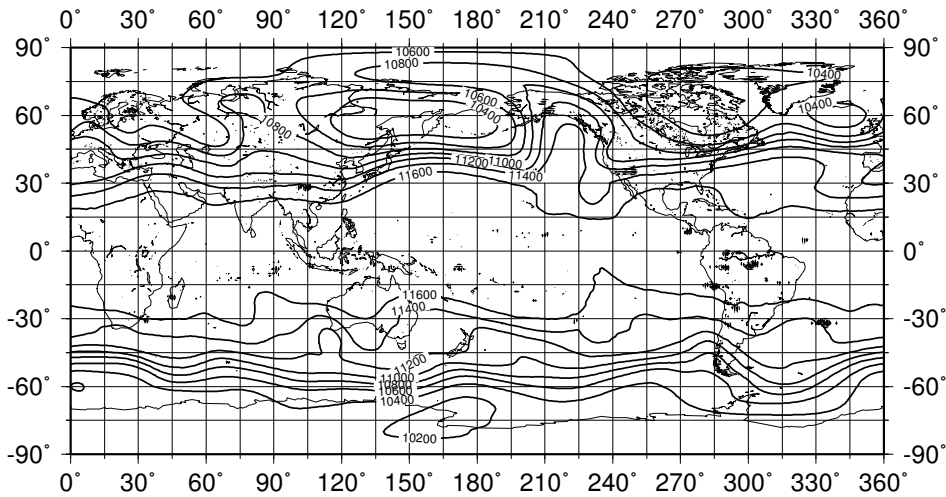


# 192 hPa elem Height

NICAM 2007/11/27/12Z + 72hour

## Area C

### glevel 7



### glevel 8

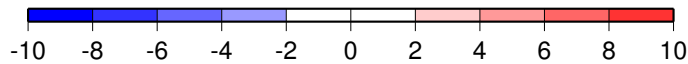
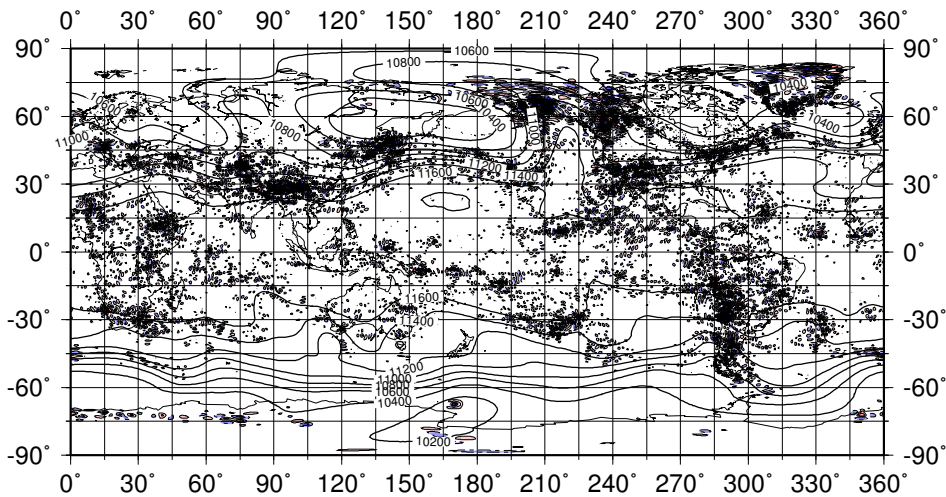


図 18: 2007/11/27/12Z+72hour, 192hPa ジオポテンシャル高度. (上)glevel-7. (下)glevel-8. 太線はオリジナルデータの 192hPa ジオポテンシャル高度を示し, コンター間隔は 200m. 細線は重力波成分のジオポテンシャル高度, コンター間隔は 2m, 点線はマイナス. シェードは赤がプラスで青がマイナスを示す.

# 192 hPa Height

NICAM glevel 8

2007/11/27/12Z + 72hour

Area D

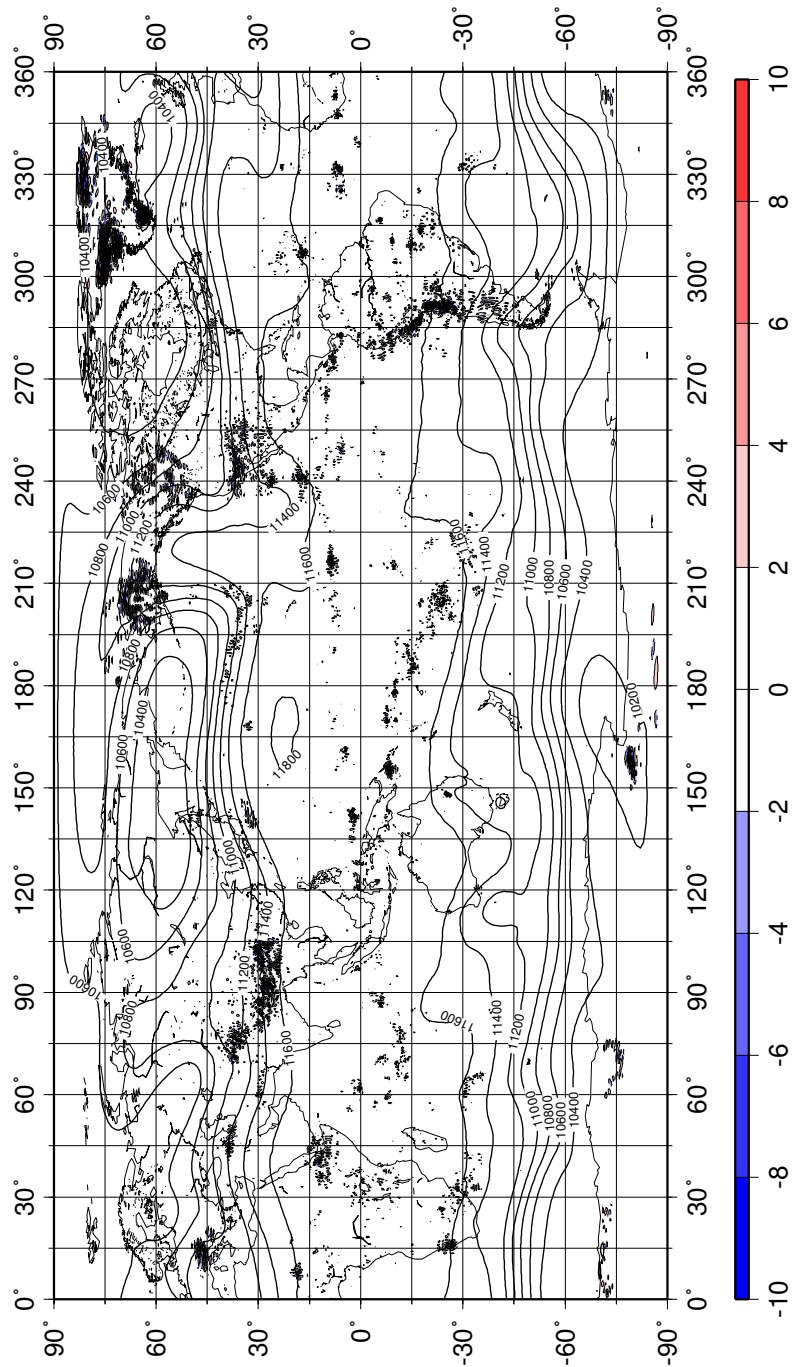


図 19: 2007/11/27/12Z+72hour, 192hPa ジオポテンシャル高度. glevel-8. 太線はオリジナルデータの 192hPa ジオポテンシャル高度を示し, コンター間隔は 200m. 細線は重力波成分のジオポテンシャル高度, コンター間隔は 2m, 点線はマイナス. シェードは赤がプラスで青がマイナスを示す.

**869 hPa Height & B-V frequency**  
**NICAM 2007/11/27/12Z + 72hour**

glevel 8

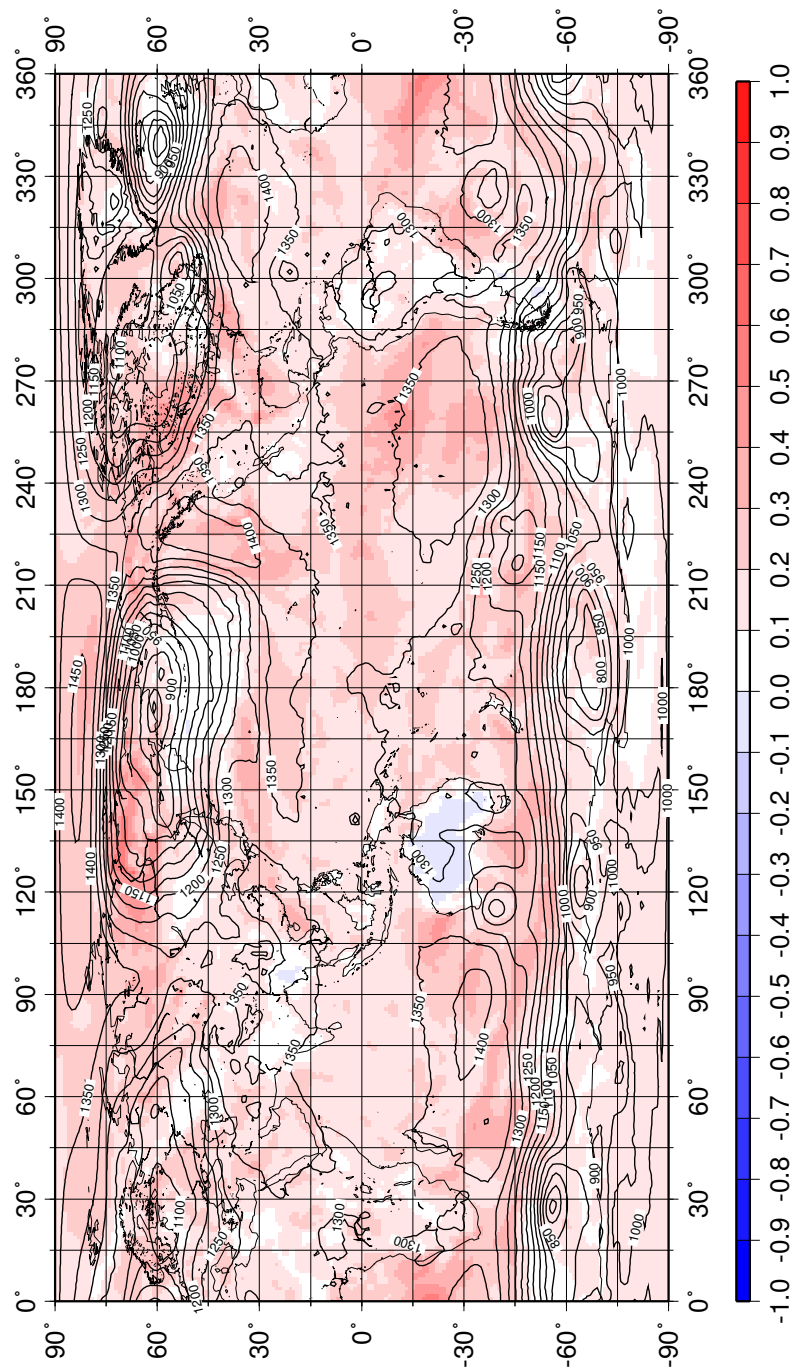


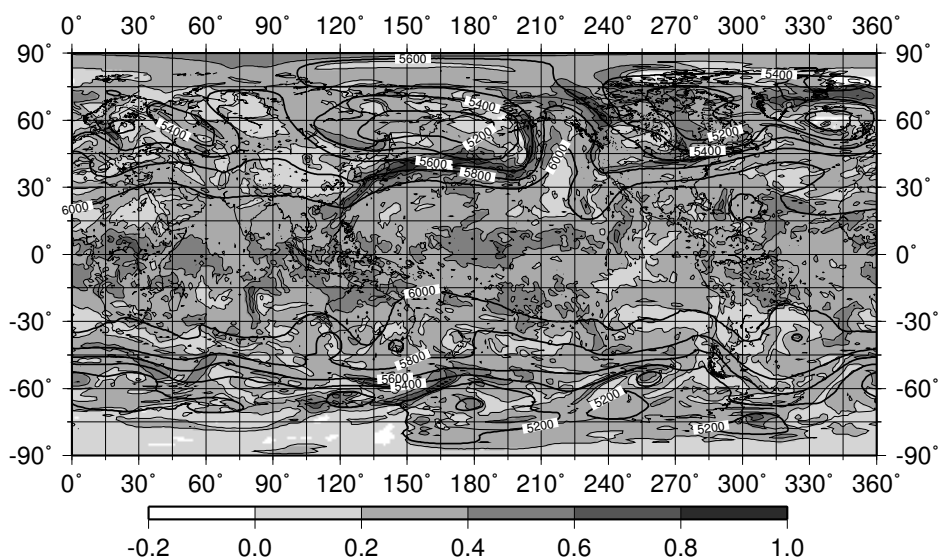
図 20: 2007/11/27/12Z+72hour, 869hPa ブラント-バイサラ振動数の 2 乗 (値は  $\times 10^4$ ). glevel-8. 太線はオリジナルデータの 869hPa ジオポテンシャル高度を示し, コンター間隔は 50m. シェードはブラント-バイサラ振動数を示し, 赤がプラスで青がマイナスとなっている.

# Height & B-V frequency

NICAM 2007/11/27/12Z + 72hour

glevel 8

488 hPa



192 hPa

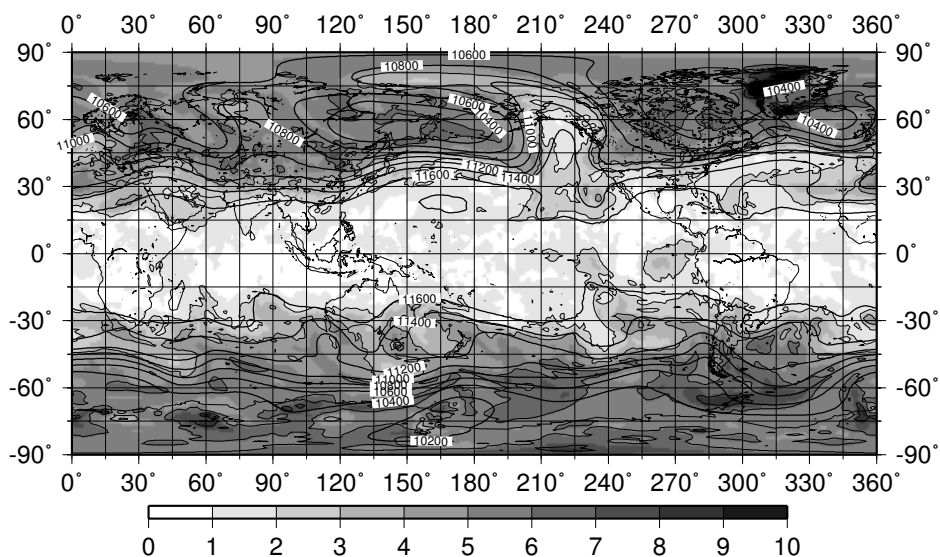


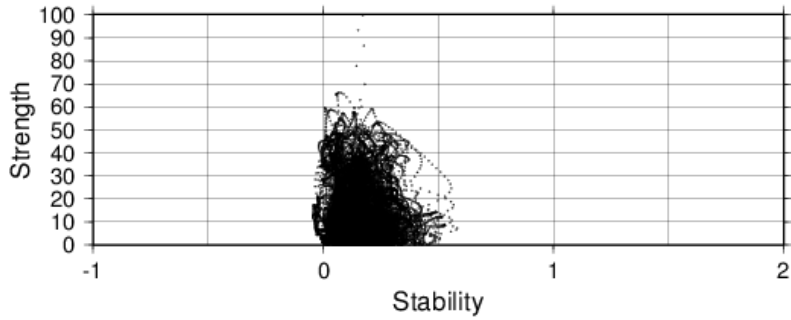
図 21: 2007/11/27/12Z+72hour, (上)488hPa, (下)192hPa でのプラント-バイサラ振動数の 2 乗 (値は  $\times 10^4$ ) の図. glevel-8. 太線はオリジナルデータのジオポテンシャル高度を示し, コンター間隔は 200m. シェードはプラント-バイサラ振動数を示し, 値が大きいほど濃い色になる.

# 192 Height-BVfrequency

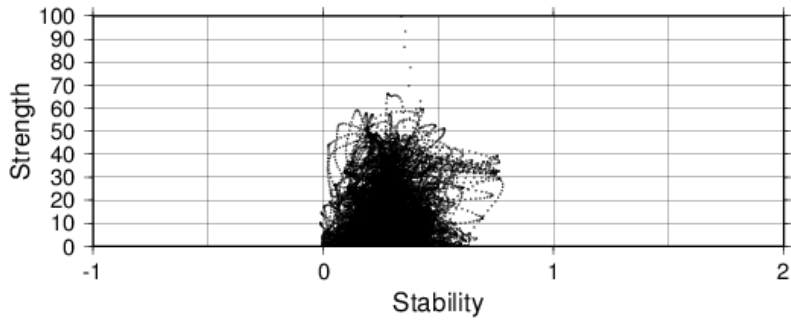
NICAM glevel 5 2007/11/27/12Z + 72hour

Area A

869hPa



488hPa



192hPa

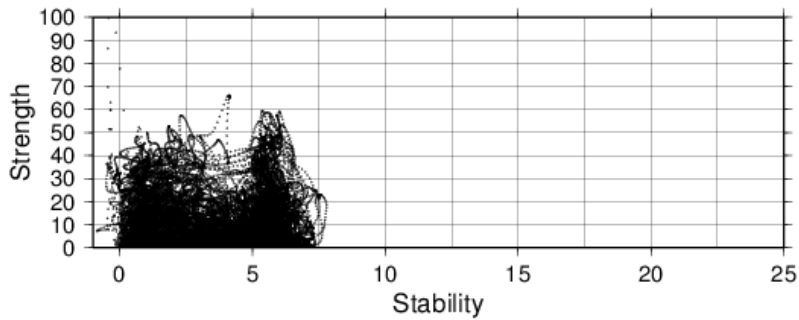


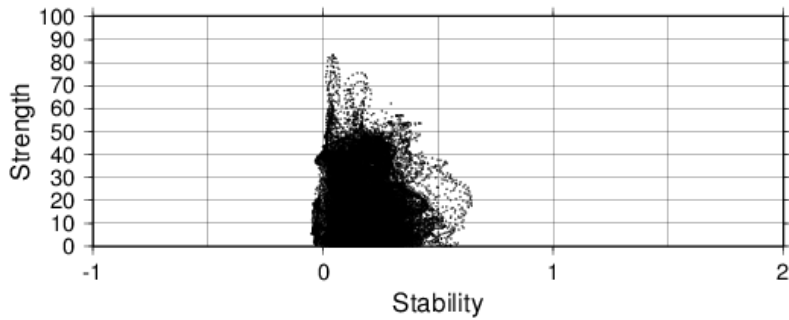
図 22: glevel-5 2007/11/27/12Z+72hour, エリア A の 192hPa での重力波強度と各等圧面でのプラント-バイサラ振動数の相関. (上)869hPa, (中)488hPa, (下)192hPa. 横軸に安定度 (プラント-バイサラ振動数), 縦軸に重力波強度をとる.

# 192 Height-BVfrequency

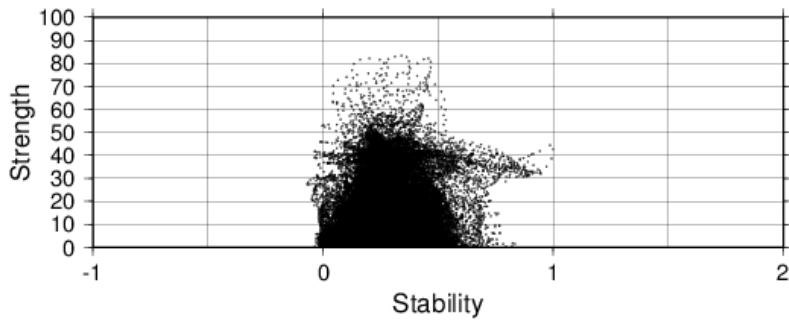
NICAM glevel 6 2007/11/27/12Z + 72hour

Area A

869hPa



488hPa



192hPa

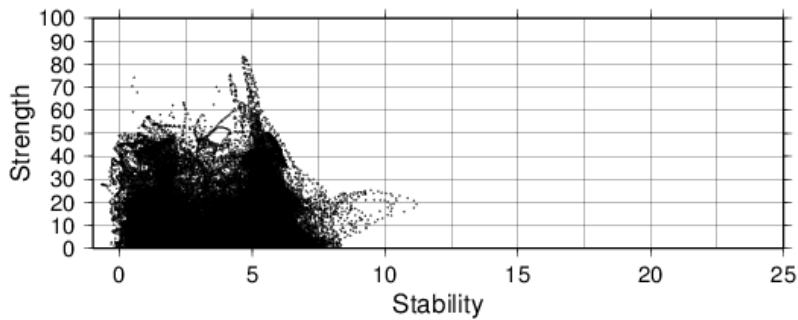


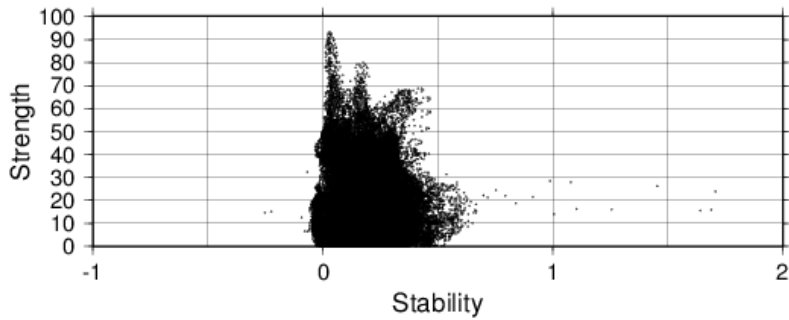
図 23: glevel-6 2007/11/27/12Z+72hour, エリア A の 192hPa での重力波強度と各等圧面でのプラント-バイサラ振動数の相関. (上)869hPa, (中)488hPa, (下)192hPa. 横軸に安定度 (プラント-バイサラ振動数), 縦軸に重力波強度をとる.

# 192 Height-BVfrequency

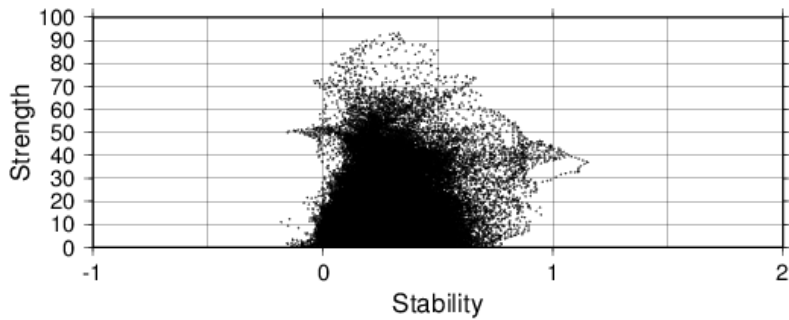
NICAM glevel 7 2007/11/27/12Z + 72hour

Area A

869hPa



488hPa



192hPa

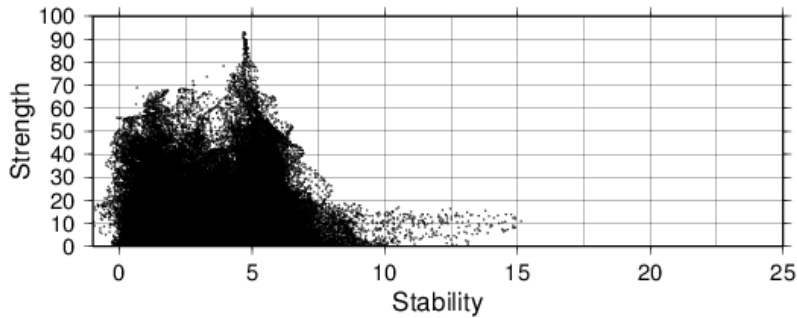


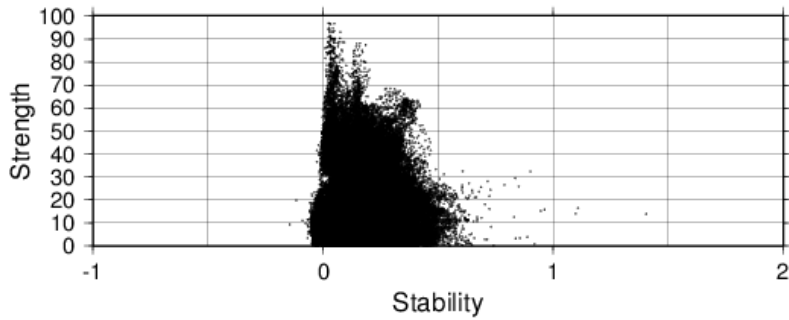
図 24: glevel-7 2007/11/27/12Z+72hour, エリア A の 192hPa での重力波強度と各等圧面でのプラント-バイサラ振動数の相関. (上)869hPa, (中)488hPa, (下)192hPa. 横軸に安定度 (プラント-バイサラ振動数), 縦軸に重力波強度をとる.

# 192 Height-BVfrequency

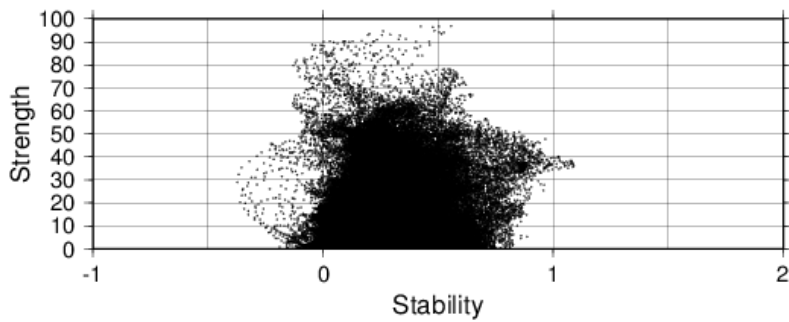
NICAM glevel 8 2007/11/27/12Z + 72hour

Area A

869hPa



488hPa



192hPa

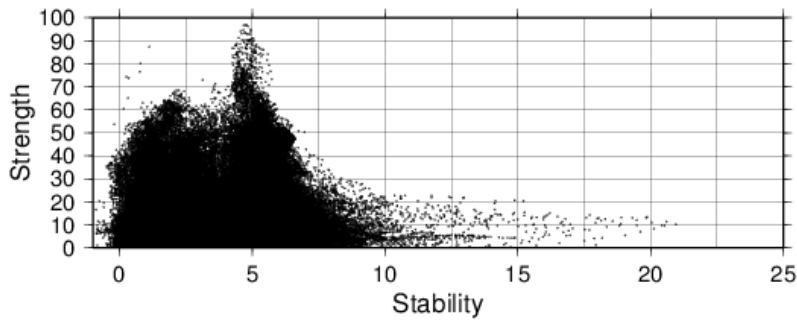


図 25: glevel-8 2007/11/27/12Z+72hour, エリア A の 192hPa での重力波強度と各等圧面でのプラント-バイサラ振動数の相関. (上)869hPa, (中)488hPa, (下)192hPa. 横軸に安定度 (プラント-バイサラ振動数), 縦軸に重力波強度をとる.

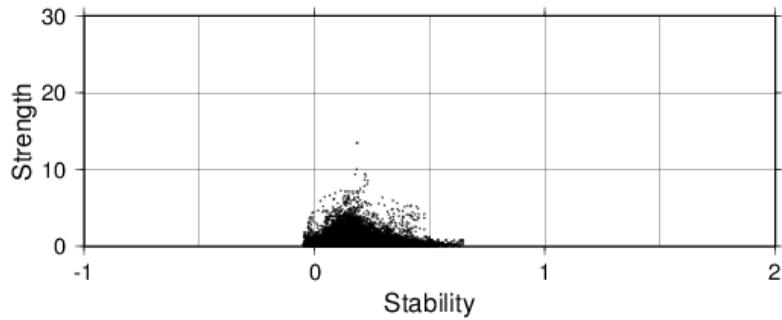


# 192 Height-BVfrequency

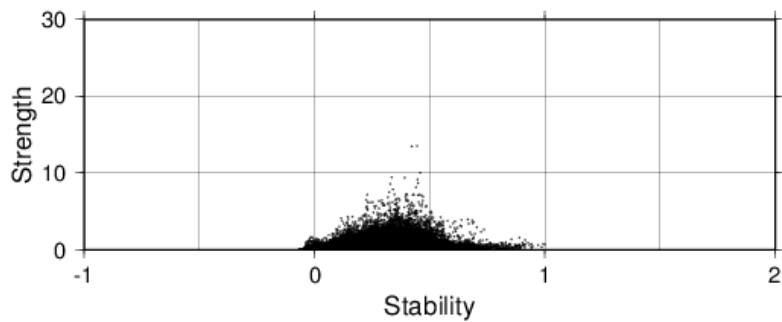
NICAM glevel 6 2007/11/27/12Z + 72hour

## Area B

869hPa



488hPa



192hPa

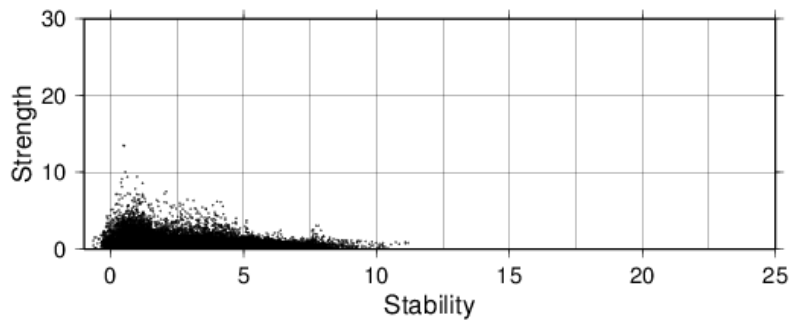


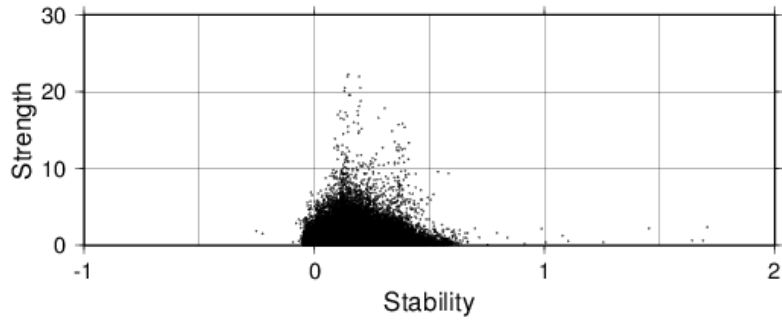
図 26: glevel-6 2007/11/27/12Z+72hour, エリア B の 192hPa での重力波強度と各等圧面でのプラント-バイサラ振動数の相関. (上)869hPa, (中)488hPa, (下)192hPa. 横軸に安定度 (プラント-バイサラ振動数), 縦軸に重力波強度をとる.

# 192 Height-BVfrequency

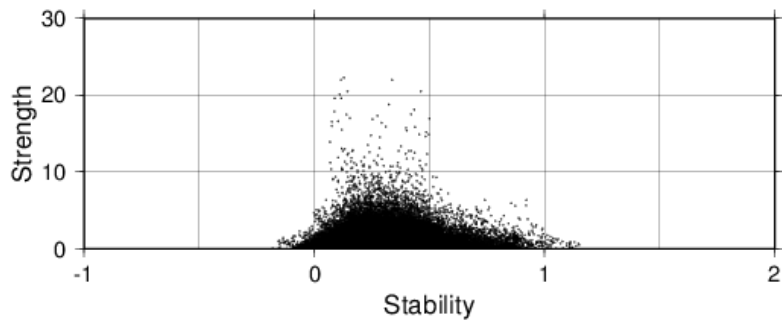
NICAM glevel 7 2007/11/27/12Z + 72hour

## Area B

869hPa



488hPa



192hPa

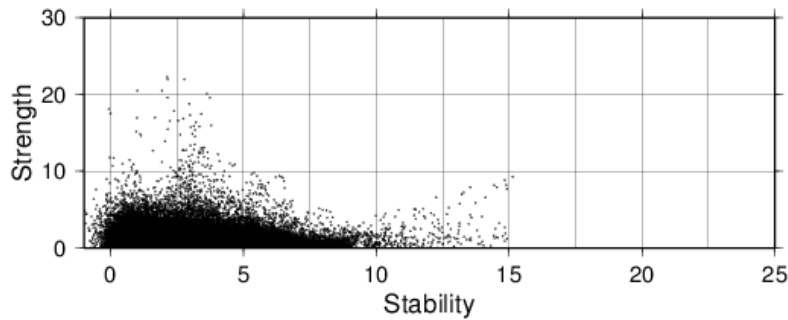


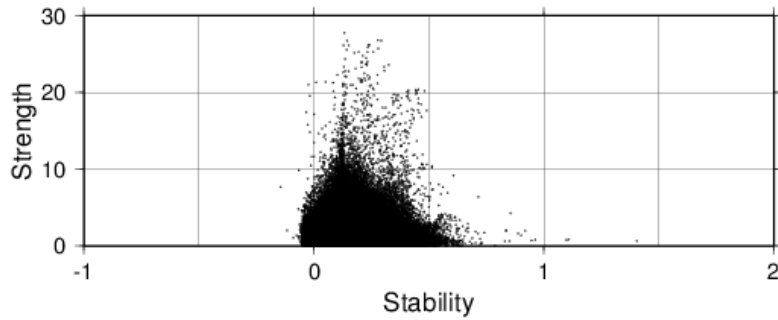
図 27: glevel-7 2007/11/27/12Z+72hour, エリア B の 192hPa での重力波強度と各等圧面でのプラント-バイサラ振動数の相関. (上)869hPa, (中)488hPa, (下)192hPa. 横軸に安定度 (プラント-バイサラ振動数), 縦軸に重力波強度をとる.

# 192 Height-BVfrequency

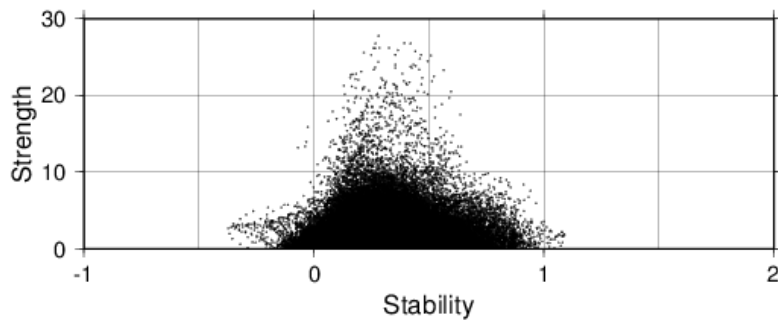
NICAM glevel 8 2007/11/27/12Z + 72hour

## Area B

869hPa



488hPa



192hPa

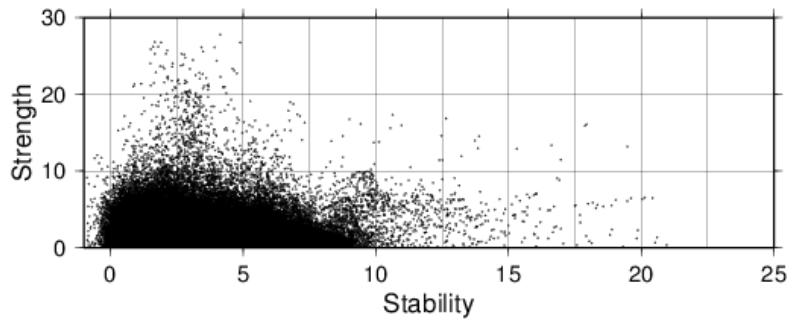


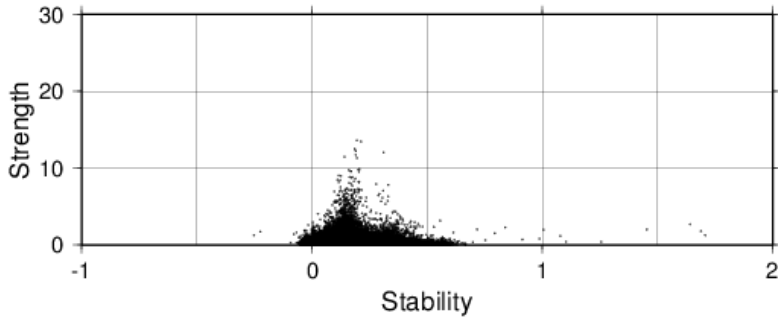
図 28: glevel-8 2007/11/27/12Z+72hour, エリア B の 192hPa での重力波強度と各等圧面でのプラント-バイサラ振動数の相関. (上)869hPa, (中)488hPa, (下)192hPa. 横軸に安定度 (プラント-バイサラ振動数), 縦軸に重力波強度をとる.

# 192 Height-BVfrequency

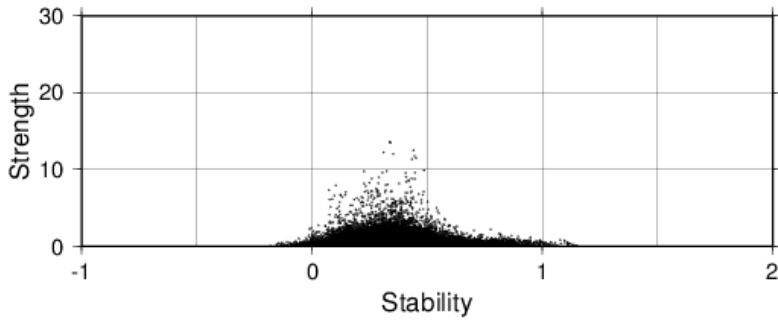
NICAM glevel 7 2007/11/27/12Z + 72hour

## Area C

869hPa



488hPa



192hPa

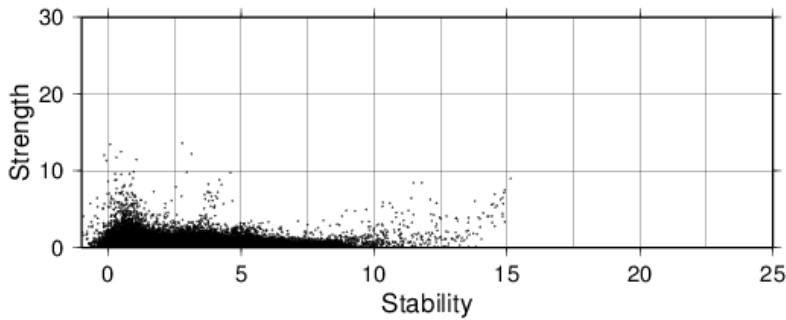


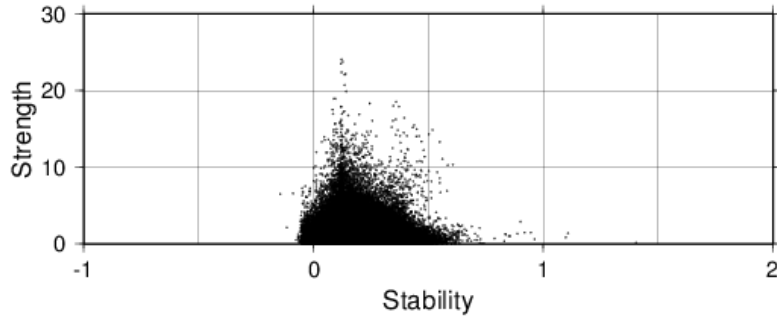
図 29: glevel-7 2007/11/27/12Z+72hour, エリア C の 192hPa での重力波強度と各等圧面でのプラント-バイサラ振動数の相関. (上)869hPa, (中)488hPa, (下)192hPa. 横軸に安定度 (プラント-バイサラ振動数), 縦軸に重力波強度をとる.

# 192 Height-BVfrequency

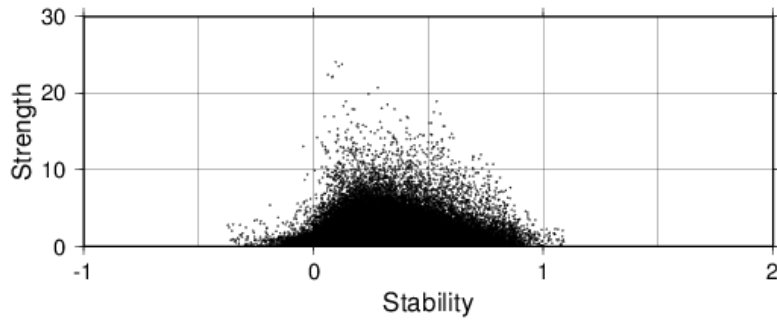
NICAM glevel 8 2007/11/27/12Z + 72hour

## Area C

869hPa



488hPa



192hPa

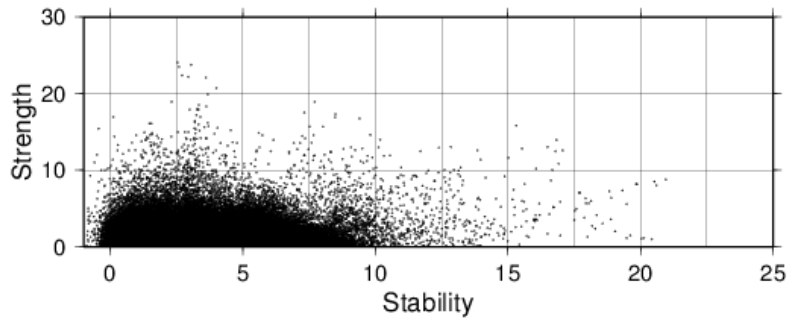


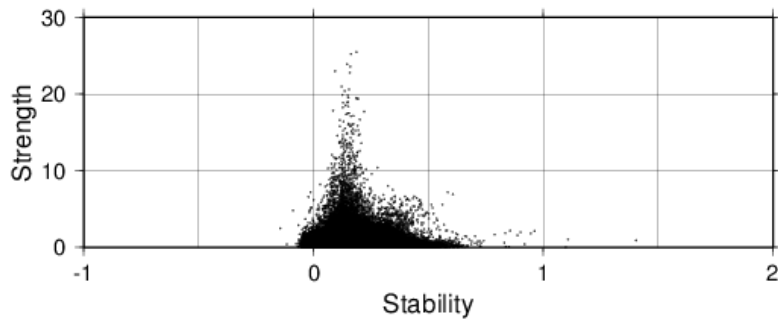
図 30: glevel-8 2007/11/27/12Z+72hour, エリア C の 192hPa での重力波強度と各等圧面でのプラント-バイサラ振動数の相関. (上)869hPa, (中)488hPa, (下)192hPa. 横軸に安定度 (プラント-バイサラ振動数), 縦軸に重力波強度をとる.

# 192 Height-BVfrequency

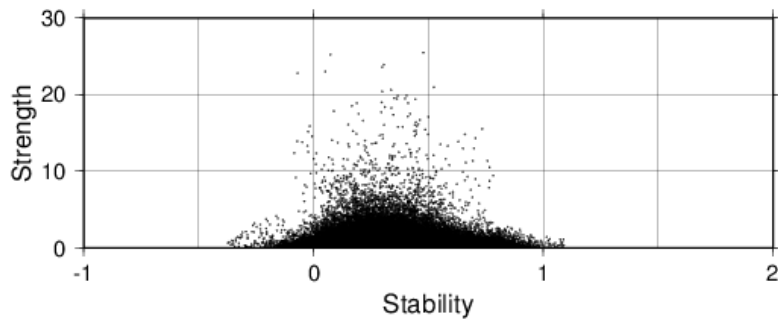
NICAM glevel 8 2007/11/27/12Z + 72hour

## Area D

869hPa



488hPa



192hPa

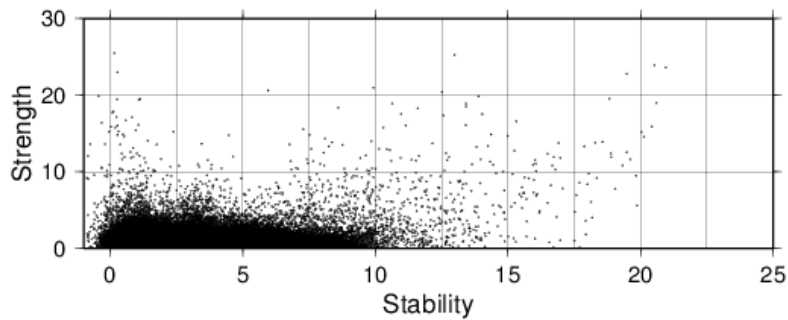


図 31: glevel-8 2007/11/27/12Z+72hour, エリア D の 192hPa での重力波強度と各等圧面でのプラント-バイサラ振動数の相関. (上)869hPa, (中)488hPa, (下)192hPa. 横軸に安定度 (プラント-バイサラ振動数), 縦軸に重力波強度をとる.

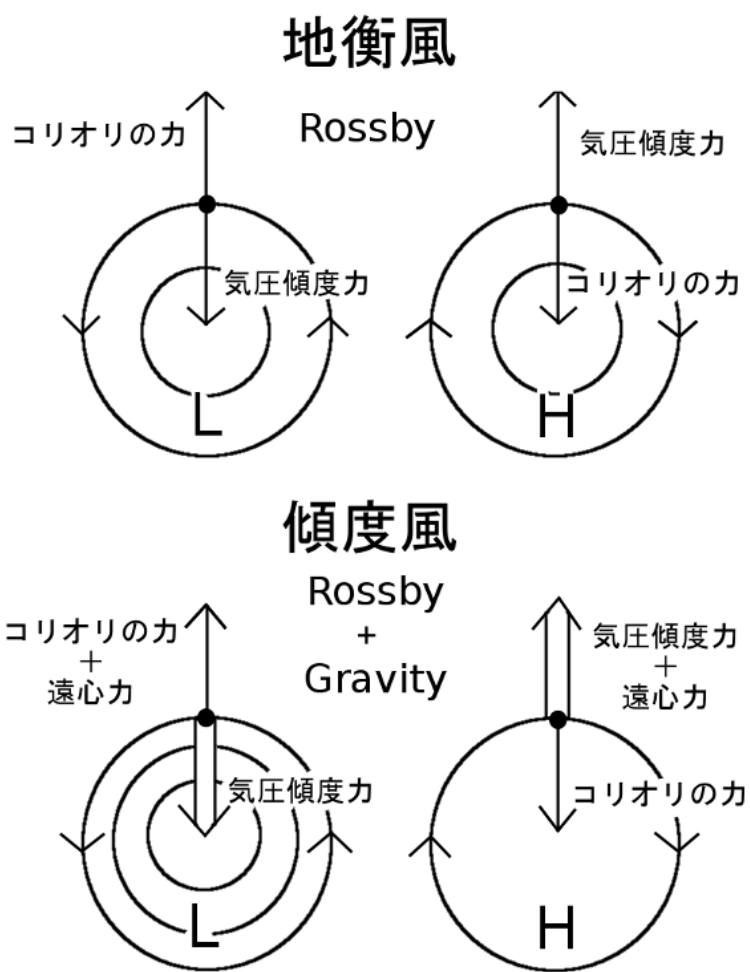


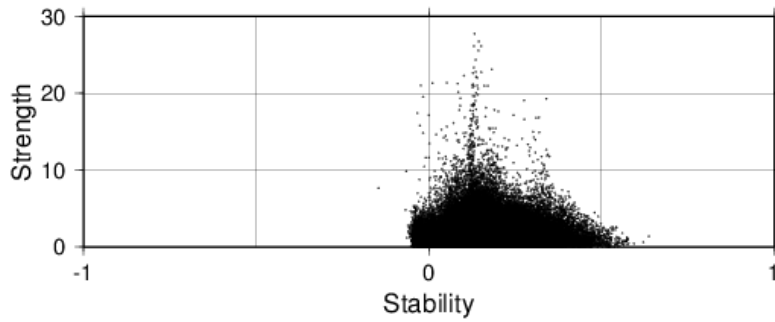
図 32: 上段: 地衡風の低気圧 (左) と高気圧 (右), 下段: 傾度風の低気圧 (左) と高気圧 (右) の模式図. 地衡風はロスビー波成分で構成され, 傾度風はロスビー波成分と重力波成分で構成されている.

# 192 hPa Height- 850hPa BVfrequency

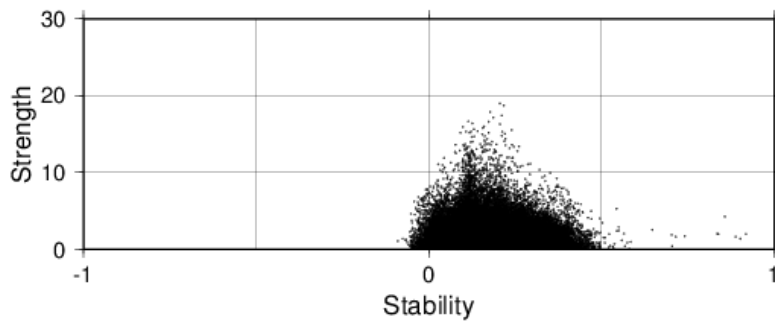
NICAM glevel 8 2007/11/27/12Z + 72hour

## Area B

### Low-latitude



### Mid-latitude



### High-latitude

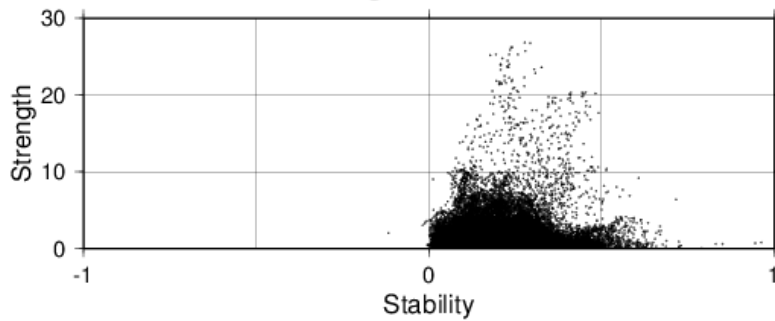


図 33: glevel-8 2007/11/27/12Z+72hour, エリア B の 192hPa での重力波強度と 869hPa 等圧面でのプラント-バイサラ振動数の相関. (上) 低緯度 (南北緯 30 度まで), (中) 中緯度 (南北緯 30 度から 60 度まで), (下) 高緯度 (南北緯 60 度から 90 度まで). 横軸に安定度 (プラント-バイサラ振動数), 縦軸に重力波強度をとる.



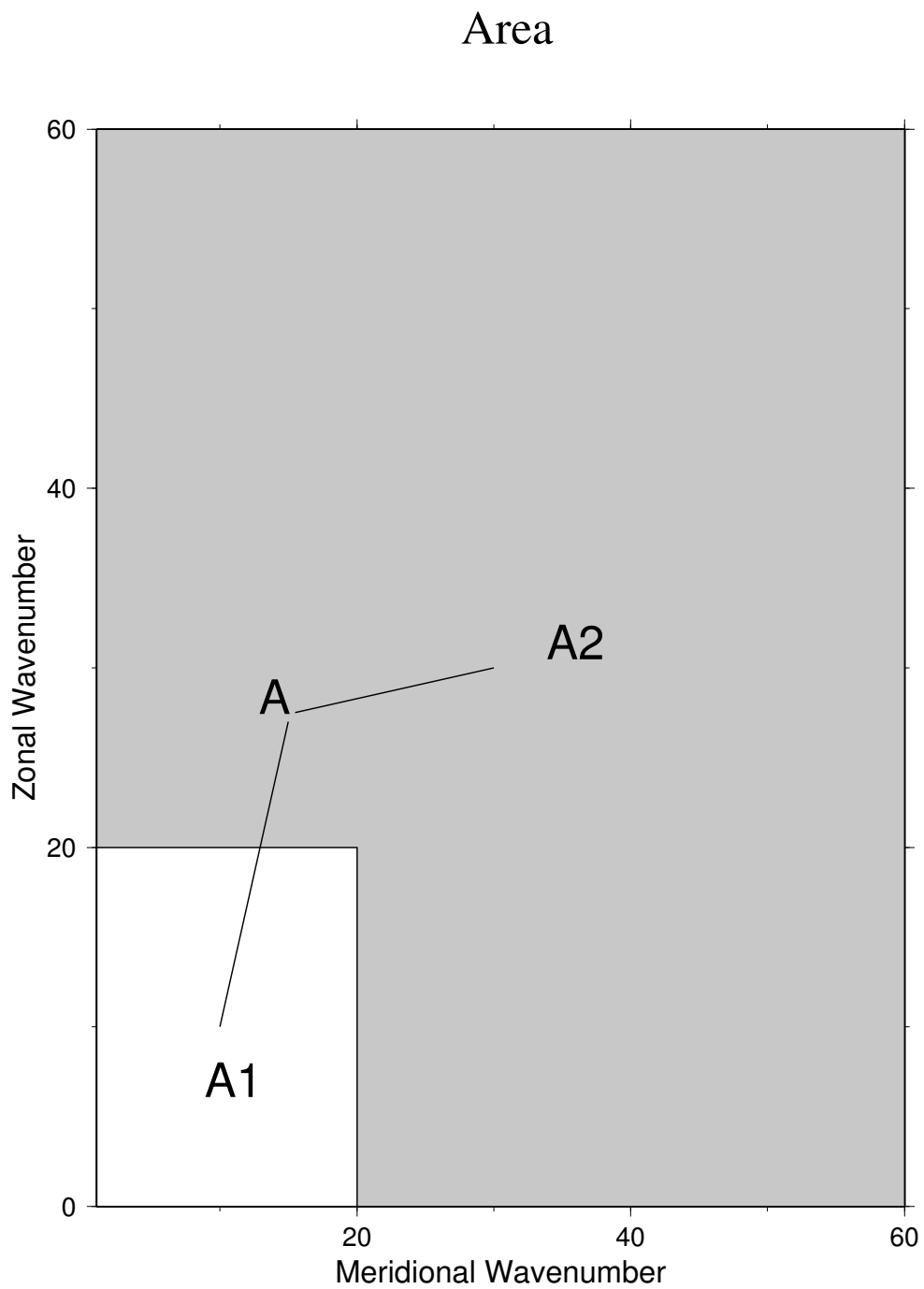


図 34: 比較に用いるエリアを示す模式図. 横軸を南北波数, 縦軸を東西波数としている.

**192 hPa Height**  
**NICAM 2007/11/27/12Z + 72hour**  
 glevel 5  
 Area A1

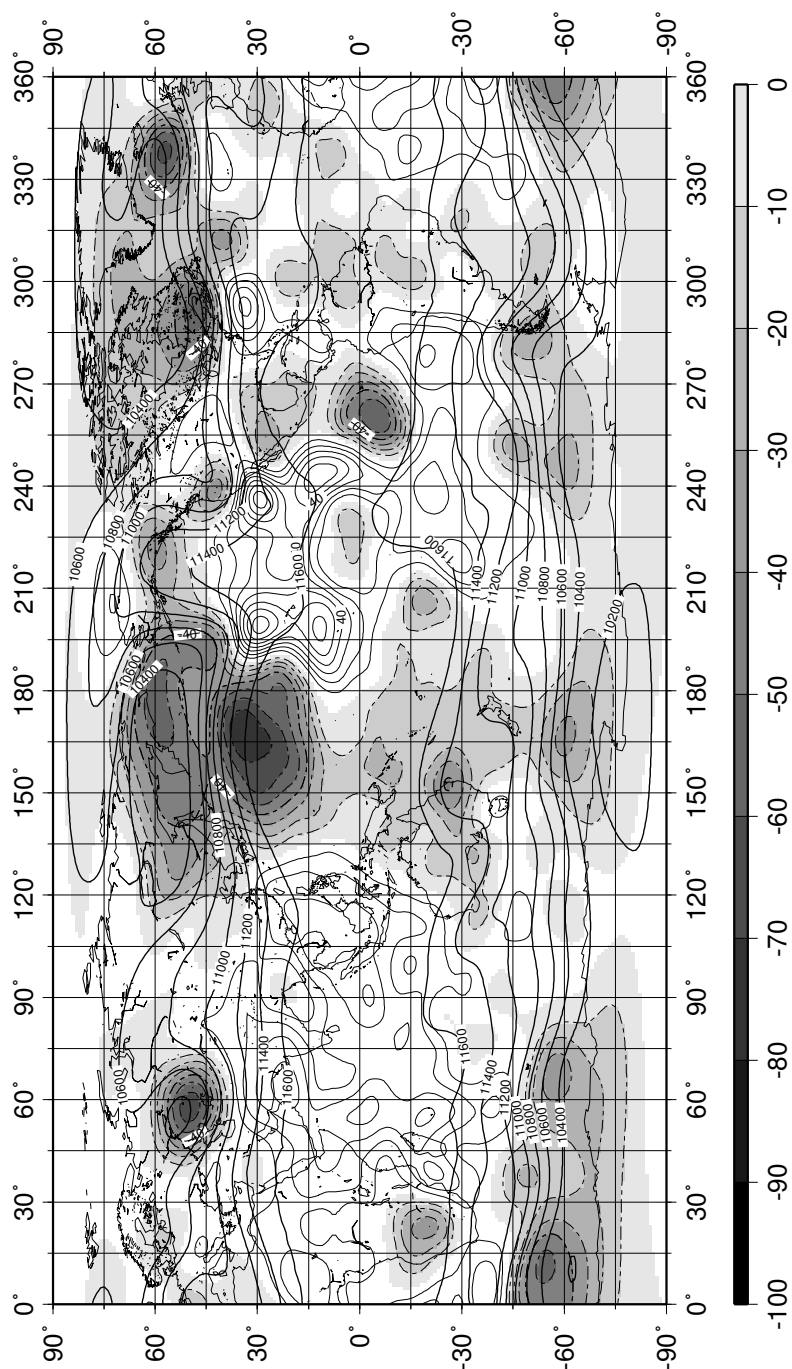


図 35: 2007/11/27/12Z+72hour, 192hPa ジオポテンシャル高度. glevel-5. 太線はオリジナルデータの192hPa ジオポテンシャル高度を示し, コンター間隔は200m. 細線は重力波成分のジオポテンシャル高度, コンター間隔は10m, 点線はマイナスでシェードがかかっている.

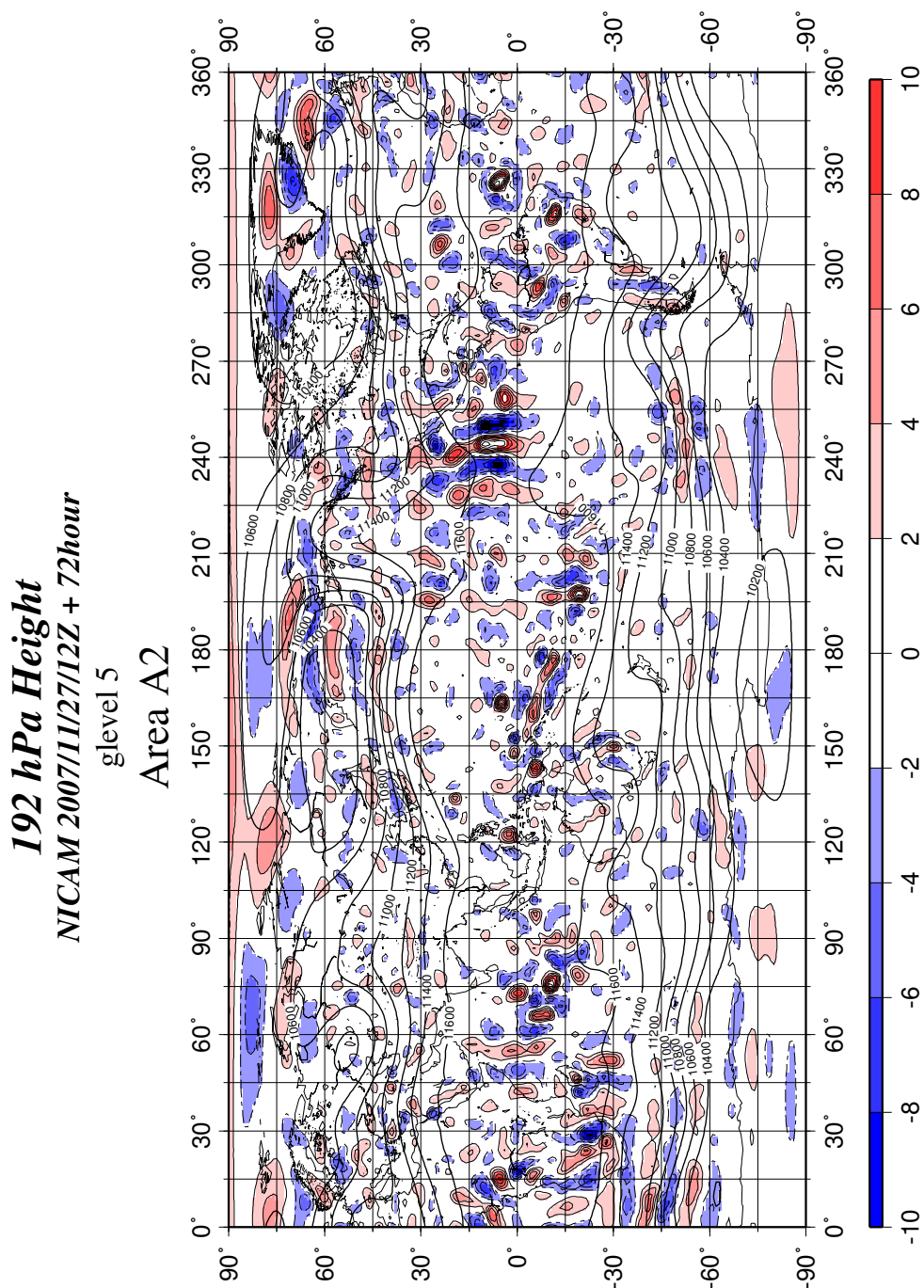


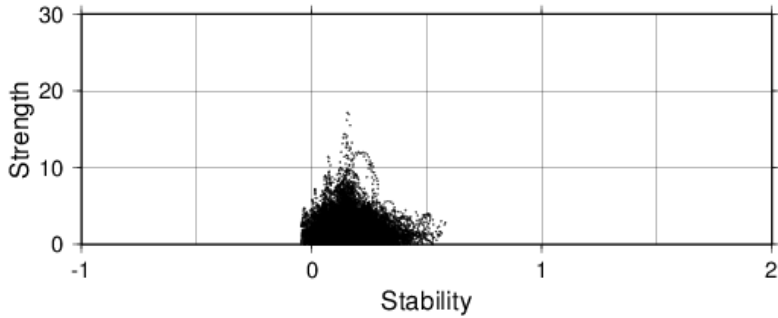
図 36: 2007/11/27/12Z+72hour, 192hPa ジオポテンシャル高度. glevel-5. 太線はオリジナルデータの192hPa ジオポテンシャル高度を示し, コンター間隔は200m. 細線は重力波成分のジオポテンシャル高度, コンター間隔は2m, 点線はマイナス. シェードは赤がプラスで青がマイナスを示す.

# 192 Height-BVfrequency

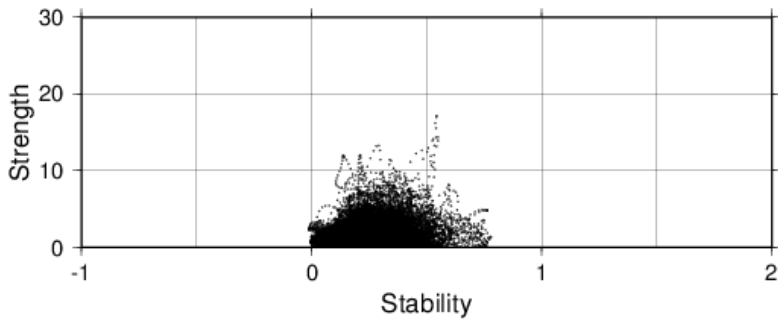
NICAM glevel 5 2007/11/27/12Z + 72hour

## Area A2

869hPa



488hPa



192hPa

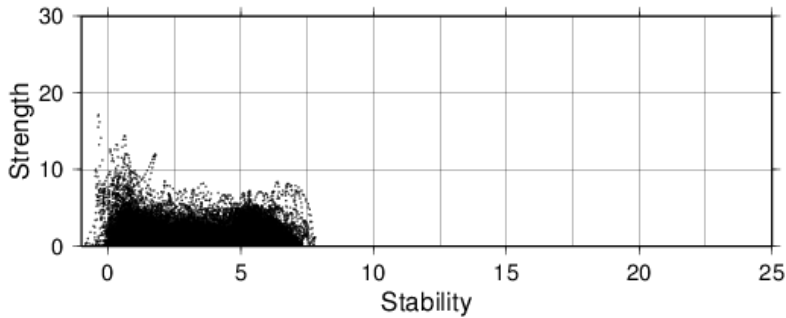


図 37: glevel-5 2007/11/27/12Z+72hour, エリア A2 の 192hPa での重力波強度と各等圧面でのプラント-バイサラ振動数の相関. (上)869hPa, (中)488hPa, (下)192hPa. 横軸に安定度 (プラント-バイサラ振動数), 縦軸に重力波強度をとる.