

# 3次元ノーマルモード展開を用いたLBM による重力波を含めた線形不安定解析と MJOの探索

2013年1月

山上晃央

# 3次元ノーマルモード展開を用いたLBM による重力波を含めた線形不安定解析と MJOの探索

筑波大学大学院

生命環境科学研究科

地球科学専攻

修士(理学) 学位論文

山上晃央

# **Linear Stability Analysis by LBM with Gravity Modes using 3D Normal Mode Expansion and Search for MJO.**

**Akio YAMAGAMI**

## **Abstract**

This study investigates the structure of the instability to the 3D climatic mean basic state by Linear Baroclinic Model (LBM) that included gravity modes and search a mode that has the structure similar to the Madden-Julian Oscillation (MJO).

First, the characteristics of unstable modes are studied by the LBM including all Rossby modes for 3D varying basic state. In the case of no diffusion, the spectrum of baroclinic instability in synoptic scale in each Hemisphere separately appeared in growth rate-frequency domain. The growth rate of the instability in North Hemisphere is bigger than that in the LBM including symmetric Rossby modes. The low-frequency, planetary scale unstable modes exist in both Hemispheres. The most unstable standing mode (frequency is zero) has the annular structure in the North Hemisphere in barotropic height, and have maximum amplitude over the Pacific in divergence field. With diffusion (Rayleigh friction and viscous friction), the structure of the most unstable standing mode is similar to the Arctic Oscillation (AO) in the barotropic height, and a couple of divergence and convergence appear over Australia. Thus, unstable modes that have the structure of MJO do not exist in this stability analysis.

Second, the characteristics of unstable modes are investigated by the LBM with gravity modes for zonal basic state without diffusion. Although the spectrum of unstable modes for the ageostrophic zonal basic state appeared nearly zero growth rate, these spectra become zero growth rate for the geostrophic zonal basic state. Therefore the unstable modes grown by the geostrophic adjustment do not have the large impact to the linear stability analysis. In the synoptic scale, the characteristics of the unstable modes do not change in the South Hemisphere. However, the value of the growth rate of the baroclinic instability in North Hemisphere becomes larger than that by the LBM including all Rossby modes. This large growth rate in the North Hemisphere possibly is because gravity modes changed energy current from zonal available potential energy to eddy kinetic energy. In the high frequency domain, several characteristic unstable

modes were found that has the global-scale horizontal structure in barotropic height and maximum amplitude of the geopotential height in the stratosphere. This structure is similar to the G mode in Tanaka and Sun (1990).

Third, the characteristics of unstable modes are examined by the LBM with gravity modes for the zonally varying basic state. In the case of no diffusion, the structure of unstable modes in the Northern Hemisphere was largely affected by adding gravity modes and maximum amplitude of barotropic height appears between the center of the Pacific and the Atlantic. In this region, the effect of land-sea contrast and the Rockies largely affects the atmosphere. Thus, this characteristic amplitude was made by the ageostrophic component in the basic state. The unstable modes that have the structure of the G mode are found in the high frequency domain and several G modes that have same structure are found. The structure of the most unstable mode similar to the AO in the barotropic height compare to that of all Rossby mode. With diffusion, the structure of the barotropic height becomes more similar to the AO than that without diffusion. However, the divergence field showed fine structure in mid-latitude in both cases. The unstable mode that has the structure of the MJO did not appear in this case.

Finally, the characteristics of unstable modes are studied by the LBM including only gravity modes. The spectrum does not have a standing mode. However, the period of the unstable mode that has the least frequency is about 50 days and this mode has the divergence with zonal wavenumber 1 on the equator. This mode is thought as MJO mode.

Therefore, the MJO mode exists in the unstable mode in only gravity mode. Although moist process and SST are important to the MJO by previously studies, the MJO mode appear by only atmospheric process in this study. However, the MJO mode disappear by zonal-wave and wave-wave interaction with Rossby modes in the LBM including Rossby and gravity modes. Thus, further study is needed including the moist process to appear the MJO modes by LBM including both Rossby and gravity modes.

**Key Words:** Linear Baroclinic Model, Linear stability analysis, Madden-Julian Oscillation, 3D normal mode decomposition, Rossby mode, Gravity mode



# 目次

Abstract	i
目次	iii
図目次	v
1 はじめに	1
2 目的	4
3 使用データ	5
4 解析手法	6
4.1 基礎方程式	6
4.2 プリミティブスペクトル方程式の導出	10
4.2.1 基礎方程式の線形化	10
4.2.2 鉛直構造関数	12
4.2.3 水平構造関数	15
4.2.4 3次元ノーマルモード関数展開	19
4.3 線形不安定解析	23
4.3.1 東西一様 (東西波数 0) の基本場	24
4.3.2 東西に変化する基本場	25
4.3.3 外部強制項	26
5 結果	27
5.1 赤道非対称ロスビーモードを含めた線形不安定解析	27
5.1.1 傾圧不安定の構造	27
5.1.2 定在モードにおける不安定モードの構造	28
5.2 重力波モードを含めた LBM による線形不安定解析	29
5.2.1 東西一様基本場での不安定解析	29
5.2.2 非地衡風平衡な東西に変化する基本場での不安定解析	31
5.3 重力波モードのみの LBM による線形不安定解析	34
6 まとめと考察	36
6.1 ロスビーモードのみでの線形不安定解析	36

6.2	重力波モードを含めた線形不安定解析 . . . . .	37
6.2.1	東西一様基本場における線形不安定解析 . . . . .	37
6.2.2	東西に変化する基本場における線形不安定解析 . . . . .	38
6.3	重力波モードのみでの線形不安定解析 . . . . .	40
7	結論	42
	謝辞	45
	参考文献	46

## 図 目 次

1	1981 ~ 2010 年 1 月気候値の 500hPa ジオポテンシャル高度の偏差 . . . . .	50
2	1981 ~ 2010 年の期間での 1 月気候値の 500hPa 東西風 . . . . .	50
3	1981 ~ 2010 年の期間での 1 月気候値の東西平均東西風 . . . . .	51
4	全てのロスビーモードのみでの外力なしの線形不安定解析によるスペクトル . . . . .	52
5	全てのロスビーモードのみでのスペクトル (振動数 $2\text{day}^{-1}$ 以下) . . . . .	53
6	全てのロスビーモードのみでの不安定解析による北半球の $M_c(n = 6)$ の順圧高度場 . . . . .	54
7	全てのロスビーモードのみでの不安定解析による北半球の $M_c(n = 5)$ の順圧高度場 . . . . .	54
8	全てのロスビーモードのみでの不安定解析による北半球の $M_c(n = 7)$ の順圧高度場 . . . . .	55
9	全てのロスビーモードのみでの不安定解析による北半球の $M_2(n = 4)$ の順圧高度場 . . . . .	55
10	全てのロスビーモードのみでの不安定解析による北半球の $M_1(n = 3)$ の順圧高度場 . . . . .	56
11	全てのロスビーモードのみでの不安定解析による南半球の $M_c(n = 7)$ の順圧高度場 . . . . .	56
12	全てのロスビーモードのみでの不安定解析による南半球の $M_c(n = 8)$ の順圧高度場 . . . . .	57
13	全てのロスビーモードのみでの不安定解析による南半球の $M_2(n = 4)$ の順圧高度場 . . . . .	57
14	全てのロスビーモードのみでの不安定解析による最大不安定な定在モードの順圧高度場 . . . . .	58
15	全てのロスビーモードのみでの不安定解析による最大不安定な定在モードの 230hPa での発散場の構造 . . . . .	58
16	全てのロスビーモード, 外力ありの線形不安定解析によるスペクトル . . . . .	59
17	全てのロスビーモード, 外力ありの不安定解析による最大不安定な定在モードの順圧高度場 . . . . .	60
18	全てのロスビーモード, 外力ありの不安定解析による最大不安定な定在モードの 230hPa での発散場の構造 . . . . .	60

19	非地衡風平衡な東西一様基本場における重力波モードを含めた線形不安定によるスペクトル . . . . .	61
20	非地衡風平衡な東西一様基本場における重力波モードを含めた不安定解析による不安定モード ( $n = 13$ ) の順圧高度場 . . . . .	62
21	非地衡風平衡な東西一様基本場における重力波モードを含めた不安定解析による不安定モード ( $n = 13$ ) のジオポテンシャル高度の振幅 . . . . .	62
22	地衡風平衡を満たす東西一様基本場における重力波モードを含めた線形不安定解析によるスペクトル . . . . .	63
23	地衡風平衡を満たす東西一様基本場における重力波モードを含めた線形不安定解析によるスペクトル (振動数 $2.0\text{day}^{-1}$ 以下) . . . . .	64
24	地衡風平衡を満たす東西一様基本場における重力波モードを含めた不安定解析による北半球の $M_c(n = 6)$ の順圧高度場 . . . . .	65
25	地衡風平衡を満たす東西一様基本場における重力波モードを含めた不安定解析による北半球の $M_c(n = 6)$ のジオポテンシャル高度の振幅 . . . . .	65
26	地衡風平衡を満たす東西一様基本場における重力波モードを含めた不安定解析による北半球の $M_2(n = 3)$ の順圧高度場 . . . . .	66
27	地衡風平衡を満たす東西一様基本場における重力波モードを含めた不安定解析による北半球の $M_2(n = 3)$ のジオポテンシャル高度の振幅 . . . . .	66
28	地衡風平衡を満たす東西一様基本場における重力波モードを含めた不安定解析による北半球の $M_1(n = 1)$ の順圧高度場 . . . . .	67
29	地衡風平衡を満たす東西一様基本場における重力波モードを含めた不安定解析による北半球の $M_1(n = 3)$ のジオポテンシャル高度の振幅 . . . . .	67
30	地衡風平衡を満たす東西一様基本場における重力波モードを含めた不安定解析による南半球の $M_c(n = 7)$ の順圧高度場 . . . . .	68
31	地衡風平衡を満たす東西一様基本場における重力波モードを含めた不安定解析による南半球の $M_c(n = 7)$ のジオポテンシャル高度の振幅 . . . . .	68
32	地衡風平衡を満たす東西一様基本場における重力波モードを含めた不安定解析による南半球の $M_2(n = 4)$ の順圧高度場 . . . . .	69
33	地衡風平衡を満たす東西一様基本場における重力波モードを含めた不安定解析による南半球の $M_2(n = 4)$ のジオポテンシャル高度の振幅 . . . . .	69
34	地衡風平衡を満たす東西一様基本場における重力波モードを含めた不安定解析による南半球の $M_1(n = 1)$ の順圧高度場 . . . . .	70
35	地衡風平衡を満たす東西一様基本場における重力波モードを含めた不安定解析による南半球の $M_1(n = 3)$ のジオポテンシャル高度の振幅 . . . . .	70

36	地衡風平衡を満たす東西一様基本場における重力波モードを含めた不安定解析による $B(n=1)$ の順圧高度場	71
37	地衡風平衡を満たす東西一様基本場における重力波モードを含めた不安定解析による $B(n=1)$ のジオポテンシャル高度の振幅	71
38	地衡風平衡を満たす東西一様基本場における重力波モードを含めたスペクトル (振動数 $3.0\text{day}^{-1}$ 以下)	72
39	地衡風平衡を満たす東西一様基本場における重力波モードを含めた不安定解析による $G(n=1)$ の順圧高度場	73
40	地衡風平衡を満たす東西一様基本場における重力波モードを含めた不安定解析による $G(n=1)$ のジオポテンシャル高度の振幅	73
41	地衡風平衡を満たす東西一様基本場における重力波モードを含めた不安定解析による $G(n=2)$ の順圧高度場	74
42	地衡風平衡を満たす東西一様基本場における重力波モードを含めた不安定解析による $G(n=2)$ のジオポテンシャル高度の振幅	74
43	地衡風平衡を満たす東西一様基本場における重力波モードを含めた不安定解析による $G(n=3)$ の順圧高度場	75
44	地衡風平衡を満たす東西一様基本場における重力波モードを含めた不安定解析による $G(n=3)$ のジオポテンシャル高度の振幅	75
45	非地衡風平衡な基本場における重力波モードを含めた不安定解析のスペクトル	76
46	非地衡風平衡な基本場における重力波モードを含めた不安定解析のスペクトル (振動数 $2.0\text{day}^{-1}$ 以下)	77
47	非地衡風平衡な基本場における重力波モードを含めた不安定解析による北半球の $M_c(n=6)$ の順圧高度場	78
48	非地衡風平衡な基本場における重力波モードを含めた不安定解析による北半球の $M_c(n=5)$ の順圧高度場	78
49	非地衡風平衡な基本場における重力波モードを含めた不安定解析による北半球の不安定モードの順圧高度場	79
50	非地衡風平衡な基本場における重力波モードを含めた不安定解析による北半球の $n=6$ の順圧高度場	79
51	非地衡風平衡な基本場における重力波モードを含めた不安定解析による南半球の $M_c(n=6)$ の順圧高度場	80
52	非地衡風平衡な基本場における重力波モードを含めた不安定解析による南半球の $M_c(n=7)$ の順圧高度場	80

53	非地衡風平衡な基本場における重力波モードを含めた不安定解析のスペクトル (振動数 $7.0\text{day}^{-1}$ 以下) . . . . .	81
54	非地衡風平衡な基本場における重力波モードを含めた不安定解析による $G(n=1)$ の順圧高度場 . . . . .	82
55	非地衡風平衡な基本場における重力波モードを含めた不安定解析による $G(n=1)$ のジオポテンシャル高度の振幅 . . . . .	82
56	非地衡風平衡な基本場における重力波モードを含めた不安定解析による $G(n=2)$ の順圧高度場 . . . . .	83
57	非地衡風平衡な基本場における重力波モードを含めた不安定解析による $G(n=2)$ のジオポテンシャル高度の振幅 . . . . .	83
58	非地衡風平衡な基本場における重力波モードを含めた不安定解析による $G(n=3)$ の順圧高度場 . . . . .	84
59	非地衡風平衡な基本場における重力波モードを含めた不安定解析による $G(n=3)$ のジオポテンシャル高度の振幅 . . . . .	84
60	非地衡風平衡な基本場における重力波モードを含めた外力なしの不安定解析のスペクトル (振動数 $2.0\text{day}^{-1}$ 以下) . . . . .	85
61	非地衡風平衡な基本場における重力波モードを含めた外力なしの不安定解析による最大不安定の定在モードの順圧高度場の構造 . . . . .	86
62	非地衡風平衡な基本場における重力波モードを含めた外力なしの不安定解析による最大不安定の定在モードの 230hPa 高度での発散の構造 . . . . .	86
63	非地衡風平衡な基本場における重力波モードを含めた外力ありの不安定解析のスペクトル (振動数 $2.0\text{day}^{-1}$ 以下) . . . . .	87
64	非地衡風平衡な基本場における重力波モードを含めた外力ありの不安定解析による最大不安定の定在モードの順圧高度場の構造 . . . . .	88
65	非地衡風平衡な基本場における重力波モードを含めた外力ありの不安定解析による最大不安定の定在モードの 230hPa 高度での発散の構造 . . . . .	88
66	非地衡風平衡な基本場における重力波モードのみでの不安定解析のスペクトル . . . . .	89
67	非地衡風平衡な基本場における重力波モードのみでの不安定解析のスペクトル (振動数 $5.0\text{day}^{-1}$ 以下) . . . . .	90
68	非地衡風平衡な基本場における重力波モードのみでの不安定解析の最小振動数モードの 850hPa の発散場 (位相 $1/30$ ) . . . . .	91
69	非地衡風平衡な基本場における重力波モードのみでの不安定解析の最小振動数モードの 850hPa の発散場 (位相 $10/30$ ) . . . . .	91

70	非地衡風平衡な基本場における重力波モードのみでの不安定解析の最小振動数モードの 850hPa の発散場 (位相 20/30) . . . . .	92
71	非地衡風平衡な基本場における重力波モードのみでの不安定解析の低振動数域での最大増幅率の不安定モードの 850hPa の発散場 . . . . .	92
72	非地衡風平衡な基本場における重力波モードのみでの不安定解析の最小振動数モードの 850hPa の発散場の鉛直断面 . . . . .	93
73	非地衡風平衡な基本場における重力波モードのみでの不安定解析の低振動数域での最大増幅率の不安定モードの 850hPa の発散場の鉛直断面 . . . . .	93
74	非地衡風平衡な基本場における重力波モードのみでの不安定解析の最小振動数の不安定モードの東西波数ごとのエネルギースペクトル . . . . .	94
75	非地衡風平衡な基本場における重力波モードのみでの不安定解析の最小振動数の不安定モードの南北モードごとのエネルギースペクトル . . . . .	95
76	非地衡風平衡な基本場における重力波モードのみでの不安定解析の最小振動数の不安定モードの鉛直モードごとのエネルギースペクトル . . . . .	96
77	非地衡風平衡な基本場における重力波モードのみでの不安定解析の低振動数域での最大増幅率の不安定モードの東西波数ごとのエネルギースペクトル . . . . .	97
78	非地衡風平衡な基本場における重力波モードのみでの不安定解析の低振動数域での最大増幅率の不安定モードの南北モードごとのエネルギースペクトル . . . . .	98
79	非地衡風平衡な基本場における重力波モードのみでの不安定解析の低振動数域での最大増幅率の不安定モードの鉛直モードごとのエネルギースペクトル . . . . .	99

# 1 はじめに

大気中にはさまざまな不安定が存在しており，それらは基本場の状態もしくは外力の影響に応じて指数関数的に増大し，大気を安定な状態へ戻そうとする．それらの不安定は波-波，及び帯状-波相互作用を通じて，スケールの異なる現象との間でエネルギーをやり取りしている．Saltzman (1957, 1970) では，フーリエ変換を用いて各波数ごとの運動エネルギーと有効位置エネルギーのサイクルについて議論し，エネルギーが小さなスケールへのカスケードのみではなく，大きなスケールへの逆カスケードが存在することを示した．また，Nastrom and Gage (1985) によると，航空機による観測を波数展開してスペクトルを描くと，総観規模擾乱では波数の $-3$ 乗，メソスケール擾乱では $-5/3$ 乗となることを示した．このようなエネルギー Spektral は慣性小領域理論によるものだとされてきたが，Tanaka *et al.* (2004) では3次元ノーマルモード展開を用いたエネルギー Spektral 解析によって，エネルギーピークが総観規模擾乱ではなくより大きなスケールに存在することを示し，ロスビー波の砕波（飽和）によるエネルギー Spektral の形成の理論が示された．また，エネルギー Spektral の傾きの遷移は Terasaki *et al.* (2011) により，ロスビー波成分の支配していたスケールから重力波成分の支配するスケールへの遷移であることが示された．

このような相互作用によって，ある基本場に対して最も卓越する不安定波動を，線形方程式を用いて解析する手法を線形不安定解析という．Tanaka and Kung (1989) では，3次元ノーマルモード展開 (Kasahara 1976, 1977) を用いた線形不安定解析を行い，スケールにより異なる不安定モードが最大不安定となることを示した．この解析では，総観規模擾乱にスケールリングされている準地衡風方程式系ではなく，プリミティブ方程式を用いていることによって，プラネタリー規模においてより詳細に解析が行われた．また，計算機資源の問題から東西一様基本場の場合と東西波数0と2の基本場の場合のみを用いることにより効果的に計算量を減少させた．その結果，最も卓越する不安定モードは，総観規模では中緯度に振幅最大を持ち，位相が上空に行くほど西に傾いている不安定モードが現れた．これは，Charney (1947) の傾圧不安定による総観規模擾乱と同じ構造であり，この不安定モードをチャーニーモード ( $M_c$ ) と呼んだ．また，プラネタリー規模では中緯度に  $M_c$  と同様の構造を持つ振幅極大とともに，極側に順圧的構造の振幅極大をもつダイポールチャーニーモード ( $M_2$ ) が最大不安定モードとして現れた．また，同様にプラネタリー規模において， $M_c$  と同様に西向きの位相の傾きを持つが， $M_c$  よりも振幅極大が高く，極よりで，位相速度の遅いモードが現れた．これはモノポール（スロー）チャーニーモード ( $M_1$ ) と呼ばれた．さらに，Tanaka and Tokinaga (2002) や Seki *et al.* (2011) では，この線形不安定解析を用いて北極振動



(Arctic Oscillation: AO) との相互作用について調べた．AO の正負に大きな時の基本場を用いて線形不安定解析を行ってその不安定モードの構造を調べた結果，AO と傾圧不安定波動には正のフィードバックの関係があるということを示した．また，Tanaka and Kung (1988) では 3 次元ノーマルモード展開によるエネルギースペクトル解析を行い，順圧モードではロスビー波成分と重力波成分のエネルギーレベルははっきりと分かれているものの，傾圧モードの高次のモードになるにつれてロスビー波成分と重力波成分のエネルギーレベルが同等になってくるということを示した．これを考慮して，東西一様基本場で，重力波成分まで含めた不安定解析を行ったのが Tanaka and Sun (1990) である．これによると，東西波数 6 の総観規模擾乱では不安定モードとして大きな順に  $M_c$ ， $M_2$  が現れるが，東西波数 4 になると Tanaka and Kung (1989) では見られなかった，順圧モード (B) という順圧成分に最も大きなエネルギーを持ち，成層圏に振幅極大を持つモードが現れた．さらに東西波数 2 ではこれに加えて，位相速度がかなり大きな重力波モード (G) が不安定モードとして現れることが示されている．

この線形不安定解析を東西一様基本場から 3 次元に変化する基本場について行うことができるモデルを線形傾圧モデル (Linear Baroclinic Model: LBM) という．近年の計算機の発達により，このような計算量の大きな計算が可能となり，Watanabe and Kimoto (2000) によって世界初の LBM が開発された．この研究では LBM を用いて海面水温 (Sea Surface Temperature: SST) による熱としての外力と，総観規模擾乱などの高周波成分との相互作用による外力を考慮すると，その外力への定常応答として NAO (North Atlantic Oscillation) が現れることを示した．また，Watanabe and Jin (2003) ではこの LBM を湿潤大気に適用し，積雲対流まで考慮した moist LBM へと拡張した．この moist LBM では，エルニーニョ時にはインド洋での昇温と太平洋の海面気温の偏差がウォーカー循環を変化させ，フィリピン付近での高気圧が形成されるというドライでの LBM と異なる結果が得られた．他にも，Small et al. (2011) は領域モデルと LBM を用いて，東太平洋の暖水域の東西風や外向き長波放射 (OLR) の季節内変動には Madden-Julian 振動 (MJO) に伴う遠方からのシグナルと局所的な対流-循環フィードバックが重要であるという結論を導いている．

さらに，関 (2012) によって 3 次元ノーマルモード展開を用いた LBM が開発され，3 次元基本場に対しての線形不安定解析が行われた．この解析によって，Tanaka and Kung (1989) などの東西一様の基本場での線形不安定解析の結果とは異なり， $M_c$  や  $M_2$  の振幅が地域によって異なることが示された．これは太平洋と大西洋で偏西風がシングルジェットであるかダブルジェットであるかの違いによると言われている．また，定在モードとして AO が現れ，AO は大気中に存在する固有モードであるということが示された．

しかし、上述のLBMにはいくつかの問題点があり、その1つとして重力波の処理の問題がある。これについて、Watanabe and Kimoto (2000) などのLBMは切断波数を小さくする等の処理を行うことで重力波の増幅を抑えている。これに対し、関 (2012) のLBMでは3次元ノーマルモード展開を用い、南北方向はHough関数 (Kasahara 1977, 1978) で展開しているため初めから重力波成分を取り除くことができる。また、鉛直方向もスペクトル展開しているため差分に対して精度が良い。しかし、上述の通り Tanaka and Kung (1988) や Tanaka and Kimura (1996) で示されているように、傾圧モードにおいてはロスビー波成分と重力波成分のエネルギーレベルは同等なので、これらを考慮していないのは不適切であると考えられる。

馬場 (2012) によると、重力波成分は東西平均した南北風  $v$  とほとんど一致することより、重力波成分はハドレー循環が卓越する赤道域において特に重要であると考えられる。また、Matsuno (1966) により赤道域にはケルビン波や混合ロスビー重力波などの重要な波動が存在し、ケルビン波は3次元ノーマルモード展開では重力波成分に含まれている。赤道域では、極域でのAOなどと同様に、全球の気象に影響を与える現象がさまざまあり、エルニーニョ・南方振動 (ENSO) や台風、MJOなどが挙げられる。特にMJOについては未だにメカニズムについての理解が得られていない。

MJOとは対流域や地上気圧偏差が30-50日周期でインド洋から西太平洋までを東進する、循環と対流の結合した現象 (Madden and Julian 1972, 1994) で、対流域の位相速度は約5 m/sである。また、Matsuno (1966) で導かれた赤道波とは異なる波数-振動数領域にスペクトルピークがある (Wheeler and Kiladis 1999)。さらに、降水域内部の個々の積雲 (スーパークラウドクラスター) は西進することが衛星観測から確認されている (Nakazawa 1988; Madden and Julian 1994)。赤道域では観測が豊富であり、OLRと東西風から経験直交関数展開を用いてMJOを8つのフェーズに分類し、リアルタイムでMJOのフェーズを観測している。(Wheeler and Hendon 2004; Roundy et al. 2009)。観測は豊富に行われてきているものの、MJOのメカニズムについては理解が十分ではない。Zhang (2005) によると、個々の外力への応答という仮説 (Salby and Garcia 1987) と独自のエネルギーソースを持つ不安定という仮説 (Salby et al. 1994; Wang and Rui 1990) の2つの説が対立している。さらには、放射、SST、鉛直温度プロファイル等がMJOの特徴を決定しているという先行研究も多数ある。また、数値シミュレーションにおいても積雲パラメタリゼーションの違いなどによって再現できるものとできないものがあり (Wu et al. 2007)、近年では全球雲解像モデルNICAM (Nonhydrostatic ICosahedral Atmospheric Model) で再現できることが確認されている (Miura et al. 2007)。しかし、NICAMにおいても積雲パラメタリゼーションの違いによって再現できる場合とできない場合があることが示されている。

## 2 目的

本研究の目的は，関（2012）で開発された LBM に重力波モードを加えて線形不安定解析を行い，大気の固有解として，MJO が現れるか調査することである．

3 次元的な基本場に対する応答を見られる LBM では，傾圧不安定にも地域依存性があることが示されたことによって，地域依存性のある現象に対しても解析可能であるということが示された．このような地域依存性が最も顕著な現象の一つが MJO である．MJO は 1971 年に発見されてからそのメカニズムについて，これまでに研究が数多く行われてきた．しかし，現在でも統一の見解は得られておらず，外力への応答として励起されたものなのか，大気中の不安定からエネルギーを取り出し独自に発達するものなのかということについても意見が分かれている．現在の LBM に赤道付近で重要なモードである重力波モードを加えると，赤道付近の現象にも応用できるようになると考えられる．そこで，重力波モードを含めた LBM で線形不安定解析を行い，観測による MJO の振動数を手がかりとして MJO を探索することを目的とする．また，重力波モードを含めた 3 次元での線形不安定解析は行われていない．これより，重力波モードとの相互作用によってロスビーモードのみで行っていた線形不安定解析の不安定モードがどのように変化するかについても明らかにする．

### 3 使用データ

本研究では , National Centers for Environmental Prediction (NCEP) / National Center for Atmospheric Research (NCAR) の提供する再解析データを使用した . NCEP/NCAR 再解析データの詳細については以下の表に示す .

データ名	NCEP/NCAR 再解析データ
水平解像度	2.5 ° × 2.5 °
鉛直解像度	1000, 925, 850, 700, 600, 500, 400, 300, 250, 200, 150, 100, 70, 50, 30, 20, 10hPa の 17 層
使用要素	東西風 (u), 南北風 (v), ジオポテンシャル高度 ( $\phi$ )

線形不安定解析に使用した基本場は 1981 ~ 2010 年の期間の 1 月平均気候値である . 基本場の特徴については図 1 ~ 図 3 に示す . 図 1 は 500hPa 高度のジオポテンシャル高度の偏差である . 等圧面平均にはコサインで重み付けした平均を用いている . 極域で負偏差 , 赤道域で正偏差となっており , 南半球よりも北半球の方が等圧面が蛇行している . また , 図 2 は 500hPa における東西風であり , 中緯度で偏西風 , 低緯度で偏東風が見られる . 偏西風の最大は日本上空に存在する . また , 図 3 は東西平均した東西風であり , 北半球高緯度には成層圏におけるジェットが存在が確認できる . 解析に使用した基本場には以上のような特徴がある .

## 4 解析手法

本研究では，Tanaka (1985) に基づき球座標系プリミティブ方程式を 3 次元ノーマルモード展開した，球座標系プリミティブスペクトルモデルを用いる．本章では，まず球座標系プリミティブ方程式系に 3 次元ノーマルモード関数 (Three-Dimensional Nomal Mode Functions) を用いて展開したプリミティブスペクトル方程式を導出する．その後，スペクトル表示された方程式を線形化し，不安定解析に用いる線形方程式を導出する．

### 4.1 基礎方程式

本研究で用いる大気大循環モデルの基礎方程式系は，極座標 (緯度  $\theta$ ，経度  $\lambda$ ，気圧  $p$ ) であらわしたプリミティブ方程式系であり，水平方向の運動方程式と熱力学の第一法則の 3 本の予報方程式と，連続の式，状態方程式，静力学平衡の式の 3 本の診断方程式で表される (小倉, 1978) ．

- 水平方向の運動方程式

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla u + \omega \frac{\partial u}{\partial p} = -\frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial \phi}{\partial \lambda} + f v + \frac{\tan \theta}{a} u v + F_u \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla v + \omega \frac{\partial v}{\partial p} = -\frac{1}{a} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} - f u - \frac{\tan \theta}{a} u v + F_v \quad (2)$$

- 熱力学の第一法則

$$\frac{\partial c_p T}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla c_p T + \omega \frac{\partial c_p T}{\partial p} = \omega \alpha + Q \quad (3)$$

- 連続の式

$$\frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial v \cos \theta}{\partial \theta} + \frac{\partial \omega}{\partial p} = 0 \quad (4)$$

- 状態方程式

$$p \alpha = R T \quad (5)$$

- 静力学平衡の式

$$\frac{\partial \phi}{\partial p} = -\alpha \quad (6)$$

ただし ,

$$\mathbf{V} = (u, v)$$

$$f = 2\Omega \sin \theta \quad (\text{コリオリ・パラメーター})$$

$$\mathbf{V} \cdot \nabla ( \quad ) = \frac{u}{a \cos \theta} \frac{\partial ( \quad )}{\partial \lambda} + \frac{v}{a} \frac{\partial ( \quad )}{\partial \theta}$$

である．上記の方程式系で用いられている記号は以下のとおりである．

$\theta$ : 緯度	$\omega$ : 鉛直 p 速度 ( $\equiv dp/dt$ )
$\lambda$ : 経度	$F_u$ : 東西方向の粘性摩擦
$p$ : 気圧	$F_v$ : 南北方向の粘性摩擦
$t$ : 時間	$Q$ : 非断熱加熱
$u$ : 東西風速	$\Omega$ : 地球自転角速度 ( $= 7.29 \times 10^{-5} \text{s}^{-1}$ )
$v$ : 南北風速	$a$ : 地球半径 ( $= 6371.2 \text{km}$ )
$\phi$ : ジオポテンシャル	$c_p$ : 定圧比熱 ( $= 1004 \text{JK}^{-1} \text{kg}^{-1}$ )
$T$ : 気温	$R$ : 乾燥空気の気体定数 ( $= 287.04 \text{JK}^{-1} \text{kg}^{-1}$ )
$\alpha$ : 比容	

Tanaka (1985) によると，熱力学の第一法則の式 (3) に，連続の式 (4)，状態方程式 (5)，静力学平衡近似の式 (6) を代入することで，基礎方程式系を 3 つの従属変数 ( $u, v, \phi$ ) それぞれの予報方程式で表すことが出来る．

はじめに，気温  $T$  と比容  $\alpha$  とジオポテンシャル  $\phi$  について以下のような摂動を考える．

$$T(\theta, \lambda, p, t) = T_0(p) + T'(\theta, \lambda, p, t) \quad (7)$$

$$\alpha(\theta, \lambda, p, t) = \alpha_0(p) + \alpha'(\theta, \lambda, p, t) \quad (8)$$

$$\phi(\theta, \lambda, p, t) = \phi_0(p) + \phi'(\theta, \lambda, p, t) \quad (9)$$

ここで， $( \quad )_0$  は等圧面平均量で  $(p)$  のみの関数である．また， $( \quad )'$  は摂動を表し，等圧面平均からの偏差を表す．

これより，診断方程式 (5),(6) も基本場 (等圧面平均) に関する式と，摂動 (偏差) に関する式とに分けることが出来る．

$$p\alpha_0 = RT_0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial \phi_0}{\partial p} = -\alpha_0 \quad (11)$$

$$p\alpha' = RT' \quad (12)$$

$$\frac{\partial \phi'}{\partial p} = -\alpha' \quad (13)$$

これらの式 (7) ~ (13) を，熱力学の第一法則の式 (3) に代入すると，

$$\frac{\partial T'}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla T' + \omega \left( \frac{\partial T_0}{\partial p} - \frac{RT_0}{pc_p} \right) + \omega \left( \frac{\partial T'}{\partial p} - \frac{RT'}{pc_p} \right) = \frac{Q}{c_p} \quad (14)$$

となる．等圧面平均気温  $T_0$  とその偏差  $T'$  との関係は  $T_0 \gg T'$  なので，式 (14) において左辺第 3 項の摂動気温の断熱変化項は無視することが出来る．つまり，

$$\left| \omega \frac{RT_0}{pc_p} \right| \gg \left| \omega \frac{RT'}{pc_p} \right| \quad (15)$$

であり，この近似は下部成層圏においてよく成り立っている事が示されている (Holton, 1975) ．

式 (14) の第 4 項を整理するために，大気不安定度のパラメータ  $\gamma(p)$  を次のように定義する．

$$\gamma(p) \equiv \frac{RT_0(p)}{c_p} - p \frac{dT_0(p)}{dp} \quad (16)$$

式 (15)，(16) を用いて式 (14) を整理すると，

$$\frac{\partial T'}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla T' + \omega \frac{\partial T'}{\partial p} - \frac{\omega \gamma}{p} = \frac{Q}{c_p} \quad (17)$$

となる．気温で表されたプリミティブ方程式系では，運動エネルギーと位置エネルギーの和として全エネルギーが保存されるが，気温の偏差で表されたプリミティブ方程式系では，運動エネルギーと有効位置エネルギーの和が全エネルギーとして保存される．

また，式 (12)，(13) より，

$$T' = \frac{p\alpha'}{R} = -\frac{p}{R} \frac{\partial \phi'}{\partial p} \quad (18)$$

なので，これを式 (17) に代入すると，

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( -\frac{p}{R} \frac{\partial \phi'}{\partial p} \right) - \mathbf{V} \cdot \nabla \left( -\frac{p}{R} \frac{\partial \phi'}{\partial p} \right) + \omega \frac{\partial}{\partial p} \left( -\frac{p}{R} \frac{\partial \phi'}{\partial p} \right) - \frac{\omega \gamma}{p} = \frac{Q}{c_p} \quad (19)$$

となる．式 (19) の両辺に  $p/\gamma$  を掛けると，

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( -\frac{p^2}{R\gamma} \frac{\partial \phi'}{\partial p} \right) - \mathbf{V} \cdot \nabla \frac{\partial \phi'}{\partial p} - \frac{\omega p}{\gamma} \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{p}{R} \frac{\partial \phi'}{\partial p} \right) - \omega = \frac{Qp}{c_p \gamma} \quad (20)$$

となる．式 (20) によって，熱力学の第一法則の式 (3) を従属変数  $\phi'$  のみで表すことができた．方程式系 (1)，(2)，(20) は閉じているが，連続の式 (4) を組み込むために式 (20) の両辺を  $p$  で微分する．

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( -\frac{\partial}{\partial p} \frac{p^2}{R\gamma} \frac{\partial \phi'}{\partial p} \right) - \frac{\partial}{\partial p} \left[ \frac{p^2}{R\gamma} \mathbf{V} \cdot \nabla \frac{\partial \phi'}{\partial p} + \frac{\omega p}{\gamma} \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{p}{R} \frac{\partial \phi'}{\partial p} \right) \right] - \frac{\partial \omega}{\partial p} = \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{Qp}{c_p \gamma} \right) \quad (21)$$

式 (21) の左辺第 4 項に連続の式 (4) を代入すると ,

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left( -\frac{\partial}{\partial p} \frac{p^2}{R\gamma} \frac{\partial \phi'}{\partial p} \right) + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial v \cos \theta}{\partial \theta} \\ &= \frac{\partial}{\partial p} \left[ \frac{p^2}{R\gamma} \mathbf{V} \cdot \nabla \left( \frac{\partial \phi'}{\partial p} \right) + \frac{\omega p}{\gamma} \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{p}{R} \frac{\partial \phi'}{\partial p} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{Qp}{c_p \gamma} \right) \end{aligned} \quad (22)$$

となる . また , 有効位置エネルギー  $A = \frac{1}{2} \frac{p^2}{R\gamma} \left( \frac{\partial \phi'}{\partial p} \right)^2$  が ,

$$\begin{aligned} \int_V \left( \mathbf{V} \cdot \nabla + \omega \frac{\partial}{\partial p} \right) A \frac{dV}{g} &= \int_V \frac{1}{2} \left[ \frac{p^2}{R\gamma} \mathbf{V} \cdot \nabla \left( \frac{\partial \phi'}{\partial p} \right) + \frac{\omega p}{\gamma} \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{p}{R} \frac{\partial \phi'}{\partial p} \right) \right] \frac{dV}{g} \\ &= \int_V \left[ \nabla \cdot \left( \frac{1}{2} \frac{p^2}{R\gamma} \frac{\partial \phi'}{\partial p} \mathbf{V} \right) + \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{1}{2} \frac{p^2}{R\gamma} \frac{\partial \phi'}{\partial p} \omega \right) \right] \frac{dV}{g} \\ &= 0 \end{aligned} \quad (23)$$

となり保存されることを考慮して , 式 (22) 中の大気の安定度のパラメータ  $\gamma(p)$  の  $p$  依存性を無視する .

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left( -\frac{\partial}{\partial p} \frac{p^2}{R\gamma} \frac{\partial \phi'}{\partial p} \right) + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial v \cos \theta}{\partial \theta} \\ &= \frac{\partial}{\partial p} \left[ \frac{p^2}{R\gamma} \mathbf{V} \cdot \nabla \frac{\partial \phi'}{\partial p} + \omega p \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{p}{R\gamma} \frac{\partial \phi'}{\partial p} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{Qp}{c_p \gamma} \right) \end{aligned} \quad (24)$$

以上より , 熱力学の第一法則の式 (3) から温度  $T$  と比容  $\alpha$  を消去し , ジオポテンシャルの摂動  $\phi'$  についての予報方程式を導くことができた . 3 つの従属変数 ( $u, v, \phi'$ ) に対して , 3 つの予報方程式 (1), (2), (24) が存在するので , 解を一意的に求めることが出来る .

これらの予報方程式 (1), (2), (29) からなるプリミティブ方程式系は以下のような簡単なベクトル表示でまとめることが出来る (Tanaka, 1991) .

$$\mathbf{M} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \tau} + \mathbf{L} \mathbf{U} = \mathbf{N} + \mathbf{F} \quad (25)$$

ここで  $\tau$  は無次元化された時間であり ,  $\tau = 2\Omega t$  である . 式 (25) 中の各ベクトルは以下の通りである .

- $\mathbf{U}$  : 従属変数ベクトル

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} u & v & \phi' \end{pmatrix}^T \quad (26)$$

- $\mathbf{M}$  : 鉛直線形演算子

$$\mathbf{M} = 2\Omega \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\partial}{\partial p} \frac{p^2}{R\gamma} \frac{\partial}{\partial p} \end{pmatrix} \quad (27)$$



- **L** : 水平線形演算子

$$\mathbf{L} = \begin{pmatrix} 0 & -2\Omega \sin \theta & \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \lambda} \\ 2\Omega \sin \theta & 0 & \frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial \theta} \\ \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \lambda} & \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \cos \theta & 0 \end{pmatrix} \quad (28)$$

- **N** : 非線形演算子

$$\mathbf{N} = \begin{pmatrix} -\mathbf{V} \cdot \nabla u - \omega \frac{\partial u}{\partial p} + \frac{\tan \theta}{a} uv \\ -\mathbf{V} \cdot \nabla v - \omega \frac{\partial v}{\partial p} - \frac{\tan \theta}{a} uv \\ \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{p^2}{R\gamma} \mathbf{V} \cdot \nabla \frac{\partial \phi}{\partial p} + \frac{\omega p}{\gamma} \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{p}{R} \frac{\partial \phi}{\partial p} \right) \right) \end{pmatrix} \quad (29)$$

- **F** : 外部強制項からなるベクトル

$$\mathbf{F} = \left( F_u \quad F_v \quad \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{pQ}{c_p \gamma} \right) \right)^T \quad (30)$$

ただし ,

$$()^T : \text{転置行列} \quad (31)$$

である .

モデルの基礎方程式系は (25) のようなベクトル方程式で構成され , 時間変化項に含まれる従属変数ベクトル  $\mathbf{U}$  を , 他の 3 つの項 (線形項: $\mathbf{L}\mathbf{U}$  , 非線形項: $\mathbf{N}$  , 外部強制項: $\mathbf{F}$ ) のバランスから予測するようなモデルであるといえる .

## 4.2 プリミティブスペクトル方程式の導出

### 4.2.1 基礎方程式の線形化

ベクトル表記でのプリミティブ方程式 (25) は非線形連立偏微分方程式である . そこで , 方程式の基本状態を静止大気  $(\bar{u}, \bar{v}, \bar{\phi}) = \mathbf{0}$  で断熱かつ摩擦なしとし , そこに微小擾乱  $(u', v', \phi')$  が重なったものとする . このとき式 (29) は ,

$$\mathbf{N} = \begin{pmatrix} -\left( \frac{u'}{a \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \lambda} + \frac{v'}{a} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) u' - \omega \frac{\partial u'}{\partial p} + \frac{\tan \theta}{a} u' v' \\ -\left( \frac{u'}{a \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \lambda} + \frac{v'}{a} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) v' - \omega \frac{\partial v'}{\partial p} + \frac{\tan \theta}{a} u' u' \\ \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{p^2}{R\gamma} \left( \frac{u'}{a \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \lambda} + \frac{v'}{a} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) \frac{\partial \phi'}{\partial p} + \frac{\omega p}{\gamma} \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{p}{R} \frac{\partial \phi'}{\partial p} \right) \right) \end{pmatrix}$$

となり，2 次以上の摂動項を無視すると，結局  $N = 0$  であり，式 (25) を線形化した基本状態は以下ようになる．

$$\begin{aligned} \mathbf{M} \frac{\partial \mathbf{U}'}{\partial \tau} + \mathbf{L} \mathbf{U}' &= 0 \\ \mathbf{U}' &= (u', v', \phi')^T \end{aligned} \quad (32)$$

これ以降は簡単のため  $\mathbf{U}' = (u', v', \phi')$  を  $\mathbf{U} = (u, v, \phi)$  と記す．また，鉛直方向のみに依存した関数である鉛直構造関数  $G_m(p)$  を導入し，式 (32) を鉛直方向と水平方向に変数分離する．

$$\begin{aligned} \mathbf{U}(\lambda, \theta, p, \tau) &= (u, v, \phi)^T \\ &= \sum_{m=0}^{\infty} (u_m, v_m, \phi_m)^T G_m(p) \\ &= \sum_{m=0}^{\infty} (u_m, v_m, \phi_m)^T G_m(p) \end{aligned} \quad (33)$$

ここで，添え字の  $m$  は鉛直モード番号 (vertical mode number) を意味する．これを式 (32) に代入し，分離された各従属変数に関する方程式を解く．ここでは  $\mathbf{U}$  の第 3 成分であるジオポテンシャルの変数分離を例として示す．

第  $m$  鉛直モードのみの方程式について表すと，

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ -\frac{\partial}{\partial p} \frac{p^2}{R\gamma} \frac{\partial}{\partial p} (\phi_m G_m) \right] + \frac{G_m}{a \cos \theta} \frac{\partial u_m}{\partial \lambda} + \frac{G_m}{a \cos \theta} \frac{\partial v_m \cos \theta}{\partial \theta} = 0 \quad (34)$$

となる．ここで， $\phi_m$  は  $(\lambda, \theta, t)$  のみに依存し， $p$  に依存しないことを考慮し，両辺を  $G_m$  で割ると，

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ -\phi_m \frac{1}{G_m} \frac{\partial}{\partial p} \frac{p^2}{R\gamma} \frac{\partial G_m}{\partial p} \right] + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial u_m}{\partial \lambda} + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial v_m \cos \theta}{\partial \theta} = 0 \quad (35)$$

である．また， $p, G_m$  は時間依存性がないことより，

$$\frac{\partial \phi_m}{\partial t} \frac{1}{G_m} \frac{\partial}{\partial p} \frac{p^2}{R\gamma} \frac{\partial G_m}{\partial p} = \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial u_m}{\partial \lambda} + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial v_m \cos \theta}{\partial \theta} \quad (36)$$

となる．式 (36) を  $p$  に依存するものとそれ以外に変数分離すると，

$$\frac{\partial \phi_m}{\partial t} \left( \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial u_m}{\partial \lambda} + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial v_m \cos \theta}{\partial \theta} \right)^{-1} = \left( \frac{1}{G_m} \frac{\partial}{\partial p} \frac{p^2}{R\gamma} \frac{\partial G_m}{\partial p} \right)^{-1} \quad (37)$$

となる．式 (37) の左辺は  $\lambda, \theta, t$  のみの関数であり，右辺は  $p$  のみの関数である．この等号が恒等的に成り立つためには，両辺が定数である必要がある．この分離定数を  $-gh_m$  とすると，以下の二つの方程式を得る．

$$\frac{d}{dp} \frac{p^2}{R\gamma} \frac{dG_m}{dp} + \frac{1}{gh_m} G_m = 0 \quad (38)$$

$$\frac{1}{gh_m} \frac{\partial \phi_m}{\partial t} + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial u_m}{\partial \lambda} + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial v_m \cos \theta}{\partial \theta} = 0 \quad (39)$$

この常微分方程式 (38) を鉛直構造方程式 (vertical structure equation) と呼ぶ。

また、残りの水平風成分についても同様に鉛直構造関数を導入すると、

$$\frac{\partial u_m}{\partial t} - 2\Omega \sin \theta v_m + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial \phi_m}{\partial \lambda} = 0 \quad (40)$$

$$\frac{\partial v_m}{\partial t} + 2\Omega \sin \theta u_m + \frac{1}{a} \frac{\partial \phi_m}{\partial \theta} = 0 \quad (41)$$

と導かれる。式 (39), (40), (41) をまとめて水平構造方程式 (horizontal structure equation) と呼ぶ。ここで、分離定数  $h_m$  は距離の次元を持ち、鉛直構造方程式 (38) の固有関数である鉛直構造関数  $G_m(p)$  に対応する固有値として求まる。また、水平構造方程式 (39) は、流体層の厚さ  $h_m$  の線形浅水方程式系での連続の式と同じ形をしていることより、 $h_m$  は等価深度 (equivalent height) の意味を持つことが分かる。

#### 4.2.2 鉛直構造関数

ここでは、前節で導いた鉛直構造方程式 (38) の解であり、3次元ノーマルモード関数を構成する鉛直構造関数  $G_m(p)$  を導出する。また、鉛直構造関数を用いた鉛直方向の波数展開について述べる。

まず、鉛直構造方程式 (38) を次のように整理する。

$$\mathbf{L}[G_m(p)] + \frac{1}{gh_m} G_m(p) = 0 \quad (42)$$

ここで、

$$\mathbf{L} = \frac{d}{dp} \frac{\beta}{R} \frac{d}{dp} = \frac{\beta}{R} \frac{d^2}{dp^2} + \frac{1}{R} \frac{d\beta}{dp} \frac{d}{dp}$$

$$\beta \equiv \frac{p^2}{\gamma(p)}$$

である。今、次のような境界条件を考える。

$$\omega \rightarrow 0, \quad as \quad p \rightarrow 0 \quad (43)$$

$$(u, v, w) = 0. \quad at \quad p = p_s \quad (44)$$

式 (43) は上部境界において質量が保存されるという条件を、式 (44) は下部境界において物理的な速度がゼロであるという条件を表している。

以上の境界条件 (43),(44) は，以下の手順で鉛直構造関数に関する境界条件に置き換えられる．まず，熱力学の第一法則の式 (20) を線形化して，静止大気，断熱を考慮すると，

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{p^2}{R\gamma} \frac{\partial \phi'}{\partial p} \right) + \omega = 0 \quad (45)$$

となる．式 (45) に対して上部境界条件 (43) を考慮し，式 (33) を代入することによって鉛直構造関数を導入すると，

$$p^2 \frac{dG_m(p)}{dp} \rightarrow 0, \quad \text{as } p \rightarrow 0 \quad (46)$$

という上部境界条件を得る．

下部境界条件 (44) は，

$$gw = \frac{d\phi'}{dt} \Big|_{p=p_s} = \left[ \frac{\partial \phi'}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \phi' + \omega \frac{\partial \phi'}{\partial p} \right]_{p=p_s} = 0 \quad (47)$$

となり，これに状態方程式 (5)，静力学平衡近似の式 (6)，地表面での水平風が 0 であることを考慮すると，

$$\frac{\partial \phi'}{\partial t} \Big|_{p=p_s} - \omega \frac{RT_0}{p_s} = 0 \quad (48)$$

となる．ここで式 (45) と (48) で  $\omega$  を消去し，鉛直構造関数を導入すると次の式を得る．

$$\frac{dG_m(p)}{dp} + \frac{\gamma}{p_s T_0} G_m(p) = 0, \quad \text{at } p = p_s \quad (49)$$

鉛直構造方程式は同次型境界条件 (46)，(49) の下では，線形オペレーター  $L$  が自己随伴演算子 (self-adjoint operator) となるため，Sturm-Liouville 型の微分方程式として解くことが出来る．これが  $G_m(p) = 0$  以外の解 (自明でない解) をもつとき，その解は与えられた方程式 (42) および境界条件 (46)，(49) の固有関数であり，この固有関数  $G_m(p)$  が存在するような  $h_m$  の値は，その固有関数に対応する固有値となる．

この固有値問題については，有限要素法あるいは Galerkin 法により解を数値的に計算することが出来る (Tanaka, 1985)．本研究では Kasahara (1984) による Galerkin 法を用いて鉛直構造を求める．

まず，気圧座標系を以下のような座標系へと変数変換をする．

$$x = 2\sigma - 1 = 2 \frac{p}{p_s} - 1 \quad (-1 \leq x \leq 1) \quad (50)$$

このとき，鉛直構造方程式 (42)，上部境界条件 (46)，下部境界条件 (49) は以下のように表される．

$$\frac{d}{dx} (x+1)^2 \frac{d}{dp} G_m(x) + \frac{R\gamma}{gh_m} G_m(x) = 0, \quad \text{for } -1 < x < 1 \quad (51)$$

$$(x+1)^2 \frac{dG_m(x)}{dx} \rightarrow 0, \quad as \quad x \rightarrow -1 \quad (52)$$

$$\frac{dG_m(x)}{dx} + \frac{\gamma}{2T_0} G_m(x), \quad at \quad x = 1 \quad (53)$$

鉛直構造関数を Legendre 多項式  $P_i(p)$  により級数展開できるとき ,

$$G_m(x) = \sum_{i=0}^{J-1} a_i P_i(x) \quad (54)$$

と書ける . ここで  $J$  は自然数である . Legendre 多項式は直交性を持つので ,

$$\int_{-1}^1 P_i(p) P_j(p) dx = \delta_{ij} \quad (55)$$

である . 簡単のため Legendre 多項式のノルムは 1 とした .  $a_i$  は以下のように求めることができる .

$$\int_{-1}^1 \left( \frac{d}{dx} (x+1)^2 \frac{dG_m(x)}{dx} + \frac{R\gamma}{gh_m} G_m(x) \right) P_j(x) dx = 0 \quad (56)$$

この式に (54) を代入して ,

$$\int_{-1}^1 \left( \frac{d}{dx} \frac{(x+1)^2}{R\gamma} \frac{d}{dx} \sum_{i=0}^{J-1} a_i P_i(x) \right) P_j(x) dx + \frac{1}{gh_m} \sum_{i=0}^{J-1} a_i \int_{-1}^1 P_i(x) P_j(x) dx = 0 \quad (57)$$

となり , Legendre 関数の直交性 (55) より ,

$$\sum_{i=0}^{J-1} a_i \int_{-1}^1 \left( \frac{d}{dx} (x+1)^2 \frac{d}{dx} P_i(x) \right) P_j(x) dx + \frac{R\gamma}{gh_m} a_j = 0 \quad (58)$$

となる . 境界条件 (52) , (53) に式 (54) を適用すると ,

$$(x+1)^2 \frac{dP_i(x)}{dx} \rightarrow 0, \quad as \quad x \rightarrow -1 \quad (59)$$

$$\frac{dP_i(x)}{dx} + \frac{\gamma_s}{2T_0} P_i(x) = 0, \quad at \quad x = 1 \quad (60)$$

となる . これを考慮して式 (58) を整理すると ,

$$\sum_{i=0}^{J-1} \mathbf{K}_{ij} a_i = \frac{1}{gh_m} a_j \quad (61)$$

ただし ,

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_{ij} = & \frac{1}{p_s} \int_{-1}^1 (x+1)^2 \frac{dP_i(x)}{dx} \frac{dP_j(x)}{dx} dx \\ & + \frac{2\gamma}{T_0} P_i(x) P_j(x) \Big|_{x=1} + (x+1)^2 P_i(x) \frac{dP_j(x)}{dx} \Big|_{x=-1} \end{aligned} \quad (62)$$

とする．ここで，上部境界条件 (52) より式 (62) の第 3 項は 0 となる．これは大気上端での放射境界条件と同値である．式 (61) の固有値問題を解くことにより，固有値  $h_m$  と固有関数  $a_i$  が求まり，式 (54) に代入することによって鉛直構造関数  $G_m(p)$  が求まる．この解を求めるためには， $\gamma$  を決定するために等圧面平均気温  $T_0(p)$  が必要だが，この値は Tanaka and Kung (1989) による 1978 年 12 月から 1979 年 11 月までの第 1 回 GARP (Global Atmosphere Research Program) 全球実験 (First GARP Global Experiment) 期間中の観測値を鉛直方向に 24 のガウスレベル (Gauss Level) に内挿した値を用いた．

Sturm-Liouville 型の微分方程式の解は直交性を持つという特徴があるので，得られた鉛直構造関数  $G_m(p)$  は直交関数系であり，これを基底として物理量を鉛直方向に波数展開できる． $G_m$  に適当な定数をかけて正規化することによって次の正規直交関数系を得る．

$$\frac{1}{p_s} \int_0^{p_s} G_m(p) G_{m'}(p) dp = \delta_{mm'} \quad (63)$$

以上の鉛直構造関数  $G_m(p)$  の正規直交性によって，気圧  $p$  の任意の関数  $f(p)$  について，次の鉛直変換を導くことが出来る．

$$f(p) = \sum_{m=0}^{\infty} f_m G_m(p) \quad (64)$$

$$f_m = \frac{1}{p_s} \int_0^{p_s} f(p) G_m(p) dp \quad (65)$$

ここで  $f_m$  は第  $m$  モードの鉛直変換係数である．

鉛直モード  $m = 0$  は順圧 (barotropic) モード，または外部 (external) モードといい，鉛直方向に節を持たず，ほとんど全層で一定のまま変化しないモードである．これに対して鉛直モード  $m \geq 1$  は傾圧 (baroclinic) モード，または内部 (internal) モードといい， $m$  番目のモードは鉛直の  $m$  個の節を持っている．

#### 4.2.3 水平構造関数

ここでは，鉛直構造関数  $G_m(p)$  とともに 3 次元ノーマルモード関数を構成する水平構造関数  $H_{nlm}$  を導出し，水平方向の波数展開について述べる．

前節で第  $m$  モードの鉛直構造関数の固有値として求められた等価深度  $h_m$  を用いて固有値問題とし，その固有ベクトルとして水平構造関数を導く．鉛直方向に変数分離した後の第  $m$  モードの時間水平方向に関する方程式 (39)，(40)，(41) は，行列表示で，

$$\mathbf{M}_m \frac{\partial \mathbf{U}_m}{\partial t} + \mathbf{L} \mathbf{U}_m = 0 \quad (66)$$

と書ける．ここで，

$$\mathbf{M}_m = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{gh_m} \end{pmatrix} \quad \mathbf{U}_m = \begin{pmatrix} u_m & v_m & \phi'_m \end{pmatrix}^T$$

である．ここで，次のようなスケール行列を導入する．

$$\mathbf{X}_m = \begin{pmatrix} \sqrt{gh_m} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{gh_m} & 0 \\ 0 & 0 & gh_m \end{pmatrix} \quad \mathbf{Y}_m = 2\Omega \begin{pmatrix} \sqrt{gh_m} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{gh_m} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (67)$$

これらを式 (66) に次のように作用させる．

$$(\mathbf{Y}_m^{-1} \mathbf{M}_m \mathbf{X}_m) \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{X}_m^{-1} \mathbf{U}_m) + (\mathbf{Y}_m^{-1} \mathbf{L} \mathbf{X}_m) (\mathbf{X}_m^{-1} \mathbf{U}_m) = 0 \quad (68)$$

ここで，

$$\mathbf{Y}_m^{-1} \mathbf{M}_m \mathbf{X}_m = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

であり，無次元時間  $\tau (\equiv 2\Omega t)$  を用いると式 (66) は，

$$\frac{\partial}{\partial \tau} (\mathbf{X}_m^{-1} \mathbf{U}_m) + (\mathbf{Y}_m^{-1} \mathbf{L} \mathbf{X}_m) (\mathbf{X}_m^{-1} \mathbf{U}_m) = 0 \quad (69)$$

となる．式 (69) の線形演算子は次のようになる．

$$\mathbf{L}_m = \mathbf{Y}_m^{-1} \mathbf{L} \mathbf{X}_m = \begin{pmatrix} 0 & -\sin \theta & \frac{\alpha_m}{\cos \theta} \frac{\partial}{\partial \lambda} \\ \sin \theta & 0 & \alpha_m \frac{\partial}{\partial \theta} \\ \frac{\alpha_m}{\cos \theta} \frac{\partial}{\partial \lambda} & \frac{\alpha_m}{\cos \theta} \frac{\partial(\cdot) \cos \theta}{\partial \theta} & 0 \end{pmatrix} \quad (70)$$

式 (70) 中の  $\alpha_m$  は笠原パラメータと呼ばれるもので，以下のように定義される．

$$\alpha_m = \frac{\sqrt{gh_m}}{2\Omega a} \quad (71)$$

これは，浅水方程式中の 4 つの惑星パラメータ ( $g$  : 重力,  $h_m$  : 等価深度,  $\Omega$  : 地球の自転角速度,  $a$  : 惑星半径) が，唯一の惑星固有パラメータ  $\alpha_m$  のみで表されることを示している (Tanaka, 1985) .

式 (69) は水平構造方程式，またはラプラスの潮汐方程式 (Laplace's tidal equation) と呼ばれる．この方程式は時間  $\tau$  の線形システムであるから次のよう解を仮定して，水平方向の成分と時間成分とに分離することが出来る．

$$\mathbf{X}_m^{-1} \mathbf{U}_m(\lambda, \theta, \tau) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \mathbf{H}_{nlm}(\lambda, \theta) e^{-i\sigma_{nlm}\tau} \quad (72)$$

$\mathbf{H}_{nlm}(\lambda, \theta)$  は水平構造関数 (horizontal structure function)，または Hough 関数と呼ばれる．Hough 関数は第  $m$  鉛直モードに相当する水平ノーマルモード，すなわち水平自由振動を意味し，経度  $\lambda$  と緯度  $\theta$  の関数である．添え字の  $n$  は東西波数， $l$  は南北モード番号を示している．

式 (72) を水平構造方程式 (69) に代入すると，

$$i\sigma_{nlm} \mathbf{H}_{nlm} + \mathbf{L}_m \mathbf{H}_{nlm} = 0 \quad (73)$$

となる．

- $n \neq 0$  のとき

固有値問題 (73) を解くことによって固有関数  $\mathbf{H}_{nlm}(\lambda, \theta)$  と，対応する固有値  $\sigma_{nlm}$  を求めることが出来る．式 (69) は緯度  $\lambda$  について線形であるから，Hough ベクトル関数  $\Theta_{nlm}(\theta)$  を用いて  $\mathbf{H}_{nlm}(\lambda, \theta)$  を次の様に経度依存と緯度依存に分離し，それらのテンソル積として表すことが出来る．

$$\mathbf{H}_{nlm}(\lambda, \theta) = \Theta_{nlm}(\theta) e^{in\lambda} \quad (74)$$

ただし，

$$\Theta_{nlm}(\theta) = \begin{pmatrix} U_{nlm}(\theta) \\ -iV_{nlm}(\theta) \\ Z_{nlm}(\theta) \end{pmatrix} \quad (75)$$

とする．南北風の成分に関しては位相を  $\pi/2$  だけずらすために  $i = \sqrt{-1}$  が掛けられている．南北モードは 3 種類の異なるモードから構成される．

$$\begin{cases} \text{(i) 低周波の西進するロスビーモード (Rossby mode)} & l_r \\ \text{(ii) 高周波の西進する重力波モード (gravity mode)} & l_w \\ \text{(iii) 高周波の東進する重力波モード} & l_e \end{cases}$$

Swarztrauber and Kasahara (1985) によると，水平構造関数  $\mathbf{H}_{nlm}(\lambda, \theta)$  は球面調和関数の和として得られる．この方法で求められる水平構造関数  $\mathbf{H}_{nlm}(\lambda, \theta)$  が正



規直交性を持つならば，これを基底として水平方向に波数展開することが出来る．  
水平構造関数の正規直交性は以下のようにして示される．

複素共役を\*で示すと，内積を全球積分として，

$$\langle \mathbf{H}_{nlm}, \mathbf{H}_{n'l'm} \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2\pi} (U_{nlm} U_{n'l'm}^* + V_{nlm} V_{n'l'm}^* + Z_{nlm} Z_{n'l'm}^*) e^{-i(n-n')\lambda} \cos \theta d\lambda d\theta \quad (76)$$

となることが示される． $nlm$  と  $n'l'm$  は異なる南北波数と東西モードを表している．式 (70) の線形演算子  $\mathbf{L}_m = \mathbf{Y}_m^{-1} \mathbf{L}_m \mathbf{X}_m$  は，式 (76) の内積を定義すると，

$$\langle \mathbf{H}_{nlm}, \mathbf{L}_m \mathbf{H}_{n'l'm} \rangle + \langle \mathbf{L}_m \mathbf{H}_{nlm}, \mathbf{H}_{n'l'm} \rangle = 0 \quad (77)$$

という関係があり，線形演算子は非対称エルミート行列 (skew self-adjoint matrix) であることがわかる．この関係を式 (73) に代入して，

$$(\sigma_{nlm} - \sigma_{n'l'm}^*) \langle \mathbf{H}_{nlm}, \mathbf{H}_{n'l'm} \rangle = 0 \quad (78)$$

を得る．式 (78) より次の二つの条件が課せられる．

\*  $n = n'$  かつ  $l = l'$  のとき

$\langle \mathbf{H}_{nlm}, \mathbf{H}_{nlm} \rangle$  は線形浅水方程式の全エネルギーに比例する量であり，決してゼロとならない．したがって，式 (78) を満たすためには  $\sigma_{nlm} = \sigma_{nlm}^*$  でなければならない．つまり， $\sigma_{nlm}$  は実数でなければならない．

\* 上記以外の場合

$\sigma_{nlm} \neq \sigma_{n'l'm}^*$  であれば，式 (78) を満たすためには  $\langle \mathbf{H}_{nlm}, \mathbf{H}_{nlm} \rangle = 0$  が成り立たなければならない．すなわち，式 (76) で定義した内積の下では，固有振動数  $\sigma_{nlm}$  に相当する固有関数  $\mathbf{H}_{nlm}$  と固有振動数  $\sigma_{n'l'm}$  に相当する固有関数  $\mathbf{H}_{n'l'm}$  とは直交関係にあることを示している．

以上の二つの条件から，任意のモード  $nlm (n \neq 0)$  について以下の正規直交関係が成立する．

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{H}_{nlm}, \mathbf{H}_{n'l'm} \rangle &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2\pi} \mathbf{H}_{nlm} \cdot \mathbf{H}_{n'l'm}^* \cos \theta d\lambda d\theta \\ &= \delta_{nn'} \delta_{ll'} \end{aligned} \quad (79)$$

- $n = 0$  の場合

固有値問題 (73) の解として得られたロスビーモードの固有振動数は全て 0 となっており、対応する固有関数を得ることができない。これは、東西一様な場合は  $\beta$  効果がなくなるためロスビー波は存在しないためである。3 次元ノーマルモードを完成するためには東西波数 0 の場合においても気象要素を直交基底で展開する必要がある。この問題を解決するために、Kasahara (1978) では東西波数 0 においては地衡風モードを構築した。

地衡風関係式を用いると、帯状流についての地衡風関係式に対して東西風とジオポテンシャルという 2 つの変数が残ることになる。この関係式を満たす任意の関数が基底となることから、ノルムが 1 のルジャンドル多項式を用いて東西波数 0 の展開基底を構築した。南北モード  $l = 0$  (全球平均) のとき

$$(U_{nlm}, -iV_{nlm}, Z_{nlm}) = \left(0, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

とし、これ以降の南北モードについてはグラムシュミットの直交化を用いて直交化することによって東西波数 0 に対しても直交基底を構築することができる (詳細は Kasahara (1978) を参照)。

これによって全ての東西波数において気象要素を展開するための直交基底がそろった。以上の水平構造関数  $H_{nlm}(\lambda, \theta)$  の直交性から、次のフーリエハフ変換が導かれる。第  $m$  鉛直モードに相当する物理空間における任意のベクトル関数を  $W_m(\lambda, \theta, \tau)$  とすると、

$$W_m(\lambda, \theta, \tau) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} w_{nlm}(\tau) H_{nlm}(\lambda, \theta) \quad (80)$$

$$w_{nlm}(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2\pi} W_m(\lambda, \theta, \tau) \cdot H_{nlm}^*(\lambda, \theta) \cos \theta d\lambda d\theta \quad (81)$$

となる。式 (69) にこのフーリエハフ変換を施すと、

$$\frac{d}{d\tau} w_{nlm}(\tau) + i\sigma_{nlm} w_{nlm}(\tau) = 0 \quad (82)$$

となる。上で示したように固有振動数  $\sigma_{nlm}$  は実数であるので、左辺第 2 項の線形項は波動の位相の変化のみを表現し、波の振幅は変化させないことを示している。

#### 4.2.4 3 次元ノーマルモード関数展開

ここでは、4.2.2 と 4.2.3 で扱った鉛直構造関数  $G_m(p)$  と水平構造関数  $H_{nlm}$  を結合させ、3 次元ノーマルモード関数  $\Pi_{nlm}(\lambda, \theta, p)$  を構成し、式 (25) を展開する。3 次元ノーマルモード関数

マルモード関数は鉛直構造関数と水平構造関数のテンソル積であり，以下のように定義される．

$$\begin{aligned}\Pi_{nlm}(\lambda, \theta, p) &= G_m(p) \mathbf{H}_{nlm}(\lambda, \theta) \\ &= G_m(p) \Theta_{nlm}(\theta) e^{in\lambda}\end{aligned}\quad (83)$$

この3次元ノーマルモード関数も以下の正規直交性を持つ．

$$\begin{aligned}\langle \Pi_{nlm}, \Pi_{n'l'm'} \rangle &= \frac{1}{2\pi p_s} \int_0^{p_s} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2\pi} \Pi_{nlm} \cdot \Pi_{n'l'm'}^* \cos \theta d\lambda d\theta dp \\ &= \delta_{nn'} \delta_{ll'} \delta_{mm'}\end{aligned}\quad (84)$$

この関係により，3次元ノーマルモード関数展開が導かれる．式(32)中のUとNとFは以下のように展開される．

$$\mathbf{U}(\lambda, \theta, p, \tau) = \sum_{n=-N}^N \sum_{l=0}^L \sum_{m=0}^M w_{nlm}(\tau) \mathbf{X}_m \Pi_{nlm}(\lambda, \theta, p) \quad (85)$$

$$\mathbf{N}(\lambda, \theta, p, \tau) = \sum_{n=-N}^N \sum_{l=0}^L \sum_{m=0}^M n_{nlm}(\tau) \mathbf{Y}_m \Pi_{nlm}(\lambda, \theta, p) \quad (86)$$

$$\mathbf{F}(\lambda, \theta, p, \tau) = \sum_{n=-N}^N \sum_{l=0}^L \sum_{m=0}^M f_{nlm}(\tau) \mathbf{Y}_m \Pi_{nlm}(\lambda, \theta, p) \quad (87)$$

ここで， $w_{nlm}(\tau)$ ,  $n_{nlm}(\tau)$ ,  $f_{nlm}(\tau)$  はそれぞれ，従属変数ベクトルU，非線形演算子N，外部強制項からなるベクトルFについての展開係数であり，それらは時間 $\tau$ のみの関数である．

式(25)と3次元ノーマルモード関数との内積を以下のようにとり，スペクトル表記を導く．

$$\langle \mathbf{M} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \tau} + \mathbf{L} \mathbf{U} - \mathbf{N} - \mathbf{F}, \mathbf{Y}_{nlm}^{-1} \Pi_{nlm} \rangle = 0 \quad (88)$$

計算過程が複雑な非線形演算子の内積を計算しておく．ここからは3重の添字 $nlm, n'l'm', n''l''m''$ をそれぞれ $i, j, k$ と表し， $i$ で示される波数はそれぞれ $n_i, k_i, m_i$ のように示して区別する． $j, k$ についても同様である．

$$\begin{aligned}\langle \mathbf{N}, \mathbf{Y}_{m_i}^{-1} \Pi_i \rangle &= \frac{1}{2\pi p_s} \int_0^{p_s} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2\pi} G_{m_i} e^{in\lambda} \\ &\quad \left( \begin{array}{c} \frac{1}{2\Omega\sqrt{gh_m}} U_i \\ \frac{1}{2\Omega\sqrt{gh_m}} (iV_i) \\ \frac{1}{2\Omega} Z_i \end{array} \right)^T \left( \begin{array}{c} -\mathbf{V} \cdot \nabla u - \omega \frac{\partial u}{\partial p} + \frac{\tan \theta}{a} uv \\ -\mathbf{V} \cdot \nabla v - \omega \frac{\partial v}{\partial p} - \frac{\tan \theta}{a} uv \\ \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{p^2}{R\gamma} \mathbf{V} \cdot \nabla \frac{\partial \phi}{\partial p} + \frac{\omega p}{\gamma} \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{p}{R} \frac{\partial \phi}{\partial p} \right) \right) \end{array} \right) \cos \theta d\lambda d\theta dp\end{aligned}\quad (89)$$

式 (85) を成分で書くと以下ようになる .

$$\begin{aligned}
u &= \sum_{i=0}^K w_i \sqrt{gh_{m_i}} U_i G_{m_i} e^{in_i \lambda} \\
v &= \sum_{i=0}^K w_i \sqrt{gh_{m_i}} (-iV_i) G_{m_i} e^{in_i \lambda} \\
\phi &= \sum_{i=0}^K w_i gh_{m_i} Z_i G_{m_i} e^{in_i \lambda}
\end{aligned} \tag{90}$$

この級数展開 (90) を式 (89) の各変数に代入する .

また , 鉛直  $p$  速度  $\omega$  は発散と関係することから , 以下のように  $\sigma_i Z_i$  を用いた級数展開を導くことが出来る (田中 他, 1997) . まず連続の式 (4) を鉛直積分して式 (90) を代入する .

$$\begin{aligned}
\omega &= - \int_0^p \nabla \cdot \mathbf{V} dp \\
&= - \int_0^p \left( \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial v \cos \theta}{\partial \theta} \right) dp \\
&= - \sum_{i=0}^K w_i \int_0^p G_{m_i} dp \frac{\sqrt{gh_{m_i}}}{a \cos \theta} \left[ \frac{\partial}{\partial \lambda} U_i e^{in_i \lambda} + \frac{\partial}{\partial \theta} (-iV_i \cos \theta) e^{in_i \lambda} \right]
\end{aligned} \tag{91}$$

ここで , 水平構造方程式の第 3 成分 (39) より ,

$$i\sigma_i \frac{2\Omega}{\sqrt{gh_m}} Z_i e^{in_i \lambda} = \frac{1}{a \cos \theta} \left[ \frac{\partial}{\partial \lambda} U_i e^{in_i \lambda} + \frac{\partial}{\partial \theta} (-iV_i \cos \theta) e^{in_i \lambda} \right] \tag{92}$$

なので , これを式 (91) 代入して ,

$$\omega = \sum_{i=0}^K w_i 2\Omega \int_0^p G_{m_i} dp (-i\sigma_i Z_i) e^{in_i \lambda} \tag{93}$$

を得る . 式 (93) 中の  $G_{m_i}$  の不定積分は鉛直構造方程式 (38) を積分することによって  $G_{m_i}$  の 1 階微分で表すことが出来る .

$$\int_0^p G_{m_i} dp = - \frac{gh_{m_i}}{R\gamma} p^2 \frac{dG_{m_i}}{dp} \tag{94}$$

また , 式 (89) を展開する過程で現れる  $G_{m_i}$  の高次の微分は , 次のように鉛直構造方程式 (38) を用いて  $G_{m_i}$  の 1 階微分で表現することが出来る .

$$-p \frac{d}{dp} \left( \frac{p}{R\gamma} \frac{dG_m}{dp} \right) = \frac{p}{R\gamma} \frac{dG_m}{dp} + \frac{1}{gh_m} G_m$$

これらを用いると，非線形演算子と 3 次元ノーマルモード展開関数との内積は以下のように表される．

$$\begin{aligned}
\langle \mathbf{N}, \mathbf{Y}_{m_i}^{-1} \mathbf{\Pi}_i \rangle = & -i \sum_j \sum_k w_j w_k \frac{1}{2\pi p_s} \int_0^{p_s} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2\pi} \\
& \begin{pmatrix} U_i \\ V_i \\ Z_i \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} P_1 \left( \frac{n_k U_k}{\cos \theta} + \tan \theta V_k \right) & -P_1 \frac{dU_k}{d\theta} & P_2 U_k \\ P_1 \left( \frac{n_k V_k}{\cos \theta} + \tan \theta U_k \right) & -P_1 \frac{dV_k}{d\theta} & P_2 V_k \\ P_3 \frac{n_k Z_k}{\cos \theta} & -P_3 \frac{dZ_k}{d\theta} & -P_4 Z_k \end{pmatrix} \\
& \begin{pmatrix} U_j \\ V_j \\ \sigma_j Z_j \end{pmatrix} e^{i(-n_i+n_j+n_k)\lambda} \cos \theta d\lambda d\theta dp
\end{aligned} \tag{95}$$

ただし，

$$\begin{aligned}
P_1 &= \frac{\sqrt{gh_{m_j}} \sqrt{gh_{m_k}}}{2\Omega a \sqrt{gh_{m_i}}} G_{m_i} G_{m_j} G_{m_k} \\
P_2 &= \frac{\sqrt{gh_{m_k}} gh_{m_j}}{\sqrt{gh_{m_i}} R \gamma} p^2 G_{m_i} \frac{dG_{m_j}}{dp} \frac{dG_{m_k}}{dp} \\
P_3 &= \frac{\sqrt{gh_{m_j}}}{2\Omega} G_{m_i} G_{m_j} G_{m_k} - \frac{\sqrt{gh_{m_k}} gh_{m_j}}{2\Omega a R \gamma} p^2 G_{m_i} \frac{dG_{m_j}}{dp} \frac{dG_{m_k}}{dp} \\
P_4 &= G_{m_i} G_{m_j} G_{m_k} + \frac{gh_{m_k}}{R \gamma} p G_{m_i} G_{m_j} \frac{dG_{m_k}}{dp} + \frac{gh_{m_j}}{R \gamma} p G_{m_i} \frac{dG_{m_j}}{dp} G_{m_k} \\
&+ \left( \frac{gh_{m_k}}{R \gamma} - 1 \right) \frac{gh_{m_j}}{R \gamma} p^2 G_{m_i} \frac{dG_{m_j}}{dp} \frac{dG_{m_k}}{dp}
\end{aligned} \tag{96}$$

とする．

以上より，非線形演算子の内積を 3 次元ノーマルモードの 3 重積の定積分にまとめることができた．式 (95) における 3 重積分を非線形相互作用係数  $r_{ijk}$  とおくと，式 (88) は次のようにまとめることができ，展開係数のみでプリミティブ方程式系を記述することが出来る．

$$\begin{aligned}
\frac{dw_i}{d\tau} + i\sigma_i w_i = & -i \sum_{j=1}^K \sum_{k=1}^K r_{ijk} w_j w_k + f_i \\
& i = 1, 2, \dots, K
\end{aligned} \tag{97}$$

非線形項中の  $r_{ijk}$  は非線形の波-波相互作用 (wave-wave interaction) および，帯状-波相互作用 (zonal-wave interaction) に関する相互作用係数 (interaction coefficients) であり

実数である． $K$  は全波数で， $K = (2N + 1)(L + 1)(M + 1)$  である． $N$  は東西全波数， $L$  は南北全モード， $M$  は鉛直全モードを示す．

以上より，順圧成分と傾圧成分からなる鉛直構造関数，ロスビーモードと重力モードからなる水平構造関数を用いて，スペクトル表示したプリミティブ方程式 (97) を導出することができた．

### 4.3 線形不安定解析

ここでは，Tanaka and Kung (1989) に従いスペクトルプリミティブ方程式 (97) を線形不安定解析に用いるために線形化する．まず，従属変数ベクトルの展開係数である  $w_i$  と，外部強制項からなるベクトルの展開係数である  $f_{ijk}$  を，摂動法により  $\bar{w}_i + w'_i$ ， $\bar{f}_i + f'_i$  と分解する．これをスペクトルプリミティブ方程式に代入し，擾乱の 2 乗の項を無視すると，

$$\begin{aligned} \frac{dw'_i}{d\tau} + i\sigma_i w'_i &= -i \sum_{j=1}^K \sum_{k=1}^K r_{ijk} (\bar{w}_j w'_k + \bar{w}_k w'_j) + f'_i \\ \frac{dw'_i}{d\tau} + i\sigma_i w'_i &= -i \sum_{j=1}^K \left[ \sum_{k=1}^K (r_{ijk} + r_{ikj}) \bar{w}_k \right] w'_j + f'_i \end{aligned} \quad (98)$$

となる．東西波数  $n (= -N, -N + 1, \dots, 0, \dots, N)$  に関して  $w_{-nlm} = w_{nlm}^*$  という関係があるので，非線形項を東西波数の正の部分と負の部分にわけて，

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^K \left[ \sum_{k=1}^K (r_{ijk} + r_{ikj}) \bar{w}_k \right] w'_j \\ = \sum_{j=1}^S \left[ \sum_{k=1}^S (r_{ijk} + r_{ikj}) \bar{w}_k \right] w'_j + \sum_{j=1}^S \left[ \sum_{k=1}^S (r_{ijk} + r_{ikj}) \bar{w}_k \right] w'^*_{j'} \end{aligned} \quad (99)$$

と表すことができる．ここで， $S = (N + 1)(L + 1)(M + 1)$  である．この関係を用いて線形化されたプリミティブ方程式を次のように書き直すことができる．

$$\frac{d\mathbf{w}}{d\tau} + i\mathbf{D}\mathbf{w} = -i\mathbf{B}\mathbf{w} - i\mathbf{C}\mathbf{w}^* + \mathbf{f} \quad (100)$$

各項の行列は以下である．

$$\mathbf{w} = \begin{pmatrix} w_1 & w_2 & \cdots & w_S \end{pmatrix}^T$$

$$\mathbf{f} = \begin{pmatrix} f_1 & f_2 & \cdots & f_S \end{pmatrix}^T$$

$$\mathbf{D} = \text{diag} \left( \sigma_1 \quad \sigma_2 \quad \cdots \quad \sigma_S \right)^T$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{21} & \cdots & b_{S1} \\ b_{12} & b_{22} & \cdots & b_{S2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{1S} & b_{2S} & \cdots & b_{SS} \end{pmatrix}$$

$$b_{ij} = \sum_{k=1}^S (r_{ijk} + r_{ikj}) \bar{w}_k \quad \text{for} \quad n \geq 0$$

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{21} & \cdots & c_{S1} \\ c_{12} & c_{22} & \cdots & c_{S2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{1S} & c_{2S} & \cdots & c_{SS} \end{pmatrix}$$

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^S (r_{ijk} + r_{ikj}) \bar{w}_k \quad \text{for} \quad n < 0$$

外力については後の節で説明する．

#### 4.3.1 東西一様 (東西波数 0) の基本場

基本場の東西波数が 0 の場合，行列  $\mathbf{C}$  がゼロとなり行列  $\mathbf{B}$  のみが残る．また，相互作用係数の式 (95) から分かるように， $n_i = n_j + n_k$  という関係が成り立つので，東西一様基本場 ( $n_k = 0$ ) では  $n_i = n_j$  となる．したがって，行列  $\mathbf{B}$  の対角成分のみが残るので，線形化されたスペクトルプリミティブ方程式 (100) は，

$$\frac{d\mathbf{w}}{d\tau} = -i\mathbf{D}_n \mathbf{w}_n - i\mathbf{B}_n \mathbf{w}_n \quad (101)$$

となる．この方程式の解として波動解  $\mathbf{w}_n = \xi \exp(-i\nu\tau)$  を仮定すると，

$$\nu\xi = (\mathbf{D}_n + \mathbf{B}_n)\xi \quad (102)$$

となり，固有値  $\nu$ ，固有ベクトル  $\xi$  の固有方程式が得られる．

#### 4.3.2 東西に変化する基本場

線形化されたスペクトルプリミティブ方程式 (100) は，行列  $B$  も  $C$  も共に複素数の行列となる．よって，実部と虚部を別々に考える．次の解を仮定する．

$$\begin{bmatrix} \mathbf{w}_R \\ \mathbf{w}_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi \\ \zeta \end{bmatrix} \exp(\nu\tau) \quad (103)$$

ここで，下付きの  $R$  は実部， $I$  は虚部を表す．式 (100) を実部と虚部にわけると，

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{w}_R}{d\tau} &= (B_I + C_I) \mathbf{w}_R + (D + B_R - C_R) \mathbf{w}_I \\ \frac{d\mathbf{w}_I}{d\tau} &= (-D - B_R - C_R) \mathbf{w}_R + (B_I - C_I) \mathbf{w}_I \end{aligned}$$

となる．これを行列を用いて書くと，

$$\frac{d}{d\tau} \begin{bmatrix} \mathbf{w}_R \\ \mathbf{w}_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_I + C_I & D + B_R - C_R \\ -D - B_R - C_R & B_I - C_I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{w}_R \\ \mathbf{w}_I \end{bmatrix} \quad (104)$$

と表すことができる．これに，上で仮定した解を代入すると，

$$\nu \begin{bmatrix} \xi \\ \zeta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_I + C_I & D + B_R - C_R \\ -D - B_R - C_R & B_I - C_I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi \\ \zeta \end{bmatrix} \quad (105)$$

となり，これは固有値  $\nu$ ，固有ベクトル  $\begin{bmatrix} \xi \\ \zeta \end{bmatrix}$  の固有方程式である．

また，上で仮定した解は以下のように表すこともできる．

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{w}_R \\ \mathbf{w}_I \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \xi_R + i\xi_I \\ \zeta_R + i\zeta_I \end{bmatrix} \exp(\nu_R + i\nu_I)\tau \\ &= \exp(\nu_R\tau) \left\{ \begin{pmatrix} \xi_R \\ \zeta_R \end{pmatrix} \cos(\nu_I\tau) - \begin{pmatrix} \xi_I \\ \zeta_I \end{pmatrix} \sin(\nu_I\tau) \right. \\ &\quad \left. + i \left( \begin{pmatrix} \xi_R \\ \zeta_R \end{pmatrix} \sin(\nu_I\tau) + \begin{pmatrix} \xi_I \\ \zeta_I \end{pmatrix} \cos(\nu_I\tau) \right) \right\} \end{aligned}$$

実数解を求めるために，複素共役を足して，

$$\begin{bmatrix} \mathbf{w}_R \\ \mathbf{w}_I \end{bmatrix} = 2 \exp(\nu_R\tau) \left( \begin{pmatrix} \xi_R \\ \zeta_R \end{pmatrix} \cos(\nu_I\tau) - \begin{pmatrix} \xi_I \\ \zeta_I \end{pmatrix} \sin(\nu_I\tau) \right) \quad (106)$$

となる．つまり， $\nu_R$  が解の増幅率に， $\nu_I$  が振動数に対応することが分かる．



#### 4.3.3 外部強制項

今回の線形不安定解析には、外部強制項として Tanaka and Matsueda (2005) による粘性摩擦とレイリー摩擦を用いている、それらは以下の式で表される．

$$d_i w_i = -k_D c_i^{-4} w_i - \nu_S w_i \quad (107)$$

ここで、 $k_D(2\Omega a^8) = 2.7 \times 10^{40} [\text{m}^8/\text{s}]$ 、 $\nu_S \approx 6.08 \times 10^{-4}$ (無次元) を用いた．また、 $c_i$  は波の位相速度であり、これは分散関係式によって波のスケールと関係している．つまり、粘性摩擦は波のスケール依存性を考慮した 4 次の拡散であるといえる．位相速度は、 $n \neq 0$  のときは固有振動数を用いて位相速度を計算できるが、 $n = 0$  のときは固有振動数が 0 となるため、球面での Haurwitz 波の位相速度を用いて以下のように与えられる．

$$c_i = \frac{\sigma_i}{n} \simeq \frac{-1}{\hat{l}(\hat{l} + 1)} \quad (108)$$

ここで、最右辺の  $\hat{l}$  は水平全波数であり、東西波数と南北波数の和である．

## 5 結果

### 5.1 赤道非対称ロスビーモードを含めた線形不安定解析

関 (2012) の赤道対称ロスビーモードのみで不安定解析を行っていた．ここでは，赤道非対称ロスビーモードも含めた LBM へと拡張し，南北モードを  $l_r = 26$  までを用いて線形不安定解析を行った．東西波数，鉛直モードはそれぞれ  $N = 20$ ， $M = 6$  である．

#### 5.1.1 傾圧不安定の構造

図 4 は，赤道非対称ロスビーモードを含めた，外力なしの線形不安定解析によるスペクトルである．縦軸に増幅率  $[\text{day}^{-1}]$ ，横軸に振動数  $[\text{day}^{-1}]$  をとっている．振動数の負の領域には定在モードである振動数  $0[\text{day}^{-1}]$  を対称として同じ大きさの振動数，増幅率の部分に不安定モードがプロットされる．これは線形不安定解析の際に仮定した振動解 (103) において，複素共役もその解となるからである．

図 5 は，図 4 の振動数  $2.0[\text{day}^{-1}]$  以下の領域を拡大した図である．また，振動数が正の部分のみを示している．図 5 において最も顕著なのは，振動数  $0.3 \sim 0.5[\text{day}^{-1}]$ ，増幅率  $0.7[\text{day}^{-1}]$  付近を中心とする山なりである．これは，Tanaka and Kung (1989) や関 (2012) でも総観規模において最も卓越していた不安定モードである  $M_c$  の山なりである．その山なりの中で最大の不安定モードである振動数  $0.4[\text{day}^{-1}]$  付近にある不安定モードの順圧高度場の構造を図 6 に示す．各不安定モードは位相を持っているが，ここで示す構造は任意の位相で示している．ここに示す構造が各不安定モードの振動数で東進 (振動数が正の場合) する．これは北半球の中緯度で最も振幅が大きく，振幅の構造も逆「く」の字型となっており，典型的な東西波数 6 の  $M_c$  の構造である．また，振動数  $0.3[\text{day}^{-1}]$  付近にある 2 番目に増幅率の大きな不安定モードの順圧高度場の構造を図 7 に，3 番目に増幅率の大きな不安定モードの順圧高度場の構造を図 8 に示す．それぞれ東西波数 5，7 の  $M_c$  に対応していることが分かる．また，東西非一様な基本場のため，関 (2012) で見られた振幅の地域依存性も見られる．図 6 の東西波数 6 の不安定モードと図 7 の東西波数 5 の不安定モードは太平洋と大西洋で振幅が大きく，ユーラシア大陸上で振幅は小さいが，図 8 の東西波数 7 の不安定モードでは太平洋でも振幅は小さく，大西洋で最も振幅が大きくなっている．また，図 5 の振動数の小さい領域を見ると， $M_c$  の増幅率は小さくなっていき，最も大きな不安定モードとして振動数  $0.25[\text{day}^{-1}]$  よりも少し小さい領域には  $M_2$  が，さらに振動数が小さく  $0.1[\text{day}^{-1}]$  付近には  $M_1$  の構造が最大不安定モードとして現れる．それぞれの順圧高度場の構造を図 9，図 10 に示す．それぞれ東西波数 4 と 3 の構造である．しかし，図 9 を見ると，大西洋

では極側の振幅も明瞭に区別でき、ダイポール構造となっていることが分かるが、太平洋ではほとんどモノポール構造となっている。

さらに、図 5 には、振動数  $0.6 \sim 0.8[\text{day}^{-1}]$  付近を中心としたもう一つの山なりが存在する。増幅率は北半球で見られた不安定モードの山なりよりも小さい。この山なりで最も増幅率の大きな不安定モードの順圧高度場の構造を図 11 に示す。これは南半球における東西波数 7 の  $M_c$  であることが分かる。また、振動数  $0.8[\text{day}^{-1}]$  付近の 2 番目に増幅率の大きな不安定モードの順圧高度場の構造を図 12 に示す。これらの図からわかるように、この山なりは南半球での不安定モードであり、南半球の  $M_c$  の構造を持つ不安定モードである。図 11 と 12 より、南半球の  $M_c$  は北半球と異なりほとんど東西に構造が変化せず、地域依存性が無いことがわかる。また、北半球と同様に、振動数の小さい領域には図 13 に示すような、東西波数の小さな不安定モードが最も卓越する構造として現れた。図 13 は、前者は太平洋でダイポール構造、大西洋からインド洋にかけてはモノポール構造となっており、南半球でも低振動数の傾圧不安定は地域依存性を持っていることがわかる。

#### 5.1.2 定在モードにおける不安定モードの構造

図 4 の赤菱形で示した不安定モードは、最も増幅率の大きな定在モードのスペクトルである。図 4 によると、増幅率は約  $0.2[\text{day}^{-1}]$  (約 5 日) である。この不安定モードの順圧高度場の構造を図 14 に、230hPa の発散場の構造を図 15 に示す。順圧高度場は、北半球にのみに振幅を持ち環状構造である。また、発散場は赤道太平洋上に収束と発散の対が赤道を対称として現れ、その他に北半球の高緯度に現れており、MJO のような大規模で組織的な構造は現れなかった。また、増幅率が 2 番目、3 番目に大きなモードについても MJO のような構造を持つ不安定モードは見られなかった。

図 16 は外力として式 (107) を含めて線形不安定解析を行った結果のスペクトルである。全体的に増幅率が小さくなり、定在モードはほとんどが減衰モードとなっている。図 16 に赤菱形で示したスペクトルが最大不安定の定在モードであり、その順圧高度場と 230hPa での発散場をそれぞれ図 17、図 18 に示す。順圧高度場は、外力を含めたことによって北半球の構造が少し AO に近づいた。しかし、大西洋での正の極大の位置など、完全に AO とは言えない。また、外力なしの場合には特に構造が現れなかった南半球で、波数 1 の構造が現れた。また、オーストラリア付近に大きな正の極大の構造が現れ、この構造に伴うように発散場にはオーストラリア付近に収束と発散の組が現れている。さらに、外力なしの場合では顕著だった太平洋上の収束発散の対は現れなくなった。

## 5.2 重力波モードを含めた LBM による線形不安定解析

ここからは、赤道非対称ロスビーモードまで拡張した LBM に、さらに東進、西進それぞれの重力波モードを含めた線形不安定解析の結果について示す。含めた重力波モードは  $l_e = l_w = 12$  までで切断している。これは鉛直モード 6 までのエネルギー Spektral 解析を行った結果、ロスビーモードと重力波モードのエネルギーが同等となるためである。

### 5.2.1 東西一様基本場での不安定解析

図 19 は非地衡風平衡な東西一様基本場を用いた線形不安定解析を行った結果の不安定モードの Spektral である。図の見方は図 5 と同様である。重力成分を含めたため、プロットされる点の数が多くなっているとともに、ロスビー波モードのみの場合と比べて高振動数領域に多数の不安定モードが存在している。また、基本場が東西一様であるために定在モードは存在しない。振動数  $2.0[\text{day}^{-1}]$  付近に大きな増幅率を持つ不安定モードの Spektral が現れており、これらの構造は図 20 に示す順圧高度場や図 21 に示すジオポテンシャル高度の振幅の鉛直断面からわかるように細かい構造であり、これらは基本場の非地衡風成分によるものであると考えられる。このような傾圧不安定擾乱による非地衡風平衡な状態に対しての重力波の存在は Uccellini and Koch (1987), O'Sullivan and Dunkerton (1995) や Zhang (2004) によって詳しく解析されている。

このことから、地衡風平衡な東西一様基本場を用いて不安定解析を行った結果の Spektral を図 22 に示す。これから、高周波成分の不安定モードのほとんどが増幅率ゼロとなっていることがわかる。しかし、振動数  $2.0[\text{day}^{-1}]$  付近に存在する大きな増幅率の不安定モードは増幅率が大きなまま残っている。また、その振動数以下の不安定モードについては大きな変化はほとんど見られない。したがって、今回の解析では O'Sullivan and Dunkerton (1995) など述べられているような非地衡風成分から増幅する不安定な重力波は重要ではないということが確認された。

この Spektral の振動数  $2.0[\text{day}^{-1}]$  以下の部分を拡大したのが図 23 である。振動数正の部分のみを示している。この Spektral を見ると、前節のロスビーモードのみでの解析と同様に、振動数  $0.3 \sim 0.5[\text{day}^{-1}]$  と、 $0.6 \sim 0.8[\text{day}^{-1}]$  を中心とした特徴的な山なりが見られる、これらは北半球と南半球それぞれでの総観規模擾乱 ( $M_c$ ) に対応している。しかし、北半球での  $M_c$  についてはその増幅率が  $0.2[\text{day}^{-1}]$  程度大きくなっている。対照的に南半球においては、増幅率はロスビーモードのみでの不安定解析の Spektral から大きな変化はない。また、上述の通り振動数  $1.2[\text{day}^{-1}]$  以上の領域では、

重力波モードまで含めた線形不安定解析のみに見られる特徴的なスペクトルが現れている．

### 傾圧不安定の構造

図 24 は東西波数 6 の構造を持つ不安定モードの順圧高度場の構造，図 25 はジオポテンシャル高度の振幅を示す．これは図 23 に振動数  $0.3 \sim 0.5[\text{day}^{-1}]$  を中心として現れた山なりの不安定モードの構造である．図 24 と図 25 より，対流圏中緯度に振幅最大を持つ変動が北半球の中緯度に存在し，この不安定モードは北半球の典型的な  $M_c$  である．Tanaka and Kung (1989) や Seki *et al.* (2011) で見られたロスビーモードのみで不安定解析を行った結果現れた  $M_c$  の構造とほとんど変わらない．また，図 23 のより低周波領域には，図 26，27 に示すような北半球での東西波数 3 の  $M_2$  の構造や，図 28，29 に示すような北半球での東西波数 3 の  $M_1$  の構造も見られた．これらの増幅率を比較すると，東西波数 4 の構造を持つ不安定モードを境に最大不安定モードが  $M_c$  から  $M_2$  や  $M_1$  へと遷移している．さらに，南半球においても同様であり，図 23 の振動数  $0.6 \sim 0.8[\text{day}^{-1}]$  をピークとする山なりには図 30 と図 31 に示す構造を持つ南半球での  $M_c$  の構造を持つ不安定モードが現れ，さらに低周波領域には北半球と同様に図 32，33 に示す  $M_2$  の構造を持つ不安定モードや，図 34，35 に示す  $M_1$  の構造を持つ不安定モードが見られた．南半球の不安定モードは北半球と異なり，東西波数 3 の構造を持つ不安定モードにおいて最大不安定モードが遷移している．

また，さらに振動数の小さい  $0.12[\text{day}^{-1}]$  付近には，増幅率はかなり小さいものの，特徴的な構造を持つ不安定モードが現れた．その順圧高度場の構造を図 36 に，ジオポテンシャル高度の振幅の鉛直断面を図 37 に示す．順圧高度場の構造は東西波数 1 であり，スケールの大きな不安定モードである．また，ジオポテンシャル高度の振幅から，成層圏極側に振幅最大を持ち，これは Tanaka and Sun (1990) で示された Barotropic mode (B) の構造とよく似ている．しかし，振動数はかなり小さく，B モードとは異なる不安定モードである．

### 高周波領域の不安定モードの構造

図 38 は図 22 の振動数が  $3.0[\text{day}^{-1}]$  以下の部分を拡大したものである．振動数が正の領域のみを示している．重力波モードを加えたことによって，図 38 に見られるような高周波領域における不安定モードが現れたが，これらのほとんどは図 20，21 とほとんど同様の細かい水平構造を持つ，対流圏界面付近に振幅最大をもつ不安定モードである．これらは東西波数が切断波数である 20 付近の構造を持っており，解が収束していないモードである．

しかし、上述のものとは異なり大きな水平構造を持つ不安定モードも存在した。それらの不安定モードの順圧高度場の構造とジオポテンシャルの振幅の鉛直断面を図 39 ~ 図 44 に示す。これらは全球スケールの構造を持っており、ジオポテンシャルの振幅の最大は成層圏の赤道域に存在する。また、これらの不安定モードは図 38 において、東西波数 1 の構造は増幅率  $0.35[\text{day}^{-1}]$ 、振動数  $1.6[\text{day}^{-1}]$  付近に、東西波数 2 の構造は増幅率  $0.2[\text{day}^{-1}]$ 、振動数  $1.4[\text{day}^{-1}]$  付近に、東西波数 3 の構造は増幅率  $0.14[\text{day}^{-1}]$ 、振動数  $2.1[\text{day}^{-1}]$  付近に現れた。これらはロスビーモードのみでの不安定解析では現れなかった構造と振動数を持っており、Tanaka and Sun (1990) で東西波数 4 と 2 の不安定モードとして現れた Gravity mode (G) とよく似た特徴を持っている。

### 5.2.2 非地衡風平衡な東西に変化する基本場での不安定解析

図 45 は非地衡風平衡な 3 次元に変化する基本場を用いて、重力波成分まで含めた線形不安定解析を行った結果のスペクトルである。図の見方は図 4 と同様である。東西非一様な基本場を用いたことによって増幅率の大きな不安定モードが振動数  $5.0[\text{day}^{-1}]$  付近のものを最大としていくつか現れているが、これらは東西一様な場合に高振動数領域に現れたような構造の細かいものであり、収束していないモードであると考えられる。したがって、これらのモードは重要ではなく、それ以下の振動数の領域が重要な不安定モードの領域である。

図 46 は図 45 の振動数  $2.0[\text{day}^{-1}]$  以下の領域を拡大し、正の部分のみを示したものである。この図を見ると、増幅率の最も大きな不安定モードが振動数  $0.4 \sim 0.6[\text{day}^{-1}]$  であったこれまでの線形不安定解析から振動数  $0.2 \sim 0.3[\text{day}^{-1}]$  になっているという特徴がある。また、非地衡風平衡な東西一様な基本場を用いた線形不安定解析のスペクトルの図 19 と同様に増幅率  $0.0[\text{day}^{-1}]$  付近に多数の不安定モードが存在している。しかし、これらのほとんどのモードは地衡風平衡を満たす東西一様な基本場を用いた線形不安定解析の結果のように地衡風平衡を満たす 3 次元基本場を用いた場合ほとんどのモードの増幅率がゼロとなると考えられる。したがって、ここでは増幅率の大きな不安定モードの構造についての結果を述べる。

#### 傾圧不安定の構造

図 46 のスペクトルについて、振動数の小さい領域を見るとこれまでのスペクトルの図と比較して、振動数  $0.4 \sim 0.6[\text{day}^{-1}]$  の部分に存在していた北半球の  $M_c$  の山なりが不明瞭となっている。これらの増幅率の大きな不安定モードの構造を見ると、 $M_c$  や  $M_2$  などと明瞭に分けられないような構造のモードが多く存在していた。それらのうち特

微的な構造を持っていたものをいくつか述べる．

図 47 は明瞭に  $M_c$  分類できる不安定モードの構造である．東西波数は  $n = 6$  で，増幅率  $0.77[\text{day}^{-1}]$ ，振動数  $0.25[\text{day}^{-1}]$ （周期 4.0 日）に現れた不安定モードである．この図を見ると，太平洋から北アメリカ大陸，大西洋にかけて振幅の大きな領域があり，ユーラシア大陸上では振幅が小さい．特に，東太平洋から北アメリカのロッキー山脈付近で振幅が最大となっている．また，図 48 は増幅率  $0.74[\text{day}^{-1}]$ ，振動数  $0.23[\text{day}^{-1}]$ （周期 4.5 日）に現れた東西波数 5 の不安定モードである．これも東西波数 6 の不安定モードと同様  $M_c$  であり，太平洋から大西洋にかけて振幅が大きいという特徴を持っている．ロスビーモードのみの場合の不安定解析の結果の図 6，7 と比較すると，ロスビーモードのみでは東西波数 6 ではほとんど地域依存性のない  $M_c$  の構造であったが，重力波モードも加えると東西波数 6 の不安定モードにも太平洋で振幅が大きくなるという地域依存性がでてくる．東西波数 5 では，地域依存性は同様であるものの，重力波モードを含めた場合の不安定モードの構造の方が太平洋での振幅が大きい．さらに，より構造の大きな不安定モードとして，振動数  $0.71[\text{day}^{-1}]$ ，振動数  $0.1[\text{day}^{-1}]$ （周期 10 日）にでてきた不安定モードの構造を図 49 に示す．東西波数 5，6 の  $M_c$  と同様に北アメリカ大陸に振幅の最大が存在している．これらの図と同様な構造が，増幅率の大きな不安定モードの多くに見られた．さらに，図 50 は東西波数 6 の不安定モードの構造であるが，先ほどの図 47 とは異なり，ユーラシア大陸から太平洋にかけてはモノポールの構造であるが，北アメリカ大陸から大西洋ではダイポール構造を持っている．これ以外のダイポール構造を持つ不安定モードはそのほとんどが北アメリカから大西洋にかけてのみがダイポール構造であるものが多かった．このように，重力波モードを加えた結果，不安定モードの地域依存性が明瞭に現れた．

さらに，南半球の不安定モードを図 51，52 に示す．それぞれ東西波数 6，7 の  $M_c$  の構造を持っている．北半球では重力波モードを含めることによって太平洋から北アメリカで振幅が大きくなるという地域依存性が見られたが，南半球の不安定モードは東西一様の基本場での不安定解析の結果と似ており，ほとんど東西一様な構造である．また，南半球の  $M_c$  のスペクトルは東西一様の基本場の場合と，増幅率，振動数共にほとんど変わらなかった．つまり，重力波モードは北半球の不安定モードに大きな影響を与えるが，南半球の不安定モードにはほとんど影響を与えないということがわかる，

#### 高周波領域の不安定モードの構造

図 53 は図 45 の振動数  $7.0[\text{day}^{-1}]$  以下を拡大したスペクトルの図である．高周波での不安定モードは，北半球の総観規模擾乱の不安定モードと同様，東西一様の基本場の場合と比較して不明瞭になっている．しかし，振動数  $1.4[\text{day}^{-1}]$  付近を境にさらにスベ

クトルが分かれており，高周波領域に増幅率の大きな不安定モードが存在するという大きな構造は変化していない．また，高周波領域の増幅率の最も大きな不安定モードの構造は東西一様の基本場の時と同様に細かい構造が現れたのでそれらの図は省略し，東西一様基本場のときに見つかった G モードの構造をここでは示す．

図 54, 55 は，増幅率  $0.25[\text{day}^{-1}]$ ，振動数  $1.6[\text{day}^{-1}]$  の不安定モードとしてでてきた東西波数 1 の G モードの順圧高度場とジオポテンシャル高度の振幅の構造である．東西一様基本場の場合と比較すると細かい構造によって形が崩れているものの，大きな構造は変わらない．また，ユーラシア大陸上にある振幅極大の中心がより赤道側によっているという特徴も見られる．ジオポテンシャルの振幅については東西一様の時と同様成層圏の赤道側に極大がある．さらに，増幅率  $0.15[\text{day}^{-1}]$ ，振動数  $1.8[\text{day}^{-1}]$  の不安定モードにも図 54 と同様の構造を持つ不安定モードが現れた（図省略）．図 56, 57, 図 58, 59 は東西波数 2, 3 それぞれの不安定モードの順圧高度場とジオポテンシャル高度の振幅の構造を示す．どちらの構造も東西波数 1 の不安定モードと同様，中緯度の細かい構造によって形が崩れているものの，順圧高度場の大きな構造に変化はない．ジオポテンシャルの振幅についても成層圏の赤道域に振幅最大が存在するという構造は変わらない．また，東西波数 2 の構造は増幅率  $0.13[\text{day}^{-1}]$ ，振動数  $1.3[\text{day}^{-1}]$  付近に同様の構造を持つものが多数見つかった．このように，G モードの構造を持つ不安定モードが多数見られたという特徴は東西一様の基本場を用いたときには現れなかった特徴である．

#### 定在モードにおける不安定モードの構造

図 60 は図 45 の振動数が  $2.0[\text{day}^{-1}]$  の大きさ以下の領域を拡大したものである．この図のうち，赤菱形で示されている不安定モードは最大増幅率を持つ定在モードである．このモードの順圧高度場と 230hPa での発散場を図 61 と図 62 に示す．順圧高度場はロスビーモードのみの場合と同様に環状構造となっており，極域に負偏差，太平洋に正偏差が存在する．しかし，大西洋には正の領域が存在せず，アラビア半島付近に正偏差が存在している．また，南半球は外力なしのロスビーモードの身での不安定解析では何も現れなかったが，重力波モードを含めると波数 1 ~ 2 の構造が現れた．また，発散場は北半球の中緯度に細かい構造がたくさん存在し，赤道域には何も現れなかった．また，図 63 は外力を含めて不安定解析を行った結果のスペクトルの一部（振動数の大きさ  $2.0[\text{day}^{-1}]$  以下の領域のみ）を示した図である．最大不安定の定在モードは，赤菱形で示したものであり，その順圧高度場の構造と発散場の構造をそれぞれ図 64, 65 に示す．順圧高度場を見ると，北半球では極域に負偏差，太平洋からユーラシア大陸にかけての正偏差と大西洋の正偏差がそれぞれ見られ，これは綺麗な AO の構造である．



また、南半球には東西波数 3 の構造が現れた。発散場については、外力を含めたロスビーモードのみの不安定解析 (図 18) に現れたオーストラリア付近の収束発散の組のようなものは見られるものの、大きな構造としては中緯度に現れる細かい構造が支配的であった。これより、順圧構造は外力を含めたことで大きく変化し AO の構造が北半球に現れたものの、発散場については外力がある場合には無い場合もほとんど変化はなく、MJO の構造は現れなかった。

### 5.3 重力波モードのみの LBM による線形不安定解析

図 66 は重力波モードのみを用いた、非地衡風基本場における線形不安定のスペクトルである。重力波モードを含めた線形不安定解析のスペクトル (図 45) と同様、振動数の大きな領域に多数のスペクトルが存在している。しかし、増幅率は小さな値となっている。しかし、この図からわかる通り、定在モードには不安定モードは存在しない。図 67 は振動数の大きさが  $5.0[\text{day}^{-1}]$  以下の領域を拡大した図である。最も振動数の小さい不安定モードである振動数  $0.02[\text{day}^{-1}]$  (周期 50 日) のスペクトルを赤菱形で示している。また、低振動数域で増幅率が最も大きかった不安定モードである振動数が  $0.07[\text{day}^{-1}]$  (周期約 14 日) のスペクトルを青菱形で示している。赤菱形の不安定モードの周期は Wheeler and Kiladis (1999) や Kiladis et al. (2009) により観測されている MJO のスペクトルの領域であり、青菱形のモードはそれよりも少しだけ短い周期である。また、赤菱形の不安定モードの 850hPa での発散場の構造を図 68 ~ 70 に示す。この不安定モードは定在モードではないので周期を持っており、この周期を 30 に分割したもののうち位相が 1, 10, 20 のものをそれぞれ示している。最も発散の大きな領域は赤道に存在し、西 ~ 中央インド洋で振幅が増幅し、中央太平洋付近で減衰するという MJO の構造とサイクルを示している。また、東西波数においても波数 1 か 2 のように見え、MJO の構造と一致している。また、青菱形の不安定モードの 850hPa での発散場を図 71 に示す。これは任意の位相であるが、このモードも収束発散が赤道域に存在しており、東進し、東西波数は 1 である。しかし、赤菱形の不安定モードのように振幅最大の地域での発消滅はないが、MJO に似た構造である。また、赤菱形、青菱形それぞれの不安定モードについて  $20^{\circ}\text{N} \sim 20^{\circ}\text{S}$  で平均した発散場の鉛直断面をそれぞれ図 72, 73 に示す。これらの図は対流圏界面付近である 100hPa までを示しているが、赤菱形の不安定モードは対流圏内で鉛直に 2 つの節を持っており、青菱形の不安定モードは対流圏内で節が一つである。つまり、水平構造では赤菱形の不安定モードの方がより MJO に近い構造であるが、鉛直構造は青菱形の不安定モードの方が現実の MJO に近い構造である。また、赤菱形の不安定モードについてエネルギースペクトル解析

したものが図 74, 75, 76 である．それぞれ，東西波数，南北モード，鉛直モードごとに示している．同様に，青菱形についてエネルギースペクトル解析を行った結果が図 77, 78, 79 である．東西波数のエネルギースペクトルを見ると，どちらの不安定モードにおいても東西波数 1 に最もエネルギーピークがあり，赤道域での観測と一致している．また，南北モードのエネルギースペクトルは，東進する南北モード 1 のノーマルモード (ケルビンモード) が最もエネルギーを持っていることがわかる．しかし，鉛直モードごとのエネルギースペクトルでは，赤菱形の不安定モードは鉛直モード 6 に最もエネルギーがあるが，青菱形の不安定モードでは鉛直波数 4 に最もエネルギーが存在しているという違いが見られる．また，赤菱形の不安定モードの鉛直モードスペクトルでは鉛直モード 1 に小さなピークが見られる．

## 6 まとめと考察

### 6.1 ロスビーモードのみでの線形不安定解析

赤道非対称ロスビーモードも含めた線形不安定解析を行った結果、図5のスペクトルに見られるように、北半球の不安定モードと南半球の不安定モードが別々に現れた。また、それぞれの構造を見ると、北半球では地域依存性が大きい、南半球では東西一様基本場での不安定解析の結果と似ている。これは基本場の500hPa高度場(図1)からわかるように、北半球では海陸コントラストや大山脈の存在によって偏西風が大きく蛇行しているが、南半球ではほとんど東西一様であることを反映していると考えられる。また、北半球の不安定モードの方が増幅率が大きく、振動数が小さいことや、最も増幅率の大きな $M_c$ の構造が北半球の方がスケールが大きなことは、1月気候値を基本場に用いたことによって、南半球よりも北半球の傾圧性が強く、総観規模擾乱の活動が活発であることを反映していると考えられる。さらに、 $M_c$ の卓越する振動数領域よりも小さな領域には、南北両半球で先行研究で北半球に見られたような $M_2$ や $M_1$ が現れた。プラネタリースケールにおける傾圧不安定は、北半球では明瞭に見られたが、南半球ではあまり顕著には見られなかった。これは、前述のように北半球の方が傾圧性が強いことのみならず、海陸コントラストや地形の効果によって基本場に東西波数2が埋め込まれているために、北半球の方がより顕著に現れたと考えられる。しかし、北半球では $M_2$ が地域によって $M_1$ の様な構造となっている不安定モードも見られた。関(2012)では総観規模擾乱( $M_c$ )の地域依存性に基本場のジェットがシングルジェットかダブルジェットかという違いが影響しているということが理由として述べられていたが、 $M_2$ も基本場に大きな影響を受けることがわかる。特に大西洋でダイポール構造となりやすく、これは亜熱帯ジェットと寒帯前線ジェットそれぞれのジェット気流内で発生する傾圧不安定の構造によって $M_2$ の構造が現れていると考えられる。また、不安定モードの増幅率を比較すると、赤道対称ロスビーモードのみの場合よりも非対称ロスビーモードまで含めた場合の方が増幅率が大きくなった。この増幅率の増加は赤道非対称モードに拡張したことによって、より基本場のエネルギーを渦運動エネルギーへと変換することができ、それが波-波相互作用によって傾圧不安定擾乱の増幅のためのエネルギーへと流れたためと考えられる。また、赤道非対称モードによって、赤道域においても基本場から擾乱へのエネルギーの流れができるため、赤道域に運動量や顕熱が増加し、それを極側に効率よく輸送拡散するために傾圧不安定波動がより発達しやすくなったとも考えられる。

また、赤道非対称ロスビーモードも含めた線形不安定解析による最大増幅率を持つ

定在モードの構造は、外力なしの場合は図 14, 15 の様な構造であった。また、外力を含めた場合は図 17, 18 の様な構造であった。順圧高度場については外力なしよりも外力ありの方が環状構造が AO の構造に近づくが、関 (2012) で順圧外力を与えて得られたような AO の綺麗な構造は得られなかった。これは外力を全ての鉛直モードに与えたことで、AO の成分である東西波数 0 と傾圧波の帯状-波相互作用が順圧外力を加えた場合と比較して弱まったためであると考えられる。また、外力を含めた場合の発散場でオーストラリア付近に収束発散の組が現れたが、これらは赤道から少し離れた  $30^{\circ}\text{S}$  付近に存在していることから MJO とは関係ないものであると考えられる。この結果より、MJO のような構造は重力波モードに含まれているケルビンモードの存在が必要なのではないかと考えられる。

## 6.2 重力波モードを含めた線形不安定解析

### 6.2.1 東西一様基本場における線形不安定解析

ロスビーモードに重力モードを含めて線形不安定解析を行った結果、非地衡風成分をもつ一様基本場ではスペクトルは図 19 のようになった。これと比較して、地衡風平衡を満たす一様基本場で線形不安定解析を行った結果のスペクトル図 22, 38 の様になった。これらより、非地衡風平衡な状態を緩和するための地衡風調節によって発生する重力波は、増幅率の大きな不安定モードには現れていないことがわかる。したがって、O'Sullivan and Dunkerton (1995) などによって示されているような地衡風調節によって生じる重力波の影響は、日々の天気図のような大きく地衡風平衡から大きく外れる状態では影響が大きい、1 月気候値のような場合にはあまり大きな影響はないと考えられる。

総観規模擾乱については、北半球の不安定モードが赤道非対称ロスビーモードを含めた場合よりも増幅率がかなり大きくなっている。これは重力波を含めた事による影響であると考えられる。外力なしの場合は基本場の有効位置エネルギーは発散成分に流れるため、これまではロスビーモードの持つ発散成分のみが基本場の運動エネルギーと有効位置エネルギーからの傾圧変換と順圧変換によって擾乱へエネルギーを流すのみであったが、十女区はモードを含めることによって基本場のエネルギーが重力波モードの発散成分を通じて擾乱の運動エネルギーへ流れると考えられるので、このエネルギーの流れが強化されるため総観規模擾乱の増幅率が大きくなっていると考えられる。増幅率は重力波モードを加えることによって大きく異なるものの、それぞれのモードの傾圧不安定の構造はロスビーモードのみの場合とほとんど変わらない。さらに振動数の小さいモードでは、構造としては Tanaka and Sun (1990) で見つかった B モードに似

た構造を持つ不安定モードも存在した．しかし，その振動数は B モードとは大きく異なりかなり小さな値である．極域対流圏で周期を持つ現象として，Kuroda and Kodera (2001) で示された極夜ジェット振動があり，これは北半球において極夜ジェットの弱風域が強化されながら極側移動し，その後下層側にシフトして行き弱風域が消滅する．さらに，強風域についても同様のシフトが引き続いて起こる．この強風域と弱風域の変動が冬期に 2, 3 度起こるという現象である．このモードはこの現象に関連するモードであると考えられる．

高周波領域に注目すると，ロスビーモードのみのときには見られなかった増幅率の大きな不安定モードが多数存在する．これらは，重力波成分を加えたことによって現れたものであり，重力波モードとの相互作用によるものであると考えられる．最も増幅の大きなものは図 20, 21 のような細かい構造であり，これらは解が収束していないものと考えられる．しかし，増幅率の小さな不安定モードの中には図 39, 40 の様な構造の不安定モードが存在した．このモードは全球スケールの大きな構造であり，このような構造は Tanaka and Sun (1990) で見つかった G モードの構造とかなり似ていると考えられる．赤道成層圏に最も振幅を持つ現象として準二年周期振動 (quasi-biennial oscillation: QBO) などがあるが，振動数が大きく異なっている．Tanaka and Sun (1990) では，G モードは赤道対称モードのみを使用しているため，赤道対称な基本場を用いて不安定解析を行ったために出てきたモードの可能性があるとされていたが，今回の赤道非対称モードまで含めた線形不安定解析によっても不安定モードとして現れたので，赤道に壁があるという仮定のために生じたものではないということが示されたと考えられる．また，Tanaka and Sun (1990) では東西波数 2 の不安定モードの構造を持った G モードのみ示されていたが，このような G モードの構造を持つ不安定モードで最も増幅率の大きなものは東西波数 1, 南北モード 2 の構造であり，Tanaka and Sun (1990) で見つかったものとは異なっていた．G モードについては観測で見つかっていないため，現実大気にはどのような現象として現れるのかを，このモードをさらに詳細に調べる必要があると考えられる．

#### 6.2.2 東西に変化する基本場における線形不安定解析

3 次元基本場に重力波モードを含めて線形不安定解析を行った結果が図 45 であり，東西一様の非地衡風平衡の基本場で行った線形不安定解析の結果のスペクトル図 19 と比較してスペクトルが煩雑になっている．最も大きな影響は北半球の不安定モードのスペクトルであり，北半球では南半球と比較して海陸コントラスト，大山脈の影響などによって地域によっては大きく地衡風平衡から外れていることがある事によると考えら

れる．このことはそれぞれ不安定モードの構造を見るとよくわかる．例えば総観規模擾乱の構造を見ると，ロスビーモードのみで不安定解析を行った場合は北半球でも東西方向に地域依存性のほとんどなかった東西波数 6 の  $M_6$  (図 6) と比較して，かなり地域依存性がでてきている．特に北太平洋の中央から大西洋にかけて最も振幅が大きくなっており，このような構造を持つ北半球の不安定モードは多数存在していた．これは，北アメリカ付近では最も海陸コントラストが強く働き，さらにロッキー山脈が存在するために地衡風平衡から大きく外れているため，基本場の重力波モードが大きな影響を持つ領域であるからと考えられる．これと比較して，南半球の傾圧不安定の構造はほとんど影響を受けていない．これはロスビーモードの時と同様に南半球の基本場はほとんど一様であり，地衡風平衡がほとんど成り立っているためだと考えられる．

さらに高周波領域には東西一様の時と同様 G モードの構造を持つ不安定モードが見られた．これまで G モードが見られたのは東西波数 0 の基本場で不安定解析を行った場合のみであったが，ここで 3 次元の基本場においても不安定モードとして現れたことより，現実的な大気においても存在する可能性があると考えられる．構造はほとんど変わらないが，細かい部分では基本場の影響を大きく受けていると考えられる．順圧高度場の構造としては南北モード 2 の東進重力波などが励起されているような構造であるが，収束発散の場を見ると中緯度の細かい構造となっており (図省略)，ある 1 つのモードのみが励起されて現れたという単純な構造ではないと考えられる．また，東西一様基本場の場合には，南北両半球に振幅のピークが存在する東西波数 1 のモード，赤道上に振幅最大が存在する東西波数 2, 3 のモードそれぞれが一つずつ見つかったが，3 次元基本場を用いた場合は，東西波数 1 の不安定モードは 2 つ，東西波数 2 のものは 5 つ，東西波数 3 のものは 1 つ見つかったということも新しい発見である．今回見つかった G モードについては，成層圏に振幅極大があることより成層圏へ影響を持っているモードであるだろうと想像されるが，その影響や実際の大気中でどのように現れているのかなどについてはさらに詳細な解析が必要である．

また，図 60 は外力なしでの線形不安定解析のスペクトルであり，そのうち赤菱形で示したスペクトルが最大増幅率を持つ定在モードのスペクトルである．また，外力項を含めて線形不安定解析を行った結果が図 63 であり，同様に赤菱形で最大増幅率の定在モードを示している．その不安定モードの構造を見ると，外力なしの場合，順圧高度場は北半球では環状構造で，北極域を負偏差，太平洋に正偏差と AO に近い構造が現れている．さらに，外力を含めた場合には北半球の太平洋と大西洋上で正偏差が現れ，AO の構造そのものとなっている．これらの結果から，先行研究で言われていた AO は外力項を含めることによって綺麗に現れるということは先行研究と一致していることがわかる．また，重力波モードを含めない不安定解析の定在モードと比較すると，内

部モードの定在解においては AO が出現するには重力波モードの存在が必要である可能性が示されている．内部モードの定在解に対する重力波モードの重要性については今後さらなる解析が必要である．また，南半球では，外力を含めた場合波数 3 の構造が卓越しているが，これが南半球のどのような現象と対応しているのかは明らかでない．南半球でも定在モードとしては環状構造が現れると考えられるが，今回の解析ではそのような構造は現れなかった．この観測との不一致についても今後さらなる解析が必要であると考えられる．発散場においては，外力のある場合，ない場合に関わらず，中緯度に細かい収束発散が現れ，赤道域に大規模なスケールを持つ MJO の構造は現れなかった．また，重力波モードを含めず外力あり場合での不安定解析で現れたオーストラリア付近の収束発散の組は，今回も外力を含めた場合には弱く現れているものの，さらに赤道付近から離れている．これらの結果から，やはりこの収束発散の組は探している MJO の構造ではないと示されたと考えられる．

### 6.3 重力波モードのみでの線形不安定解析

図 66 の重力波モードのみでの線形不安定解析を行った結果のスペクトルを見ると，大きな振動数領域に多数のスペクトルが存在していることがわかり，また，定在モードは存在しないことがわかる．これより，重力波モードの波-波相互作用において，振動数 0 である東西波数 0 の成分には大きなエネルギーが流れないと考えられる．しかし，図 67 の赤菱形，青菱形で示したように，ほとんど定在モードに近い振動数の小さい不安定モードはいくつか存在する．これらの不安定モードの構造は，順圧高度場には大きな構造は現れなかったが，発散場については赤道に振幅中心を持ち，東西波数 1 の構造が見られるものが多く現れ，重力波モードは赤道域の不安定に大きく寄与していることがわかる．赤菱形の不安定モードは図 68 ~ 70 に示した周期ごとの構造からわかるように，MJO と同様の構造と地域依存性を持っていることがわかる．さらに，エネルギースペクトルからも最も卓越している東西波数は 1 であることが示されており，南北モードのエネルギースペクトルからケルビンモード最も卓越していることが示されている．つまり，東西波数 1 のケルビンモードが励起されるとともに波-波相互作用によって MJO のような遅い位相速度や地域依存性を持つような構造へと変形されていると考えられる．しかし，鉛直構造をみると対流圏で 2 つの節を持つような構造となっており，水平構造は MJO のように見えるが，鉛直方向では MJO の構造とは異なっている．これは鉛直モードごとのエネルギースペクトルからもわかり，鉛直モード 1 に小さなピークがあるとともに鉛直モードが大きくなるにつれてエネルギーが大きくなっている．これらから鉛直の構造としては観測と一致しておらず，成層圏にもシ

ゲナルのある不安定モードであると考えられる．これに対して，青菱形で示した不安定モードについては，赤菱形のモードの水平構造で見られたような MJO の地域依存性は強く現れず，位相速度についても実際の観測される MJO よりも早いものの，鉛直構造は対流圏で節が一つという MJO の鉛直構造と近い構造を持っている．また，鉛直方向のエネルギースペクトルからも鉛直モード 4 のエネルギーが最も卓越している．鉛直モード 3,4 は対流圏で最も振幅の大きなモードであり，この不安定モードが対流圏での現象であることを示していると考えられる．これは MJO の構造と一致しており，青菱形の不安定モードが MJO の種となる構造を持っているのではないかと考えられる．南北モードごとのエネルギースペクトル解析の結果と同様に，先行研究でも SST など影響が wave-CISK(Conditional Instability of the Second Kind) や Frictional Moisture Convergence などの過程を通じてケルビンモードが MJO に似た構造となる結果が示されている (Lau and Peng 1987, Wang and Rui 1990 他)．しかし，この実験では湿潤過程も SST の影響も (基本場が持っている影響を除いて) 受けていない．つまり，大気内の力学過程のみで MJO の構造が存在していることを意味している．つまり，湿潤過程や SST などの外力はこの不安定モードを励起するためのエネルギー源であり，MJO の本質としては外力なしの方程式系内に初めから存在する不安定であると考えられる．しかし，全てのモードを含めた線形不安定解析の結果からもわかるように，ロスビーモードを含めると，ロスビーモードとの相互作用によって，もしくはロスビーモードの相互作用に埋もれてしまうために，この MJO モードは隠れてしまうという問題点が残っている．現実の大気ではロスビーモードが卓越しているため，ロスビーモードを含めて不安定解析を行っても今回現れた MJO の構造を残すことが今後の課題である．そのために重要な過程として，先行研究で指摘されているように湿潤過程，SST の効果を含めることが考えられる．ここで示した最も MJO の構造に近かった赤菱形と青菱形の不安定モード，特に青菱形の不安定モードが，振動数や構造においても MJO の構造に近づいて行くと考えられ，それらの効果も含めた不安定解析は今後の課題である．



## 7 結論

本研究では、関 (2012) によって開発された LBM を拡張して全球での重力波モードを含めた不安定解析を行った。そのために、これまでの LBM のロスビーモードを赤道対称モードのみから赤道非対称モードまで拡張し、さらに東進西進それぞれの重力波モードを含めて線形不安定解析を行った。基本場としては 1981 ~ 2010 年の 1 月気候値を用いた。

まず、赤道非対称モードまで含めて 3 次元基本場を用いて線形不安定解析を行った。総観規模擾乱では、赤道対称モードでは北半球での不安定モードのみが現れたが、赤道非対称モードを含めたことによって南北の  $M_c$  がそれぞれ異なる振動数領域に現れた。また、赤道非対称モードの影響として北半球では  $M_c$  の増幅率が大きくなった。 $M_c$  の振動数と地域依存性については先行研究と同様であった。南半球の  $M_c$  の構造は東西一様基本場で不安定解析を行った Tanaka and Kung (1989) や Seki et al. (2011) などの不安定モードと同じで、地域依存性がほとんど現れなかった。このような不安定構造の地域依存性は、関 (2012) で述べられていたようにジェットがシングルジェットかダブルジェットかによるものであると考えられる。さらに、プラネタリー規模における傾圧不安定として、南北両半球において  $M_2$  や  $M_1$  が現れ、南北それぞれ別々に不安定モードが励起された。また、定在モードを調べた結果、外力がある場合も無しの場合も順圧高度場に北半球の環状構造が現れたが、順圧不安定解析で現れるような AO の構造とは異なっていた。発散場については外力を含めた場合にオーストラリア付近に収束発散の組が現れたものの、これは MJO とは異なるモードであると考えられる。

さらに、この LBM に重力波モードを含めて線形不安定解析を行った。まずは、東西一様基本場について不安定解析を行った。地衡風平衡を満たす基本場と満たさない基本場での線形不安定解析の結果を比較した結果、非地衡風平衡な基本場では増幅率ゼロ付近に存在した不安定モードが、地衡風平衡を満たす基本場を用いると増幅率ゼロとなり、地衡風調節によって増幅してくる重力波は、気候値のような基本場の場合は大きな増幅率を持たないということがわかった。さらに、総観規模からプラネタリー規模の傾圧不安定の構造については、南半球についてはほとんど変化せず、重力波モードの影響はほとんどなかった。しかし、ロスビーモードのみの場合と比較して、北半球では振動数は変わらないが増幅率は大きくなった。これは、帯状有効位置エネルギーが発散成分に流れることを考えると、重力波モードが含まれたことによって  $M_c$  に重力波モードを通じてエネルギーが流れやすくなったためであると考えられる。また、高周波領域においては増幅率の大きなものの大部分が細かい構造であり、解が収束していない重要ではないモードであると考えられるが、増幅率はあまり大きくないが高周波

領域にはプラネタリー規模の構造を持つ不安定モードが存在した．これは Tanaka and Sun (1990) で見つかった G モードと考えられる．このようなプラネタリー規模の構造を持つ不安定モードは東西波数の異なるものがいくつか存在した．

また，3次元基本場において重力波モードまで含めて線形不安定解析を行った結果，南半球の  $M_c$  はほとんど振動数も増幅率も変わらなかった．その構造についても，重力波モードの影響をほとんど受けておらず，東西一様基本場のような綺麗な  $M_c$  の構造が現れた．しかし，北半球は不安定モードのスペクトルが大きく変化し，明瞭だった  $M_c$  が他の不安定モードに埋もれて不明瞭となった．それぞれの構造を調べると，増幅率の大きな北半球の不安定モードすべてに共通している特徴として，太平洋から北アメリカ，大西洋にかけて振幅が大きな不安定モードの構造を持っていた．この理由としては，この地域が北半球で最も海陸コントラストの影響が大きいこと，ロッキー山脈が存在することから地形の影響を受けやすいことから，地衡風平衡から大きく外れているためであると思われる．この領域で基本場に非地衡風成分が存在しており，基本場の発散運動エネルギーが重力波成分によって擾乱の運動エネルギーに流れやすく，その地域の振幅を大きくしているのではないかと考えられる．さらに，高周波成分の不安定モードを調べた結果，東西一様基本場の不安定解析と同様にプラネタリー規模の不安定モードが見つかった．重力波成分の影響で細かい構造が重なっていたものの，大きな構造は変わらなかった．この結果から，現実的な大気においてもこのモードの存在の可能性が高くなったと考えられる．先行研究ではこのモードのエネルギースペクトルは観測では見つかっていないが，この構造についてはさらに詳しく調べ，このモードの特徴や基本場への影響について詳細に調べる必要があると考えられる．さらに，定在モードについて調べた結果，外力なしでは AO と異なっていた最大増幅率の定在モードは外力を加えることによって AO と同様の構造となった．重力波モードを含めない場合の定在モードと比較すると，内部モードの定在解として AO が現れるには重力波モードが必要な役割を担っていると考えられ，その過程についてはさらなる解析が必要であると考えられる．しかし，発散場については外力を含める場合も含めない場合も中緯度に細かい収束発散が現れ，MJO のような構造は現れなかった．

さらに，重力波モードのみで線形不安定解析を行った結果，定在モードは現れなかった．しかし，定在モードに近い最も振動数の小さな不安定モード (振動数  $0.02[\text{day}^{-1}]$ ，周期 50 日) について調べると，発散場は赤道線上に存在しており，その振幅は西～中央インド洋で増幅し，中央太平洋において減衰するという MJO と類似した構造であった．周期も観測された MJO の周期とほとんど一致していた．しかし，鉛直構造は対流圏で節が 2 つという実際の MJO とは異なる構造を持っていた．また，低振動数域において最も増幅率の大きかった不安定モード (振動数  $0.07[\text{day}^{-1}]$ ，周期約 14 日) のモードは，

水平構造も東西波数 1 の構造であり、鉛直モードにおいても対流圏で 1 つの節を持っていた。エネルギースペクトル解析を行った結果、東西波数 1 が最も卓越し、南北モードはケルビンモードが最もエネルギーが大きく、先行研究とも整合的であった。また、最大増幅率のモードは鉛直モード 4 が最もエネルギーが大きく、対流圏の現象であることと一致していた。これらより、この不安定モードは MJO モードであると考えられる。

今回の解析では、重力波モードのみでの不安定解析によって MJO モードが現れることを示した。先行研究では MJO には湿潤過程や SST の強制が必要な過程であると言われてきた。しかし、本研究では基本場が持っている SST の情報以外は全て乾燥過程であり、大気の力学過程のみでも MJO は存在しうることがわかった。しかし、ここにロスビーモードを含めると MJO の構造は消えてしまうという問題がある。今後は、ロスビーモードを含めて不安定解析を行った場合でもこの MJO の構造が残るための条件を調べる必要がある。そのためには、この解析では 1 月気候値のみを基本場として用いたものの、それ以外の基本場を用いて解析すること、または先行研究で述べられているように湿潤過程を外力として含め、moist LBM に拡張することなどが考えられる。

## 謝辞

本研究を進めるにあたり、指導教員である筑波大学計算科学研究センター田中博教授には、研究テーマの選択から研究内容、研究に対するアドバイスまで、様々な質問に対し懇切丁寧に御指導していただきました。心から感謝の意を表します。

また、国立極地研究所北極観測センター特任研究員の寺崎康児研究員には、研究に対するご指導や貴重なご意見をいただくとともに、技術的な面においても多大なる援助を賜りました。

さらに、大気大循環研究室の先輩である相澤拓郎氏、近藤圭一氏、および、共に研究を進めてきた修士2年の川津秀敏氏、小林哲氏、武田真憲氏、長門祐太氏には、さまざまな発表の場面や普段の交流において、研究に関する助言をいただくとともに良き相談相手となっていていただき、研究を進めるにあたって大きな励みとなりました。

さらに、同大学生命環境科学研究科の植田宏昭教授、上野健一准教授、日下博幸准教授、若月泰孝助教には様々な発表の場において貴重な御意見、御指摘をいただきました。また、気象庁気象研究所の鬼頭昭雄教授には、本研究の副査をお引き受けいただきました。

最後に、大循環研究室の後輩をはじめ、本論文に関わった全ての皆様に心から感謝の意を表すと共に篤くお礼を申し上げます。

## 参考文献

- Charney, J. G. 1947: The dynamics of long waves in a baroclinic westerly current. *J. Meteorol.*, **4**, 135-162.
- Holton, J. R., 1975: *The dynamic meteorology of the stratosphere and mesosphere*. Meteor. Monograph, vol.15, No.37, Amer. Meteor. Soc., 218pp.
- Kasahara, A., 1976: Normal modes of ultralong waves in the atmosphere. *Mon. Wea. Rev.*, **104**, 669-690.
- Kasahara, A., 1977: Numerical integration of the global barotropic primitive equations with Hough harmonic expansions. *J. Atmos. Sci.*, **34**, 687-701.
- Kasahara, A., 1978: Further studies on a spectral model of the global barotropic primitive equations with Hough harmonic expansions. *J. Atmos. Sci.*, **35**, 2043-2051.
- Kasahara, A., 1984: The linear response of a stratified global atmosphere to tropical thermal forcing. *J. Atmos. Sci.*, **41**, 2217-2237.
- Kiladis, G. N., M. C. Wheeler, P. T. Haertel, K. H. Straub, and P. E. Roundy 2009: Convectively coupled equatorial waves. *Rev. Geophys.*, **47**, RG2003, doi:10.1029/2008RG000266.
- Kuroda, Y., and K. Koder 2001: Variability of the polar night jet in the northern and southern hemispheres. *J. Geophys. Res.*, **106**, 18, doi:10.1029/2001JD900226.
- Lau, K. -M., and L. Peng 1987: Origin of low-frequency (Intraseasonal) oscillations in the tropical atmosphere. Part I: the basic theory. *J. Atmos. Sci.*, **44**, 950-972.
- Madden, R. A., and P. R. Julian, 1972: Description of global-scale circulation cells in the tropics with a 40-50 day period. *J. Atmos. Sci.*, **29**, 1109-1123.
- Madden, R., and P. Julian, 1994: Observations of the 40-50-day tropical oscillation A review. *Mon. Wea. Rev.*, **122**, 814-837.
- Matsuno, T., 1966: Quasi-geostrophic motions in the equatorial area. *J. Meteor. Soc. Japan*, **44**, 25-43.

- Miura H., M. Satoh, T. Nasuno, A. T. Noda, and K. Oouchi, 2007: A Madden-Julian Oscillation event realistically simulated by a global cloud-resolving model. *Science*, **318**, 1763-1765.
- Nakazawa, T., 1988: Tropical superclusters within intraseasonal variations over the western Pacific. *J. Meteor. Soc. Japan*, **66**, 823-839
- Nastrom, G. D., and K. S. Gage, 1985: A climatology of atmospheric wavenumber spectra of wind and temperature observed by commercial aircraft. *J. Atom. Sci.*, **35A**, 383-388.
- O'Sullivan, D., and T. J. Dunkerton, 1995: Generation of inertia-gravity waves in a simulated life cycle of baroclinic instability. *J. Atom. Sci.*, **51**, 3695-3716.
- Roundy, P. E., C. J. Schreck, M. A. Janiga, 2009: Contributions of convectively coupled equatorial Rossby waves and Kelvin waves to the real-time multivariate MJO indices. *Mon. Wea. Rev.*, **137**, 469-478.
- Salby, M. L., and R. R. Garcia, 1987: Transient response to localized episodic heating in the Tropics. Part I: Excitation and short-time near field behavior. *J. Atmos. Sci.*, **44**, 458-498.
- Salby, M. L., R. R. Garcia, and H. H. Hendon, 1994: Intraseasonal behavior of clouds, temperature, and motion in the Tropics. *J. Atmos. Sci.*, **51**, 2207-2224.
- Saltzman, B., 1957: Equations governing the energetics of the larger scales of atmospheric turbulence in the domain of wave number. *J. Meteor.*, **14**, 513-523.
- Saltzman, B., 1970: Large-scale atmospheric energetics in the wave-number domain. *Rev. Geophys.*, **8**, 289-302.
- Seki, S., H. L. Tanaka, and F. Fujiwara, 2011: Modification of the baroclinic instability associated with positive and negative arctic oscillation index: A theoretical proof of the positive feedback. *SOLA*, **7**, 53-56.
- Small, R., S. P. Xie, E. Maloney, S. P. Simon, and T. Miyama, 2011: Intraseasonal variability in the far-east pacific: Investigation of the role of air-sea coupling in a regional coupled model. *Clim. Dyn.*, **36**, 867-890.

- Swarztrauber, P. N. and A. Kasahara, 1985: The vector harmonic analysis of Laplace's tidal equation. *SIAM J. Sci. Stat. Comput.*, **6**, 464-491.
- Tanaka, H. L., 1985: Global energetics analysis by expansion into three dimensional normal mode functions during the FGEE winter. *J. Meteorol. Soc. Japan*, **42**, 950-960.
- Tanaka, H. L., 1991: A numerical simulation of amplification of low-frequency planetary waves and blocking formations by the upscale energy cascade. *Mon. Wea. Rev.*, **119**, 2919-2935.
- Tanaka, H. L. and K. Kimura, 1996 :Normal-mode energetics analysis and the intercomparison for the recent ECMWF, NMC, and JMA global analysis. *J. Meteorol. Soc. Japan*, **74**, 525-538.
- Tanaka, H. L., and E. C. Kung, 1988: Normal mode energetics of the general circulation during the FGGE year. *J. Atmos. Sci.*, **45**, 3723-3737.
- Tanaka, H. L., and E. C. Kung, 1989: A study of low-frequency unstable planetary waves in realistic zonal and zonally varying basic states. *Tellus*, **41A**, 179-199.
- Tanaka, H. L., and M. Matsueda, 2005: Arctic Oscillation analyzed as a singular eigenmode of the global atmosphere. *J. Meteorol. Soc. Japan*, **83**, 611-619.
- Tanaka, H. L., Y. Watarai, and T. Kanda, 2004: Energy spectrum proportional to the squared phase speed of Rossby modes in the general circulation of the atmosphere. *Geophys. Res. Lett.*, **31(13)**, 13109, doi:10.1029/2004GL019826.
- Tanaka, H. L., and H. Tokinaga, 2002: Baroclinic instability in high latitudes induced by polar vortex: A connection to the arctic oscillation. *J. Atmos. Sci.*, **59**, 69-82.
- Tanaka, H. L., Y. Watarai, and T. Kanda, 2004: Energy spectrum proportional to the squared phase speed of Rossby modes in the general circulation of the atmosphere. *Geophys. Res. Lett.*, **31**, 13109, doi:10.1029/ 2004GL019826.
- Terasaki, K., H. L. Tanaka, and N. Žagar, 2011: Energy spectra of Rossby and gravity waves. *SOLA*, **7**, 45-48.
- Uccellini, L., and S. E. Koch, 1987: The synoptic setting and possible energy sources for mesoscale wave disturbances. *Mon. Wea. Rev.*, **115**, 721-729.

- Wang, B., and H. Rui, 1990: Dynamics of the coupled moist Kelvin-Rossby wave on an equatorial  $\beta$ -plane. *J. Atmos. Sci.*, **47**, 397-413.
- Watanabe, M., and F. F. Jin, 2003: A moist linear baroclinic model: Coupled dynamical-convective response to El Nino. *J. Climate*, **16**, 1121-1139.
- Watanabe, M., and M. Kimoto, 2000: Atmosphere-ocean thermal coupling in the North Atlantic: A positive feedback. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **126**, 3343-3369.
- Wheeler, M., and H. H. Hendon, 2004: An all-season multivariate MJO index: Development of an index for monitoring and prediction. *Mon. Wea. Rev.*, **132**, 1917-1932.
- Wheeler, M., and G. N. Kiladis, 1999: Convectively coupled equatorial waves: Analysis of clouds and temperature in the wavenumber-frequency domain. *J. Atmos. Sci.*, **56**, 374-399.
- Wu, X., L. Deng, X. Song, G. Vettoretti, W. R. Peltier, and G. J. Zhang, 2007: Impact of a modified convective scheme on the Madden-Julian Oscillation and El Nino-Southern Oscillation in a coupled climate model. *Geophys. Res. Lett.*, **34**, L16823, doi:10.1029/2007GL030637.
- Zhang, C., 2005: The Madden-Julian Oscillation. *Rev. Geophys.*, **43**, RG2003, doi:10.1029/2004RG000158.
- Zhang, F., 2004: Generation of mesoscale gravity waves in upper-tropospheric jet-front system. *J. Atmos. Sci.*, **61**, 440-457
- 小倉義光, 1978: 気象力学通論. 東京大学出版会. 249pp
- 関佐和香, 2012: 大気大循環の線形傾圧モデルの開発と3次元線形不安定解析への応用. 筑波大学大学院生命環境科学研究科修士論文, 90 pp.
- 田中博, 早崎正光, 安成哲三, 1997: 1993/94年夏の日本付近における異常気象の熱収支解析. 気象研究ノート, 189号, 97-125.
- 馬場峻司, 2012: 地球大気に観られる慣性重力波の広域空間分布の研究, 筑波大学生命環境学群地球学類卒業論文, 122 pp.



## Geopotential Height Anomaly

(NCEP climate (81–10) January)

500 hPa

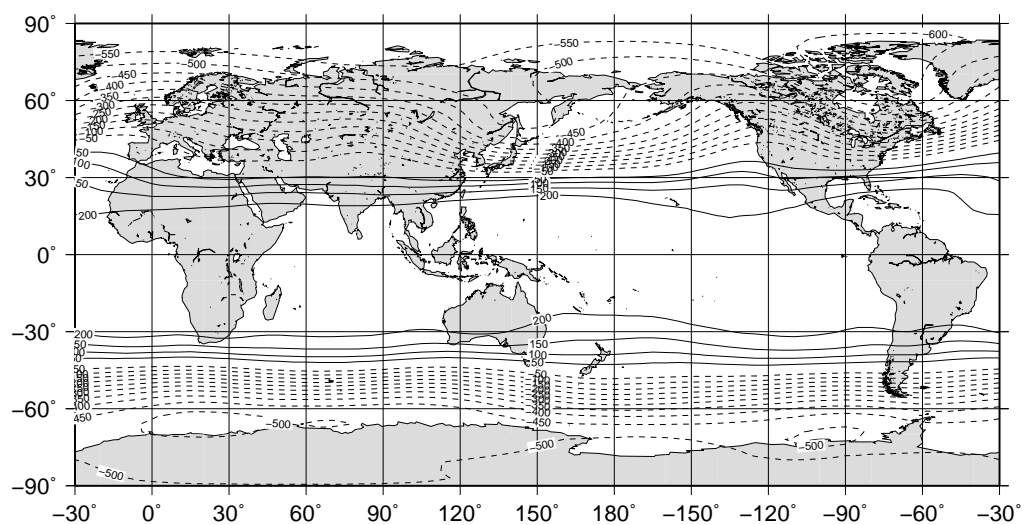


図 1: 1981～2010 年における 1 月気候値の 500hPa ジオポテンシャル高度偏差．南北方向にはコサインを用いて重み付けした等圧面平均を用いている．

## Geopotential Height Anomaly

(NCEP climate (81–10) January)

500 hPa

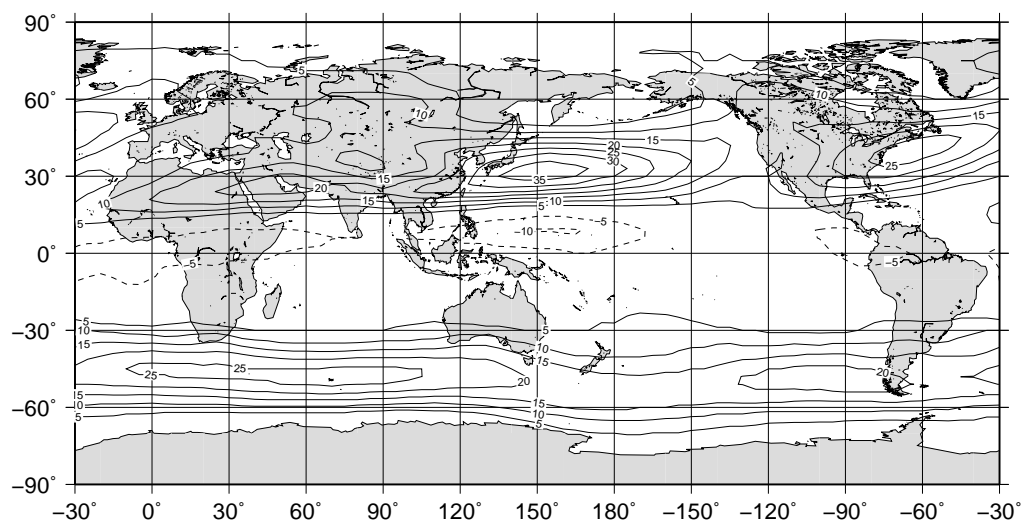


図 2: 1981～2010 年における 1 月気候値の 500hPa 東西風．コンター間隔は 5m/s で，実線が西風，破線が東風を表している．

**Zonal mean U**  
Climate (81-10) January  
NCEP

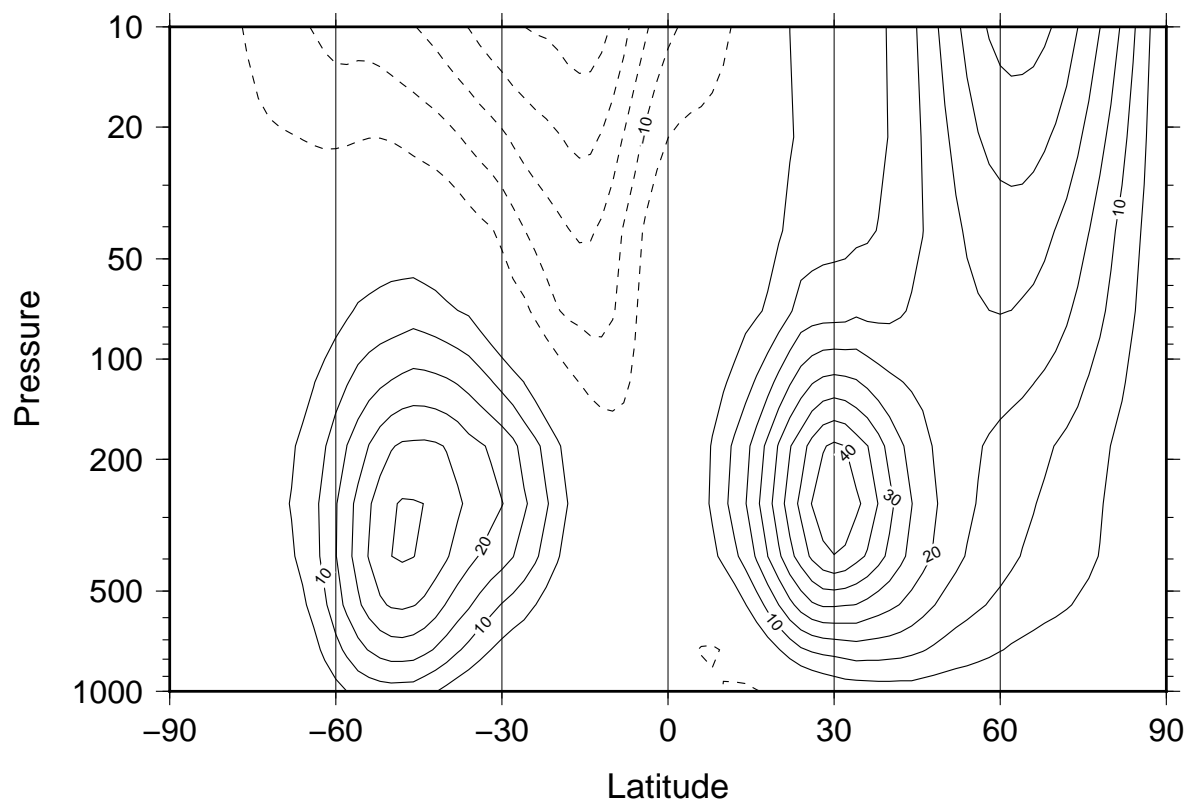


図 3: 1981 ~ 2010 年における 1 月気候値の東西平均東西風の緯度高度断面図．コンター  
間隔は 5m/s で，実線が西風，破線が東風を表している．

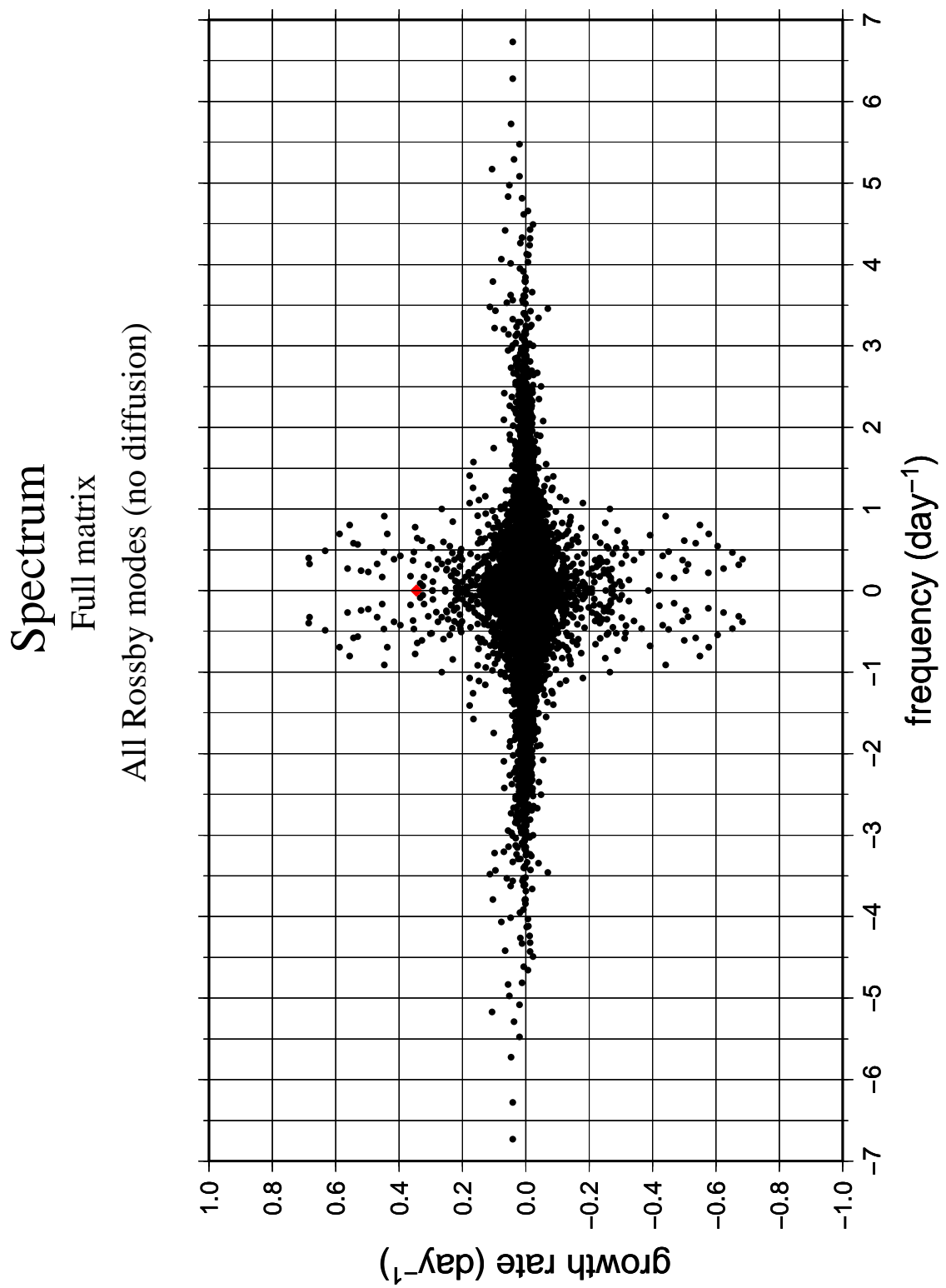


図 4: 赤道非対称モードも含めたロスビーモードのみ，外力なしで線形不安定解析を行った場合のスペクトル．南北モードは  $l_R = 26$  までで切断している．縦軸は増幅率  $[\text{day}^{-1}]$  を，横軸は振動数  $[\text{day}^{-1}]$  を表す．

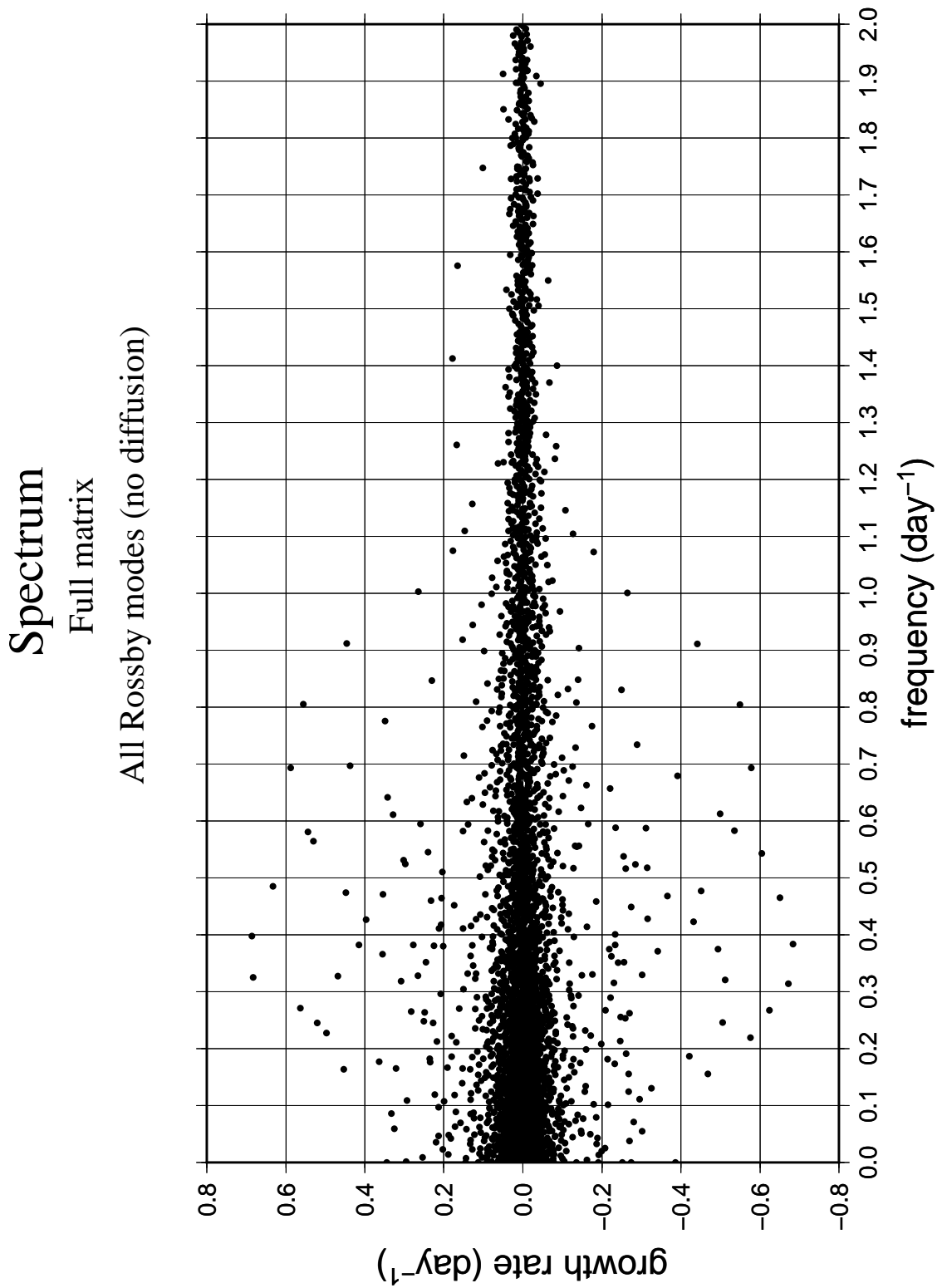


図 5: 赤道非対称モードも含めたロスビーモードのみでの線形不安定解析を行った場合のスペクトル．南北モードは  $l_R = 26$  までで切断している．縦軸は増幅率  $[\text{day}^{-1}]$  を，横軸は振動数  $[\text{day}^{-1}]$  を表す．振動数が正， $2\text{day}^{-1}$  以下の部分のみを示している．

# Barotropic Height

Full matrix (no diffusion)

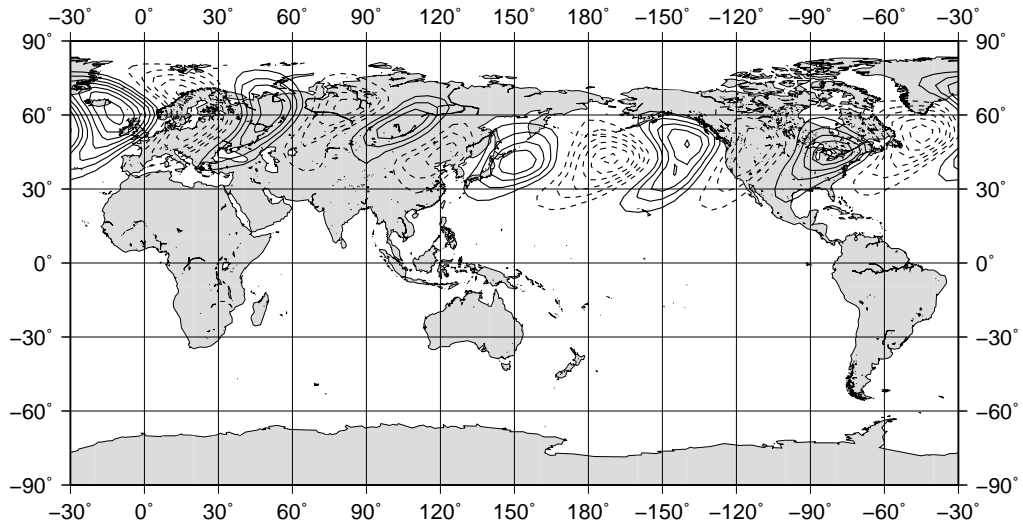


図 6: 赤道非対称モードも含めたロスビーモードのみでの線形不安定解析により，最大不安定モードとして北半球に現れた  $M_c(n=6)$  の構造を持つ順圧高度場．

# Barotropic Height

Full matrix (no diffusion)

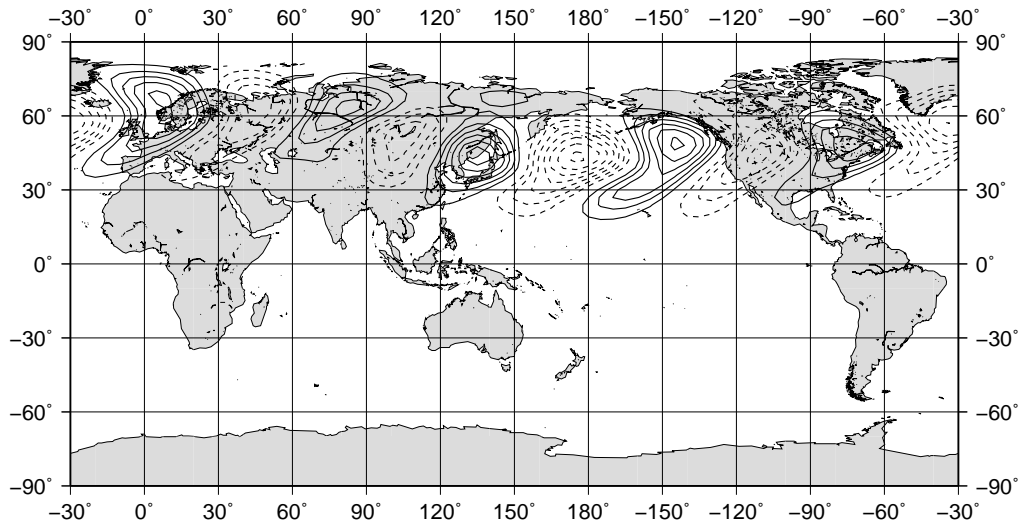


図 7: 赤道非対称モードも含めたロスビーモードのみでの線形不安定解析により，2 番目に大きな不安定モードとして北半球に現れた  $M_c(n=5)$  の構造を持つ順圧高度場．

# Barotropic Height

Full matrix (no diffusion)

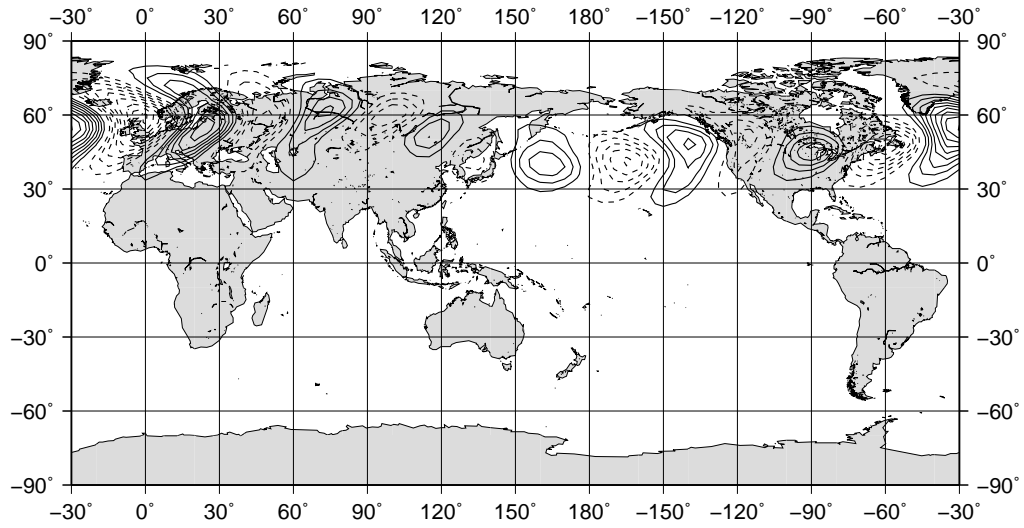


図 8: 赤道非対称モードも含めたロスビーモードのみでの線形不安定解析により, 3 番目に大きな不安定モードとして北半球に現れた  $M_c(n=7)$  の構造を持つ順圧高度場 .

# Barotropic Height

Full matrix (no diffusion)

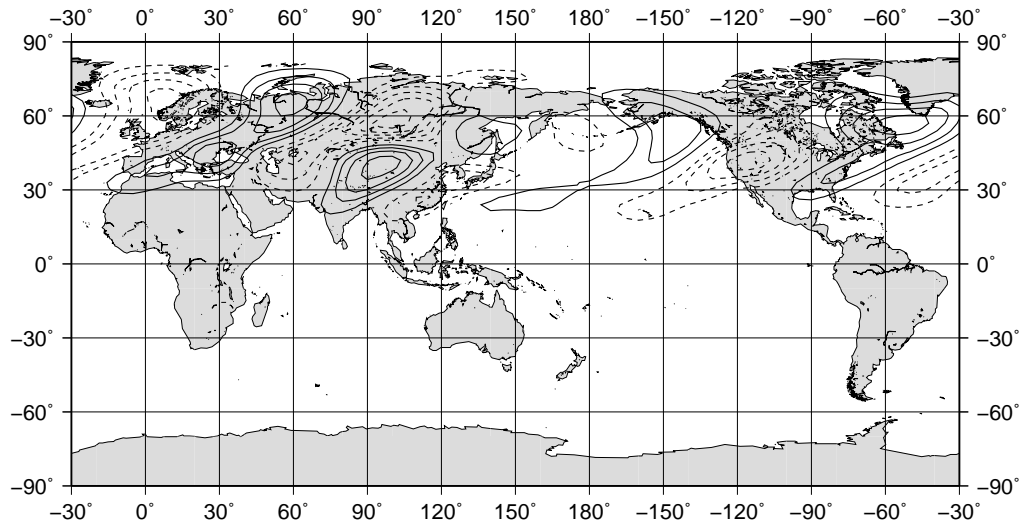


図 9: 赤道非対称モードも含めたロスビーモードのみでの線形不安定解析により, 不安定モードとして北半球に現れた  $M_2(n=4)$  の構造を持つ順圧高度場 .

# Barotropic Height

Full matrix (no diffusion)

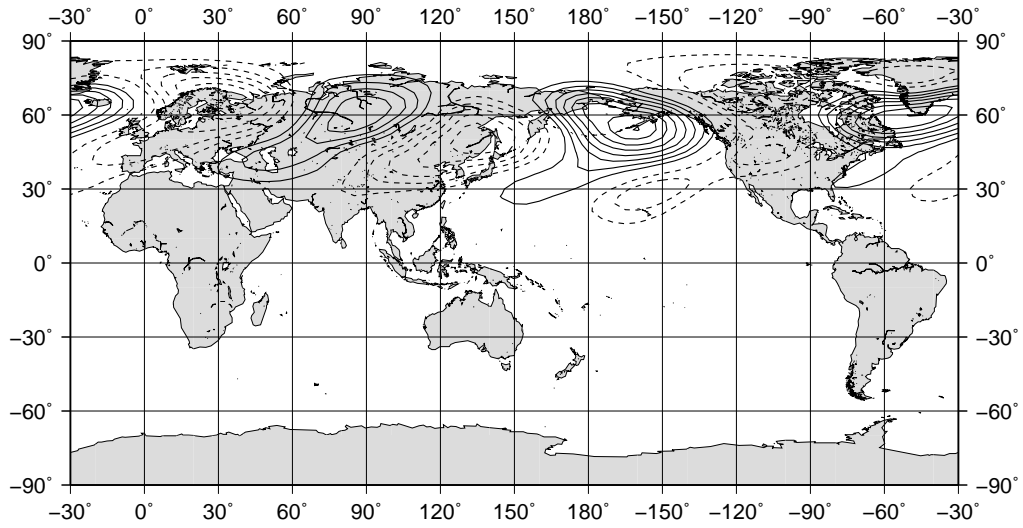


図 10: 赤道非対称モードも含めたロスビーモードのみでの線形不安定解析により，不安定モードとして北半球に現れた  $M_1(n=3)$  の構造を持つ順圧高度場．

# Barotropic Height

Full matrix (no diffusion)

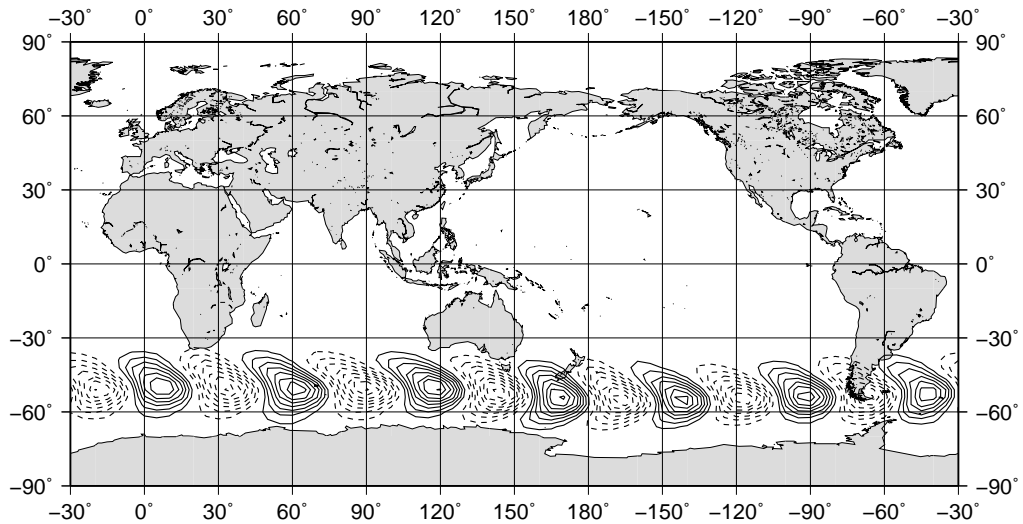


図 11: 赤道非対称モードも含めたロスビーモードのみでの線形不安定解析により，最大不安定モードとして南半球に現れた  $M_c(n=7)$  の構造を持つ順圧高度場．

# Barotropic Height

Full matrix (no diffusion)

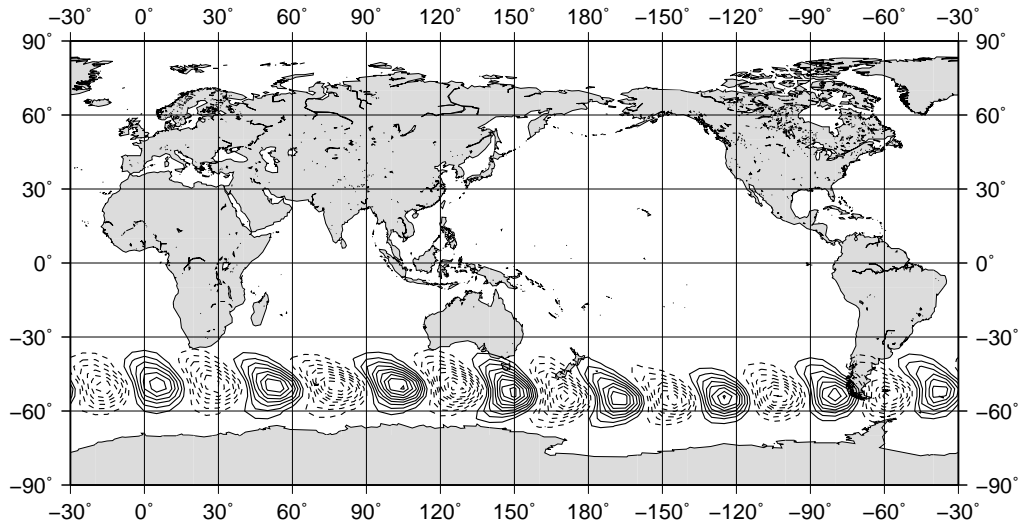


図 12: 赤道非対称モードも含めたロスビーモードのみでの線形不安定解析により, 2 番目に大きな不安定モードとして南半球に現れた  $M_c(n=8)$  の構造を持つ順圧高度場 .

# Barotropic Height

Full matrix (no diffusion)

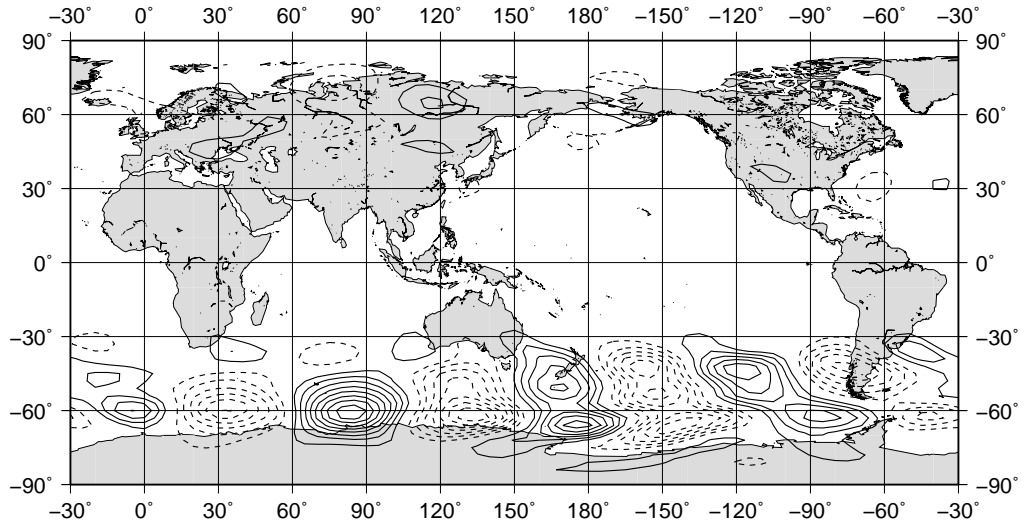


図 13: 赤道非対称モードも含めたロスビーモードのみでの線形不安定解析により, 不安定モードとして南半球に現れた  $M_2(n=4)$  の構造を持つ順圧高度場 .



## Barotropic Height

Full matrix (no diffusion)

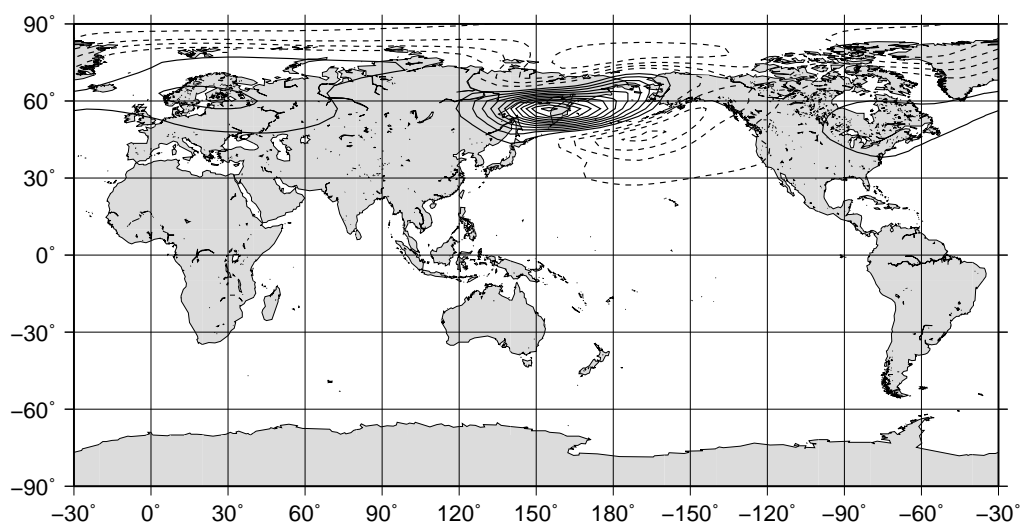


図 14: 赤道非対称モードも含めたロスビーモードのみでの線形不安定解析による，最大不安定な定在モード (図 4 の赤菱形) の順圧高度場の構造．

## Divergence

230.24 hPa

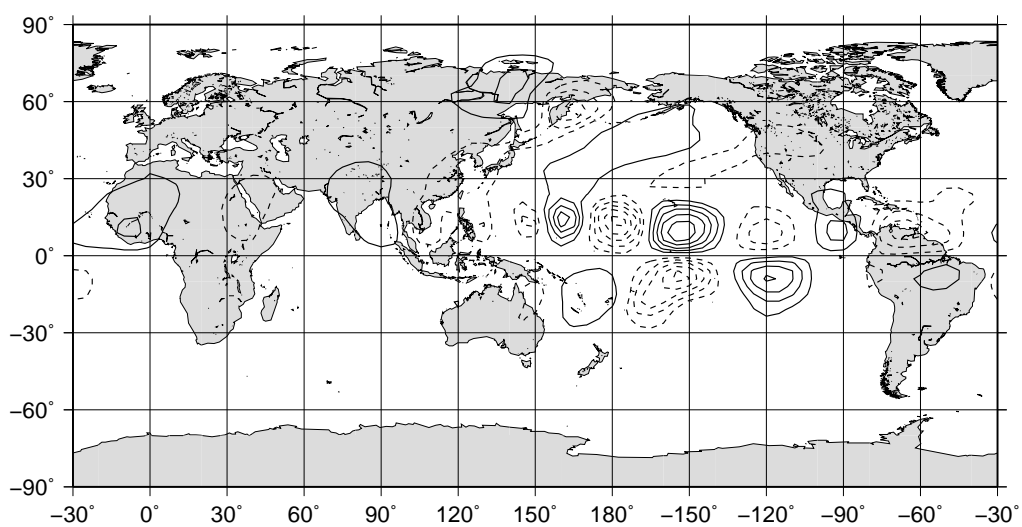


図 15: 赤道非対称モードも含めたロスビーモードのみでの線形不安定解析により，最大不安定な定在モード (図 4 の赤菱形) の 230hPa における発散場の構造．

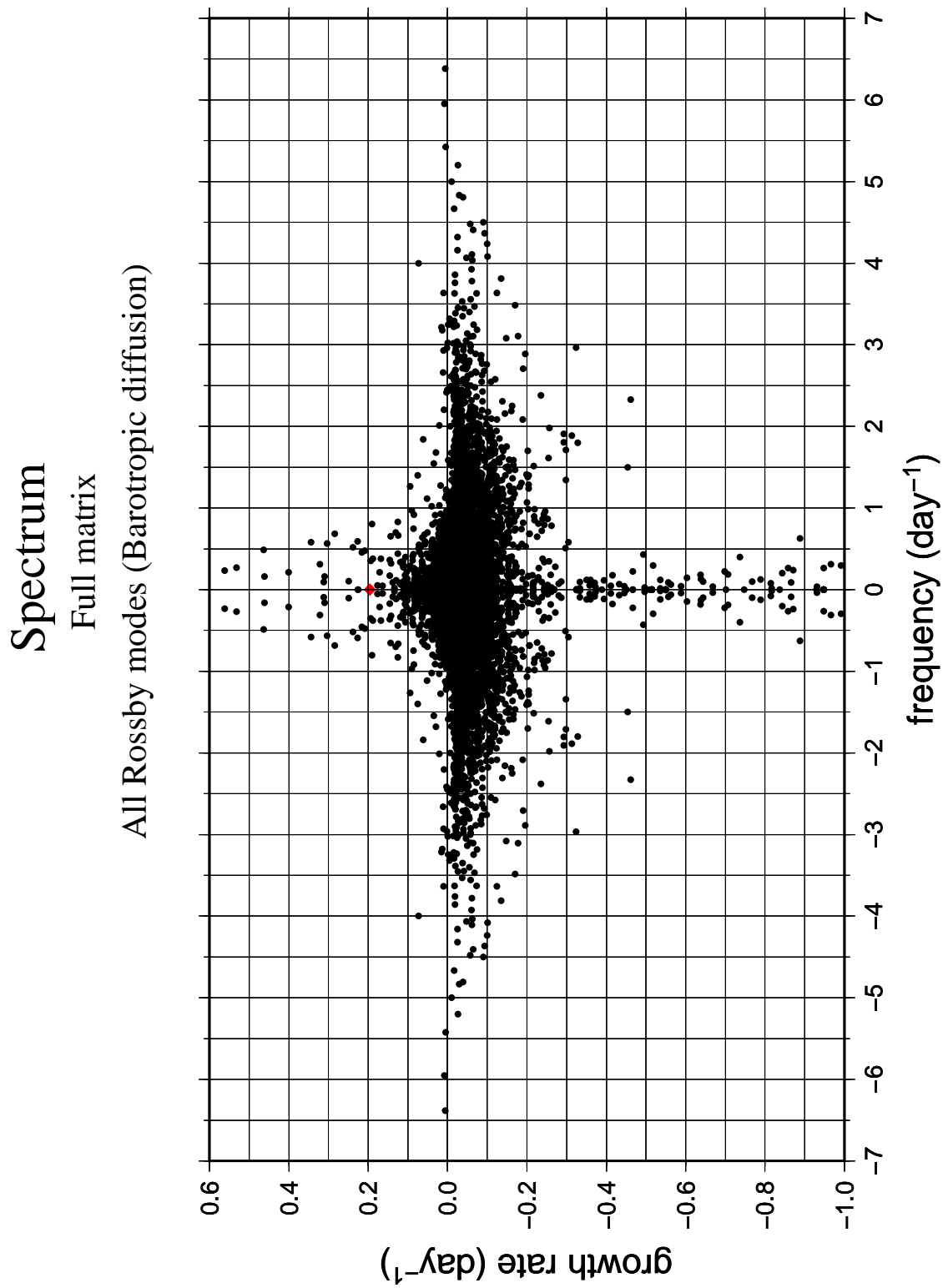


図 16: 赤道非対称モードも含めたロスビーモード，外力ありで線形不安定解析を行った場合のスペクトル．南北モードは  $l_R = 26$  までで切断している．縦軸は増幅率  $[\text{day}^{-1}]$  を，横軸は振動数  $[\text{day}^{-1}]$  を表す．

## Barotropic Height

Full matrix (Barotropic diffusion)

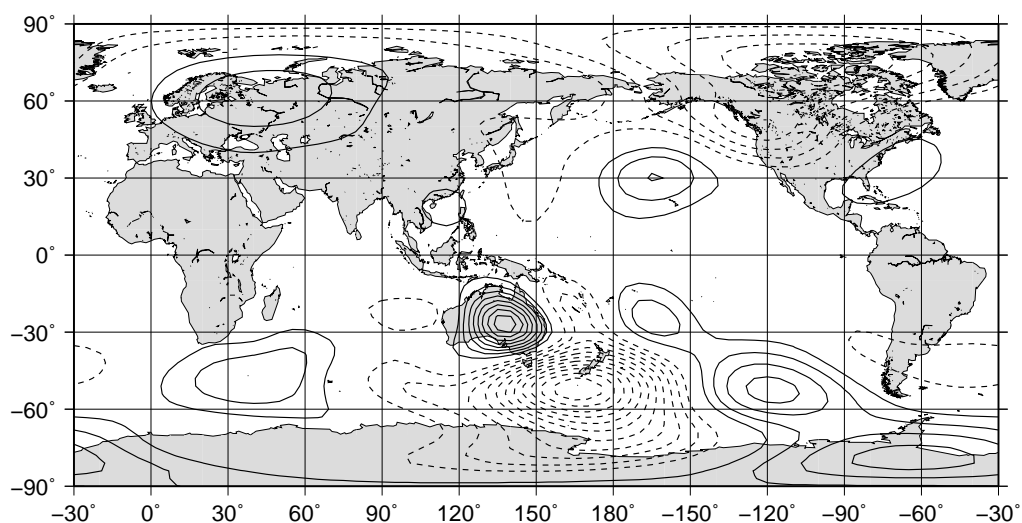


図 17: 赤道非対称モードも含めたロスビーモード，外力ありでの線形不安定解析による，最大不安定な定在モード (図 16 の赤菱形) の順圧高度場の構造．

## Divergence

All Rossby mode (Barotropic diffusion)

230.24 hPa

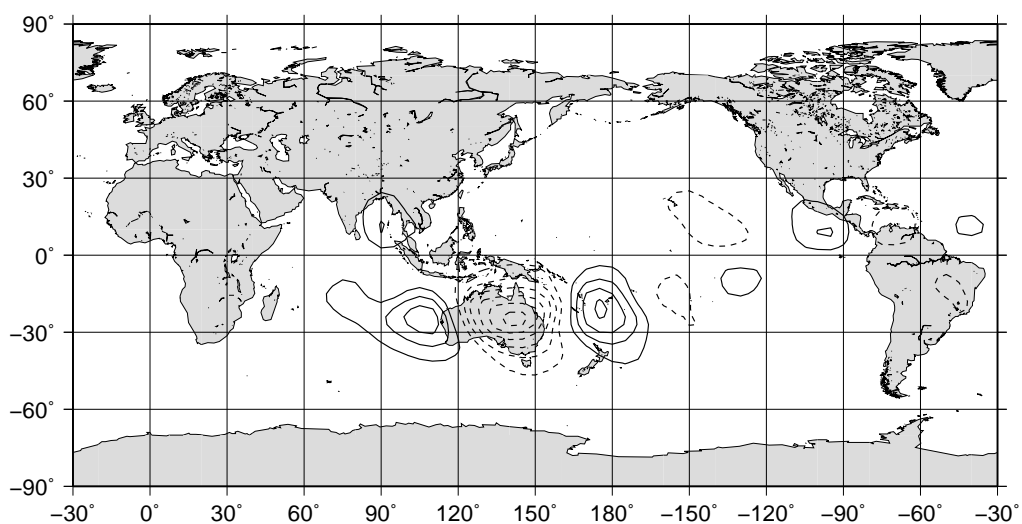


図 18: 赤道非対称モードも含めたロスビーモード，外力ありでの線形不安定解析により，最大不安定な定在モード (図 16 の赤菱形) の 230hPa における発散場の構造．

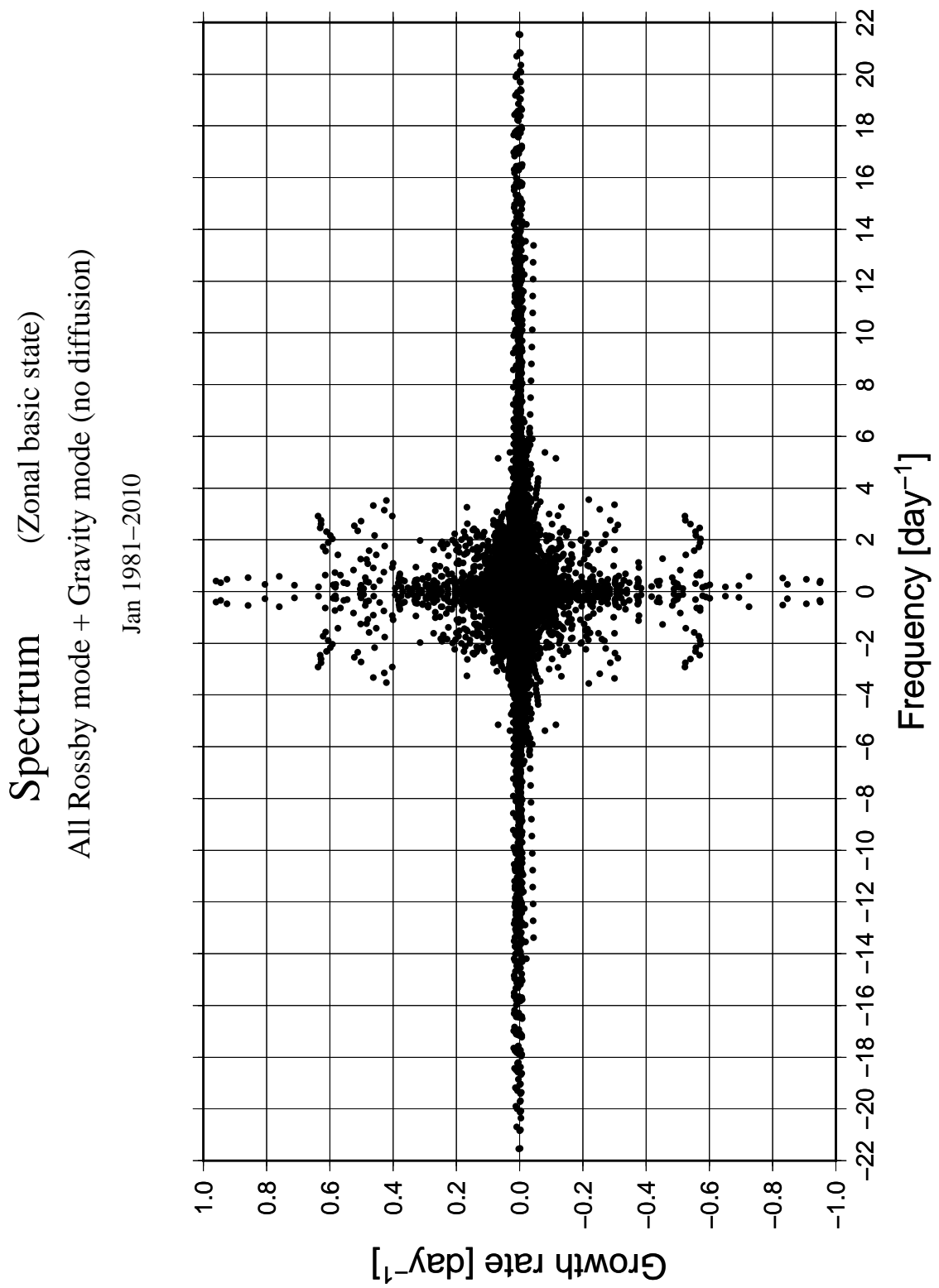


図 19: 全てのロスビーモードと重力波モードを含めた，非地衡風平衡な東西一様基本場における線形不安定解析を行ったスペクトル．南北モードは  $l_R = 26$   $l_w = l_e = 12$  までで切断している．縦軸は増幅率  $[\text{day}^{-1}]$  を，横軸は振動数  $[\text{day}^{-1}]$  を表す．

## Barotropic Height

Zonal basic state (no diffusion)

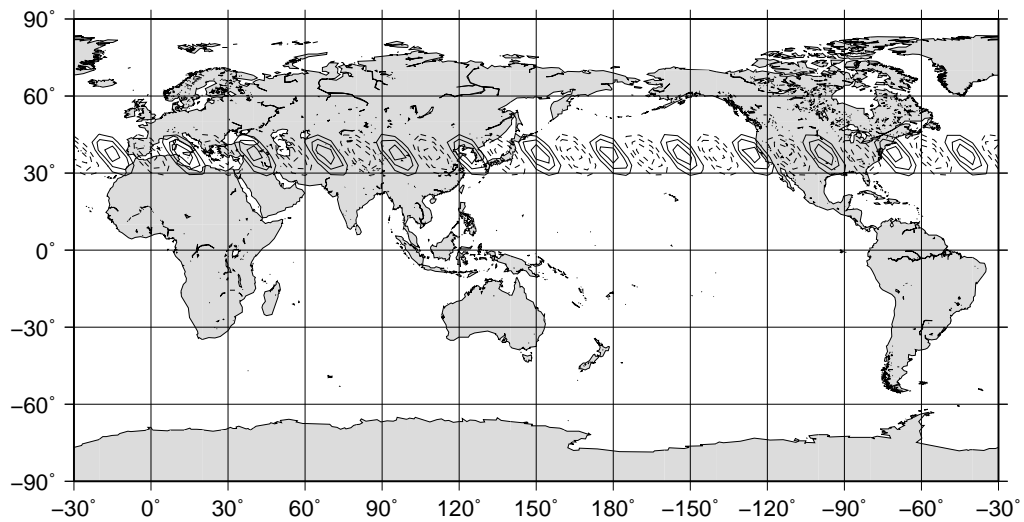


図 20: 非地衡風平衡な東西一様基本場での重力波モードを含めた線形不安定解析により高振動数領域に現れた不安定モード ( $n = 13$ ) の順圧高度場 .

## Geopotential Amplitude

Geostrophic zonal basic state  
81–10 January climate

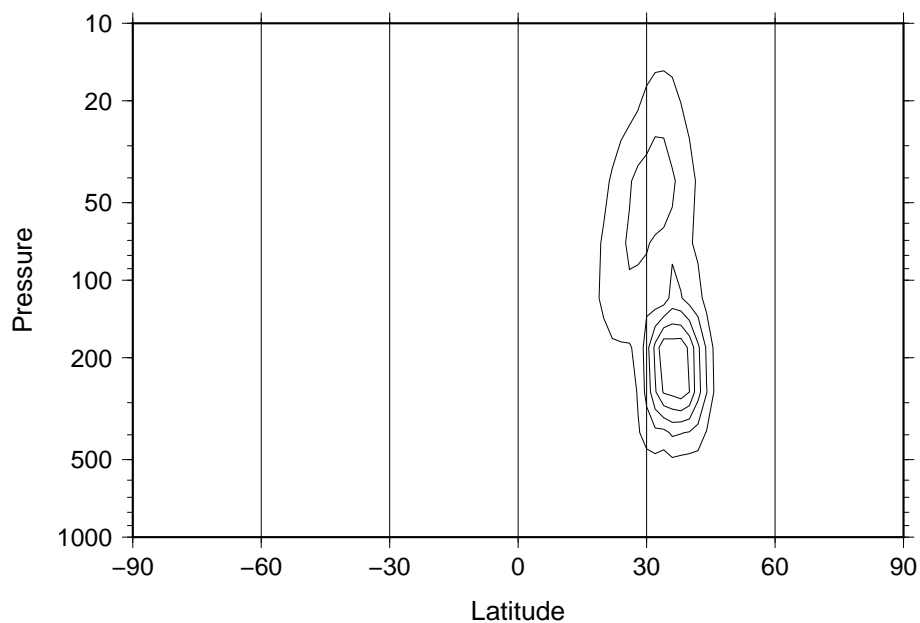


図 21: 非地衡風平衡な東西一様基本場での重力波モードを含めた線形不安定解析により高振動数領域に現れた不安定モード ( $n = 13$ ) のジオポテンシャル高度の振幅の鉛直断面 .

# Spectrum (Geostrophic zonal basic state)

Rossby + Gravity (no diffusion)

Jan 1981–2010

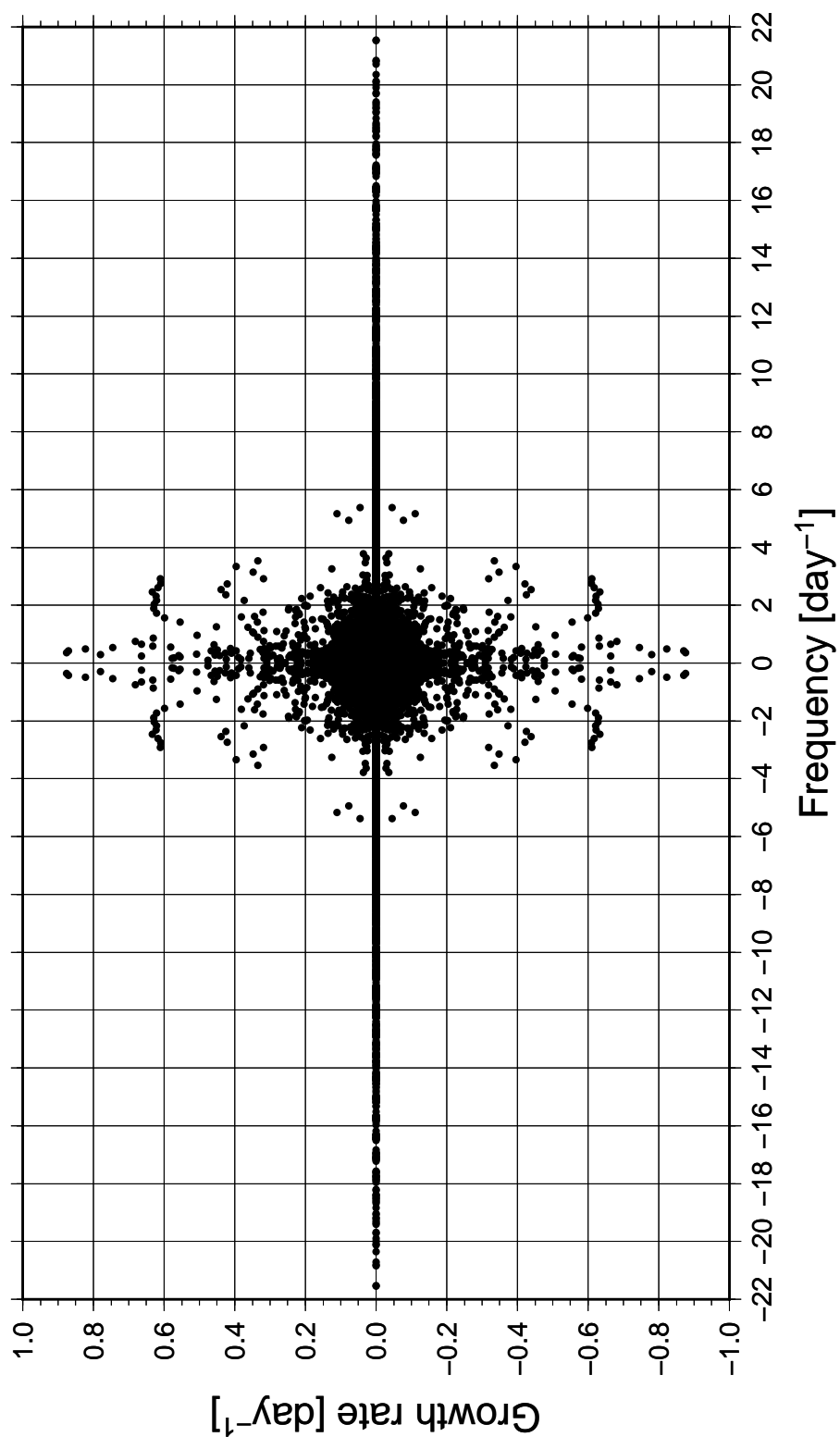


図 22: 全てのロスビーモードと重力波モードを含めた，地衡風平衡を満たす東西一様基本場における線形不安定解析を行ったスペクトル．南北モードは  $l_R = 26$ ， $l_w = l_e = 12$  までで切断している．縦軸は増幅率  $[\text{day}^{-1}]$  を，横軸は振動数  $[\text{day}^{-1}]$  を表す．

# Spectrum (Geostrophic zonal basic state)

Rossby + Gravity (no diffusion)

Jan 1981–2010

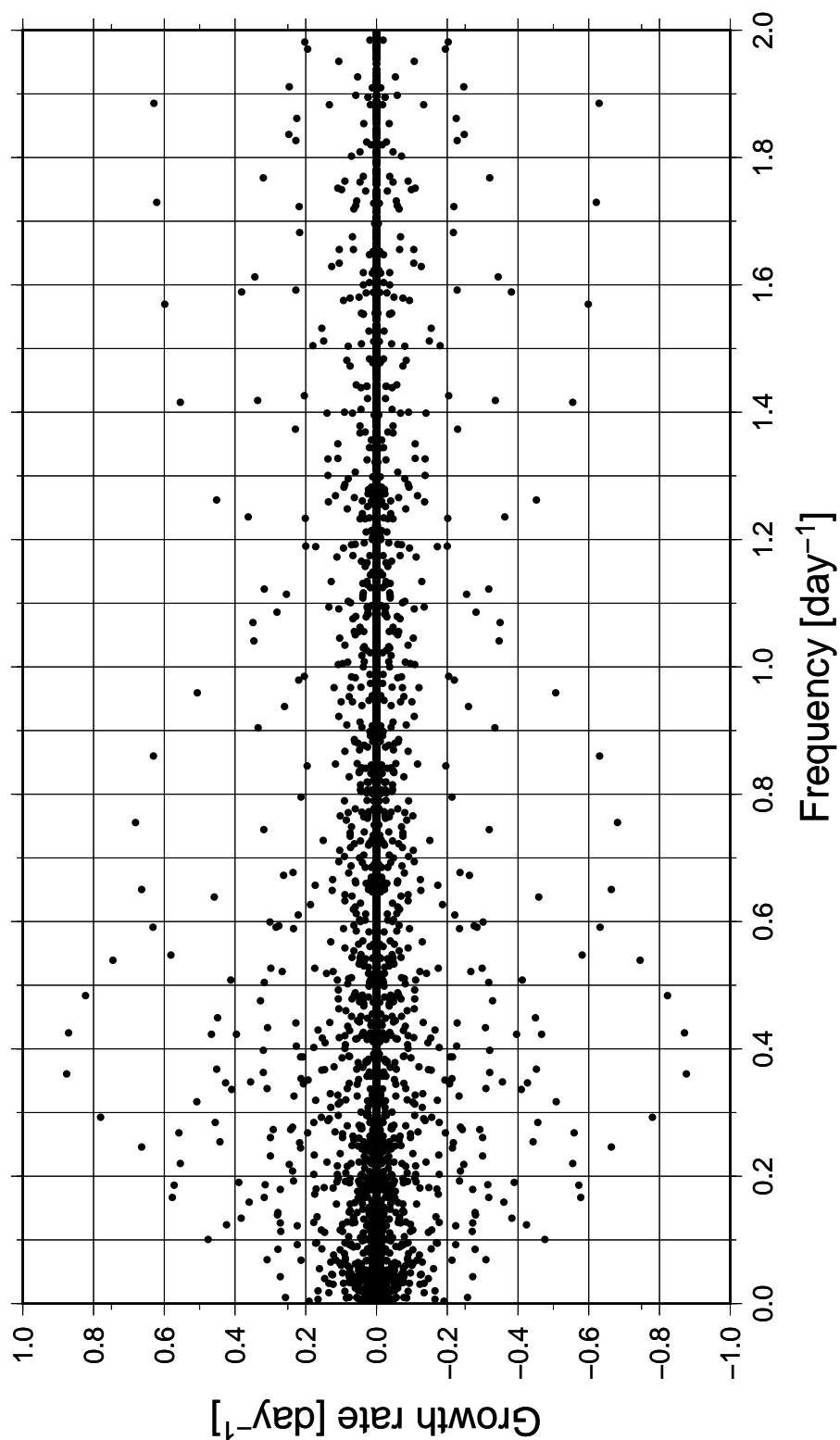


図 23: 全てのロスビーモードと重力波モードを含めた，地衡風平衡を満たす東西一様基本場における線形不安定解析を行ったスペクトル．南北モードは  $l_R = 26$ ， $l_w = l_e = 12$  までで切断している．縦軸は増幅率  $[\text{day}^{-1}]$  を，横軸は振動数  $[\text{day}^{-1}]$  を表す．振動数が正， $2.0[\text{day}^{-1}]$  以下の部分のみを示している．

## Barotropic Height

Zonal basic state (no diffusion)

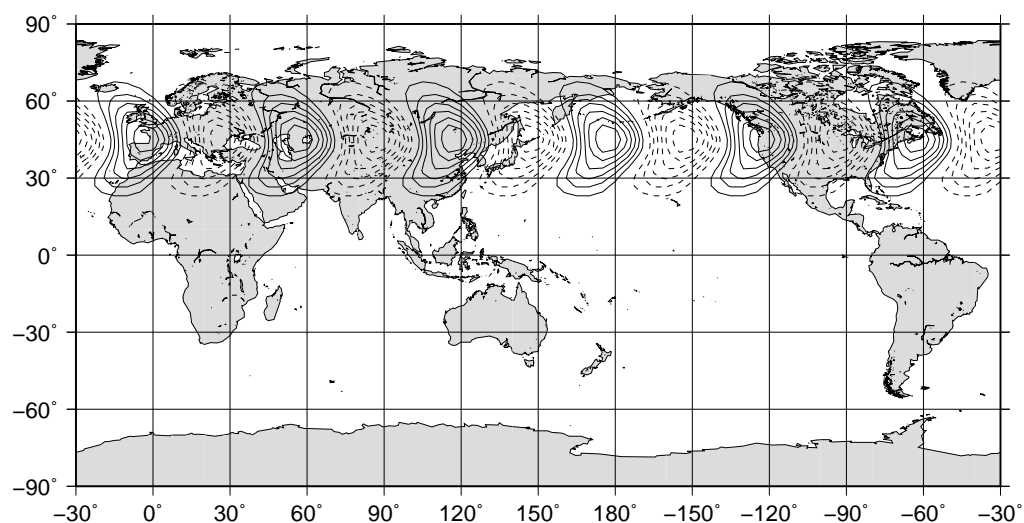


図 24: 赤道非対称モードも含めたロスビーモードのみでの線形不安定解析により，不安定モードとして北半球に現れた  $M_c(n=6)$  の構造を持つ順圧高度場．

## Geopotential Amplitude

Geostrophic zonal basic state  
81–10 January climate

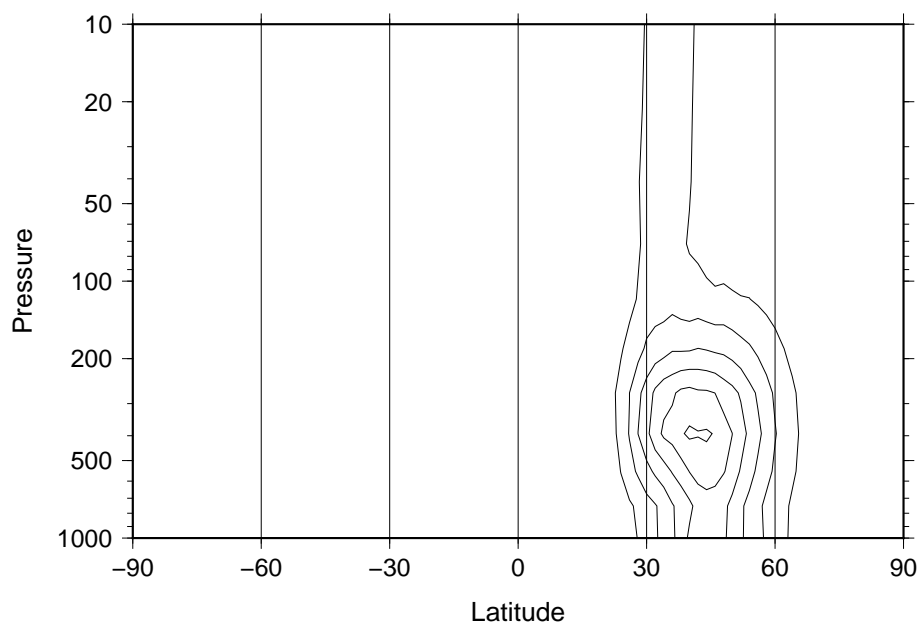


図 25: 赤道非対称モードも含めたロスビーモードのみでの線形不安定解析により，不安定モードとして北半球に現れた  $M_c(n=6)$  のジオポテンシャル高度の振幅の鉛直断面．



## Barotropic Height

Zonal basic state (no diffusion)

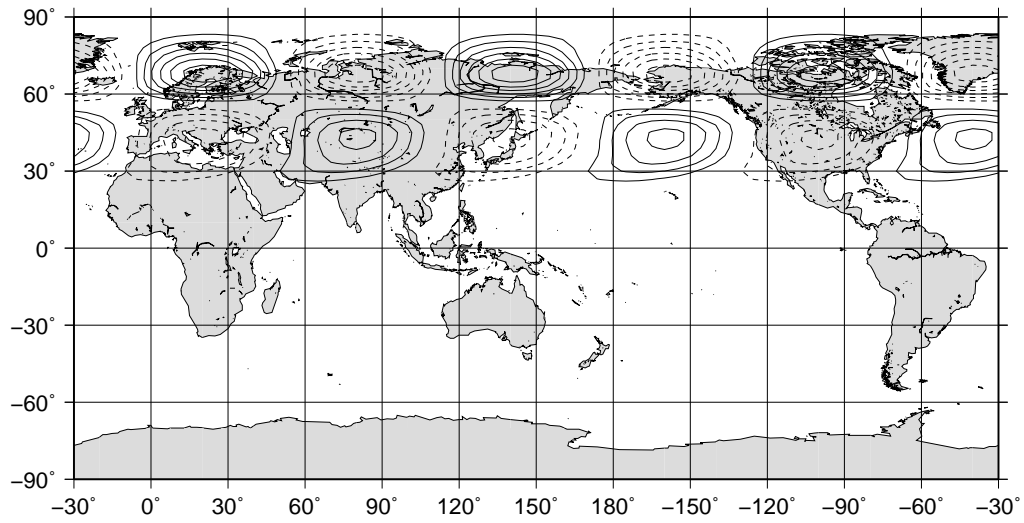


図 26: 赤道非対称モードも含めたロスビーモードのみでの線形不安定解析により，不安定モードとして北半球に現れた  $M_2(n=3)$  の構造を持つ順圧高度場．

## Geopotential Amplitude

Geostrophic zonal basic state  
81–10 January climate

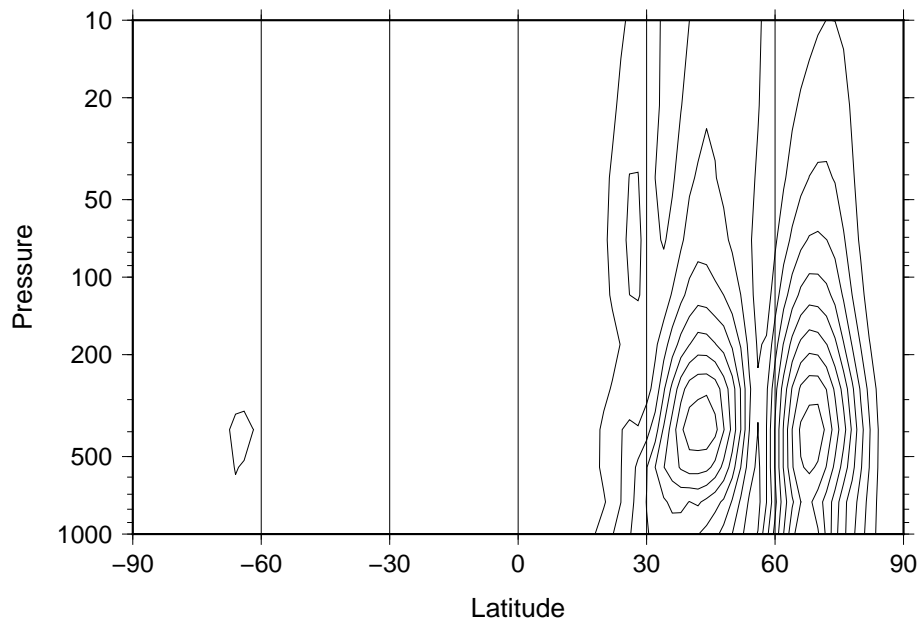


図 27: 赤道非対称モードも含めたロスビーモードのみでの線形不安定解析により，不安定モードとして北半球に現れた  $M_2(n=3)$  のジオポテンシャル高度の振幅の鉛直断面．

## Barotropic Height

Zonal basic state (no diffusion)

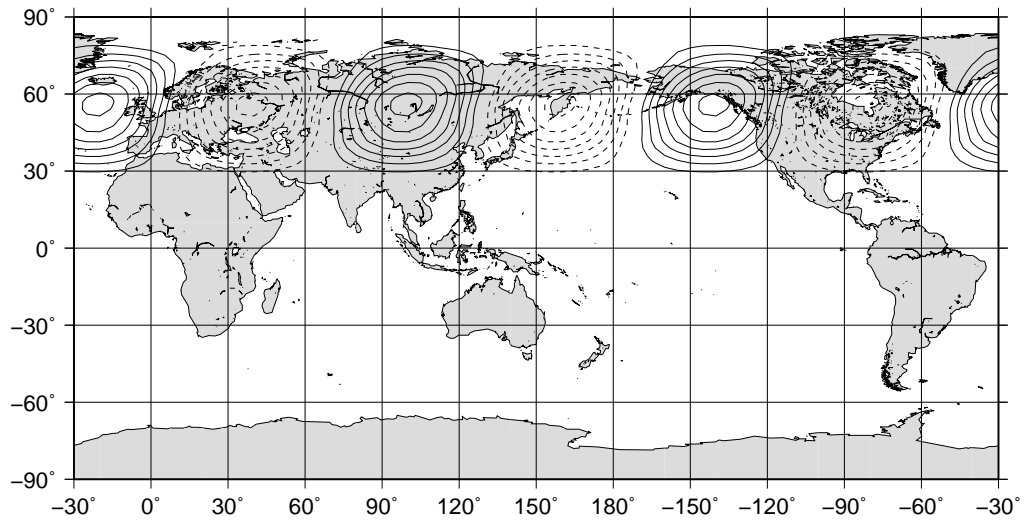


図 28: 赤道非対称モードも含めたロスビーモードのみでの線形不安定解析により，不安定モードとして北半球に現れた  $M_1(n=3)$  の構造を持つ順圧高度場．

## Geopotential Amplitude

Geostrophic zonal basic state  
81–10 January climate

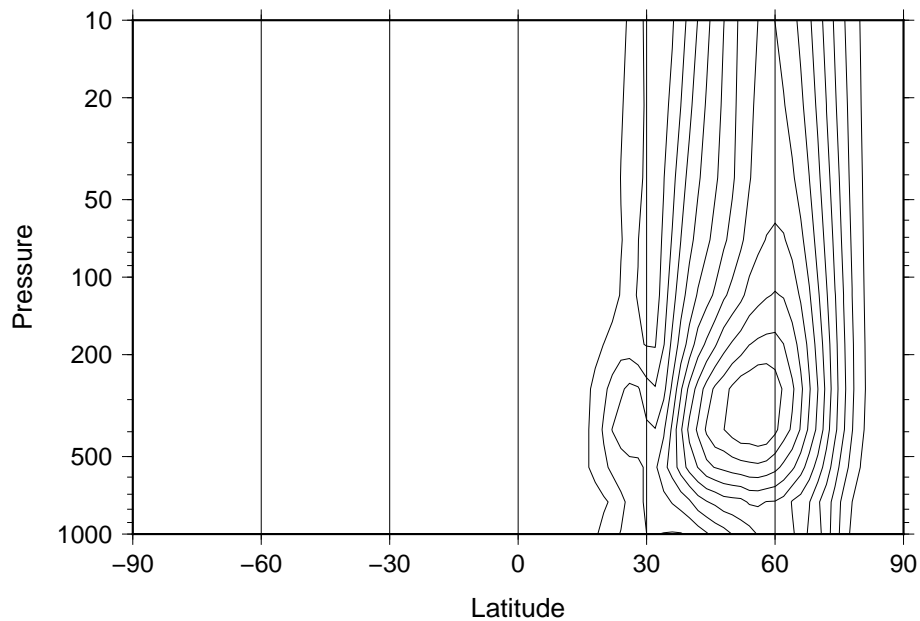


図 29: 赤道非対称モードも含めたロスビーモードのみでの線形不安定解析により，不安定モードとして北半球に現れた  $M_1(n=3)$  のジオポテンシャル高度の振幅の鉛直断面．

# Barotropic Height

## Zonal basic state (no diffusion)

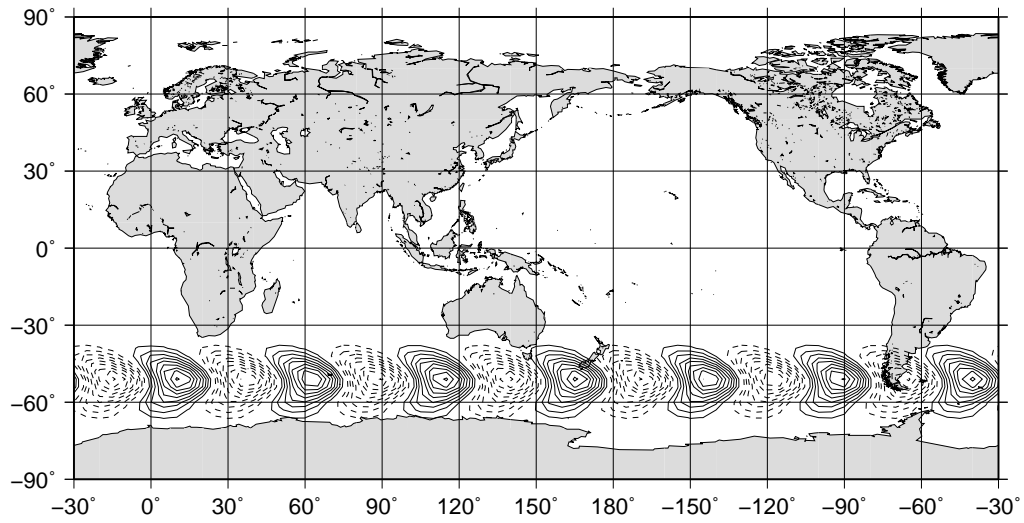


図 30: 赤道非対称モードも含めたロスビーモードのみでの線形不安定解析により，不安定モードとして南半球に現れた  $M_c(n=7)$  の構造を持つ順圧高度場．

# Geopotential Amplitude

## Geostrophic zonal basic state 81–10 January climate

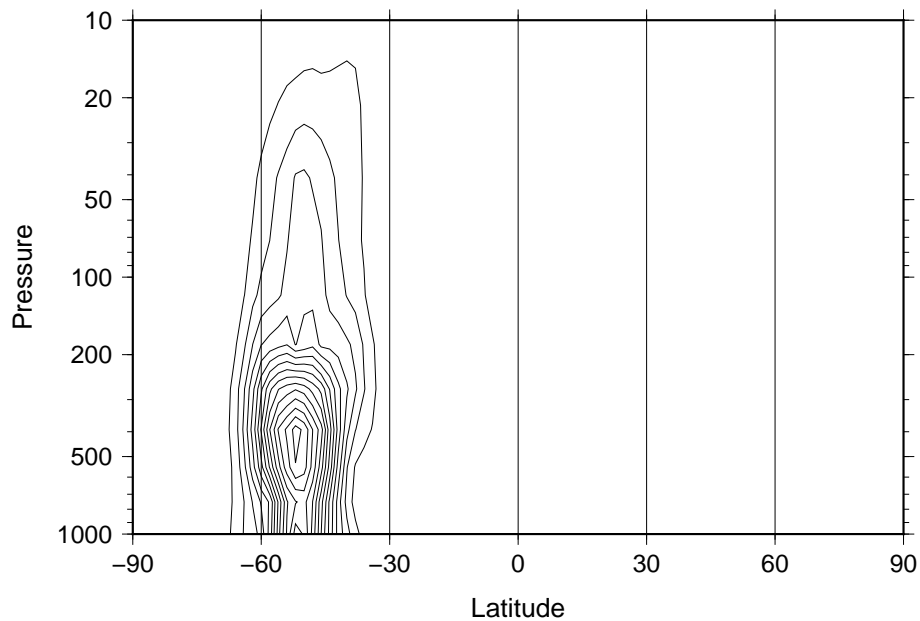


図 31: 赤道非対称モードも含めたロスビーモードのみでの線形不安定解析により，不安定モードとして南半球に現れた  $M_c(n=7)$  のジオポテンシャル高度の振幅の鉛直断面．

# Barotropic Height

## Zonal basic state (no diffusion)

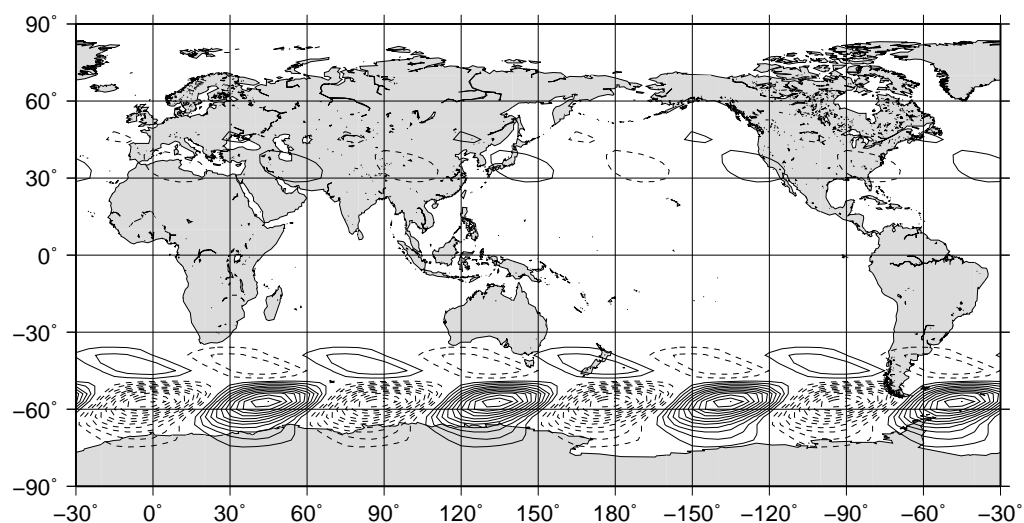


図 32: 赤道非対称モードも含めたロスビーモードのみでの線形不安定解析により，不安定モードとして南半球に現れた  $M_2(n = 4)$  の構造を持つ順圧高度場．

# Geopotential Amplitude

## Geostrophic zonal basic state

### 81–10 January climate

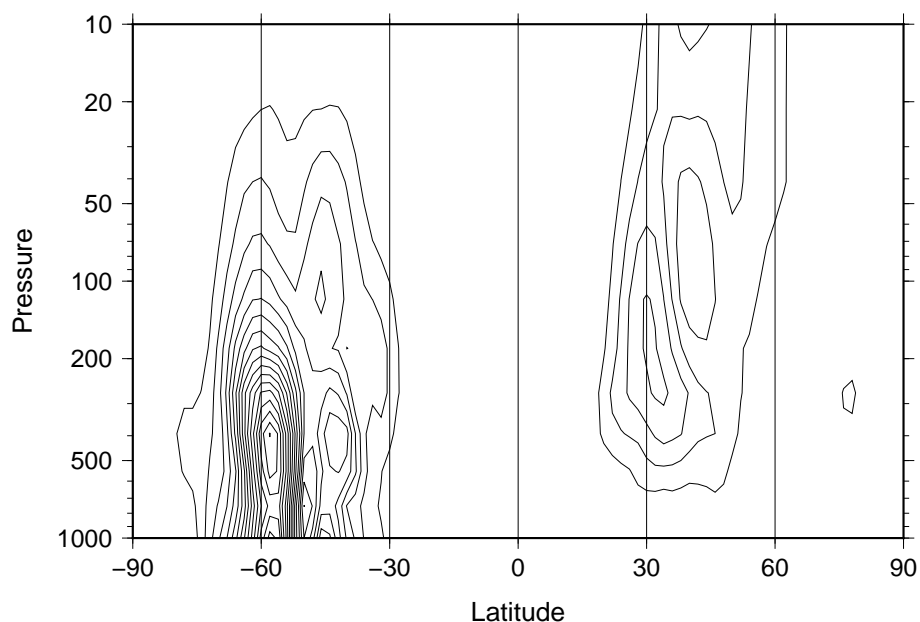


図 33: 赤道非対称モードも含めたロスビーモードのみでの線形不安定解析により，不安定モードとして南半球に現れた  $M_2(n = 4)$  のジオポテンシャル高度の振幅の鉛直断面．

# Barotropic Height

## Zonal basic state (no diffusion)

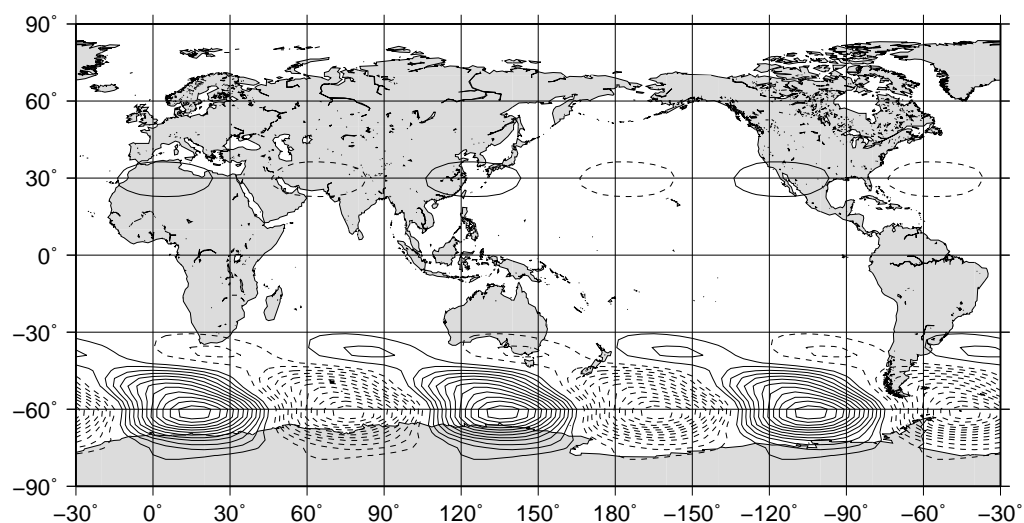


図 34: 赤道非対称モードも含めたロスビーモードのみでの線形不安定解析により，不安定モードとして南半球に現れた  $M_1(n=3)$  の構造を持つ順圧高度場．

# Geopotential Amplitude

## Geostrophic zonal basic state

### 81–10 January climate

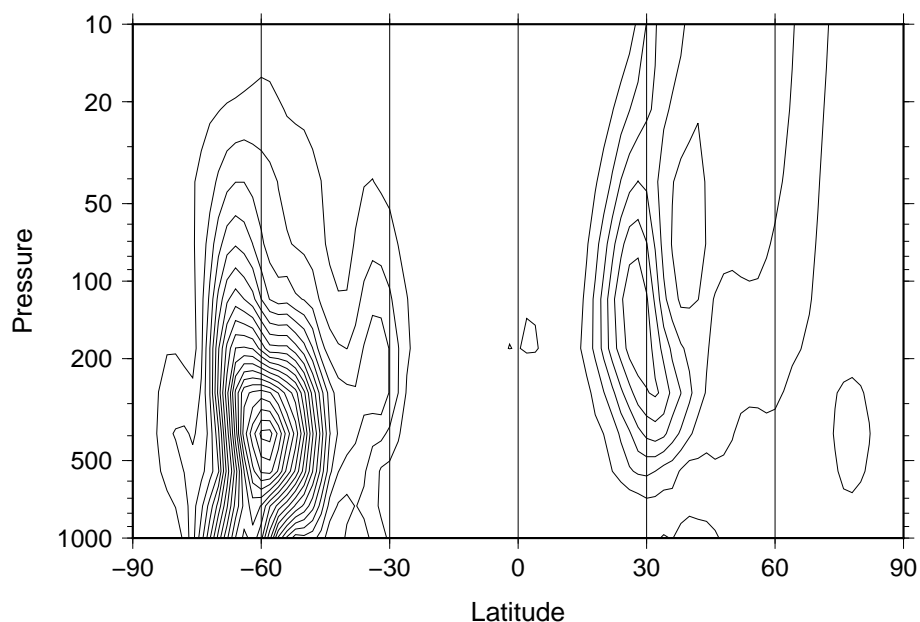


図 35: 赤道非対称モードも含めたロスビーモードのみでの線形不安定解析により，不安定モードとして南半球に現れた  $M_1(n=3)$  のジオポテンシャル高度の振幅の鉛直断面．

## Barotropic Height

Zonal basic state (no diffusion)

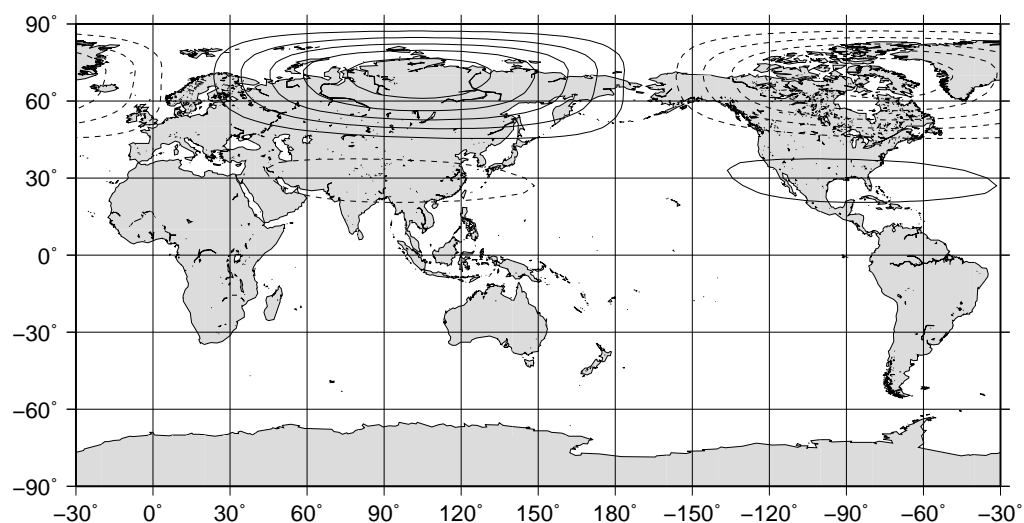


図 36: 赤道非対称モードも含めたロスビーモードのみでの線形不安定解析により，不安定モードとして現れた  $B$  ( $n = 1$ ) の構造を持つ順圧高度場．

## Geopotential Amplitude

Geostrophic zonal basic state  
81–10 January climate

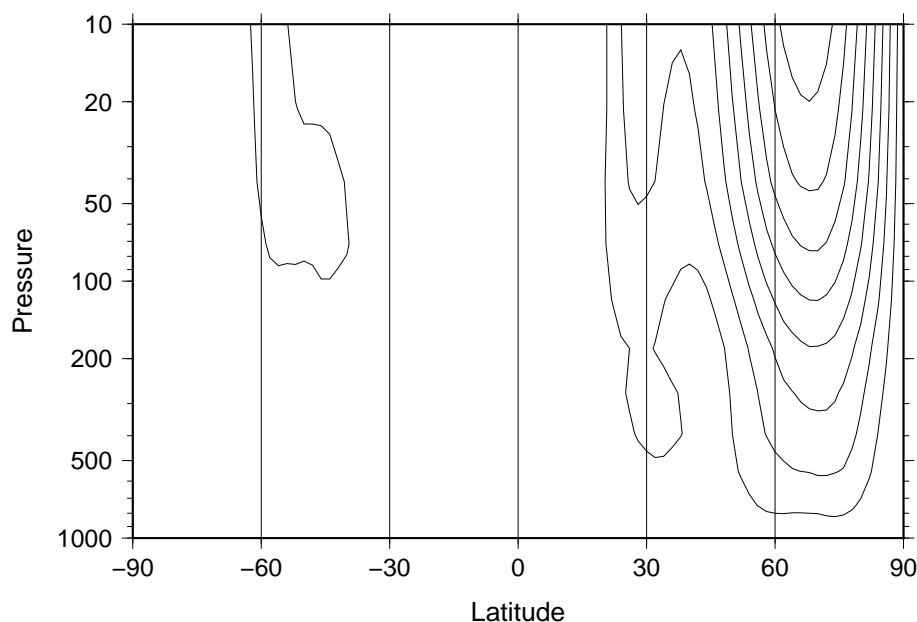


図 37: 赤道非対称モードも含めたロスビーモードのみでの線形不安定解析により，不安定モードとして北半球に現れた  $B$  ( $n = 1$ ) のジオポテンシャル高度の振幅の鉛直断面．

# Spectrum (Geostrophic zonal basic state)

Rossby + Gravity (no diffusion)

Jan 1981–2010

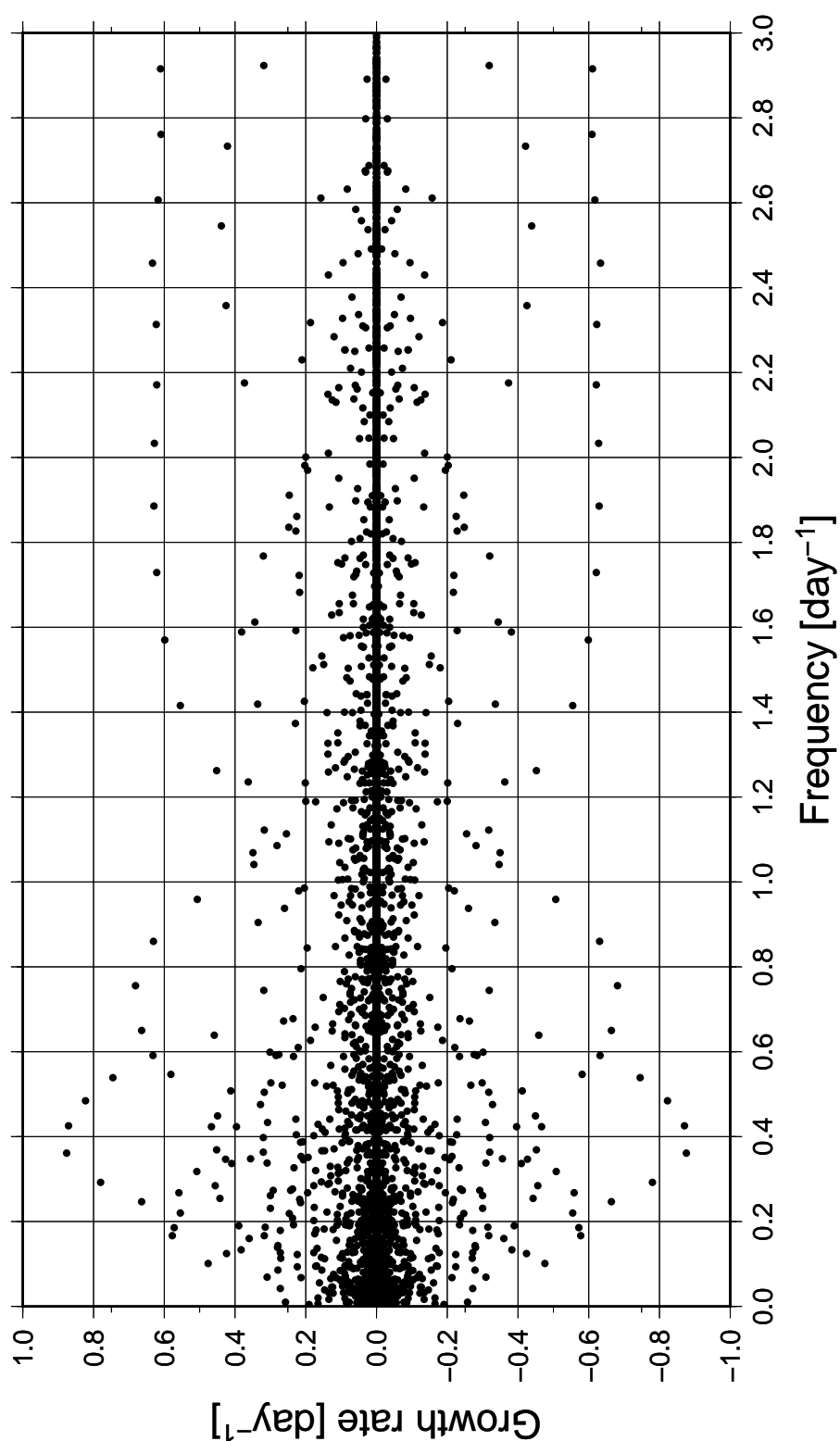


図 38: 全てのロスビーモードと重力波モードを含めた，地衡風平衡を満たす東西一様基本場における線形不安定解析によるスペクトル．南北モードは  $l_R = 26$   $l_w = l_e = 12$  までで切断している．縦軸は増幅率  $[\text{day}^{-1}]$  を，横軸は振動数  $[\text{day}^{-1}]$  を表す．振動数が正， $3.0[\text{day}^{-1}]$  以下の部分のみを示している．

## Barotropic Height

Zonal basic state (no diffusion)

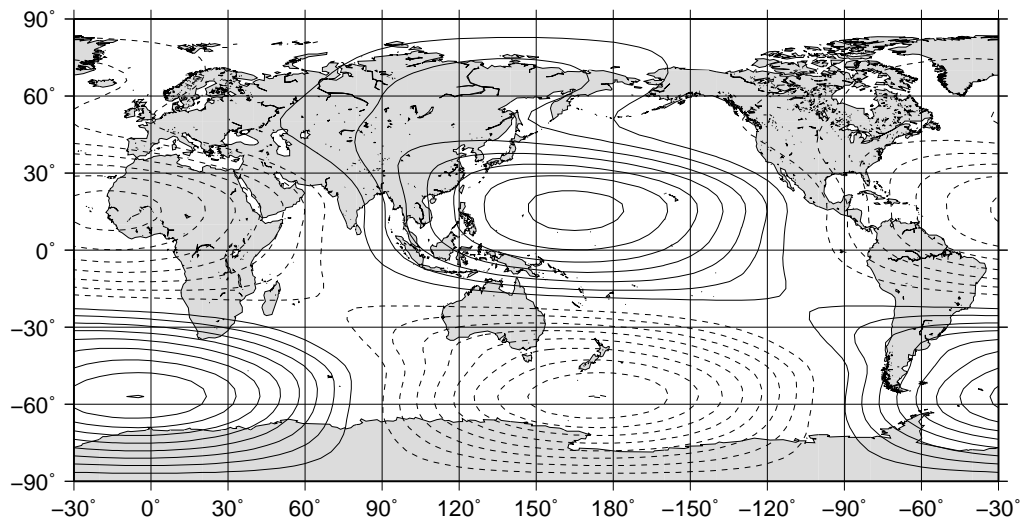


図 39: 赤道非対称モードも含めたロスビーモードのみでの線形不安定解析により，不安定モードとして現れた  $G (n = 1)$  の構造を持つ順圧高度場．

## Geopotential Amplitude

Geostrophic zonal basic state  
81–10 January climate

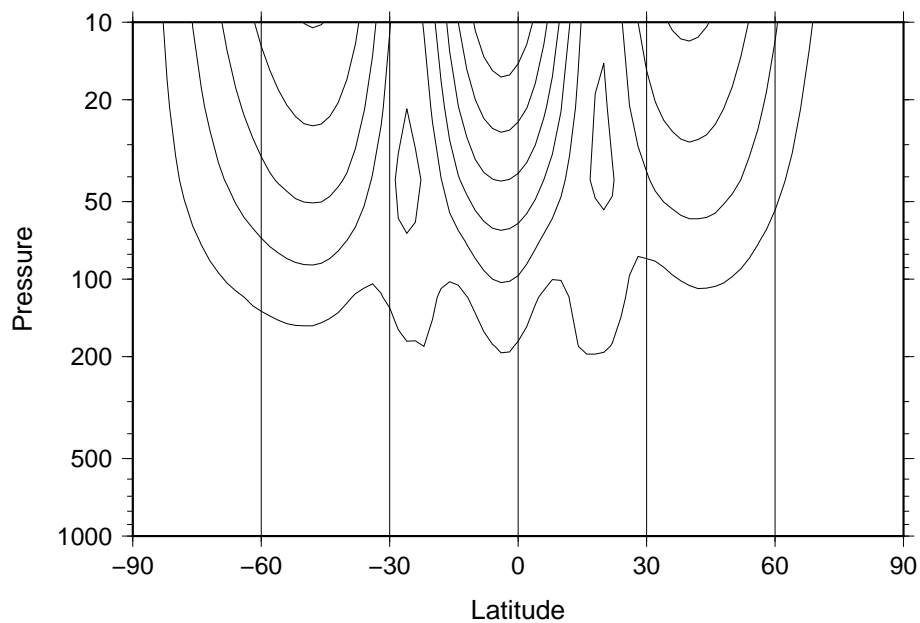


図 40: 赤道非対称モードも含めたロスビーモードのみでの線形不安定解析により，不安定モードとして北半球に現れた  $G (n = 1)$  のジオポテンシャル高度の振幅の鉛直断面．



## Barotropic Height

Zonal basic state (no diffusion)

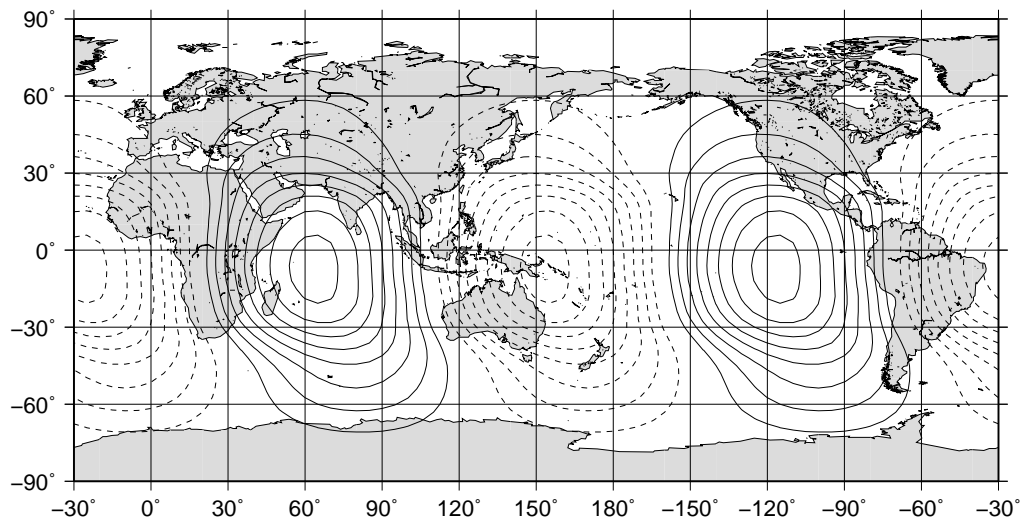


図 41: 赤道非対称モードも含めたロスビーモードのみでの線形不安定解析により，不安定モードとして現れた  $G (n = 1)$  の構造を持つ順圧高度場．

## Geopotential Amplitude

Geostrophic zonal basic state  
81–10 January climate

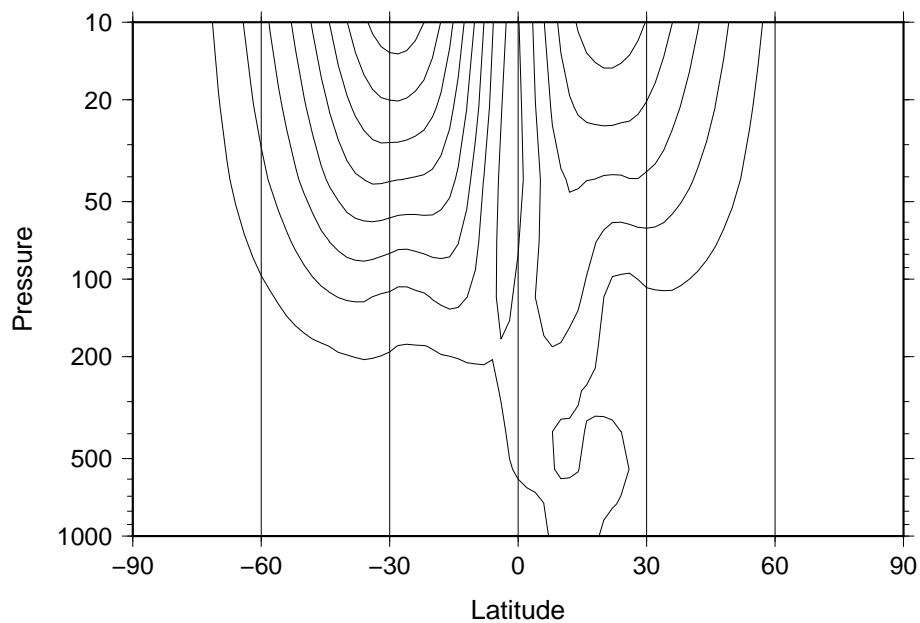


図 42: 赤道非対称モードも含めたロスビーモードのみでの線形不安定解析により，不安定モードとして北半球に現れた  $G (n = 2)$  のジオポテンシャル高度の振幅の鉛直断面．

# Barotropic Height

## Zonal basic state (no diffusion)

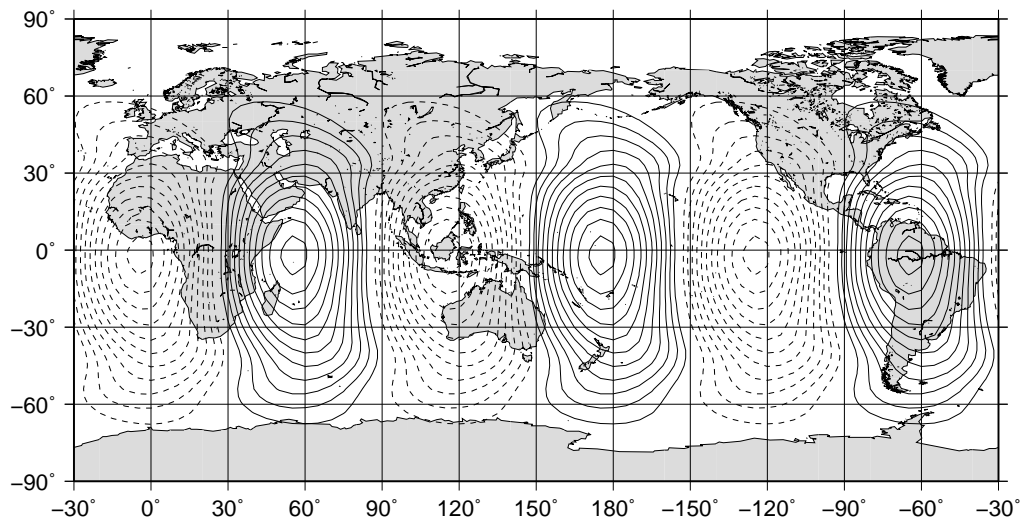


図 43: 赤道非対称モードも含めたロスビーモードのみでの線形不安定解析により，不安定モードとして現れた  $G (n = 3)$  の構造を持つ順圧高度場．

# Geopotential Amplitude

## Geostrophic zonal basic state

### 81–10 January climate

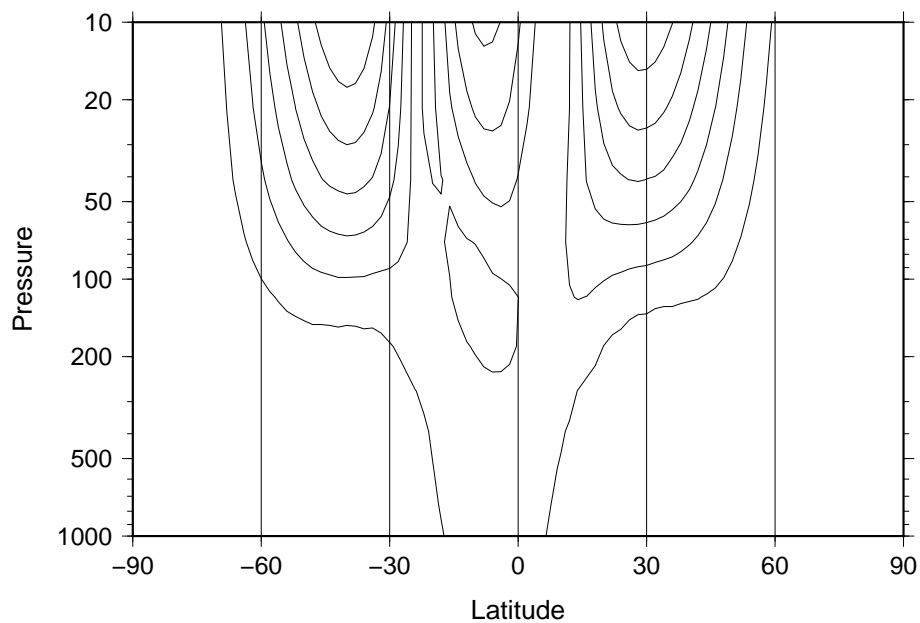


図 44: 赤道非対称モードも含めたロスビーモードのみでの線形不安定解析により，不安定モードとして北半球に現れた  $G (n = 3)$  のジオポテンシャル高度の振幅の鉛直断面．

# Spectrum (non-zonal basic state) All Rossby mode + Gravity mode (no diffusion)

Jan 1981–2010

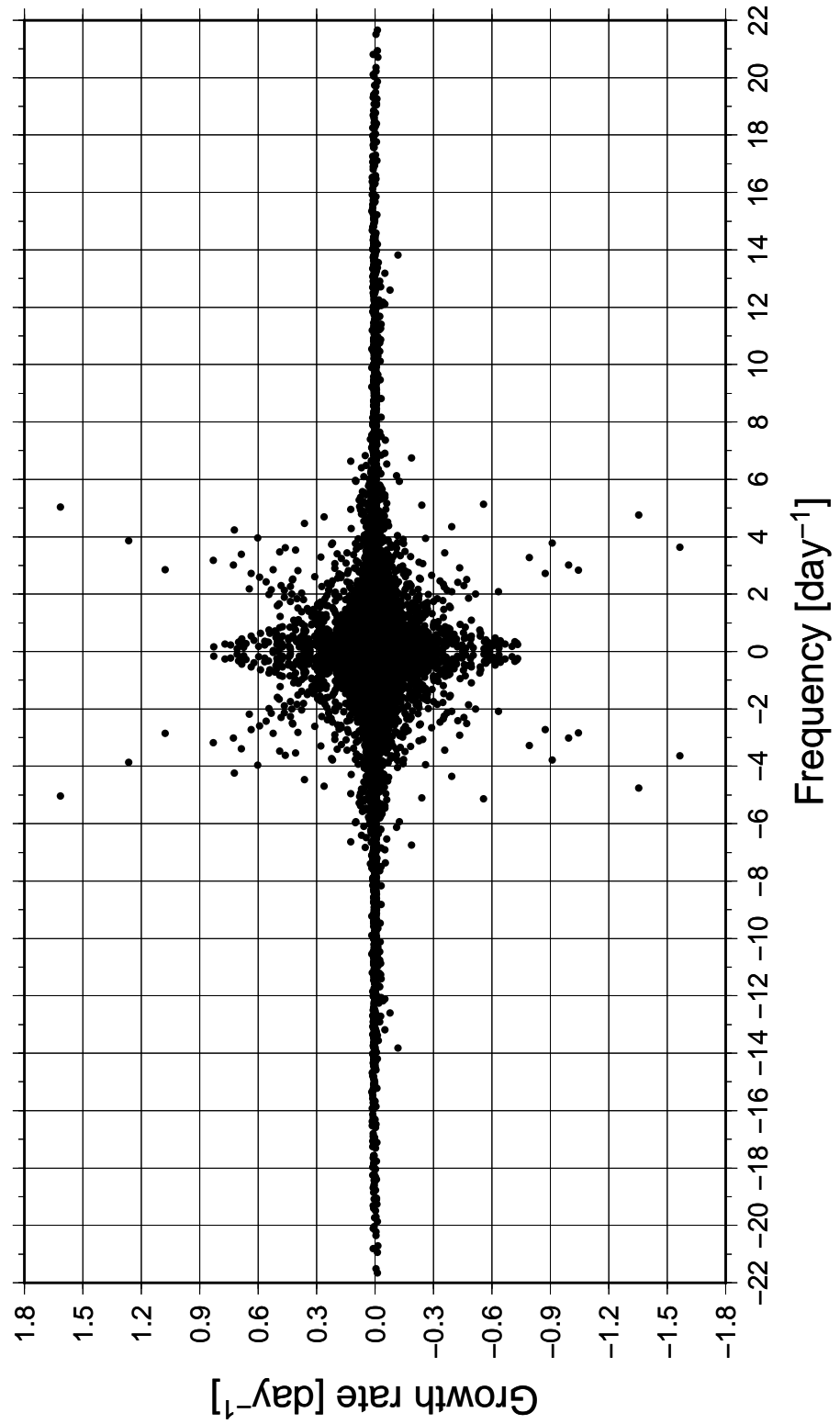


図 45: 全てのロスビーモードと重力波モードを含めた、非地衡風平衡な基本場において線形不安定解析を行ったスペクトル．南北モードは  $l_R = 26$   $l_w = l_e = 12$  までで切断している．縦軸は増幅率  $[\text{day}^{-1}]$  を、横軸は振動数  $[\text{day}^{-1}]$  を表す．

Spectrum (non-zonal basic state)  
All Rossby mode + Gravity mode (no diffusion)

Jan 1981–2010

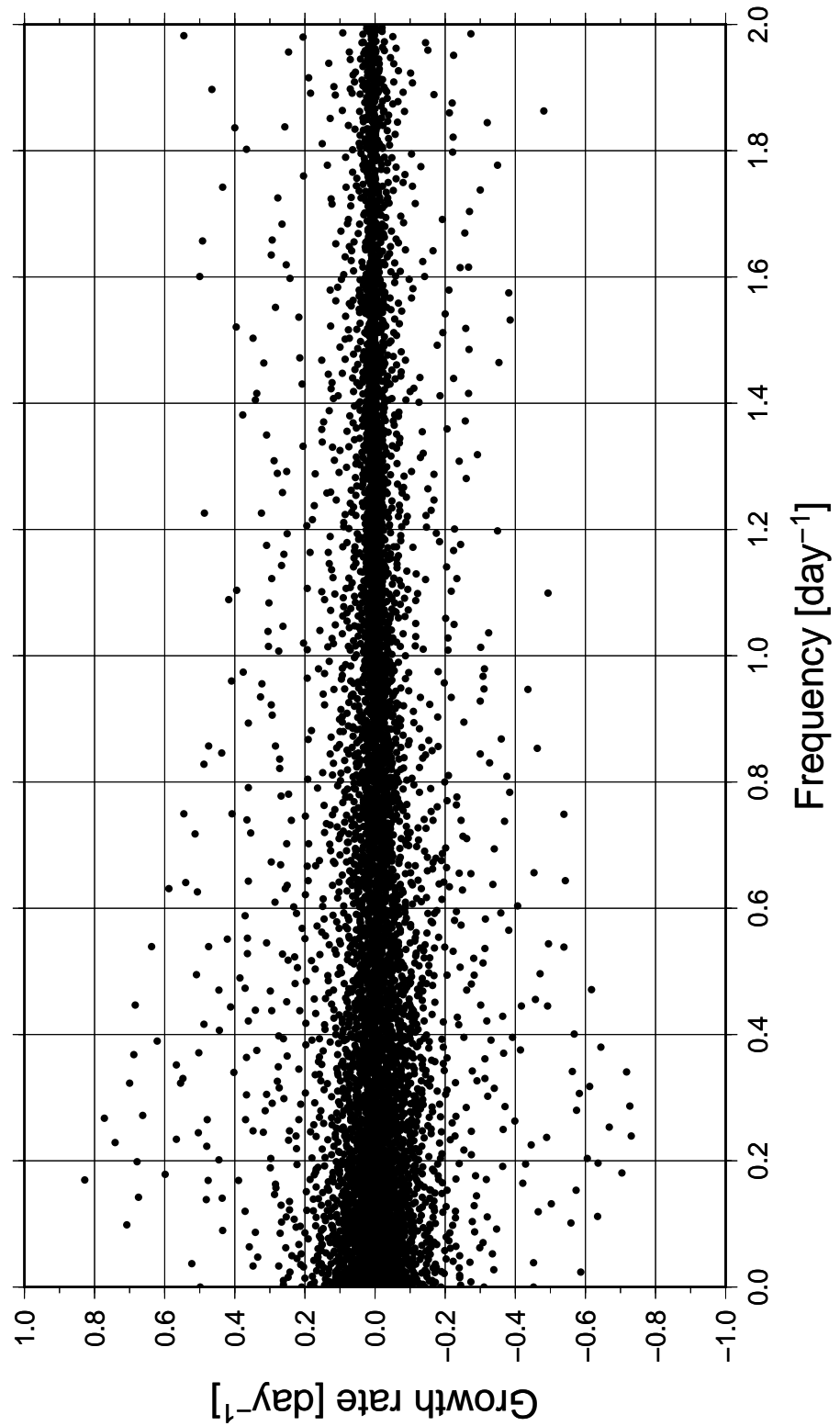


図 46: 全てのロスビーモードと重力波モードを含めた，非地衡風平衡な基本場における線形不安定解析を行ったスペクトル．南北モードは  $l_R = 26$   $l_w = l_e = 12$  までで切断している．縦軸は増幅率  $[\text{day}^{-1}]$  を，横軸は振動数  $[\text{day}^{-1}]$  を表す．振動数が正， $2.0[\text{day}^{-1}]$  以下の部分のみを示している．

# Barotropic Height

## Zonal basic state (no diffusion)

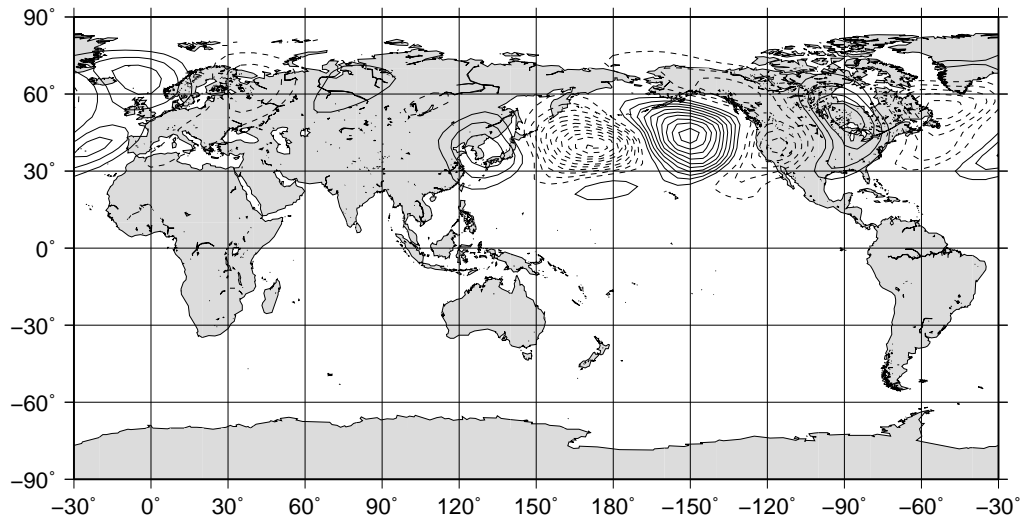


図 47: 全てのロスビーモードと重力波モードを含めた, 非地衡風平衡な基本場における線形不安定解析により, 不安定モードとして北半球に現れた  $M_c(n=6)$  の構造を持つ順圧高度場 .

# Barotropic Height

## Zonal basic state (no diffusion)

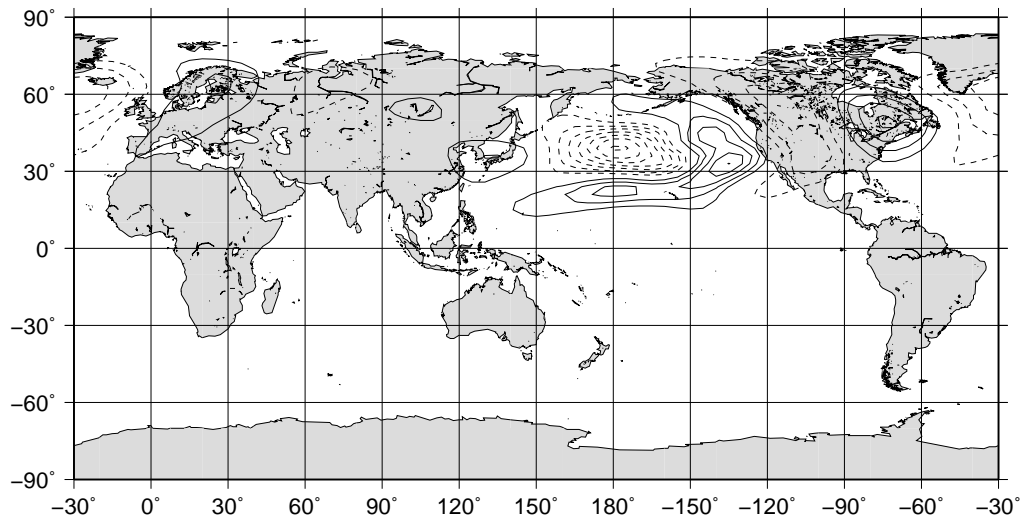


図 48: 全てのロスビーモードと重力波モードを含めた, 非地衡風平衡な基本場における線形不安定解析により, 不安定モードとして北半球に現れた  $M_c(n=5)$  の構造を持つ順圧高度場 .

# Barotropic Height

## Zonal basic state (no diffusion)

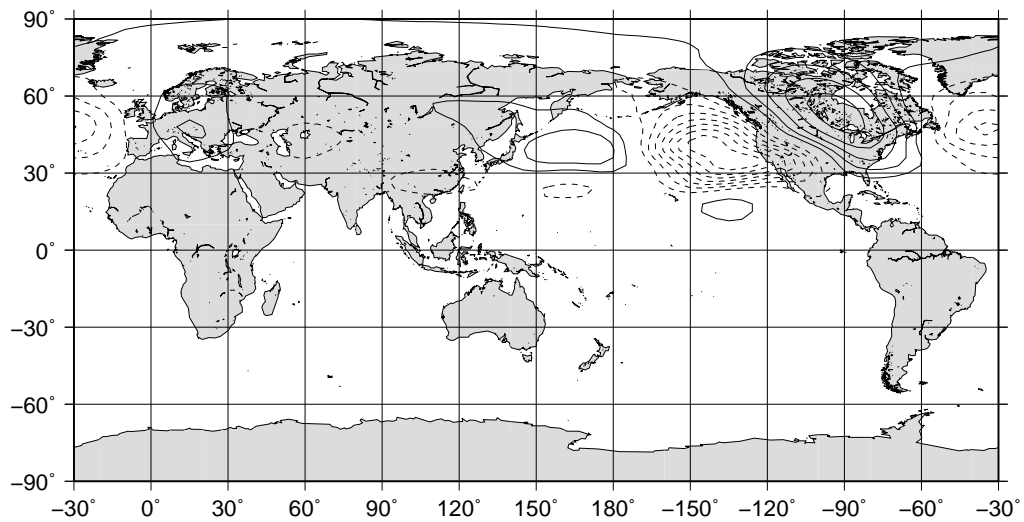


図 49: 全てのロスビーモードと重力波モードを含めた，非地衡風平衡な基本場における線形不安定解析により，不安定モードとして北半球に現れた太平洋から大西洋にかけて最大振幅を持つ順圧高度場．

# Barotropic Height

## Zonal basic state (no diffusion)

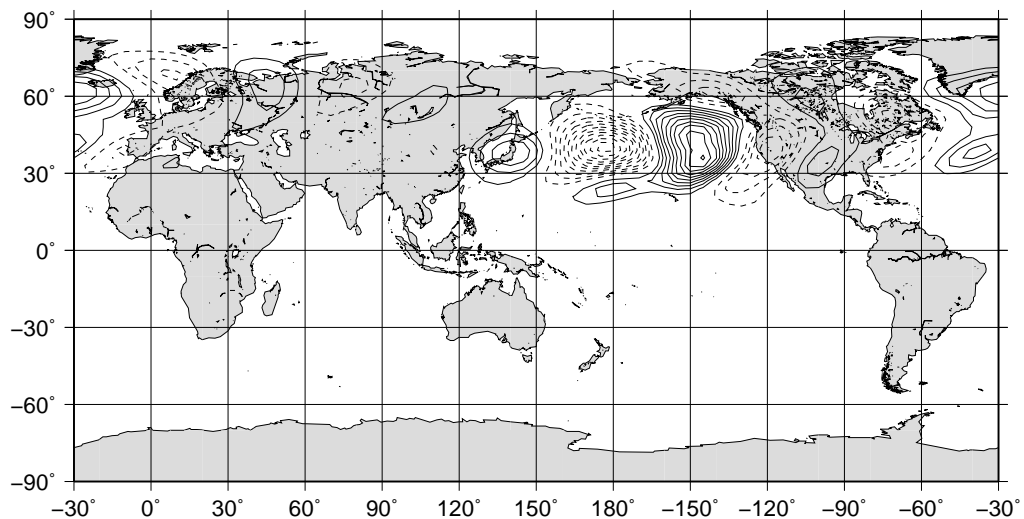


図 50: 全てのロスビーモードと重力波モードを含めた，非地衡風平衡な基本場における線形不安定解析により，不安定モードとして北半球に現れた  $n=6$  の構造を持つ順圧高度場．

# Barotropic Height

## Zonal basic state (no diffusion)

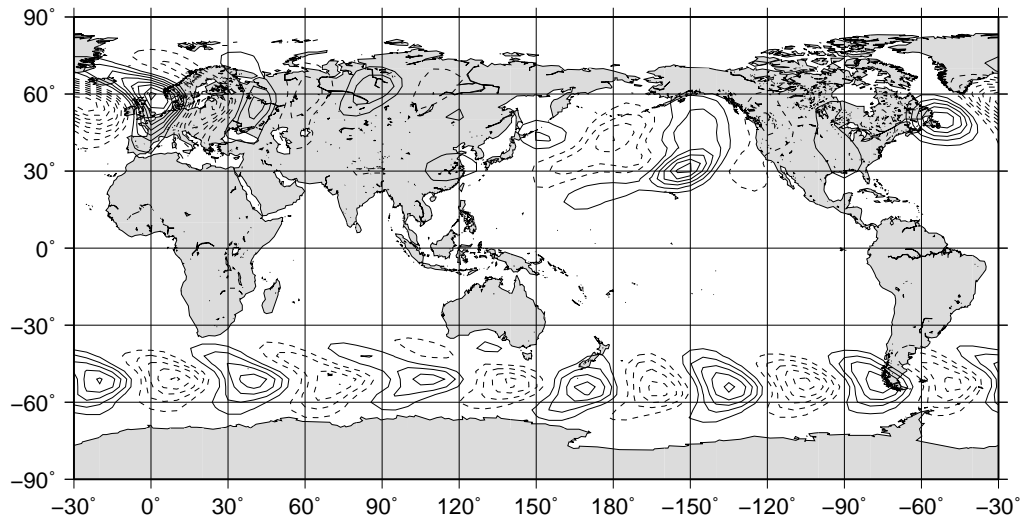


図 51: 全てのロスビーモードと重力波モードを含めた，非地衡風平衡な基本場における線形不安定解析により，不安定モードとして南半球に現れた  $M_c(n=6)$  の構造を持つ順圧高度場．

# Barotropic Height

## Zonal basic state (no diffusion)

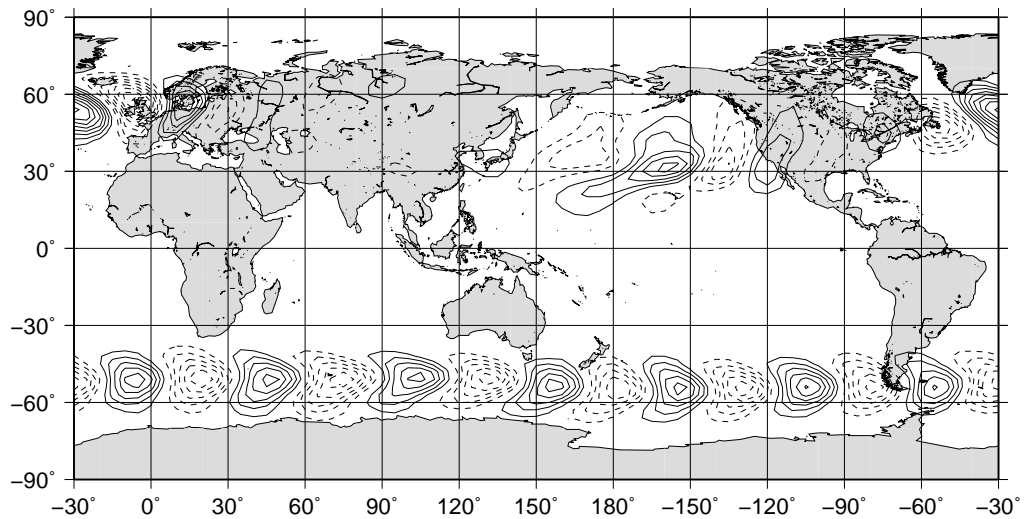


図 52: 全てのロスビーモードと重力波モードを含めた，非地衡風平衡な基本場における線形不安定解析により，不安定モードとして南半球に現れた  $M_c(n=7)$  の構造を持つ順圧高度場．

Spectrum (non-zonal basic state)  
Rossby mode + Gravity mode (no diffusion)  
Basic state (Jan 1981–2010)

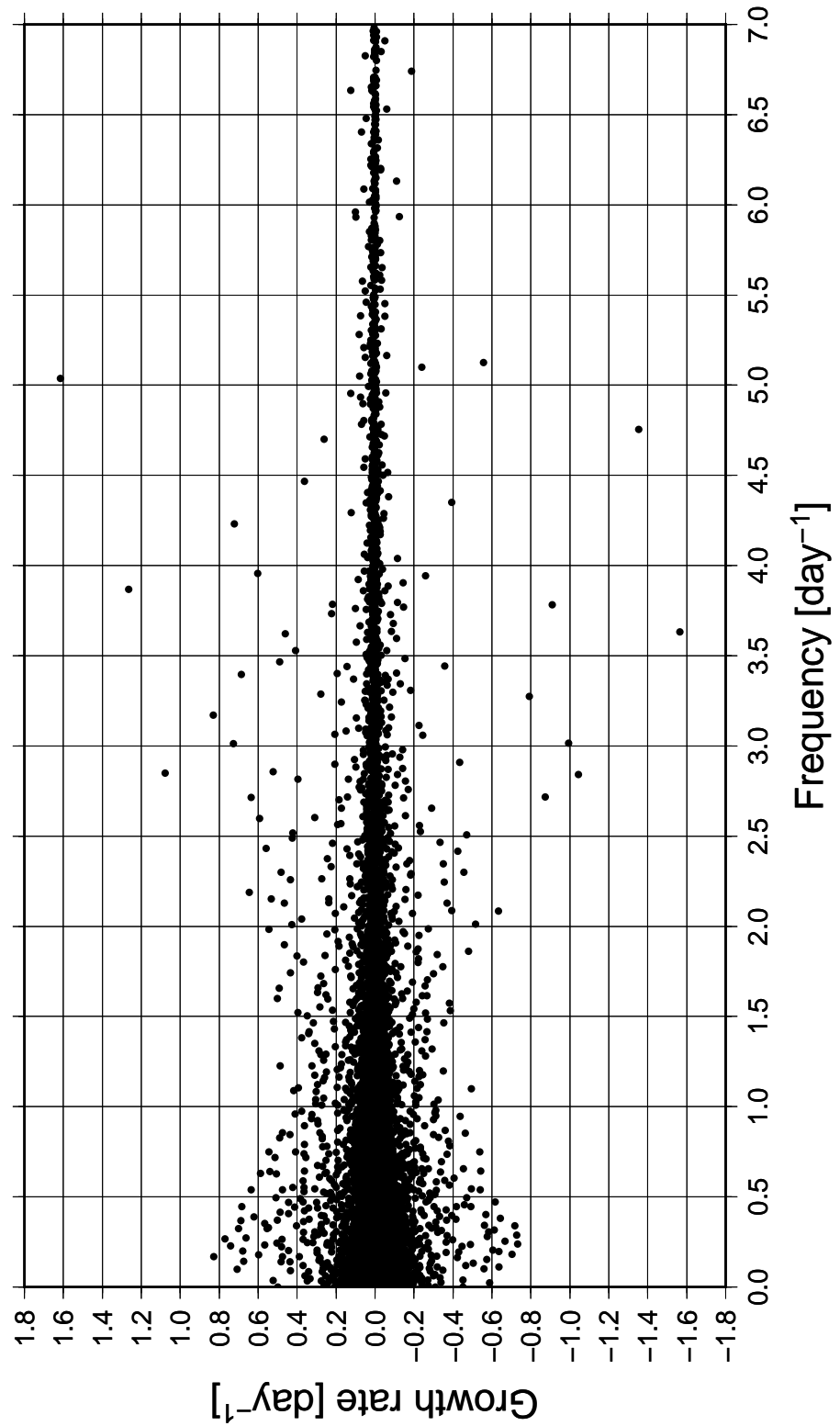


図 53: 全てのロスビーモードと重力波モードを含めた，非地衡風平衡な基本場における線形不安定解析を行ったスペクトル．南北モードは  $l_R = 26$   $l_w = l_e = 12$  までで切断している．縦軸は増幅率  $[\text{day}^{-1}]$  を，横軸は振動数  $[\text{day}^{-1}]$  を表す．振動数が正， $7.0[\text{day}^{-1}]$  以下の部分のみを示している．



## Barotropic Height

Zonal basic state (no diffusion)

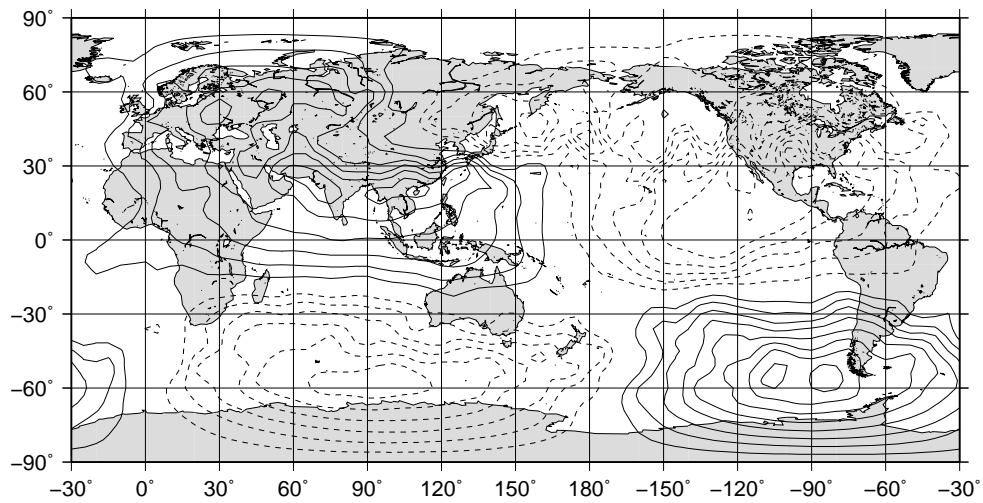


図 54: 全てのロスビーモードと重力波モードを含めた，非地衡風平衡な基本場における線形不安定解析により，不安定モードとして現れた  $G (n = 1)$  の構造を持つ順圧高度場．

## Geopotential Amplitude

Geostrophic zonal basic state  
81–10 January climate

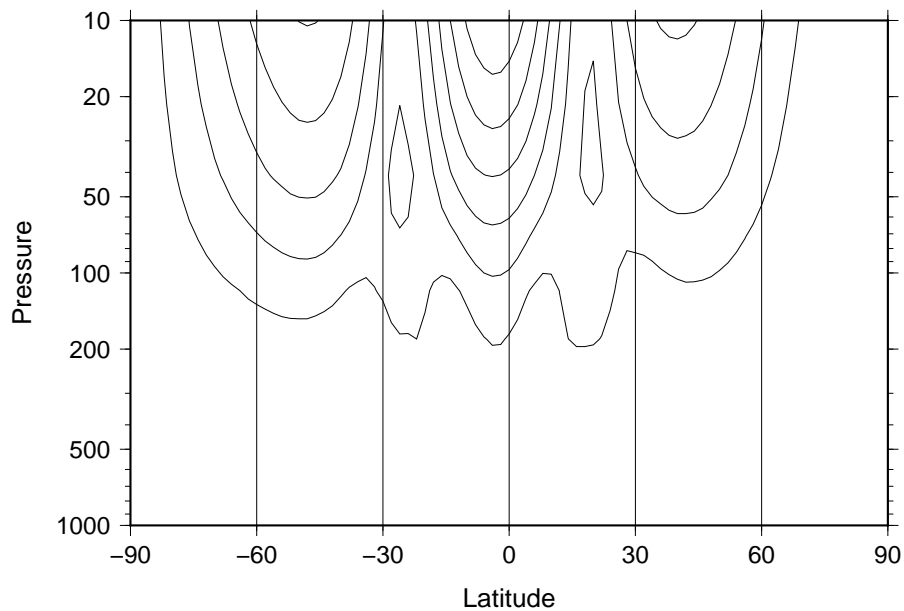


図 55: 全てのロスビーモードと重力波モードを含めた，非地衡風平衡な基本場における線形不安定解析により，不安定モードとして北半球に現れた  $G (n = 1)$  のジオポテンシャル高度の振幅の鉛直断面．

## Barotropic Height

Zonal basic state (no diffusion)

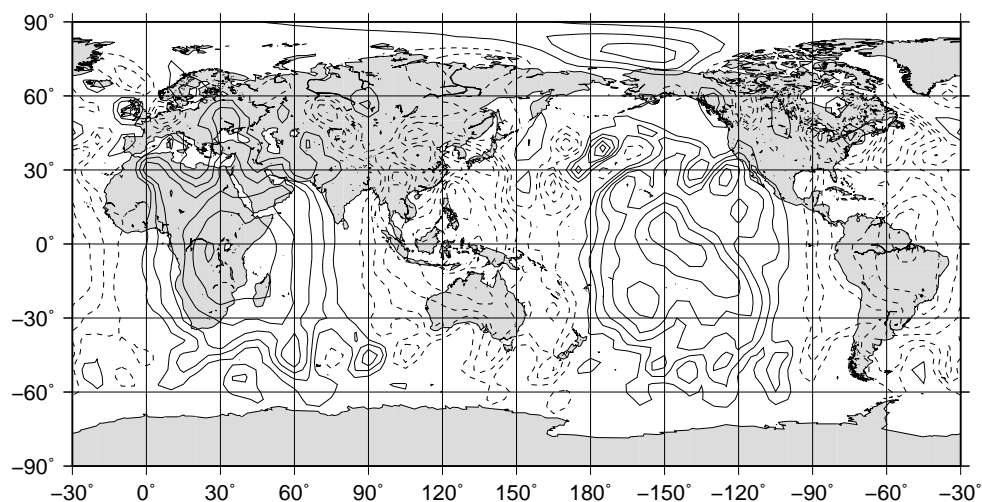


図 56: 全てのロスビーモードと重力波モードを含めた，非地衡風平衡な基本場における線形不安定解析により，不安定モードとして現れた  $G (n = 2)$  の構造を持つ順圧高度場．

## Geopotential Amplitude

Geostrophic zonal basic state  
81–10 January climate

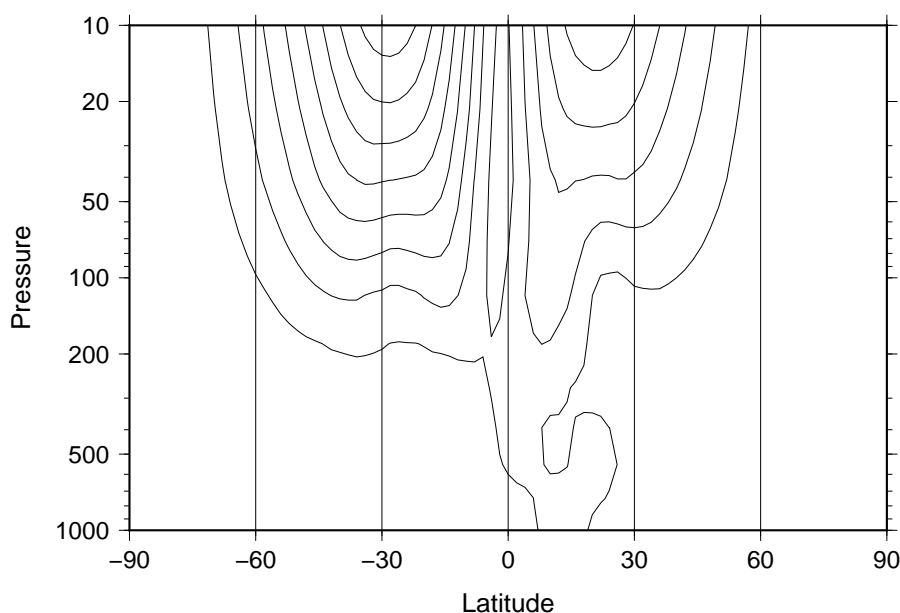


図 57: 全てのロスビーモードと重力波モードを含めた，非地衡風平衡な基本場における線形不安定解析により，不安定モードとして北半球に現れた  $G (n = 2)$  のジオポテンシャル高度の振幅の鉛直断面．

## Barotropic Height

Zonal basic state (no diffusion)

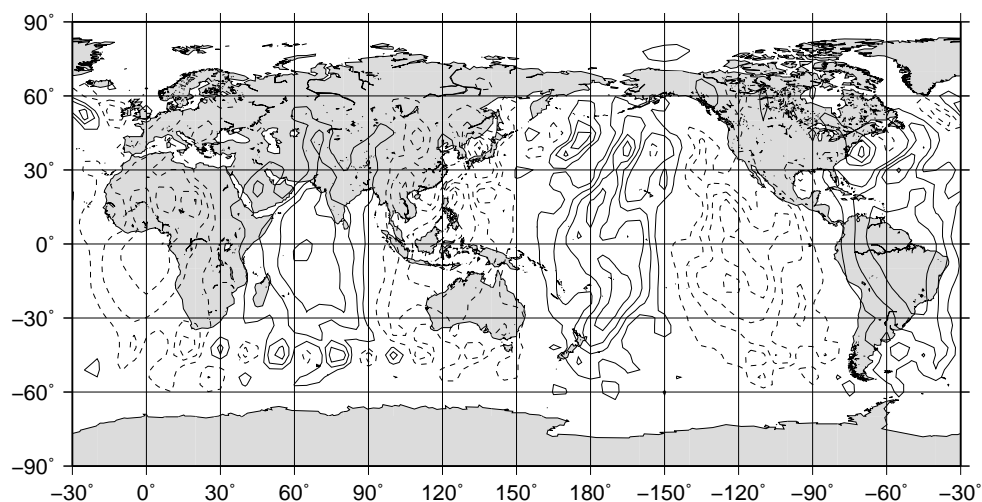


図 58: 全てのロスビーモードと重力波モードを含めた，非地衡風平衡な基本場における線形不安定解析により，不安定モードとして現れた  $G$  ( $n = 3$ ) の構造を持つ順圧高度場．

## Geopotential Amplitude

Geostrophic zonal basic state  
81–10 January climate

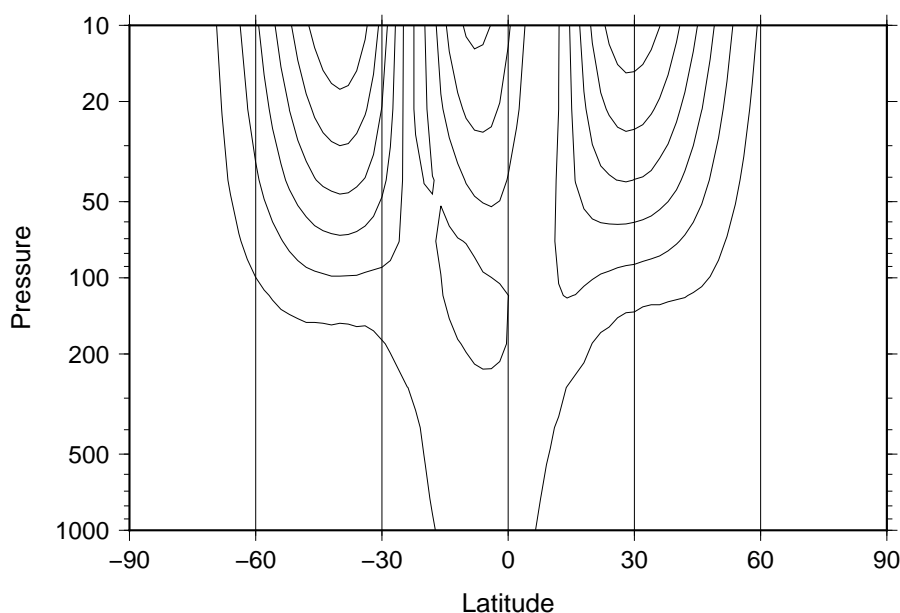


図 59: 全てのロスビーモードと重力波モードを含めた，非地衡風平衡な基本場における線形不安定解析により，不安定モードとして北半球に現れた  $G$  ( $n = 3$ ) のジオポテンシャル高度の振幅の鉛直断面．

Spectrum (non-zonal basic state)  
All Rossby mode + Gravity mode (no diffusion)

Jan 1981–2010

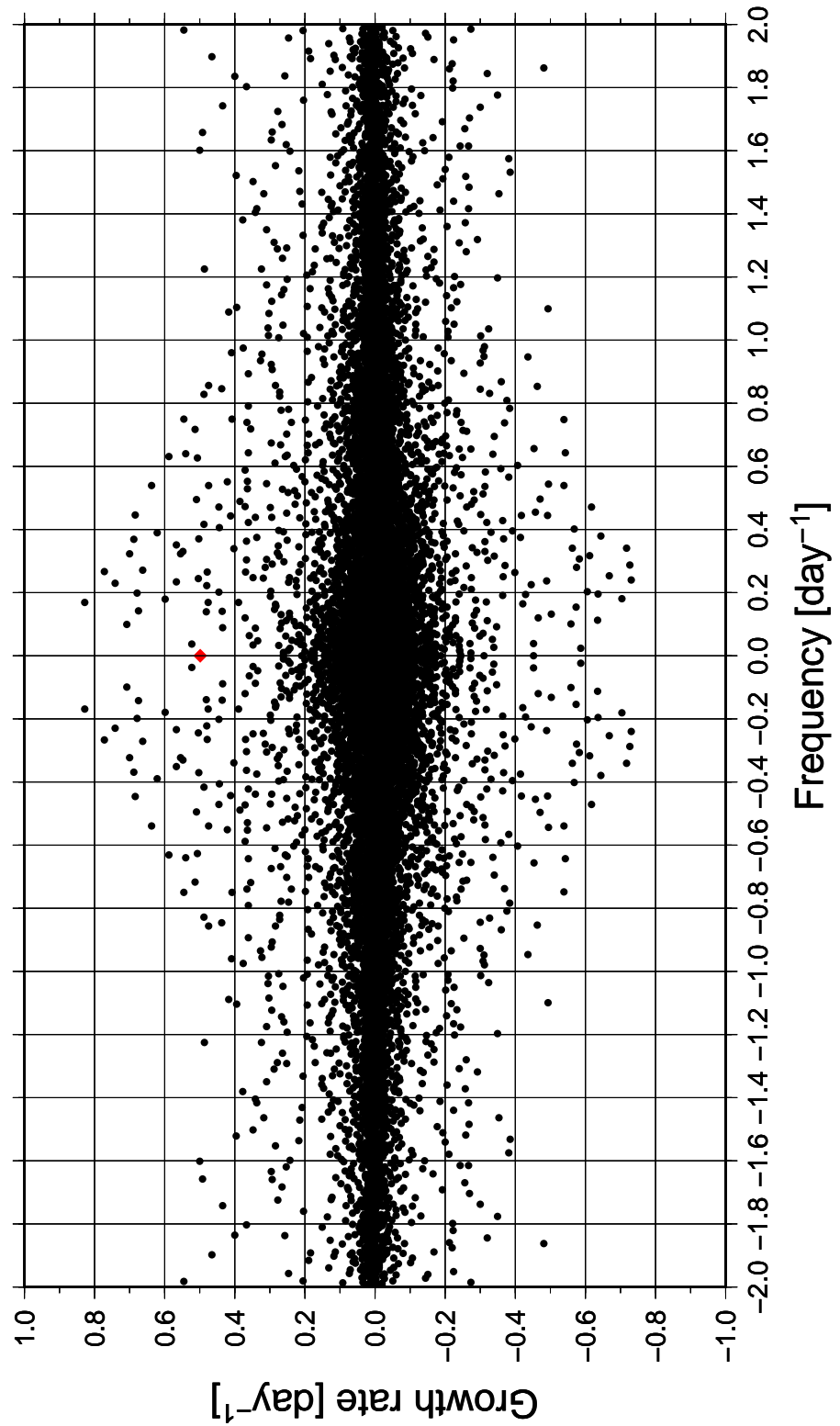


図 60: 全てのロスビーモードと重力波モードを含めた，非地衡風平衡な基本場における外力なしでの線形不安定解析を行ったスペクトル．南北モードは  $l_R = 26$ ， $l_w = l_e = 12$  までで切断している．縦軸は増幅率  $[\text{day}^{-1}]$  を，横軸は振動数  $[\text{day}^{-1}]$  を表す．振動数  $2.0[\text{day}^{-1}]$  以下を示している．

# Barotropic Height

Zonal basic state (no diffusion)

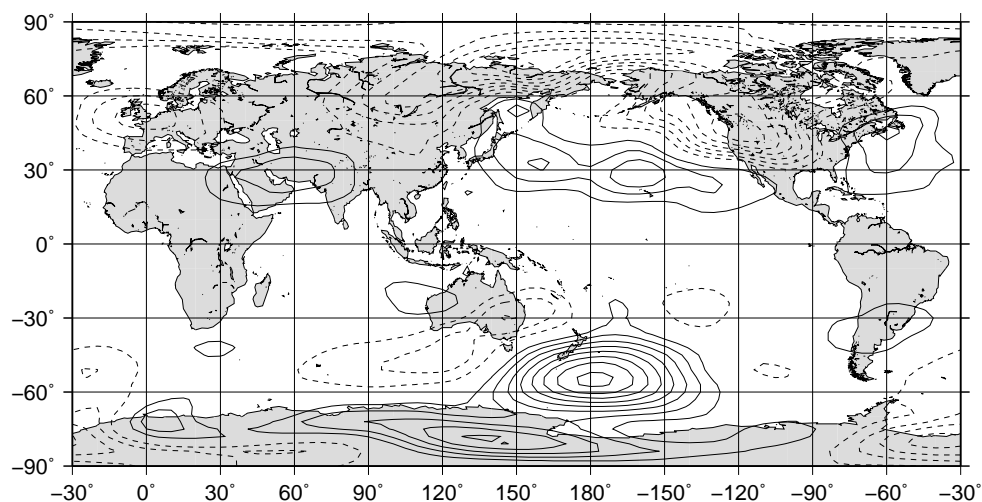


図 61: 全てのロスビーモードと重力波モードを含めた，非地衡風平衡な基本場における外力なしの線形不安定解析により，最大不安定の定在モードの順圧高度場の構造．

# Divergence

230.24 hPa

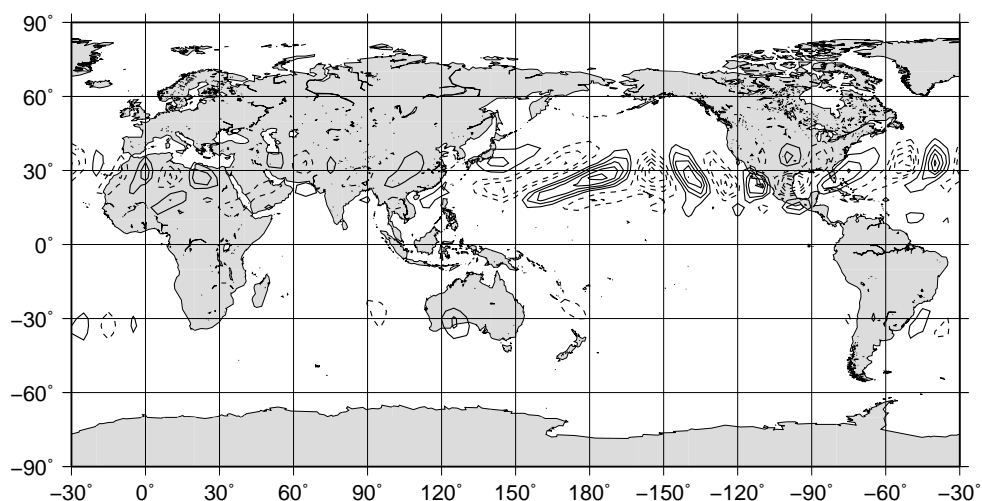


図 62: 全てのロスビーモードと重力波モードを含めた，非地衡風平衡な基本場における外力なしの線形不安定解析により，最大不安定の定在モード (図??の赤菱形) の 230hPa における発散場の構造．

# Spectrum (non-zonal basic state) All Rossby mode + Gravity mode (Barotropic diffusion)

Jan 1981–2010

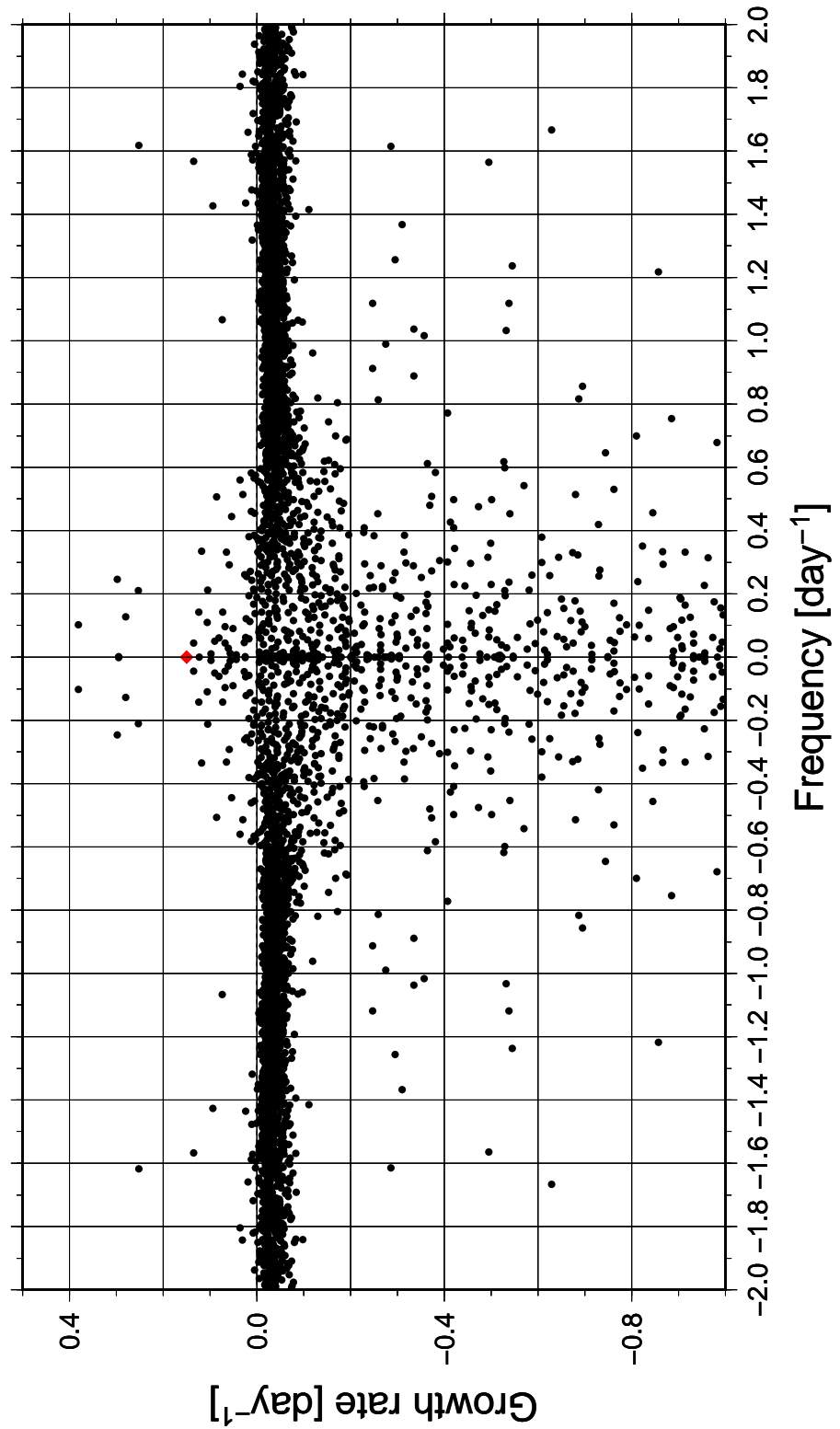


図 63: 全てのロスビーモードと重力波モードを含めた，非地衡風平衡な基本場における外力ありでの線形不安定解析を行ったスペクトル．南北モードは  $l_R = 26$ ， $l_w = l_e = 12$  までで切断している．縦軸は増幅率  $[\text{day}^{-1}]$  を，横軸は振動数  $[\text{day}^{-1}]$  を表す．振動数  $2.0[\text{day}^{-1}]$  以下を示している．

## Barotropic Height

Full matrix (Barotropic diffusion)

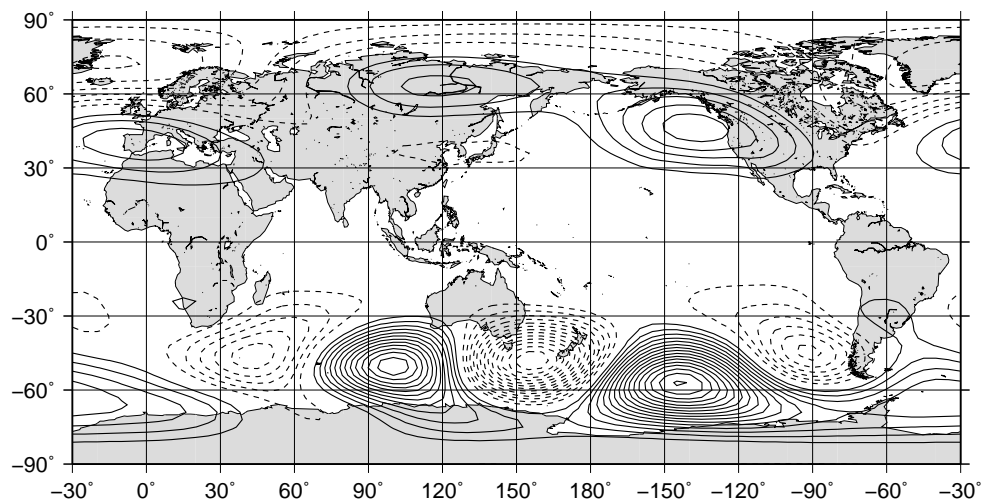


図 64: 全てのロスビーモードと重力波モードを含めた，非地衡風平衡な基本場における外力ありの線形不安定解析により，最大不安定の定在モード (図??の赤菱形) の順圧高度場の構造．

## Divergence

All Rossby mode (Barotropic diffusion)  
230.24 hPa

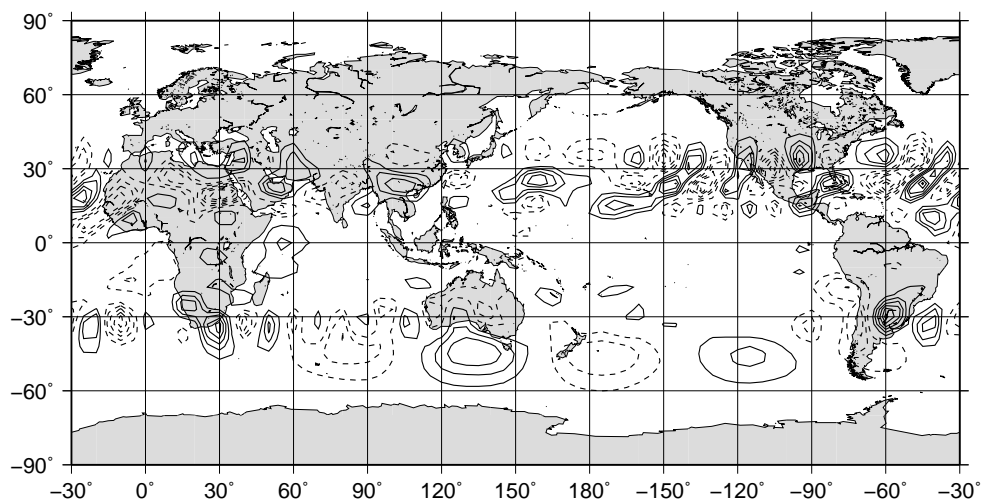


図 65: 全てのロスビーモードと重力波モードを含めた，非地衡風平衡な基本場における外力ありの線形不安定解析により，最大不安定の定在モード (図??の赤菱形) の 230hPa における発散場の構造．

Spectrum (non-zonal basic state)  
Gravity mode (no diffusion)  
Basic state (Jan 1981–2010)

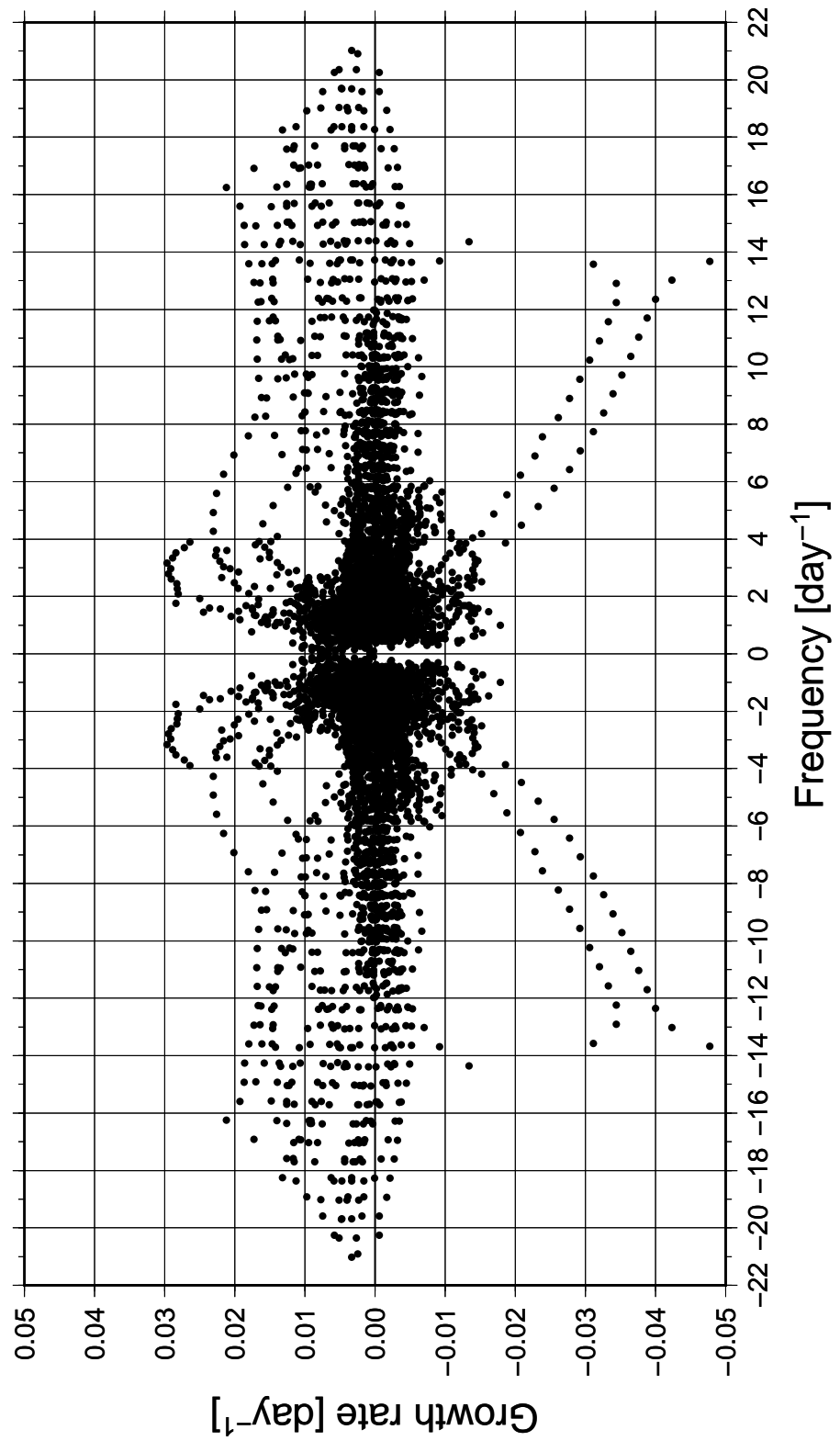


図 66: 重力波モードのみによる，非地衡風平衡な基本場において線形不安定解析を行ったスペクトル．南北モードは  $l_w = l_e = 12$  までで切断している．縦軸は増幅率  $[\text{day}^{-1}]$  を，横軸は振動数  $[\text{day}^{-1}]$  を表す．



Spectrum (non-zonal basic state)  
Gravity mode (no diffusion)  
Basic state (Jan 1981–2010)

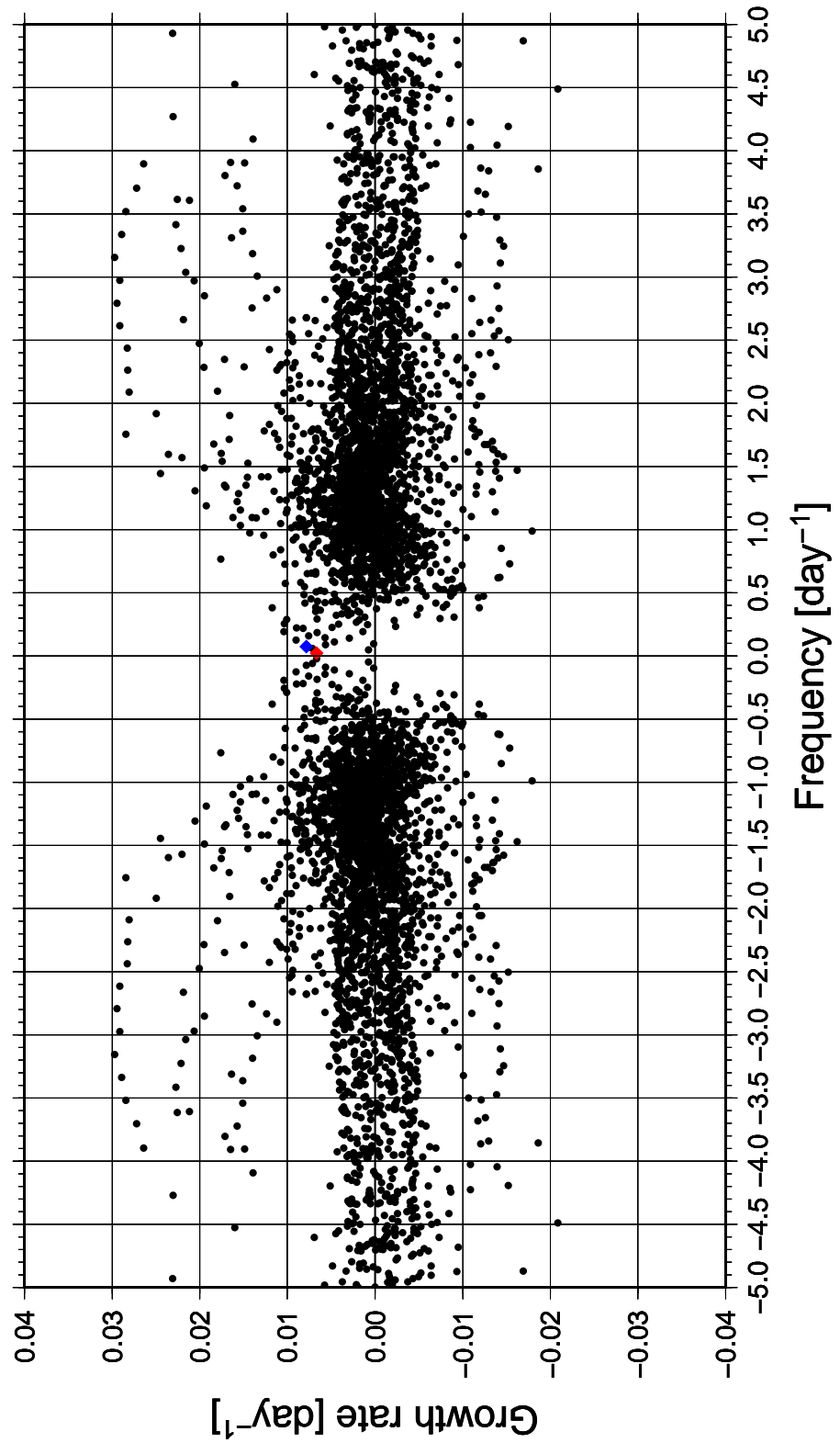


図 67: 重力波モードのみによる，非地衡風平衡な基本場において線形不安定解析を行ったスペクトル．南北モードは  $l_w = l_e = 12$  までで切断している．縦軸は増幅率  $[\text{day}^{-1}]$  を，横軸は振動数  $[\text{day}^{-1}]$  を表す．振動数の大きさが  $5.0[\text{day}^{-1}]$  以下の部分のみを示している．

## Divergence

Gravity mode (no diffusion)

834.76 hPa

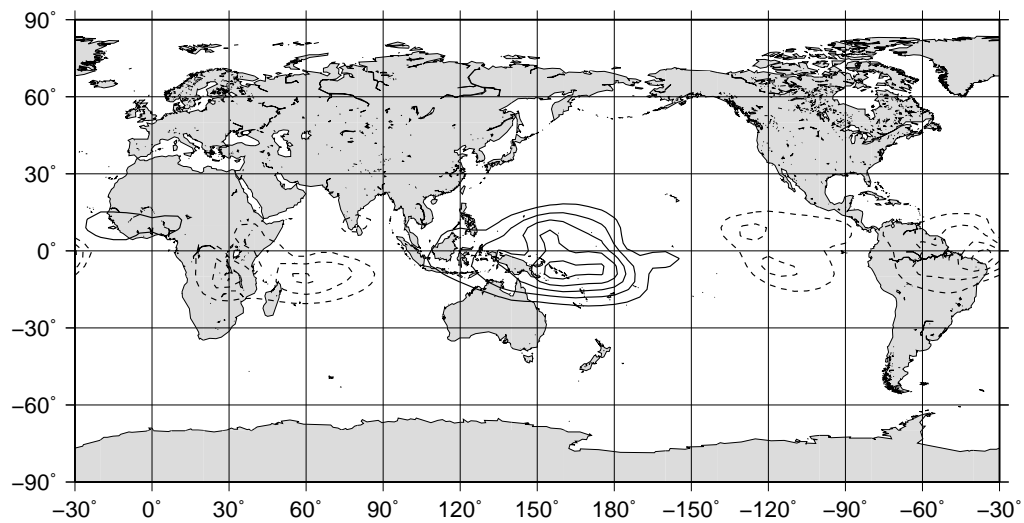


図 68: 重力波モードのみによる，非地衡風平衡な基本場における線形不安定解析により，最小振動数の不安定モード (図 67 の赤菱形) の 850hPa における発散場．位相は周期を 30 分割した 1 番目を示している．

## Divergence

Gravity mode (no diffusion)

834.76 hPa

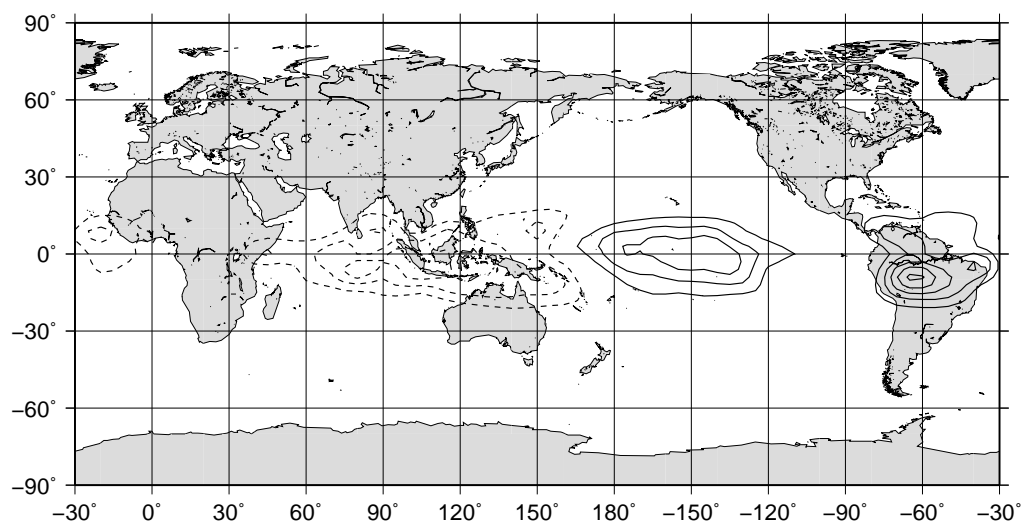


図 69: 重力波モードのみによる，非地衡風平衡な基本場における線形不安定解析により，最小振動数の不安定モード (図 67 の赤菱形) の 850hPa における発散場．位相は周期を 30 分割した 10 番目を示している．

## Divergence

Gravity mode (no diffusion)

834.76 hPa

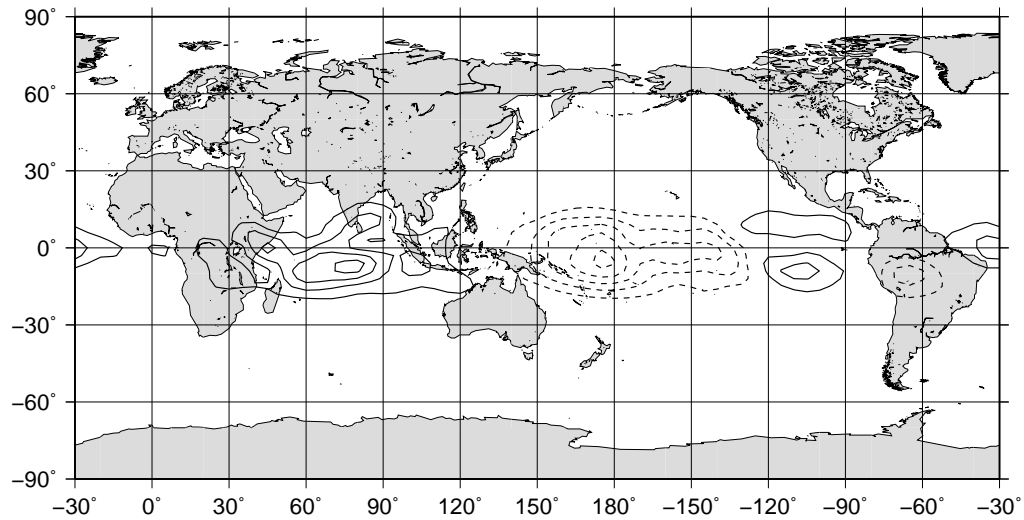


図 70: 重力波モードのみによる，非地衡風平衡な基本場における線形不安定解析により，最小振動数の不安定モード (図 67 の赤菱形) の 850hPa における発散場．位相は周期を 30 分割した 20 番目を示している．

## Divergence

Gravity mode (no diffusion)

834.76 hPa

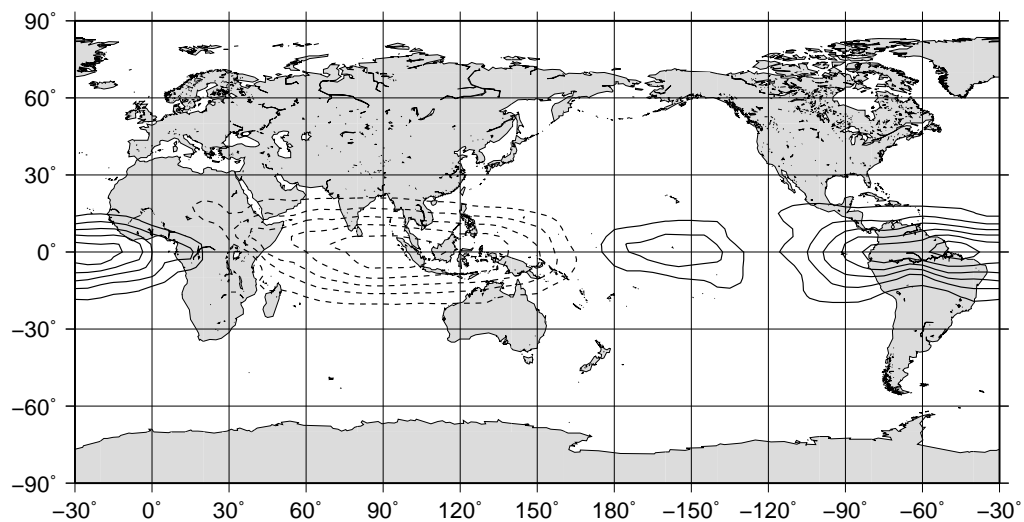


図 71: 重力波モードのみによる，非地衡風平衡な基本場における線形不安定解析により，振動数の小さな領域における最大増幅率の不安定モード (図 67 の青菱形) の 850hPa における発散場

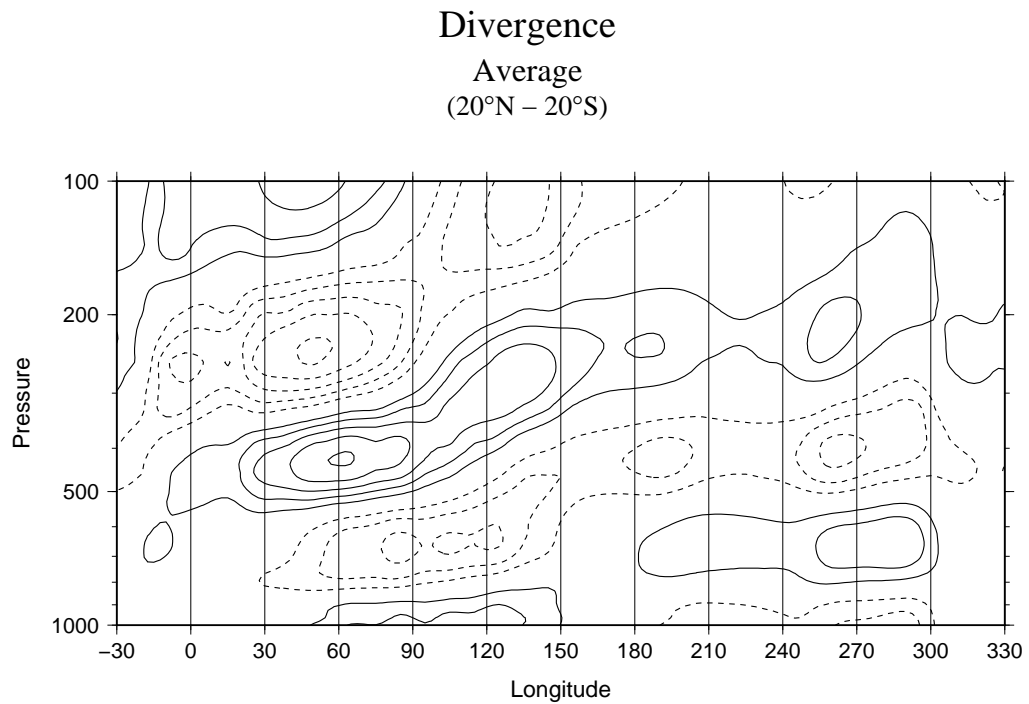


図 72: 重力波モードのみによる，非地衡風平衡な基本場における線形不安定解析により，最小振動数の不安定モード (図 67 の赤菱形) の 850hPa における 20 °N ~ 20 °S の平均発散場の鉛直断面．

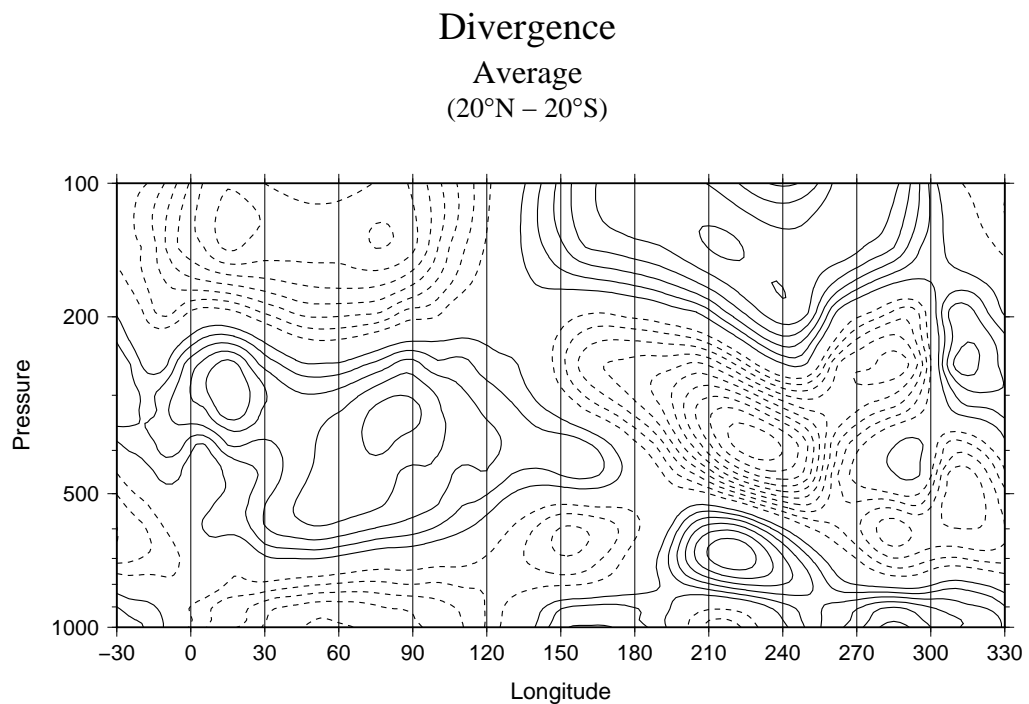


図 73: 重力波モードのみによる，非地衡風平衡な基本場における線形不安定解析により，最小振動数の不安定モード (図 67 の青菱形) の 850hPa における 20 °N ~ 20 °S の平均発散場の鉛直断面．

## Zonal Energy Spectrum (Gravity mode)

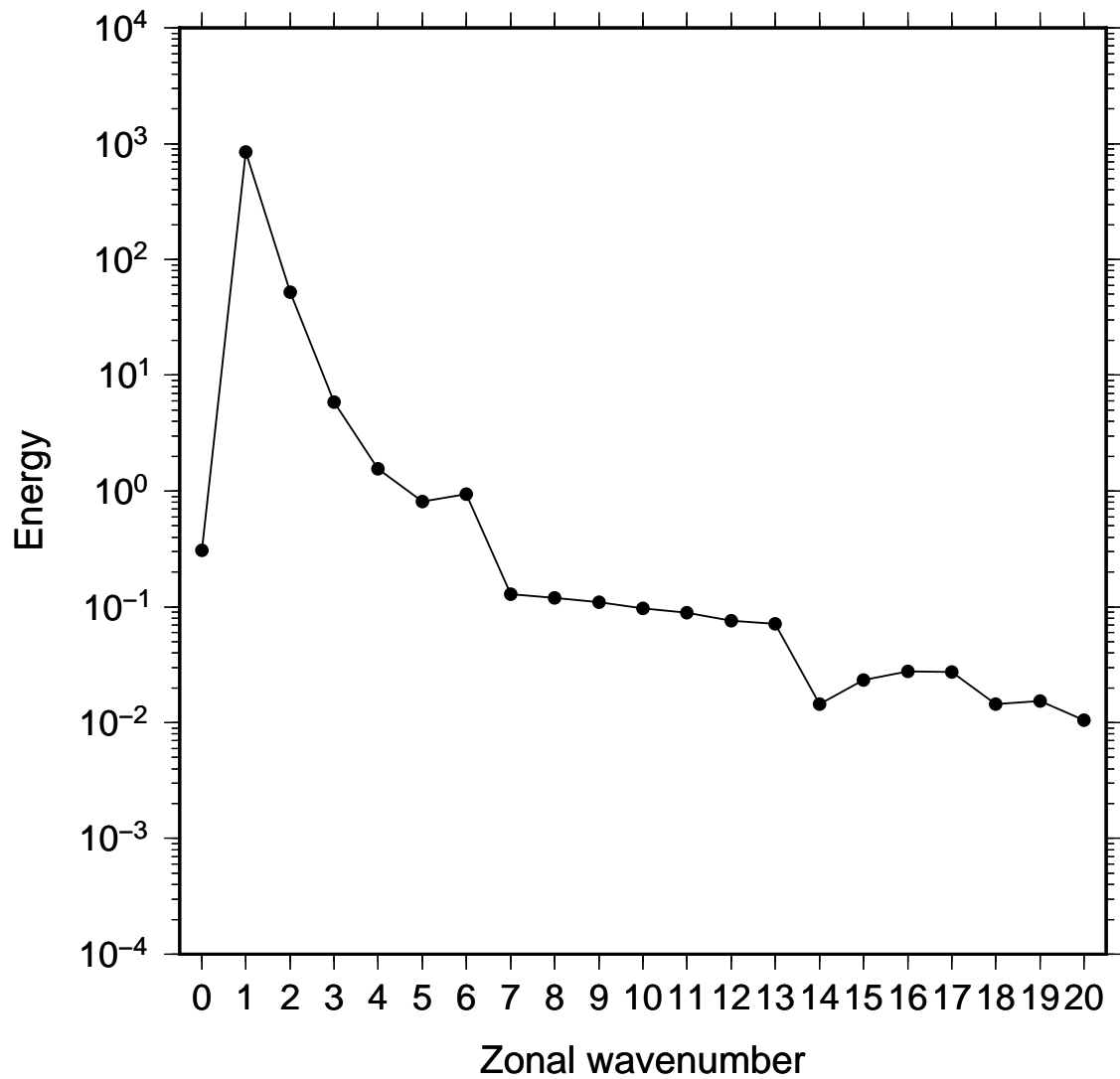


図 74: 重力波モードのみによる，非地衡風平衡な基本場において線形不安定解析による最小振動数の不安定モード (図 67 の赤菱形) の東西波数ごとのエネルギースペクトル。

## Meridional Energy Spectrum (Gravity mode)

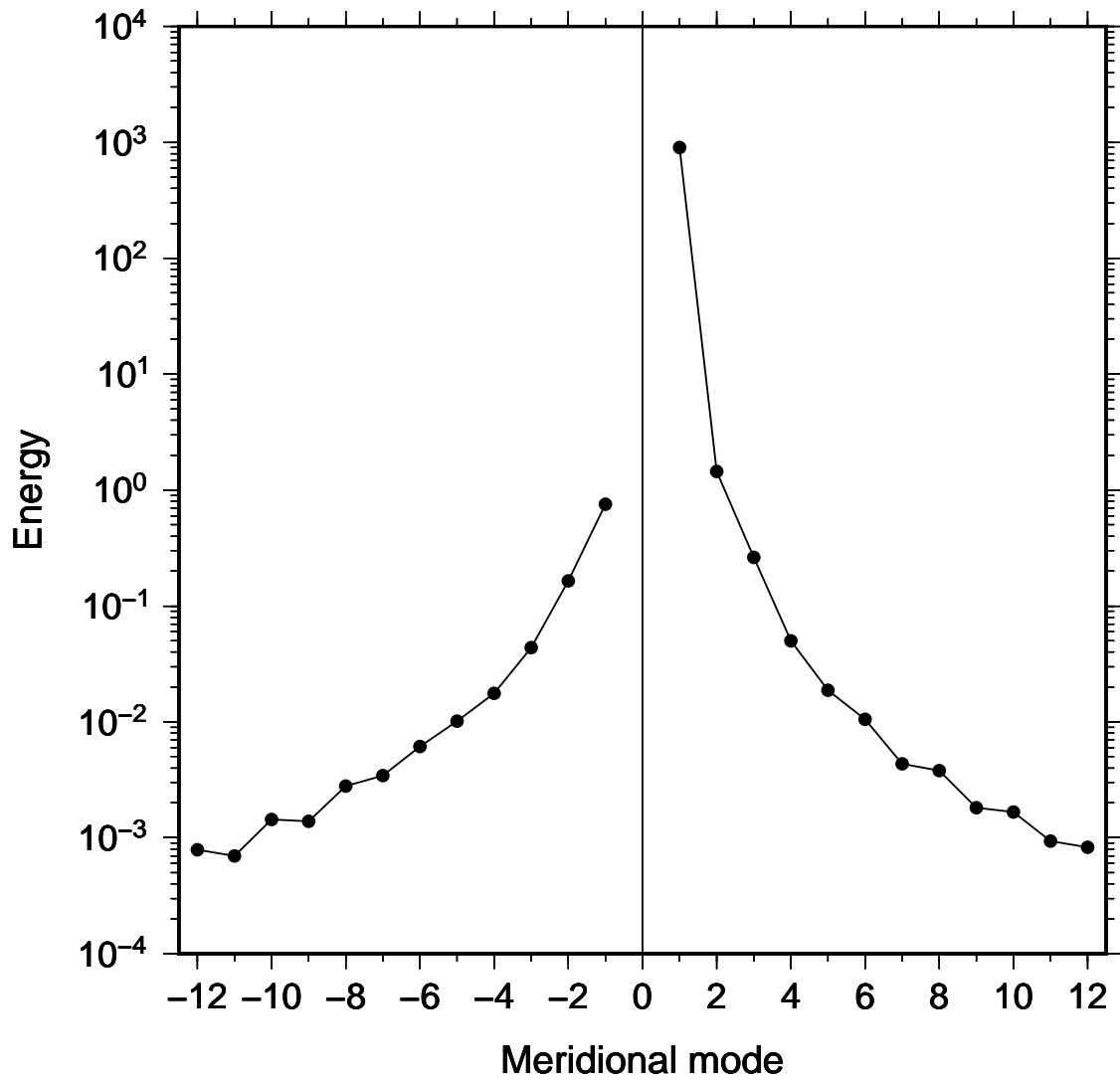


図 75: 重力波モードのみによる，非地衡風平衡な基本場において線形不安定解析による最小振動数の不安定モード (図 67 の赤菱形) の南北モードごとのエネルギースペクトル．

## Vertical Energy Spectrum (Gravity mode)

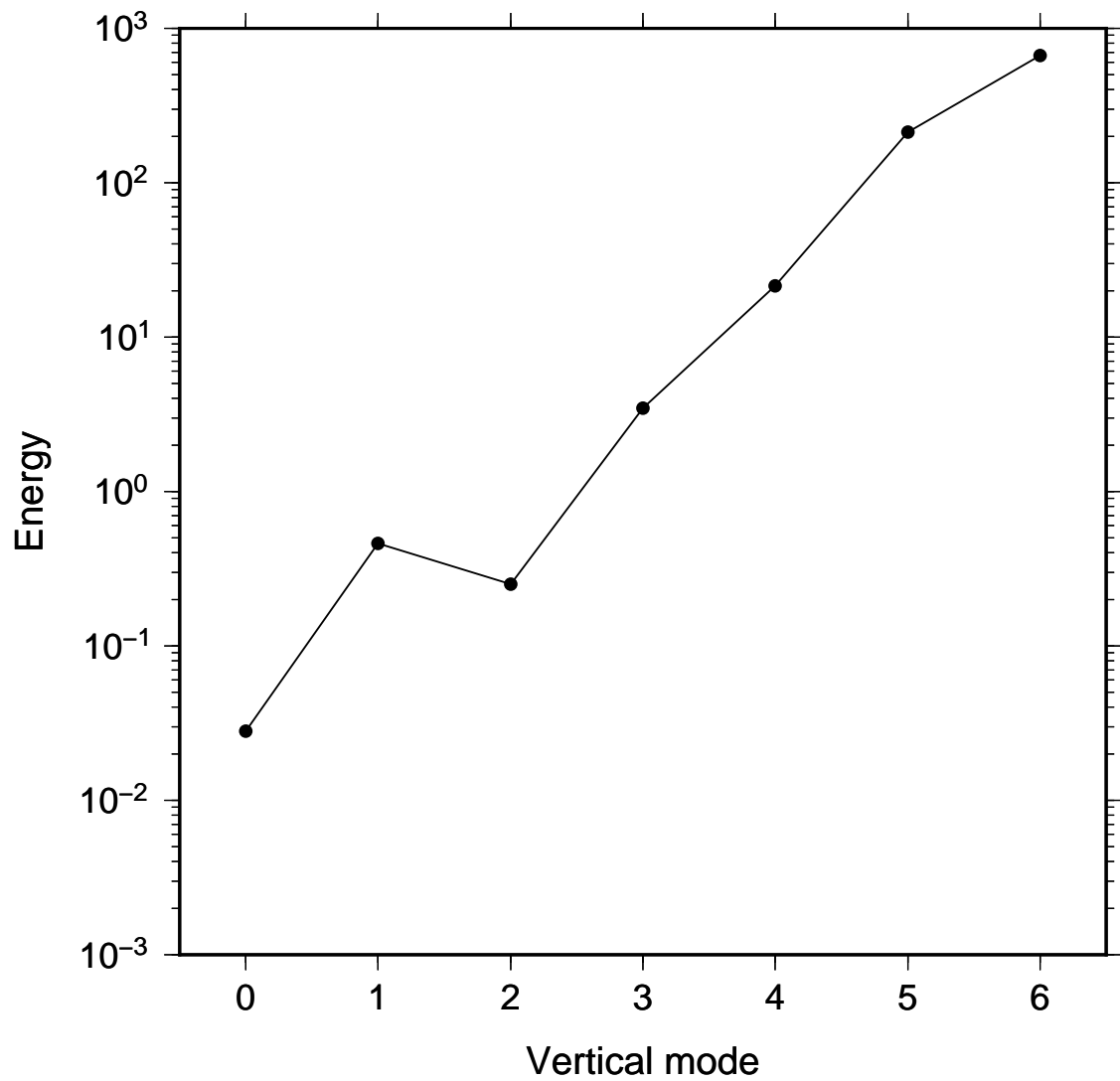


図 76: 重力波モードのみによる，非地衡風平衡な基本場において線形不安定解析による最小振動数の不安定モード (図 67 の赤菱形) の鉛直モードごとのエネルギー Spektrum.

## Zonal Energy Spectrum (Gravity mode)

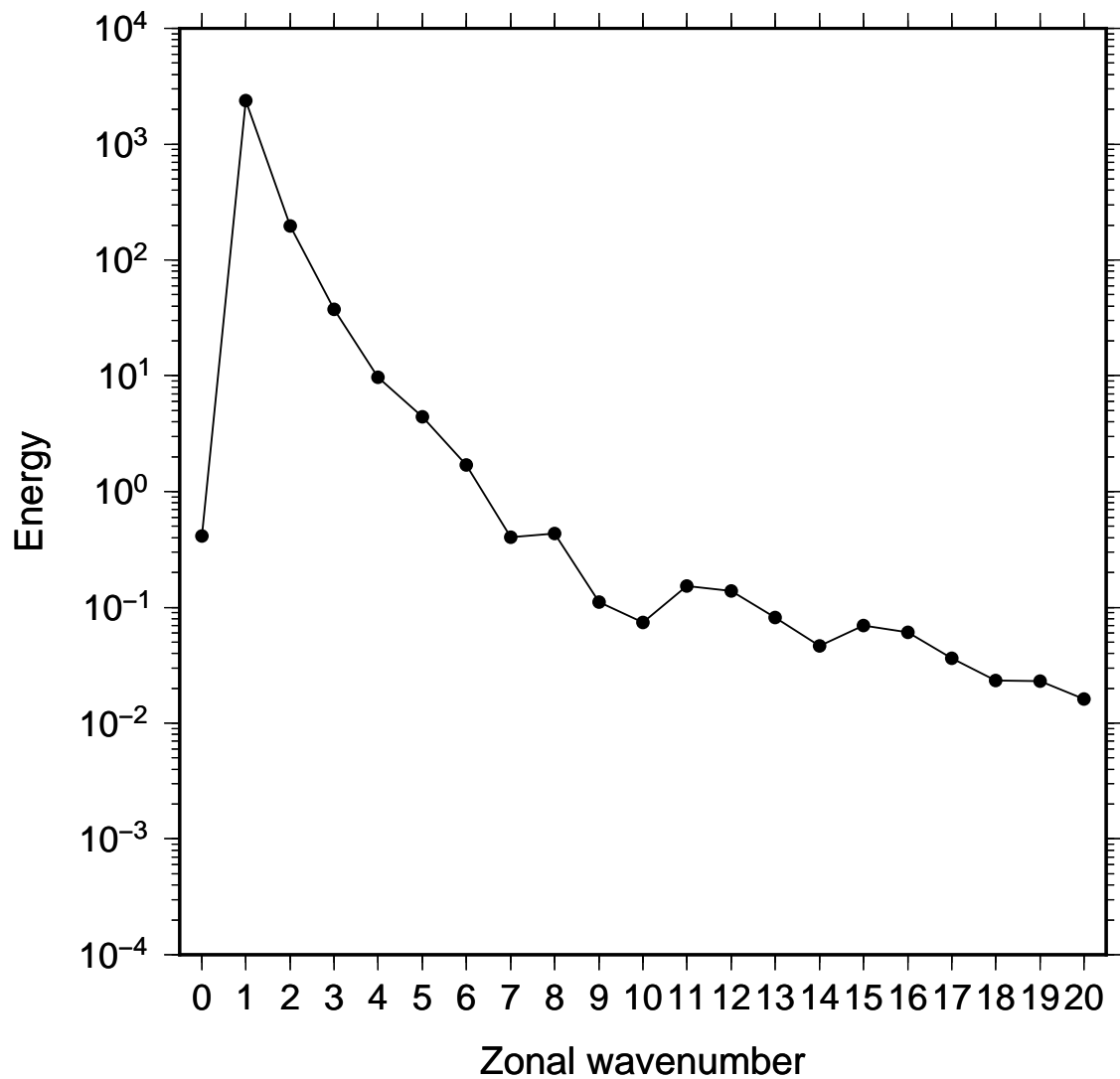


図 77: 重力波モードのみによる，非地衡風平衡な基本場において線形不安定解析による振動数の小さな領域における最大増幅率の不安定モード (図 67 の青菱形) の東西波数ごとのエネルギースペクトル．



## Meridional Energy Spectrum (Gravity mode)

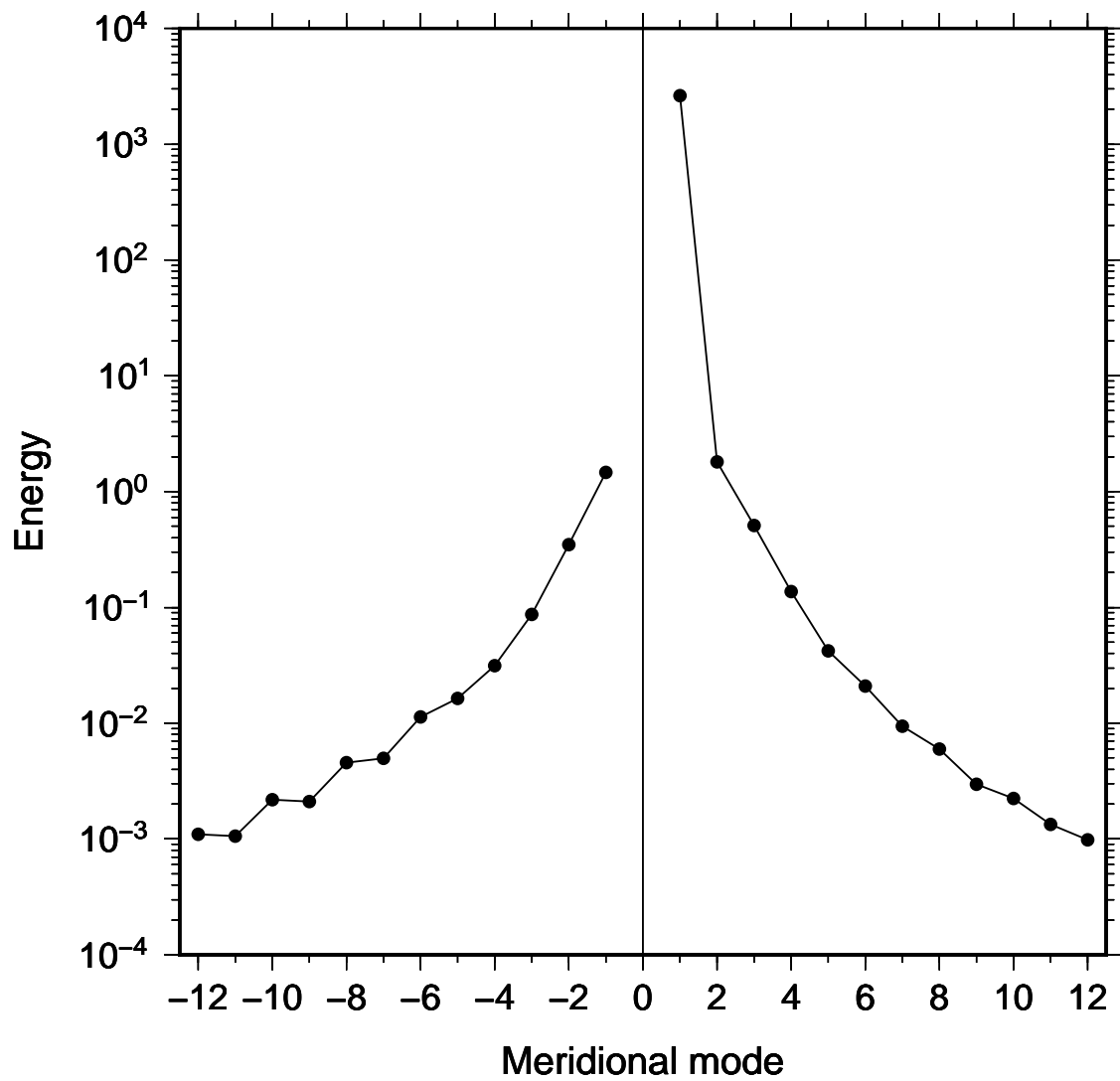


図 78: 重力波モードのみによる，非地衡風平衡な基本場において線形不安定解析による振動数の小さな領域における最大増幅率の不安定モード (図 67 の青菱形) の南北モードごとのエネルギースペクトル．

## Vertical Energy Spectrum (Gravity mode)

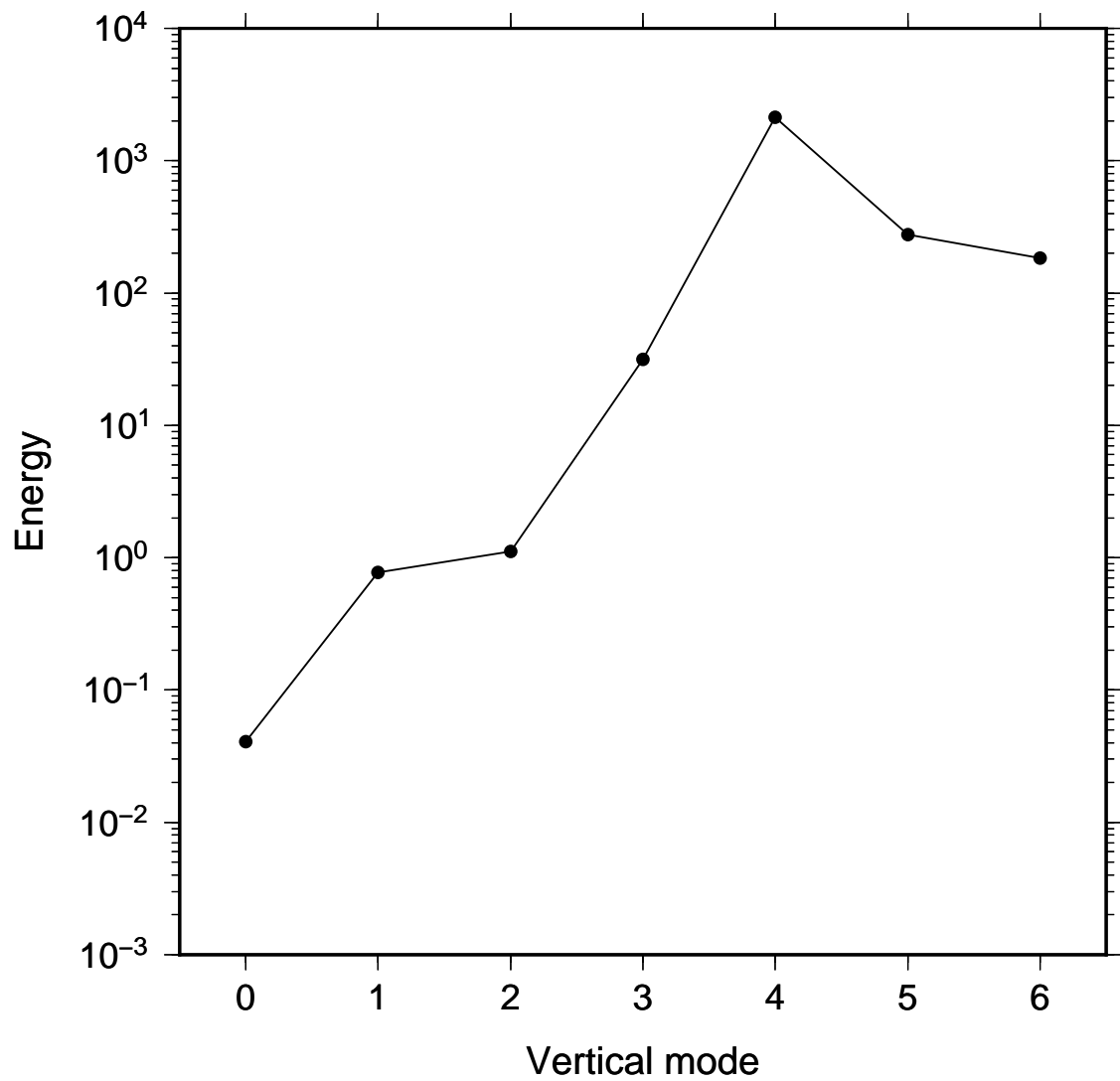


図 79: 重力波モードのみによる，非地衡風平衡な基本場において線形不安定解析による振動数の小さな領域における最大増幅率の不安定モード (図 67 の青菱形) の鉛直モードごとのエネルギースペクトル．