# 極夜渦変動に伴う成層圏から対流圏への AO伝播の再検証

2013年1月

小林 哲

# 極夜渦変動に伴う成層圏から対流圏への AO伝播の再検証

筑波大学大学院

生命環境科学研究科

地球科学専攻

修士(理学)学位論文

## 小林 哲

## Fluctuation of Polar Night Jet with propagation of the AO from the troposphere to the stratosphere

Satoshi KOBAYASHI

#### Abstract

Baldwin and Dunkerton (1999) defined that the AO is represented by the leading mode of geopotential height between 1000 and 10 hPa, and examined the time series of AO signatures at tropospheric and stratospheric levels. It is shown that AO anomalies typically appear first in the stratosphere and propagate downward for three weeks. Baldwin and Dunkerton (2001) showed that the tropospheric anomalies tend to persist while the anomalies in the stratospheric polar vortex persist about several ten days, insisting the possibility of using the downward propagation to improve extended range forecast. This serves as a trigger to attract attention to the influence on propagation of the AO from the stratosphere to the troposphere. However some cases don't propagate downward, and the AO anomalies appear only in the stratosphere or troposphere. Kuroda and Kodera (2001) showed downward propagation of the AO in the stratosphere is equivarent to the fluctuation of Polar Night Jet. Therefore, the negative AO corresponds approximately to SSW. Downward propagation of the negative AO is equal to downward propagation of the easterly wind caused by SSW. It is thought that when the troposphere AO changes with other factors, it seems that the AO of the stratosphere and the troposhere are connected. Thompson and Wallace (2000) showed the AO has a barotropic structure, so there are still some inconsistent points.

In this study, we investigate the AO time series in order to reconfirm the stratosphere troposphere connection extending the analysis period to 2011.

The results of this research, original unfiltered AO Index has barotropic structure, we consider Baldwin and Dunkerton's (1999) conclusion is suspected as caused by 90 day low-pass filter. We defined Stratosphere • Troposphere AO Indices and calculated cross correlation. Maximum cross correlation coefficient is 0.62 at lag 0. 2 or 3 weeks period Phase is 0, Stratosphere and Troposphere AO Indices are simultaneous variation. For negative AO, we see the downward EP-flux, but, the convergence is very weak and doesn't expand the convergence zone at 60–70° N, Stratosphere and Troposphere AO Indices are independently changed. Troposphere AO Index didn't lag Stratosphere AO Index. When Stratosphere and Troposphere AO Indices are connected, they has a barotropic structure.

**Key Wards**: Arctic Oscillation, Stratospher - Troposphere coupled phenomenon, Stratospheric Sudden Warming,

目 次

Ał	ostract	i							
目)	欠	iii							
図	目次	v							
1	序論	1							
	1.1 成層圈突然昇温	1							
	1.2 北極振動	2							
	1.3 成層圈-対流圏結合現象	3							
<b>2</b>	2 目的 6								
3	使用データ	7							
4	解析手法	8							
	4.1 AO Index の算出	8							
	4.2 スペクトル解析	9							
	4.3 EP-Flux	10							
	4.3.1 基礎方程式系	10							
	4.3.2 帯状平均した方程式系	12							
	4.3.3 <b>渦動成分の方程式系</b>	13							
	4.4 EP-Flux の定義	13							
<b>5</b>	18								
	5.1 AO Index Timeseries	18							
	5.2 スペクトル解析	20							
	5.3 EP-Flux と子午面循環	21							
6	まとめと考察	<b>24</b>							
	6.1 AO Index Timeseries	24							
	6.2 スペクトル解析	24							
	6.3 EP-Flux と子午面循環	25							
7	結論	<b>27</b>							

Appendix	29
EOF 解析とは	29
EOF 解析における固有ベクトルの計算方法	31
ラグランジュの未定乗数法	34

## 参考文献

35

## 図目次

1	北極振動に伴う地上気圧偏差の分布図	38
2	北極振動に伴う地上気温偏差の分布図	38
3	10-day low-pass を施した AO Index 時系列図 (1958–1972 年 )	39
4	10-day low-pass を施した AO Index 時系列図 (1973–1987年)	40
5	10-day low-pass を施した AO Index 時系列図 (1988–2002 年 )	41
6	10-day low-pass を施した AO Index 時系列図 (2003–2011 年 )	42
7	90-day low-pass を施した AO Index 時系列図 (1958–1972 年 )	43
8	90-day low-pass を施した AO Index 時系列図 (1973–1987 年 )	44
9	90-day low-pass を施した AO Index 時系列図 (1988–2002 年 )	45
10	90-day low-pass を施した AO Index 時系列図 (2003–2011 年 )	46
11	AO Index 時系列図 (1958–1972年)	47
12	AO Index 時系列図 (1973–1987年)	48
13	AO Index 時系列図 (1988–2002年)	49
14	AO Index 時系列図 (2003–2011年)	50
15	成層圏・対流圏 AO Index 時系列図 (1958–1972 年)	51
16	成層圏・対流圏 AO Index 時系列図 (1973–1987年)	52
17	成層圏・対流圏 AO Index 時系列図 (1988–2002 年)	53
18	成層圏・対流圏 AO Index 時系列図 (2003–2011 年)	54
19	成層圏 AO Index と対流圏 AO Index の相互相関	55
20	成層圏 AO Index と対流圏 AO Index のコヒーレンスとフェーズ	56
21	1987 年 2 月 13 日から 10 日平均した EP-Flux	57
22	1987 年 2 月 13 日から 10 日平均した子午面循環偏差	57
23	2006 年 2 月 20 日から 10 日平均した EP-Flux	58
24	2006 年 2 月 20 日から 10 日平均した子午面循環偏差	58
25	1964 年 1 月 18 日から 10 日平均した EP-Flux	59
26	1964年1月18日から10日平均した子午面循環偏差	59
27	1989年1月4日から10日平均した EP-Flux	60
28	1989年1月4日から10日平均した子午面循環偏差	60
29	2009 年 1 月 17 日から 10 日平均した EP-Flux	61
30	2009 年 1 月 17 日から 10 日平均した子午面循環偏差	61
31	1981 年 12 月 19 日から 10 日平均した EP-Flux	62
32	1981 年 12 月 19 日から 10 日平均した子午面循環偏差	62

## 1 序論

#### 1.1 成層圏突然昇温

成層圏ではオゾンによる加熱が支配的であるため,北半球では冬季に気温が低く夏季 に高い.南半球ではその逆である.そのため,温度風の関係より北半球では,夏季は東 風,冬季は西風となっている.また,冬半球成層圏の緯度60度付近に極大を持つ強い西 風は極夜ジェット(Polar Night Jet: PNJ)と呼ばれ,この極夜ジェットで囲まれた低気 圧性で低温の渦を極夜渦と呼ぶ.この極夜ジェットが冬季に一時的に東風となる現象を 成層圏突然昇温(Stratospheric Sudden Warming: SSW)と呼ぶ.成層圏突然昇温は成 層圏の極夜渦の変動の1つである.世界気象機関(World Meteorological Organization: WMO)によると,成層圏で1週間以内に気温が25K以上上昇し、かつ10hPaかそれ 以下の高度領域で,帯状平均気温が緯度60度より極側に向かって増大するものと定義 している.

成層圏突然昇温は,規模や発生時期によって4つに分類される.成層圏突然昇温に伴 い緯度60度以北において通常西風領域であったものが東風となる場合,大昇温(Major warming)と呼ばれる.それに対して気温傾度の反転が起こっても,東風とならない場 合は小昇温と呼ばれる.一般に,成層圏突然昇温と呼ばれる現象は大昇温のことを指 している.大昇温は1~2月に発生する.また,大昇温は基本的にプラネタリー波の活 発な北半球にしか発生しない.しかし,例外として2002年9月に南半球で大昇温が見 られた.小昇温は,両半球でほぼ毎年発生しており,大昇温を発生しやすくする役割 であるPreconditioningを引き起こす.Preconditioningとは,Labitzke (1981)で提唱 された現象で,極夜ジェットが極向きにシフトすることである.また,冬の西風領域が 昇温により東風に変化し,そのまま翌冬まで戻らない(夏の東風領域に入る)昇温は最 終昇温(Fainal Warming)と呼ばれる.そして,アリューシャン高気圧の増幅に伴い発 生する昇温はカナダ昇温(Canadian Warmin)と呼ばれることがある.最終昇温は,主 に2~3月に発生し,カナダ昇温は,主に11~12月に発生する.

成層圏突然昇温は,Scherhag (1952) がドイツ国内でのラジオゾンデによる一点観測 で,成層圏において数日で40K以上の気温上昇を発見したことが始まりである.発生 メカニズムは,Matsuno (1971) により提唱された「波と平均流の相互作用」で示され ている.まず,対流圏でのプラネタリー波が何らかの影響で増幅し,鉛直方向に伝播 する.それにより,東風平均流の加速(西風減速)が引き起こされる.西風減速に対応 してコリオリ力が弱まり,高度30~50kmの上部成層圏で子午面循環が駆動され,極 向きに駆動された子午面循環が極域でぶつかることにより,中間圏と下部成層圏に分 散される.中間圏では断熱膨張で降温,下部成層圏では断熱圧縮で昇温が引き起こされる.これが,成層圏突然昇温のメカニズムで,赤道域準2年周期振動のメカニズムと同様である(Charney and Drazin 1961; 瓜生 1976).

成層圏突然昇温の水平構造には波数1型と波数2型がある.10hPaのジオポテンシャ ル高度でこの構造は明瞭に見られる.波数1型は,対流圏で波数1のプラネタリー波が |鉛直伝播したときに発生し,極渦が極から移動しているように見えることから,一般| に「極渦移動型」とも呼ばれている.波数1型の成層圏突然昇温は熱帯太平洋の海水温 分布が東高西低となるエルニーニョ時に発生しやすいことが指摘されている (Taguchi and Hartman 2006) . 波数 2 型は, 対流圏で波数 2 のプラネタリー波が鉛直伝播した ときに発生し,極渦が極で分裂しているように見えることから,一般に「極渦分裂型」 とも呼ばれる.大昇温の大部分は波数1型であり,波数2型の昇温は全体の2割程度 である (冨川 2010). 南半球では北半球と違い,海に覆われ土地起伏や熱コントラスト が少ないので,活発なプラネタリー波が発生しにくく,あまり鉛直に伝播しない.そ のことから,成層圏突然昇温は基本的に北半球でしか発生しないといわれている.し かし,2002年の9月に南半球で大昇温が発生した.成層圏突然昇温が発生した影響で, 9月に拡大のピークを迎えるオゾンホールが,例年と違い分裂して拡大が抑制された. 5月中旬からの継続的な Preconditioning が最終的な大振幅プラネタリー波の伝播につ ながったと考えられているが、過去に例のないPreconditioningを引き起こしたプラネ タリー波の継続的な成層圏への伝播についての明確な原因はいまだ不明となっている.

#### 1.2 北極振動

北極振動 (Arctic Oscillation: AO) とは北緯約 60 度を挟んで南北に海面更正気圧 (Sea Level Pressure: SLP) が逆相関を持つ現象をいい,冬季 (NDJFMA) の北半球 (北 緯 20 度以北) における SLP を経験的直交関数 (Empirical Orthogonal Function: EOF) 展開したときの第一経験直行関数 (EOF-1) として Thompson and Wallace (1998) に より定義された. つまり, SLP の変動を分析し,統計的に振幅が最も大きい卓越的なパ ターンとして抽出されるのが AO である.

気圧偏差の地理的な特徴としては北極域で低圧偏差があり、それを取り囲むように周 極域で高圧偏差が生じている(図1).ただし、北太平洋と北大西洋に高気圧偏差の極大 が見られる.このような気圧偏差のときの地上気温(Surface Air Temperature: SAT) 偏差の分布は、図2のようにシベリアからヨーロッパにかけてとカナダ北西部が高温 域、グリーンランド付近が低温域となる(Wallace and Thompson 2002).このような分 布のときを AO 指数 (Arctic Oscillation Index) が正であるという.AO Index が正の時 は,極域と中緯度の間の気圧差が大きく,上空のジェット気流が強まった状態になる. このとき、ヨーロッパでは偏西風の強化により温和で雨が多くなる.また,日本付近 には寒気が流れ込みにくくなり,日本では暖冬となる傾向がある.AO Index が負のと きは,分布のパターンが全て逆になり,極域と中緯度の間の気圧差が小さくなり,上空 のジェット気流は弱まる.つまり,偏西風が大きく蛇行した状態となり,ヨーロッパで は晴天が続く.また,日本付近には寒気が流れ込みやすくなり,日本では寒冬となる 傾向がある(田中 2007). AO は順圧的な構造をしており,その環状パターンは冬季にお いて成層圏下部までつながることが示され(Thompson and Wallace 2000),北半球環 状モード (Northern Annular Mode: NAM)と呼ばれることもある.

主要な大気変動として古くから知られている北大西洋振動 (North Atlantic Oscollation: NAO) に伴って現れる北半球の SLP パターンが,太平洋を除けば AO のパターン とよく一致することや, NAO Index と AO Index が有意な高い相関を持つことなどか ら, NAO が AO の主要部分であるとする見方もある.

#### 1.3 成層圏-対流圏結合現象

Baldwin and Dunkerton (1999) は極夜渦変動に伴う AO が成層圏から対流圏へと下 方伝播することを示した.これにより,成層圏から対流圏への影響,及びそのメカニ ズムや長期予報への寄与などに着目した成層圏-対流圏結合の研究が行われている.

成層圏と結合した対流圏の変動に関する研究は,Boville (1984)の大気大循環モデル を用いた研究に始まる.モデルの成層圏内の波数切断を変化させることで成層圏で波 と帯状平均流の相互作用が変化し,成層圏極夜ジェットが変化するがその効果は対流 圏まで続いており,対流圏の 500 hPa 高度偏差場には,極域とそれを巡る中緯度での シーソーパターンが見られることを示している.Nigam (1990)は,冬季北半球の帯状 平均東西風に経験直交関数展開を行うことで,成層圏まで続く北緯45度を挟んだ南北 のダイポールモードが支配的であることを示した.その後,NAM やAOの登場に伴い, Baldwin and Dunkerton (1999)は1000 hPa から10 hPa のジオポテンシャル高度に経 験直交関数展開を行った.その結果,AO のシグナルが成層圏で現れ,約3週間で対 流圏まで下方伝播する場合があることを示した.Baldwin and Dunkerton (2001)では, その下方伝播の効果は数十日にわたって持続することから,対流圏長期予報の精度向 上に寄与する可能性があることを示唆した.これをきっかけとして成層圏から対流圏 への影響が注目され,対流圏長期予報に成層圏を含めたモデルによる解析が行わるよ うになった.Christiansen (2005)は,大気大循環モデルにより成層圏の東西風偏差が 大きい場合に対流圏の予報が劇的に良くなることを示した.また,向川ほか (2008)は 気象庁1か月アンサンブル予報を用いて,成層圏でのNAM Index 負(成層圏突然昇温 に対応)が観測されたとき,NAM Index 正の時と比べて対流圏におけるNAM Index の予報誤差は有意に減少することを示した.

成層圏が対流圏に影響を及ぼすメカニズムの主要な説は4つある.1つ目は,波と 平均流の相互作用である. Kuroda and Kodera (1999) では, 1978/80 年~1995/96 年 の冬季において,東西風と EP-Flux の鉛直成分に対して, E-SVD 解析を行った.その 結果, EP-Fluxの収束域が時間と共に極向き・下方に向かう事を示した.2つ目は,成 層圏循環の変化によるプラネタリー波の反射である. Perlwitz and Harnik (2003) は, 統計的な解析により,成層圏で反射した波が約6日後に対流圏に影響を及ぼす事を示 した. Kodera et al., (2008) は, 2007 年2 月下旬から3 月上旬にかけて生じた成層圏 突然昇温の事例解析を行い,ユーラシア域で上方伝播したプラネタリー波が成層圏で 反射,北米東岸域で対流圏へ下方伝播し,そこで異常低温を引き起こしたことを示し た.向川ほか(2010)では2007年3月の成層圏突然昇温について解析を行い,帯状風 の南北・鉛直方向の曲率の効果により成層圏中で反射面が形成されやすいために,プ ラネタリー波の下方伝播した可能性があることを示唆した.3 つ目は,成層圏での強 制によって駆動される循環による影響である. Kuroda and Kodera (2004) は, 渦強制 を力学的強制と熱的強制に分け子午面循環と地上気圧を計算した結果,子午面循環に より地上気圧が変化することを示した.4 つ目は,成層圏下部の渦位偏差による影響 である Black (2002) は,大きいスケールの渦位偏差が成層圏下部で現れると東西風 の変動を引き起こし,成層圏から対流圏に下降することを示した.しかし,決定的な メカニズムは未だに分かっていない. また, Kodera and Kuroda (2000) では AO が晩 冬から春にかけて成層圏から対流圏へとつながる一方で,秋から初冬にかけては成層 圏のみで下方伝播し対流圏にはつながらないことが示された.さらに, Nakagawa and Yamazaki (2006) は AO 負に相当する成層圏突然昇温時に着目し, 東西波数2構造の 成層圏突然昇温が発生した場合に下方伝播することを示した.しかし, Charlton and Polvani (2007) では成層圏突然昇温の波数構造による下方伝播の差異はないことを示 している.

Baldwin and Dunkerton (1999) においても全ての AO が下方伝播するわけではなく, 成層圏もしくは対流圏のみで AO が現れる場合が見られる.Kuroda and Kodera (2001) は,成層圏での AO の下方伝播は本質的に極夜渦振動と同じであることを示している. そのため,成層圏の AO 負は成層圏突然昇温に対応する.つまり,AO 負の下方伝播は 成層圏突然昇温時の東風領域の下方伝播である.その際に,対流圏 AO が他の要因に より変化し,成層圏と対流圏の AO がつながった (成層圏から対流圏へ下方伝播した) ように見えるのではないかと考えられる.さらに,Thompson and Wallace (2000) で は AO が順圧構造であることを示している一方で,成層圏から対流圏への AO 下方伝 播は傾圧構造となるために,矛盾が生じる.

## 2 目的

本研究では, Baldwin and Dunkerton (1999)の解析期間を延長し事例数を増やし, EP-Flux や子午面循環偏差の解析やクロススペクトル解析を行うことで, AO が成層圏 から対流圏へ下方伝播するのか否かについて再検証することを目的とする.

## 3 使用データ

本解析で用いた解析データは Baldwin and Dunkerton (1999) と統一するために,ア メリカ環境予報センター (National Centers for Environmental Prediction: NCEP)/ア メリカ大気研究センター (National Center for Atmospheric Research: NCAR) が提供 する再解析データを使用した。データは日平均値を採用し、期間は1958~2011 年とし た。データの空間解像度や使用要素は以下の通りである.

データ	:	NCEP/NCAR <b>再解析データ</b>
期間	:	1958年1月1日~2011年12月31日
水平格子間隔	:	2.5°×2.5°間隔 (格子数 144×73)
鉛直格子	:	$1000~{\rm hPa},925~{\rm hPa},850~{\rm hPa},700~{\rm hPa},600~{\rm hPa},500~{\rm hPa},$
		400 hPa, 300 hPa, 250 hPa, 200 hPa, 150 hPa, 100 hPa,
		70 hPa, 50 hPa, 30 hPa, 20 hPa, 10 hPa ( $\bf{17}$ 層)
気象要素	:	ジオポテンシャル高度 (z), 東西風 (u), 南北風 (v),
		鉛直 p 速度 ( ), 気温 (T)

## 4 解析手法

#### 4.1 AO Index の算出

Baldwin and Dunkerton (1999) と同様に,NCEP/NCAR 再解析データにおいて,北 半球 (北緯 20 度以北) のジオポテンシャル高度偏差について EOF 解析する.(EOF 解析については Appendix 参照). 偏差は,解析期間 54 年間のデータから日々の気候値 を作成し,そこからのずれとした.Thompson and Wallace (1998) では,AO を冬季 (NDJFMA) の北半球 (北緯 20 度以北) における SLP を EOF 展開したときの EOF-1 として定義しているが,Baldwin and Dunkerton (1999) においては,北緯 20 度以北 のジオポテンシャル偏差に EOF 展開したときの EOF-1 を AO と定義している.この ため,Thompson and Wallace (1998) とは定義が異なるが,本研究では Baldwin and Dunkerton (1999) と同様に AO と定義することとする.EOF 解析を行う際,各データに 対して緯度  $\phi$  による  $\sqrt{\cos\phi}$  の重みをかけた上で分散共分散行列を計算している.Baldwin and Dunkerton (1999) とは解析期間や EOF 解析を行う際の鉛直総数・格子点数が異な る.以下に Baldwin and Dunkerton (1999) と本研究との異なりを示す.

	Baldwin and Dunkerton (1999)	本研究	
データ	NCEP/NCAR 再解析データ		
解析期間	1958 ~ 1997 (40年)	1958 ~ 2011 (54 <b>年</b> )	
EOF 解析	20 度以北のジオポテンシャル高度偏差		
		1000.925.850.700.600.500	
鉛直総数	1000·300·100·30·10 hPa (5 層)	$400 \cdot 300 \cdot 250 \cdot 200 \cdot 150 \cdot 100$	
		70·50·30·20·10 hPa (17 層)	
格子点数	4032	2016	

#### 4.2 スペクトル解析

相互相関から2つの時系列の関係性を見ることができるが,どちらが原因でどちら が結果を判別できない.そこで,周波数ごとの相関や位相のずれを見るためにクロス スペクトル解析を用いる.本研究ではハニングフィルタによる平滑化を100回施した. その手法は以下のとおりである.

2つの時系列データx(t)とy(t)があるとき,その相関は以下のように示され,

$$C_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) y(t+\tau) dt = \overline{x(t) y(t+\tau)}$$
(1)

 $C_{xy}(\tau)$ を相互相関関数という.  $\tau$  はラグを表す. ここで,  $C_{xx}(\tau)$ を $\tau = 0$ の値 $C_{xx}(0)$ で割って正規化したものを自己相関係数と呼ぶ.相互相関関数をフーリエ変換することで, 2 変数の相関関係を周波数の関数として解析することが可能となり, これをクロススペクトルと呼ぶ.

$$S_{xy}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} C_{xy}(\tau) e^{i\omega\tau} d\tau = K_x y(\omega) - iQ_{xy}(\omega)$$
(2)

クロススペクトルは相互相関関数の周波数ごとの寄与を意味する.クロススペクトル は複素素数となるので,その実部をコスペクトル $K_{xy}(\omega)$ ,虚部をクオドラチャスペク トル $Q_{xy}(\omega)$ と呼ぶ.相関係数の定義を周波数領域に拡張することで,以下のコヒーレ ンススペクトル $coh^{2}(\omega)$ とフェーズスペクトル $\theta_{xy}(\omega)$ を定義することができる.

$$\cosh^{2}(\omega) = \frac{\left|S_{xy}(\omega)^{2}\right|}{S_{x}(\omega) S_{y}(\omega)}$$
(3)

$$\theta_{xy}(\omega) = \tan^{-1}\left(\frac{Q_{xy}(\omega)}{K_{xy}(\omega)}\right) \tag{4}$$

ここで, $S_x(\omega)$ , $S_y(\omega)$ それぞれの時系列x(t),y(t)のパワースペクトルである.コ ヒーレンスは2つの時系列の同じ周波数成分どうしの相関の強さの指標であり,フェーズスペクトルは両者の時間差についての情報で,どちらがどれだけ遅れて生じるかを示したものである.

#### 4.3 EP-Flux

AO Index が成層圏から対流圏につながる際,成層圏からの影響によるものなのかを 判断するため,4.4節で定義する EP-Flux を求め解析を行った.

4.3.1 基礎方程式系

はじめに,

$$z = -\ln\frac{P}{P_{00}}\tag{5}$$

$$\rho_0 = \rho_{00} e^{-z}$$

$$P_{00} = \rho_{00} R T_{00}$$

とする.ここで, P<sub>00</sub>は地上気圧である.静力学平衡を仮定すると,

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = RT \tag{6}$$

この時,球面座標系を用いた大気の基礎方程式系は以下のように表される.

#### ・水平方向の運動方程式

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{u}{a\cos\theta}\frac{\partial u}{\partial\lambda} + \frac{u}{a\cos\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(u\cos\theta\right) + w\frac{\partial u}{\partial z} - fv + \frac{1}{a\cos\theta}\frac{\partial\Phi}{\partial\lambda} = F_{\lambda}^{*}$$
(7)

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{u}{a\cos\theta}\frac{\partial v}{\partial\lambda} + \frac{v}{a}\frac{\partial v}{\partial\theta} + w\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{u^2\tan\theta}{a} + fu + \frac{1}{a}\frac{\partial\Phi}{\partial\theta} = F_{\theta}^*$$
(8)

・熱力学方程式

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{u}{a\cos\theta}\frac{\partial T}{\partial\lambda} + \frac{v}{a}\frac{\partial T}{\partial\theta} + w\left(\frac{\partial T}{\partial z} + \kappa T\right) = \frac{J}{C_P} \tag{9}$$

・連続の式

$$\frac{1}{a\cos\theta}\frac{\partial u}{\partial\lambda} + \frac{1}{a\cos\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(v\cos\theta\right) + \frac{\partial w}{\partial z} - w = 0 \tag{10}$$

ここで,  $dx \equiv a\cos\theta\lambda$ ,  $dy \equiv ad\theta$ とおくと,式 (10)は,

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{\cos\theta} \frac{\partial}{\partial y} \left( v \cos\theta \right) + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z} \left( \rho_0 w \right) = 0 \tag{11}$$

と書きなおすことができる . また , 式(6)を用いると , 式(9)は ,

$$\frac{\partial \Phi_z}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} \Phi_z + v \frac{\partial}{\partial y} \Phi_z + wS = \kappa J \tag{12}$$

と書きなおすことができる.ここで,

$$\Phi_z = \frac{\partial \Phi}{\partial z}$$
  
$$S = R\left(\frac{\partial T}{\partial z} + \kappa T\right) = H^2 N^2$$

である.

次に , u , v ,  $\Phi_z$  に式 (11) をかけ , それぞれ式 (7) , 式 (8), 式 (12) に加えると以下の 方程式系を得る .

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t} \left( u^2 \right) + \frac{1}{\cos^2 \theta} \frac{\partial}{\partial y} \left( uv \cos^2 \theta \right) + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z} \left( \rho_0 uw \right) - fv + \frac{\partial \Phi}{\partial x} = F_x^*$$
(13)

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t} \left( uv \right) + \frac{1}{\cos \theta} \frac{\partial}{\partial y} \left( v^2 \cos \theta \right) + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z} \left( \rho_0 vw \right) + \left( f + \frac{u \tan \theta}{a} \right) u + \frac{\partial \Phi}{\partial y} = F_y^* (14)$$

$$\frac{\partial \Phi_z}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( u \Phi_z \right) + \frac{1}{\cos \theta} \frac{\partial}{\partial y} \left( v \Phi_z \cos \theta \right) + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z} \left( \rho_0 w \Phi_z \right) + \kappa w \Phi_z = \kappa J \tag{15}$$

#### ここで,方程式系に含まれた記号は以下のとおりである.

$\mathbf{t}$	:	時間	a	:	地球半径
$\theta$	:	緯度	f	:	コリオリパラメータ
$\lambda$	:	経度	$C_p$	:	定圧比熱
u	:	東西風	$F^*$	:	摩擦項
v	:	南北風	J	:	非断熱加熱
W	:	dz/dt	$\kappa$	:	$R/C_p$
$\Phi$	:	ジオポテンシャル	$\mathbf{S}$	:	静的安定度
ρ	:	密度	Н	:	スケールハイト
Т	:	気温	Ν	:	ブラントバイサラ振動数
R	:	乾燥空気気体定数			

式 (11),式 (13) ~ (15)の基礎方程式系から帯状平均の方程式系を導く.ある変数  $\psi$ について, $\psi = \bar{\psi} + \psi'$ のように帯状平均流  $\bar{\psi}$ とそこからの偏差  $\psi'$ に分けて,式 (11),式 (13) ~ (15)を書き直すと以下の方程式を得られる.

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{1}{\cos^2 \theta} \frac{\partial}{\partial y} \left( \bar{u} \bar{v} \cos^2 \theta \right) + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z} \left( \rho_0 \bar{u} \bar{w} \right) - f \bar{v} = -\bar{F}_x \qquad (16)$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \frac{1}{\cos\theta} \frac{\partial}{\partial y} \left( \bar{v}^2 \cos\theta \right) + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z} \left( \rho_0 \bar{v} \bar{w} \right) + \left( f + \frac{\bar{u} \tan\theta}{a} \right) \bar{u} + \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial y} = -\bar{F}_y \tag{17}$$

$$\frac{\partial \bar{\Phi}_z}{\partial t} + \frac{1}{\cos\theta} \frac{\partial}{\partial y} \left( \bar{v} \bar{\Phi}_z \cos\theta \right) + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z} \left( \rho_0 \bar{w} \bar{\Phi}_z \right) + \kappa \bar{w} \bar{\Phi}_z = \kappa \bar{J} - \bar{G}$$
(18)

$$\frac{1}{\cos\theta}\frac{\partial}{\partial y}\left(\bar{v}\cos\theta\right) + \frac{1}{\rho_0}\frac{\partial}{\partial z}\left(\rho_0\bar{w}\right) = 0 \qquad (19)$$

ただし,

$$\bar{F}_x = \frac{1}{\cos^2 \theta} \frac{\partial}{\partial y} \left( \overline{u'v'} \cos^2 \theta \right) + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z} \left( \rho_0 \overline{u'w'} \right) - \bar{F}_x^* \tag{20}$$

$$\bar{F}_y = \frac{1}{\cos\theta} \frac{\partial}{\partial y} \left( \bar{v'}^2 \cos\theta \right) + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z} \left( \rho_0 \bar{v'} \bar{w'} \right) \frac{{u'}^2 \tan\theta}{a} - \bar{F}_y^*$$
(21)

$$\bar{G} = \frac{1}{\cos\theta} \frac{\partial}{\partial y} \left( \overline{v'\Phi_z'} \cos\theta \right) + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z} \left( \rho_0 \overline{w'\Phi_z'} \right) + \kappa \overline{w'\Phi_z'}$$
(22)

これにより,式 (16) ~ (19) の右辺の  $\bar{F}_x$ ,  $\bar{F}_y$ ,  $\bar{G}$ に微小擾乱と摩擦項を取り込み, 左辺 全てを帯状平均流に関する項としてまとめることができる.

次に,式(19)を用いて式(16)~(18)を書き直すと,

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{v}\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{w}\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} - \left(f + \frac{\bar{u}\tan\theta}{a}\right)\bar{v} = -\bar{F}_x \tag{23}$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \bar{v}\frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \bar{w}\frac{\partial \bar{v}}{\partial z} + \left(f + \frac{\bar{u}\tan\theta}{a}\right)\bar{u} + \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial y} = -\bar{F}_x \tag{24}$$

$$\frac{\partial \bar{\Phi}_z}{\partial t} + \bar{v} \frac{\partial \Phi_z}{\partial y} + \overline{wS} = \kappa \bar{J} - \bar{G}$$
(25)

が得られる.

基礎方程式系式(13)~(15),式(11)から,帯状平均した方程式系式(23)~(25)を差し引いたものを渦に関する式と定義すると,渦動の方程式系は以下のようになる.

$$\frac{\bar{D}u'}{Dt} - \left(f + \frac{\bar{u}\tan\theta}{a}\right)v' - \frac{u'\bar{v}\tan\theta}{a} + v'\frac{\partial\bar{u}}{\partial y} + w'\frac{\partial\bar{u}}{\partial z} + \frac{\partial\Phi'}{\partial x} = -F'_x$$
(26)

$$\frac{\bar{D}v'}{Dt} - \left(f + \frac{\bar{u}\tan\theta}{a}\right)u' - \frac{\bar{u}u'\tan\theta}{a} + v'\frac{\partial\bar{v}}{\partial y} + w'\frac{\partial\bar{v}}{\partial z} + \frac{\partial\Phi'}{\partial y} = -F'_y$$
(27)

$$\frac{\bar{D}\Phi'_z}{Dt} + v'\frac{\partial\bar{\Phi}_z}{\partial y} + w'\frac{\partial\bar{\Phi}_z}{\partial z} + w'S = \kappa J' - G'$$
(28)

$$\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{1}{\cos \theta} \frac{\partial}{\partial y} \left( v' \cos \theta \right) + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z} \left( \rho_0 w' \right) = 0$$
(29)

ここで,

$$\frac{\bar{D}}{Dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}\frac{\partial}{\partial x} + \bar{v}\frac{\partial}{\partial y} + \bar{w}\frac{\partial}{\partial z}$$

$$F'_{x} = \frac{\partial}{\partial x} \left( u^{\prime 2} \right) + \frac{1}{\cos^{2} \theta} \frac{\partial}{\partial y} \left[ \left( u^{\prime} v^{\prime} - \overline{u^{\prime} v^{\prime}} \right) \cos^{2} \theta \right] + \frac{1}{\rho_{0}} \frac{\partial}{\partial z} \left[ \rho_{0} \left( u^{\prime} w^{\prime} - \overline{u^{\prime} w^{\prime}} \right) \right] - F_{x}^{*\prime}$$

$$\begin{split} F'_{y} &= \frac{\partial}{\partial x} \left( u'v' \right) + \frac{1}{\cos\theta} \frac{\partial}{\partial y} \left[ \left( v'^{2} - \overline{v'^{2}} \right) \cos\theta \right] \\ &+ \left( u'^{2} - \overline{u'^{2}} \right) \frac{\tan\theta}{a} + \frac{1}{\rho_{0}} \frac{\partial}{\partial z} \left[ \rho_{0} \left( v'w' - \overline{v'w'} \right) \right] - F_{y}^{*'} \end{split}$$

$$\begin{aligned} G^{'} &= \frac{\partial}{\partial x} \left( u^{'} \Phi_{z}^{'} \right) + \frac{1}{\cos \theta} \frac{\partial}{\partial y} \left[ \left( v^{'} \Phi_{z}^{'} - \overline{v^{'} \Phi_{z}^{'}} \right) \cos \theta \right] \\ &+ \kappa \left( w^{'} \Phi_{z}^{'} - \overline{w^{'} \Phi_{z}^{'}} \right) + \frac{1}{\rho_{0}} \frac{\partial}{\partial z} \left[ \rho_{0} \left( w^{'} \Phi_{z}^{'} - \overline{w^{'} \Phi_{z}^{'}} \right) \right] \end{aligned}$$

である.

#### 4.4 EP-Fluxの定義

今, 4.3.3 節の渦動成分の方程式系に関して, 波数 m, 角速度  $\omega$  の一様な正弦波を考えると, 波の位相速度 c は次のように表される.

$$c=\frac{\bar{\omega}a\cos\theta}{m}$$

この時,波の移流方程式の関係から, $\frac{\partial}{\partial t}$ は, $-c\frac{\partial}{\partial x}$ と書き換えることができる.ここで, 非線形項 $F'_x$ , $F'_y$ ,G'は渦動の大きさは小さいため無視できると仮定し,さらにスケー ルアナリシスにより,  $\bar{v}$ ,  $\bar{w}$ も無視できると仮定すると, 渦動の方程式系式  $(26) \sim (29)$ は以下のようになる.

$$(\bar{u}-c)\frac{\partial u'}{\partial x} - \hat{f}v' + w'\frac{\partial\bar{u}}{\partial z} + \frac{\partial\Phi'}{\partial x} = 0$$
(30)

$$(\bar{u} - c)\frac{\partial v'}{\partial x} + \tilde{f}u' + \frac{\partial \Phi'}{\partial y} = 0$$
(31)

$$(\bar{u}-c)\frac{\partial \Phi'_{z}}{\partial x} - \tilde{f}v'\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + Sw' + = 0$$
(32)

$$\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{1}{\cos\theta} \frac{\partial}{\partial y} \left( v' \cos\theta \right) + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z} \left( \rho_0 w' \right) = 0$$
(33)

ここで,

$$\hat{f} \equiv f + \frac{\bar{u} \tan \theta}{a} - \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \quad , \quad \tilde{f} \equiv f + \frac{2\bar{u} \tan \theta}{a}$$

#### ・エネルギーの式

式 (30) に  $\rho_0 u'$ ,式 (32) に  $\rho_0 v'$ ,式 (33) に  $\rho_0 \phi'$ を掛け合わせすべてを足し合わせると,

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ (\bar{u} - c) \frac{1}{2} \rho_0 (u^{\prime 2} + v^{\prime 2}) + \rho_0 u^{\prime} \Phi^{\prime} \right] + \frac{1}{\cos \theta} \frac{\partial}{\partial y} \left( \rho_0 v^{\prime} \Phi^{\prime} \cos \theta \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \rho_0 w^{\prime} \Phi^{\prime} \right) \\ = \rho_0 \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\bar{u} \tan \theta}{a} \right) u^{\prime} v^{\prime} - \rho_0 u^{\prime} w^{\prime} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \rho_0 w^{\prime} \Phi_z^{\prime}$$
(34)

が得られる.次に式(33)に $\frac{\rho_0\Phi_z}{S}$ を掛けると,

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \left( \bar{u} - c \right) \frac{1}{2} \rho_0 \frac{\Phi_z'^2}{S} \right] = \frac{\tilde{f} \rho_0}{S} v' \Phi_z' \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} - \rho_0 w' \Phi_z' \tag{35}$$

が得られる.

渦動成分の運動エネルギーと有効位置エネルギー方程式系は,式(34)と(35)を足し 合わせることによって得られる.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ (\bar{u} - c) E + \rho_0 u' \Phi' \right] + \frac{1}{\cos \theta} \frac{\partial}{\partial y} \left( \rho_0 v' \Phi' \cos \theta \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \rho_0 w' \Phi' \right) \\ = \rho_0 \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\bar{u} \tan \theta}{a} \right) u' v' - \rho_0 u' w' \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \frac{\tilde{f} \rho_0}{S} v' \Phi'_z \frac{\partial \bar{u}}{\partial z}$$

ここで,

$$E = \frac{1}{2}\rho_0 \left( u'^2 + v'^2 + \frac{\Phi_z'^2}{S} \right)$$

である.

上式を帯状平均すると,

$$\frac{1}{\cos\theta} \frac{\partial}{\partial y} \left( \rho_0 \overline{v' \Phi'} \cos\theta \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \rho_0 \overline{w' \Phi'} \right)$$

$$= -\rho_0 \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\bar{u} \tan\theta}{a} \right) \overline{u' v'} - \rho_0 \overline{u' w'} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \frac{\tilde{f} \rho_0}{S} \overline{v' \Phi'_z} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z}$$
(36)

が得られる.

今,波のエネルギーフラックスと子午面熱・運動量フラックスとのより直接的な関係を明らかにするために,まず,式(30)と式(33)に $-\frac{1}{S}\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}$ を掛けたものを足し合わせると,

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \left( \bar{u} - c \right) u' + \Phi' - \left( \bar{u} - c \right) \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \frac{\Phi'_z}{S} \right] = \left( \hat{f} - \frac{\bar{f}}{s} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right) v' \tag{37}$$

となる.さらに両辺に  $(\bar{u} - c) u' + \Phi' - (\bar{u} - c) \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \frac{\Phi'_z}{S}$ を掛け, x 方向で平均を取り,任意の物理量  $\psi$ に対して  $\overline{\psi' \frac{\partial \psi'}{\partial x}} = 0$ が成り立つという関係を使うと,式 (36) の左辺は 0 になり,結果北向き  $\Phi'$ フラックスは,

$$\overline{\Phi'v'} = (\bar{u} - c)\,\overline{u'v'} + \frac{(\bar{u} - c)}{S}\overline{v'\Phi'_z}\frac{\partial\bar{u}}{\partial z}$$
(38)

となる.

次に,式 (33)で両辺に  $\Phi'_z$ を掛け,同様に平均すると,鉛直上向き  $\Phi'_z$ フラックスは,

$$\overline{w'\Phi_z'} = \frac{\tilde{f}}{S}\overline{v'\Phi_z'}\frac{\partial\bar{u}}{\partial z}$$
(39)

となる.

次に,式(33)に $(\bar{u}-c)u'+\Phi'$ を掛け,x方向で平均を取り, $[(\bar{u}-c)u'+\Phi'](\bar{u}-c)\frac{\partial \Phi'_z}{\partial x}$ の項で部分積分すると,

$$-(\bar{u}-c)\overline{\left[(\bar{u}-c)\frac{\partial u'}{\partial x}+\frac{\partial \Phi'}{\partial x}\right]\Phi'_{z}} -\tilde{f}\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}\left[\overline{v'\Phi'}+(\bar{u}-c)\overline{u'v'}\right] +S(\bar{u}-c)\overline{v'w'}+S\overline{w'\Phi'}=0$$
(40)

となる.

ここで,式(30)を使って第一項を $-(\bar{u}-c)\left[\hat{fv'\Phi_z'}-\frac{\partial\bar{u}}{\partial z}\overline{w'\Phi_z'}\right]$ に置き換えて,式(39)を使って $\overline{w'\Phi_z'}$ を消去し,式(38)を使って簡単化すると,

$$\overline{w'\Phi'} = -\left(\bar{u} - c\right)\overline{u'w'} + \hat{f} + \frac{(\bar{u} - c)}{S}\overline{v'\Phi'_z} \tag{41}$$

となる.

そして,得られた北向き  $\Phi'$  フラックス  $\overline{\Phi'v'}$  と鉛直上向き  $\Phi'$  フラックス  $\overline{w'\Phi'}$  を帯状 平均したエネルギーの式 (36) に代入し両辺に共通な項でくくると,最終的に

$$\frac{1}{\cos^2\theta}\frac{\partial}{\partial y}\left[\cos^2\theta\left(-\overline{u'v'} + \frac{1}{S}\overline{v'\Phi_z'}\frac{\partial\overline{u}}{\partial z}\right)\right] + \frac{1}{\rho_0}\frac{\partial}{\partial z}\left[\rho_0\left(-\overline{u'w'} + \frac{\hat{f}}{S}\overline{v'\Phi_z'}\right)\right] = 0 \quad (42)$$

という関係が得られる.ただし, $\bar{u} - c \neq 0$ の時である.

・EP-Flux と波と平均流

式(23)~(25)の帯状平均した方程式系でさらに摩擦項や非断熱加熱項を無視すると,

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} - \hat{f}\bar{v} + \bar{w}\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = -\bar{F}_x \tag{43}$$

$$\left(f + \frac{\bar{u}\tan\theta}{a}\right)\bar{u} + \frac{\partial\bar{\Phi}}{\partial y} = 0 \tag{44}$$

$$\frac{\partial \bar{\Phi_z}}{\partial t} - \tilde{f}\bar{v}\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \bar{w}S = -\bar{G}$$
(45)

$$\frac{1}{\cos\theta}\frac{\partial}{\partial y}\left(\bar{v}\cos\theta\right) + \frac{1}{\rho_0}\frac{\partial}{\partial z}\left(\rho_0\bar{w}\right) = 0 \tag{46}$$

となる.ただし,

$$\bar{F}_x = \frac{1}{\cos^2 \theta} \frac{\partial}{\partial y} \left( \overline{u'v'} \cos^2 \theta \right) + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z} \left( \rho_0 \overline{u'w'} \right)$$
$$\bar{G} = \frac{1}{\cos \theta} \frac{\partial}{\partial y} \left( \overline{v'\Phi_z'} \cos \theta \right) + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z} \left( \rho_0 \overline{w'\Phi_z'} \right) + \kappa \overline{w'\Phi_z'}$$

ここで,エネルギーの式から導いた式 (42) から, $F = (F_y, F_z)$ を定義すると,

$$F_{y} = a\cos\theta \left( -\overline{u'v'} + \frac{1}{S}\overline{v'\Phi'_{z}}\frac{\partial\overline{u}}{\partial z} \right) \sim a\cos\theta \left( -\overline{u'v'} \right)$$
$$F_{z} = a\cos\theta \left( -\overline{u'w'} + \hat{f}\frac{\overline{v'\Phi'_{z}}}{S} \right) \sim a\cos\theta \left( -\hat{f}\frac{\overline{v'\Phi'_{z}}}{S} \right)$$

となる.よって,(6)式を用いて,

$$\boldsymbol{F} = \left(-\overline{u'v'}, \hat{f}\frac{\overline{v'\Phi'_z}}{S}\right) = \left(-\overline{u'v'}, \hat{f}R\frac{\overline{v'T'}}{S}\right)$$
(47)

この, F が EP-Flux である.

次に,このEP-FluxFの収束・発散 $\nabla \cdot F$ を定義すると,

$$\nabla \cdot \boldsymbol{F} = \frac{1}{\cos\theta} \frac{\partial}{\partial y} \left(\cos\theta F_y\right) + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho_0 F_z\right)$$
(48)

である.

式 (47) の水平成分  $F_y$  は西風運動量の南北フラックス,鉛直成分  $F_z$  は温位の南北フ ラックスを表す.水平成分には負符号が付き,西風偏差  $(u' が \mathbb{T})$  が北向き輸送  $(v' が \mathbb{T})$ されれば,u'v' は正となるので, EP-Flux の向きと逆向きに西風運動量が輸送される ことがわかる.式 (47) の鉛直成分の場合,その場所の空気塊の温度が高ければT' の値 が正となりそれが北向きに輸送  $(v' が \mathbb{T})$  されればv'T' は正となるので, EP-Flux の向 きが上向き (下向き) の時,北向き (南向き) に顕熱が輸送されることがわかる.

・TEM 方程式系

式 (43) ~ (46) を ∇ · F を用いて表すと以下のようになる.

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} - \hat{f}\bar{v}^* + \bar{w}^*\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = \frac{1}{a\cos\theta}\nabla\cdot\boldsymbol{F} + \bar{F_x}^*$$
(49)

$$\left(f + \frac{\bar{u}\tan\theta}{a}\right)\bar{u} + \frac{\partial\bar{\Phi}}{\partial y} = 0$$
(50)

$$\frac{\partial \Phi_z}{\partial t} - \tilde{f}\bar{v}^*\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \bar{w}S = \kappa \bar{J}$$
(51)

$$\frac{1}{\cos\theta}\frac{\partial}{\partial y}\left(\bar{v}^*\cos\theta\right) + \frac{1}{\rho_0}\frac{\partial}{\partial z}\left(\rho_0\bar{w}^*\right) = 0$$
(52)

ただし,

$$\bar{v}^* = \bar{v} - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z} \left( \rho_0 \frac{\overline{v' \Phi'_z}}{S} \right)$$
$$\bar{w}^* = \bar{w} + \frac{1}{\cos \theta} \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\overline{v' \Phi'_z}}{S} \cos \theta \right)$$

この v̄\*, w̄\* は残差循環と呼ばれる.

以上の操作により,基礎方程式系から EP-Flux F を含む TEM(Transformed Eulerian Mean)方程式を導くことができた.式(50)から, $\nabla \cdot F$  が正の時,つまり, EP-Flux が発散するとき,渦によって帯状平均東西風が加速されるような力が働くことがわかる. 逆に $\nabla \cdot F$  が負の時,つまり EP-Flux が収束するとき,渦によって帯状平均東西風が減速されるような力が働くことがわかる.

## 5 結果

#### 5.1 AO Index Timeseries

まず, Baldwin and Dunkerton (1999) でも示されている 10日ローパスフィルターを 施した AO Index 時系列と 90日ローパスフィルターを施した AO Index 時系列の解析 期間を延長したものを示す.次に, Baldwin and Dunkerton (1999) では示されていな いローパスフィルターを施さない AO Index 時系列を示す.そして,成層圏から対流圏 へ AO Index の伝播が見られるのかという事を調べるために,成層圏・対流圏それぞれ の AO Index を作成した.

図3~6は、1958-2011年の10日ローパスフィルターを施した AO Index 時系列であ る. AO Index は Baldwin and Dunkerton (1999) と同様に北緯 20 度以北のジオポテン シャル高度偏差に対して EOF 解析した際の EOF-1 で定義している.異なる点として は,格子点数を減らし、1000-10hPaの17層すべてに EOF 解析を施している点である. この図は、ジオポテンシャル高度偏差に10日のローパスフィルターを施し、EOF 解析 を行っている.縦軸に気圧、横軸に時間をとっており、青色が AO Index 正 (極渦の強 化) に対応し、赤色が AO Index 負 (極渦の弱化) に対応している. AO Index -0.5~0.5 にはシェードをかけていない.この図は、Baldwin and Dunkerton (1999) の Plate 1 と 良い対応が見られた.成層圏における AO Index の大きな振幅は1年に1~2回程度見 られ、期間は11月~4月にかけてである.多くは急速に下降し対流圏 AO Index とつ ながり数週間程度持続する.しかし、断続的なものが多く、すべてつながるわけでは ない (例; 1960-1961、1981-1982、2000-2001).また、成層圏 AO Index は正(負)に対 して、対流圏 AO Index は負(正) というように逆である場合もみられる(例; 1965年12 月、1980年1月、1989年2月).対流圏においては、変動が1年を通して見られ、成層 圏とつながらず対流圏のみで変動しているものが多々見られる.

図7~10は、1958-2011年の90日ローパスフィルターを施した AO Index 時系列で ある.この図は、北緯20度以北のジオポテンシャル高度偏差に90日のローパスフィ ルターを施し、EOF 解析を行っている.図の見方は10日ローパスフィルターを施し た AO Index 時系列と同様である.この図は、Baldwin and Dunkerton (1999)のPlate 2 と良い対応が見られた.10日ローパスフィルターを施した AO Index と比べ、成層 圏から対流圏へと AO Index がつながるものが多くなっていることがわかる.対流圏 の変動は1年を通して見られ、11月から4月に限り成層圏とつながっていることがわ かる.10日ローパスフィルターを施した AO Index のように急速に下降するのではな く数週間程度のラグがあり成層圏 AO Index が地表まで下降する様子が見られる (例; 1973-1974,1987,2005-2006).

図 11~14 は, 1958–2011 年の AO Index 時系列である.この図は, 北緯 20 度以北 のジオポテンシャル高度偏差にローパスフィルターを施さずに EOF 解析を行ってい る.図の見方は10日ローパスフィルターを施した AO Index 時系列と同様である.傾 向は10日ローパスフィルターを施した AO Index と同様であるが,対流圏の変動がよ り細かくとらえられ, AO Index の時間変化が短いことがわかる.そして,成層圏と対 流圏 AO Index がつながる場合はラグがなく地表付近までつながっていることがわか る.また,上層と下層で AO Index が逆符号を持つ場合も多くみられる(例;1964–1965, 1979–1980, 1995–1996).

Baldwin and Dunkerton (1999) では, ラグがあり, 成層圏 AO Index が対流圏まで 下方伝播するという結果が得られている.そこで, 成層圏と対流圏それぞれを分けて AO Index を算出することで検証を行った.

図15~18は,1958-2011年の成層圏・対流圏それぞれのAO Indexである.本研究 では,対流圏界面を250hPaと仮定し,成層圏AO Indexを北緯20度以北の250-10hPa のジオポテンシャル高度偏差を鉛直平均しEOF解析を施した際のEOF-1で定義して いる.同様に対流圏AO Indexは,北緯20度以北の1000-250hPaのジオポテンシャル 高度偏差を鉛直平均しEOF解析を施した際のEOF-1で定義している.どちらもロー パスフィルターは施してはいない.図の見方は,縦軸にAO Index,横軸に時間を示し ており,青線が成層圏AO Index,赤線が対流圏AO Indexを示している.成層圏AO Index・対流圏AO Indexともに11~4月にかけて振幅が大きくなり,6~8月は振幅が 小さいことがわかる.成層圏AO Indexが正(負)に触れた場合,ほぼ同時に対流圏AO Indexが正(負)となるようなトレンドを示していることが多いことがわかる.しかし ながら,成層圏AO Indexと対流圏AO Indexが逆符号を示す場合もある(例,1965年 12月,1987年1・2月,2006年1月).逆符号を示す場合でもAO Indexの増加・減少 は同じ場合が多いことがわかる.このことから,Baldwin and Dunkerton (1999)で示 された成層圏AO Indexが先行することはなく,振幅が大きい場合などは同時に変動し ている場合が多いことが示唆された.

19

#### 5.2 スペクトル解析

前節で成層圏・対流圏 AO Index を算出した結果, Baldwin and Dunkerton (1999)で 示された成層圏 AO Index の先行が見られないことが示唆された.そこで,成層圏 AO Index と対流圏 Index を用い,自己相関・相互相関とコヒーレンスとフェーズを計算し 位相のずれを確認する.自己相関はある時間だけずらした同一変数の指数変動と元の 波の相関を表し,相互相関はある時間だけずらした2変数指数変動相関を表す.時間 のずれ (ラグ)は日単位で示す.図 19 左上・右上は,成層圏 AO Index の自己相関・対 流圏 AO Index の自己相関を示している.本研究では高速フーリエ変換を用いるため, 日数を少なくし計算を行っている.どちらも,ラグ0で自己相関が高く,その後急速に 下がっていくことがわかる.図19下は成層圏 AO Index と対流圏 AO Index の相互相 関を示す.ラグ0で相互相関が高く,ラグを前後にとることで相関が低くなることがわ かる.ラグ0における相互相関係数は0.62である.図20は成層圏 AO Index と対流圏 AO Index のコヒーレンスとフェーズを示している. 横軸の周波数は (1/day) である. 100 日よりも長い周波数では,フェーズは負となる.これは対流圏 AO Index が先行し ていることを示している.100~12日の周波数では,フェーズはほぼ0となり,同時に 変動している.12日より短くなるとフェーズが正となり,5日では約30度となる.こ れは,成層圏 AO Index が先行していることを示している.先行研究で指摘されている 成層圏 AO Index が対流圏に到達する 2~3 週間程度においては,フェーズが 0 となっ ておりラグがなく同時に変動していることがわかる.

#### 5.3 EP-Flux と子午面循環

前節において,成層圏 AO Index と対流圏 AO Index は同時に変動していることが示 唆された.しかし相互相関係数は0.62となり全て同時ではなく,また,内部変動はわか らない.さらに,AOの下方伝播については,成層圏でのプラネタリー波の反射により 対流圏に影響が及ぶこと (Perlwitz and Harnik 2003), ダウンワードコントロールによ リ子午面循環が変動する (Kuroda and Kodera 2004) ということが示唆されていること などから,対流圏AO Index が成層圏からの影響で変化するのかという事を確認するた め, EP-Flux 解析を行うとともに子午面循環偏差を解析した.本研究では, key day を 設定し key day の 10 日前から key day 前日までの 10 日平均した EP-flux 解析と子午面 循環偏差を確認した.key dayの設定は,90日ローパスフィルターを施した AO Index で下方伝播が見られる期間に着目し,その際に対流圏 AO Index が正・負において最大 となった日,もしくは,成層圏 AO Index が先行して正(負)であり,その後対流圏 AO Index が正 (負) に振れて最初の山 (谷) となった日を key day とした.本研究では, AO 負が成層圏で先行する場合を10件(1958・1960・1968・1971・1975・1977・1978・1987・ 2006・2010年), AO 正が成層圏で先行する場合を10件(1964・1967・1972・19741976・ 1984・1986・1989・1990・2011年), 成層圏 AO Index 負で対流圏 AO Index は正であ る1件(2009年), 成層圏 AO Index 正で対流圏 AO Index は負である2件(1980・1981 年)について解析を行った.

ここでは,成層圏 AO Index 負で対流圏へつながる2事例(1987・2006年)と成層 圏 AO Index 正で対流圏へつながる2事例(1964・1989年)と成層圏 AO Index 負で対 流圏 AO Index は正である1事例(2009年)と成層圏 AO Index 正で対流圏 AO Index は負である1事例(1981年)を図21~32に示す.

まず,成層圏 AO Index が負であり対流圏へつながる2事例を示す.この2事例は成 層圏突然昇温が発生している事例である.1987年の Key day は2月23日であり,図 21・22は1987年2月13日から10日平均した EP-Flux と子午面循環偏差である.図21 の見方は,縦軸に気圧,横軸に緯度0-90度,ベクトルが EP-Flux,コンターは実線が 正の値(発散),破線が負の値(収束)を示している.コンター間隔は50m/s<sup>2</sup>ごとであ り,100m/s<sup>2</sup>ごとに太線で描かれている.シェードは,赤シェードが正の値(発散),青 シェードが負の値(収束)を示している.EP-Fluxの発散は西風加速に対応し,EP-Flux の収束は西風減速に対応する.ベクトルの方向は群速度による波のエネルギー輸送を示 している.ベクトルの方向に着目すると,全体としてほぼ上向きとなっているが,緯度 70-80度の300-100hPaでは下向きとなっているが収束・発散は見られない.また,収 束・発散に着目すると緯度 25-35 度の 400-200hPa,緯度 40-85 度の地表付近で発散し, 緯度 30-60 度では 850-300hPa で収束していることがわかる.そして,ポーラージェッ トが存在する緯度 60-70 度付近に 300hPa までの収束域の張り出しが見られる.この収 束域はポーラージェットを弱めるため AO を負にする方向に働く.図 22 は,子午面循 環偏差を示しており,小さい値はプロットしていない.緯度 70 度付近に鉛直方向に一 貫した下降流,緯度 60 度付近に鉛直方向に一貫した上昇流が見られ,これにより下層 においては,東風偏差となっていることが示唆され,下層で AO 負となる方向に働い ていることがわかる.

2006年のkey day は 3 月 2 日であり,図 23・24 は 2006年 2 月 20 日から 10 日平均し た EP-Flux と子午面循環偏差である.ベクトルの方向に着目すると,全体としてほぼ 上向きとなっている.また,収束・発散に着目すると緯度 35-80 度付近で発散し,それ 以外はほとんどのところで収束していることがわかる.特に緯度 60-70 度付近では収 束域が 200hPa 付近までとなっていることがわかる.これは 1987年と同様にポーラー ジェットを弱めることとなり,AO 負にする方向に働いていることがわかる.子午面循 環偏差は 1987年のような明瞭な循環が見られない.

次に,成層圏 AO Index が正であり対流圏へつながる2事例を示す.1964年の Key day は1月28日であり,図25・26は1964年1月18日から10日平均した EP-Flux と子 午面循環偏差である.ベクトルの方向に着目すると,全体としてほぼ上向きとなって いるが,600hPa 以上の60度以南で赤道向きとなっていることがわかる.さらに,AO 負の際には見られていた緯度60-70度付近の収束域が400hPa 付近までとなり,緯度 30-60度付近には発散域が見られる.この発散域は,西風を加速させるためAO を正に する方向に働き,さらに,EP-Fluxの向きが赤道向きとなることから,渦運動量が北 向きに輸送され,ポーラージェットを加速しAO 正となることがわかる.子午面循環偏 差は1987年のような明瞭な循環が見られない.

1989年の key day は1月14日であり,図27・28 は1989年1月4日から10日平均した EP-Flux と子午面循環偏差である.ベクトルの方向に着目すると,全体としてほぼ上向きとなっているが,600hPa 以上の60度以南で赤道向きとなっていることがわかる.また,収束・発散に着目すると緯度70-80度付近の850-300hPa 付近では収束となっているが,緯度30-70度の400-200hPa 付近にかけて発散域が見られる.これは1964年と同様に西風を加速し,さらに,EP-Fluxの向きが赤道向きとなることから,渦運動量が北向きに輸送され,ポーラージェットを加速しAO 正となることがわかる.子午面循環は,緯度50度付近に鉛直方向に一貫した下降流,緯度60-70度付近に鉛直方向に一貫した上昇流が見られ,下層の緯度50-70度付近で西風偏差となり,AO 正にする方向に働いていることがわかる.

また,成層圏 AO Index 負で対流圏 AO Index は正である事例を示す.この事例は成 層圏突然昇温が発生している事例である.2009年の Key day は1月27日であり,図 29・30は2009年1月17日から10日平均した EP-Flux と子午面循環偏差である.ベ クトルの方向に着目すると,全体としてほぼ上向きとなっているが,緯度45度以南の 400hPa 以上では赤道向きとなっている.また,収束・発散に着目すると緯度30-60度 の400-200hPa で発散,緯度60-70度の850-300hPa で収束となっており,この収束域 はポーラージェットを減速し,AO 負の方向に働いていることがわかる.子午面循環は, 緯度70度付近に鉛直方向に一貫した下降流,緯度60度に鉛直方向に一貫した上昇流 が見られる.これは下層において東風偏差となり,下層においてAO 負となり,AO 正 を AO 負にする方向に働いていることがわかる.

そして,成層圏 AO Index 正で対流圏 AO Index は負である事例を示す.1981年の Key day は12月29日であり,図31・32は1981年12月19日から10日平均した EP-Flux と子午面循環偏差である.ベクトルの方向に着目すると,全体としてほぼ上向きとなっ ているが,緯度45度以南の500hPa以上では赤道向きになっている.また,収束・発 散に着目すると緯度30-55度の400-200hPaで発散,緯度60-80度付近の850-150hPa 付近で収束域となっており,これはポーラージェットを弱め,AO 負にする方向に働い ていることがわかる.子午面循環は,緯度80度付近に鉛直方向に一貫した下降流,緯 度60度付近に鉛直方向に一貫した上昇流が見られ,緯度60-80度付近の下層において 東風偏差となり,AO 負となることがわかる.

### 6 まとめと考察

本研究では, Baldwin and Dunkerton (1999)の解析期間を延長し, AO Index が成 層圏から対流圏へ下方伝播するのか否かについて, AO Index の計算, スペクトル解 析, EP-Flux と子午面循環偏差による解析を行ってきた.以下に各点に関する考察を 述べる.

#### 6.1 AO Index Timeseries

はじめに, Baldwin and Dunkerton (1999)の解析期間を延長した 10 日ローパスフィ ルター・90 日ローパスフィルターを施した AO Index を算出した.この結果は, Baldwin and Dunkerton (1999)のPlate 1・2 に示されている結果と本研究の 1997 年までの結果 は整合的であり, AO Index の計算に誤りはないと考えられる.

次に,成層圏 AO Index と対流圏 AO Index がつながるのは11~4月であり,これは, AO が活発となる季節が冬季であることから整合的であると考えられる.そして,ロー パスフィルターを施さない AO Index は,対流圏 AO Index の変動期間が1週間程度で 変動するものが見られ, AO Index は成層圏から対流圏に急速に下降しほとんどラグが ないことがわかる.これは順圧的な構造となり,Thompson and Wallace (2000)とも整 合的である.90日ローパスフィルターを施した AO Index では成層圏から対流圏に数週 間程度のラグがあり下降する.これは90日ローパスフィルターを施すことにより,AO Index が滑らかに変動するようになり見られる見かけ上のものであると考えられる.ま た,成層圏 AO Index が顕著な場合でもすべての対流圏 AO Index がつながるわけでは ない.さらに,本研究では成層圏・対流圏 AO Index を定義し算出した結果,先行研究 で指摘されている成層圏 AO Index の先行が見られず,成層圏 AO Index 正(負)の時, 対流圏 AO Index 負(正)のように逆となる場合があることも確認された.このことよ り,成層圏・対流圏 AO Index はそれぞれ独自に変動しているが,つながる場合はラグ がなく順圧的につながると考えられる.

#### 6.2 スペクトル解析

AO Index Timeseries からは,同時に変動していることが示唆された.そこで,成 層圏 AO Index と対流圏 AO Index から相互相関係数を算出した結果,相互相関係数 はラグ0で最大となり値は0.62であった.このことから,同時相関が強いことがわか り,成層圏・対流圏 AO Index はラグがなく同時に変動している.これは,AO Index が 5-9 月では同時に変動しているが,11-3 月では成層圏と対流圏の変動が異なる場合 があるためだと考えられる.これは,冬季成層圏 AO は極夜渦の変動を反映している (Kuroda and Kodera 2001)事が要因であると考えられる.冬季の成層圏 AO 正は極夜 渦の強化に対応し,極夜渦の強化は放射過程によるものであるため成層圏のみの変動 となる.また,成層圏 AO は負に関しては,成層圏突然昇温を反映しており,突然昇温 は成層圏のみで発生するために,対流圏と別の変動となり異なったと考えられる.さ らに,クロススペクトル解析を行うことで,成層圏・対流圏どちらの変動が先行する かを調べた.すると,先行研究で指摘されている成層圏から対流圏へ影響が及ぶとい う2週間から3週間程度では,変動はあるもののフェーズはほぼ0となっており,同時 に変動していることがわかる.このことから変動はラグがなく,AO Index は順圧的な 構造であると考えられる.

#### 6.3 EP-Flux と子午面循環

対流圏 AO Index が成層圏からの影響で変化するのかという事を確認するため,EP-Flux 解析を行うとともに子午面循環偏差を解析した. 成層圏 AO Index が負であり対 流圏につながる場合, EP-Flux に着目すると, 1987年においては, 緯度 70-80 度付近 の300-100hPaで下方に向かうベクトルが見られるが,大きな収束発散が見られないた め上層からの影響は小さいと考えられる.また,緯度60-70度付近の850-300hPaには 収束が見られ,この付近はポーラージェットが存在する付近であり,ポーラージェット を弱め AO 負にする方向に働いていることがわかる.同様に2006年においては,緯度 60-70 度付近の 850-200hPa には収束が見られ,ポーラージェットを弱め AO 負にする 方向に働いていることがわかる.本論文では2事例を示したが,解析を行った残りの 8件も同様に収束域が見られ,ポーラージェットを弱め AO 負にする方向に働いている ことが確認された.子午面循環偏差に着目すると,1987年において緯度60-70度付近 の下層では東風偏差となる循環となっており, AO 負となる方向となる.しかし, 2006 年においては明瞭な循環が見られない.解析を行った残りの8件においても,下層で |東風偏差となるものもあるが共通した特徴は見られなかった.2事例はともに成層圏突| |然昇温が発生しており,成層圏突然昇温に伴う東風領域が下降し,成層圏において AO 負となっていることが考えられる.このことから,AO Index 負が対流圏につながる場 合において、プラネタリーの反射による影響や成層圏変動に伴う子午面循環の変動が 対流圏 AO Index を変化さているとは考えにくい. 成層圏の AO 負の下降は成層圏突 |然昇温によるもので,対流圏のAO負は対流圏内部でのEP-Flux収束に伴うポーラー ジェットの弱化が要因によるものであると考えられる.

次に,成層圏 AO Index が正であり対流圏につながる場合, EP-Flux に着目すると, 1964 年においては , 600hPa 以上の 60 度以南で赤道向きとなっていることがわかる . さらに, AO 負の際には見られていた緯度 60-70 度付近の収束域が 400hPa 付近までと なり,緯度30-60度付近には発散域が見られる.この発散域は,西風を加速させるた めAOを正にする方向に働き,さらにEP-Fluxの向きが赤道向きとなることから,渦 運動量が北向きに輸送され,ポーラージェットを加速しAO正となることがわかる.同 様に , 1989 年は 600hPa 以上の 60 度以南で赤道向きとなっており , 緯度 30-70 度の 400-200hPa 付近にかけて発散域が見られ, 1964 年と同様に AO 正となることがわか る. 解析を行った残りの8件についても,赤道向きのベクトル,AO負の際に見られた 緯度 60-70 度付近の収束域が見られない事,さらに,緯度 50-60 度に発散域があるこ とという特徴が共通している.子午面循環偏差に着目すると,1964年においては,子 午面循環は明瞭な循環が見られない.しかし,1987年においては,緯度 50-70 度付近 の下層において西風偏差となる循環となり,AO正となる.解析を行った残りの8件に おいても緯度 50-70 度付近の下層において西風偏差となる循環となる特徴も見られる が全てにおいて同様とはならない.このことから,すべてのAOIndex正の下降の際に おいて EP-Flux の下降による影響や成層圏変動に伴う子午面循環の変動が対流圏 AO Index を変化させることは考にくい.

また, 成層圏 AO Index が負であり, 対流圏 AO Index が正である 2009 年の場合, EP-Flux に着目すると, 緯度 30-60 度の 400-200hPa で発散, 緯度 60-70 度の 850-300hPa で収束となっており, この収束域はポーラージェットを減速し, AO 負の方向に働いて いることがわかる.子午面循環は, 緯度 70 度付近に鉛直方向に一貫した下降流, 緯度 60 度に鉛直方向に一貫した上昇流が見られる.これは下層において東風偏差となり, 下層において AO 負となり, AO 正を負にする方向に働いていることがわかる.

そして,成層圏 AO Index が正であり,対流圏 AO Index が負である 1981 年の場合, EP-Flux に着目すると,緯度 60-80 度付近の 850-150hPa 付近で収束域となっており, これはポーラージェットを弱め, AO 負にする方向に働いていることがわかる.子午面 循環は,緯度 80 度付近に鉛直方向に一貫した下降流,緯度 60 度付近に鉛直方向に一 貫した上昇流が見られ,下層において東風偏差となり, AO 負となることがわかる.こ のことから,成層圏 AO Index 正は成層圏の変動により,対流圏 AO Index 負は対流圏 の変動で変化していると考えられる.

以上のことから,成層圏からの影響は対流圏まで及ばず,成層圏・対流圏独自の変動により AO Index が変化していると考えられる.

#### 7 結論

本研究では、AOが成層圏から対流圏へ下方伝播するのか否かについて再検証するこ とを目的とし、Baldwin and Dunkerton (1999)の解析期間を延長し事例数を増やすこと で再検証を行った.まず、Baldwin and Dunkerton (1999)の解析期間を延長し、10日 ローパスフィルターと90日ローパスフィルターを施した場合、1997年まではBaldwin and Dunkerton (1999)と同様な傾向が得られたことから、計算は確からしいと考えら れる.また、本研究においては、ローパスフィルターを施さない AO Index を作成し た.すると、90日ローパスフィルターでは数週間の時間スケールで AO Index が変動 し、成層圏 AO Index はラグがあり対流圏につながるのに対し、ローパスフィルターを 施さない場合、AO Index は1週間程度で変動しラグがなく AO Index がつながる.さ らに、成層圏・対流圏 AO Index を定義し算出した結果、成層圏で AO 正(負)のとき 対流圏で AO 負(正)となるような場合もあることがわかった.このことから、成層圏・ 対流圏の AO は独自に変動しており、成層圏の AO が対流圏にラグがありつながるの は、ローパスフィルターによる見かけ上のものであることが示唆された.

そこで,成層圏 AO Index と対流圏 AO Index より相互相関関数を計算した結果,lag0 において相互相関係数は最大となった.さらに,クロススペクトル解析を行い成層圏・ 対流圏 AO Index どちらが先行するのかを調べた結果,先行研究で指摘されている2~ 3週間でのフェーズは,ほぼ0となっており同時に変動していることがわかった.この ことから,成層圏・対流圏 AO Index は順圧的な構造であると推測できる.

そして,相互相関関数の計算により,成層圏 AO Index と対流圏 AO Index は同時相 関が強いことがわかったが,すべて同時変動していないことや,フェーズにおいては12 日より短くなるとフェーズが正となり成層圏が先行することがわかった.そこで,成 層圏からの影響を検証するために,EP-Flux と子午面循環偏差の解析を行った.する と,先行研究で述べられているプラネタリー波の反射による対流圏の影響や明瞭な子 午面循環の変化はすべての事例では見られず,AO 正・負ともに対流圏期限の影響によ り対流圏が変動していることが示唆され,変動は成層圏・対流圏独自であり成層圏か ら対流圏への影響は小さいと考えられる.

以上のことから,成層圏・対流圏 AO Index は独自で変動し,つながる場合は成層 圏・対流圏それぞれでの変動により AO が変化しラグはなくつながり,順圧的な構造 となると考えられる.

## 謝辞

本研究を進めるにあたり,生命環境科学研究科地球科学専攻専攻長/筑波大学計算科 学研究センター田中博教授には,終始あたたかく適切なご指導を賜りました.心より感 謝いたしますとともに,篤く御礼申し上げます.また,同専攻の植田宏昭教授,上野健 一准教授,日下博幸准教授,若月泰孝助教,国立科学研究所寺崎康児研究員には,研究 内容や手法,今後の発展に関して様々な助言を頂戴致しました.心より感謝致します.

さらに,大気大循環研究室の先輩方には大変お世話になりました.また,ともに修 士論文を進めた同大学生命環境科学研究科気象分野の修士2年生の皆さま,修士1年 生の皆さま及び同大学地球科学主専攻気候学・気象学分野4年生の皆さまにはよき相 談相手になって頂きました.

最後に本大学院への進学を援助して頂いた家族に深く感謝いたします.本論文は皆 様のご協力により完成させることができました.心より感謝致します.

## Appendix EOF 解析

#### EOF 解析とは

AO は北半球における SLP を EOF 解析 (主成分解析) したものの第一主成分により 定義される.

EOF 解析は、いくつかの地点における時系列データの主要な変動パターンを抽出して変動の特徴を把握するための統計的手法であり、北半球における大気の変動パターンを見るためにこれを行う.

ー般に何らかの相関関係がある p 個の地点でのデータ  $x_1, x_2, \dots, x_p (p \ge 2)$  で, 時系 列方向に N 個のデータ  $x_{1\lambda}, x_{2\lambda}, \dots, x_{p\lambda}$  ( $\lambda = 1, 2, \dots, N$ )が得られたとする. これらの N 個の時系列データは, それぞれ p 個の地点での気象要素が相互に関連のある変動を示 しているとみなせるので, この変動を説明する関数として, p 個の変量の一次結合で表 すことができ, これを

$$z = l_1 x_1 + l_2 x_2 + \dots + l_p x_p \tag{53}$$

と仮定し, $l_1, l_2, \cdots, l_p$ を変化させ,

$$\sum_{i=1}^{p} l_i^2 = 1 \tag{54}$$

の条件の下で, z の分散が最大になるときの z を第一主成分という. このときの係数を  $l_{1i}(i = 1, 2, \cdots, p)$  で表すと,

$$z_1 = l_{11}x_1 + l_{12}x_2 + \dots + l_{1p}x_p \tag{55}$$

となる.

次に  $z_1$ とは無相関な z のうちで、式 (55)を満たす最大の分散を持つ  $z_2$  が決定できる. この  $z_2$ を第二主成分という. この時の係数を  $l_{2i}(i = 1, 2, \dots, p)$  とすると  $z_2$  は、

$$z_2 = l_{21}x_1 + l_{22}x_2 + \dots + l_{2p}x_p \tag{56}$$

と表すことができる.以下同様にして第m成分 $z_m$ までで全変動の大部分が説明できればこれ以上を求める必要はなN.ここで, $z_m$ を,

$$z_m = l_{m1}x_1 + l_{m2}x_2 + \dots + l_{mp}x_p \tag{57}$$

と書く.従って各係数は,

$$l_{\alpha 1}^{2} + l_{\alpha 2}^{2} + \dots + l_{\alpha p}^{2} = \sum_{k=1}^{p} l_{\alpha k}^{2} = 1$$
(58)

を満たし 各主成分は 以下の条件を満たすように定まる.

 $\begin{cases} 第一主成分 <math>z_1$ の分散が最大である. 第  $i \pm$ 成分と第  $j \pm$ 成分  $(i \neq j)$  は直交する (無相関である).

各主成分の計算は、p×pの分散共分散行列の固有値問題に帰着する.これについては次 小節に記すこととする.

全球再解析データに対して EOF 解析をする際には注意が必要である. なぜなら, 全 球再解析データはどの緯度帯でも、経度方向には同じ数のグリッドが存在するからであ る. 地球は球形であるので、全球再解析データのままでは、高緯度になるほど各グリッ ドあたりの面積が小さくなる. そのため、面積荷重を考慮せずに EOF 解析を行ってし まうと、低緯度と比較して高緯度の変動が相対的に大きく見積もられてしまい、実際に 変動を特徴付けるパターンとは異なるパターンが現れる恐れがある. このグリッドの偏 りを修正するために、緯度方向に面積荷重  $\sqrt{\cos \theta}$  をデータにかけて偏りを解消する.

一般に、p 変量データ、すなわち N 個の各標本について、p 種類の変量  $x_1, x_2, \dots, x_p$ が測定されたとし、そのデータに基づき、主成分  $z_1, z_2, \dots, z_m (m \le p)$  を求める方法に ついて以下で述べる.

まず、得られたデータより各変量の分散共分散  $\sigma_{ij}$  を求め、それを

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1p} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \cdots & \sigma_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{p1} & \sigma_{p2} & \cdots & \sigma_{pp} \end{pmatrix}$$
(59)

と表す.ここでの $\sigma_{ij}$ は各変量の分散共分散の不偏推定値であり,

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{N-1} \left\{ \sum_{\lambda=1}^{n} (x_{i\lambda} - \bar{x}_i)(x_{j\lambda} - \bar{x}_j) \right\}$$
(60)

$$\bar{x_i} = \frac{1}{N} \sum_{\lambda=1}^{N} x_{i\lambda} \tag{61}$$

とし、さらに相関行列を求め、それを

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1p} \\ r_{21} & r_{22} & \cdots & r_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{p1} & r_{p2} & \cdots & r_{pp} \end{pmatrix}$$
(62)  
$$(r_{ii} = 1; i = 1, 2, \cdots, p)$$

と表す.

ここで, p 個の変量  $x_1, x_2, \cdots, x_p$  からなるベクトル変量を

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_p \end{pmatrix}$$
(63)

とする. ここで,Xのとりうる量は,

$$\begin{pmatrix} x_{11} \\ x_{21} \\ \vdots \\ x_{p1} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_{12} \\ x_{22} \\ \vdots \\ x_{p2} \end{pmatrix}, \cdots, \begin{pmatrix} x_{1N} \\ x_{2N} \\ \vdots \\ x_{pN} \end{pmatrix}$$

また, 各主成分を式 (53) の形で求めるために各主成分の変量 *x<sub>i</sub>* の係数をそれぞれベクトル

$$\mathbf{l}_{1} = \begin{pmatrix} l_{11} \\ l_{21} \\ \vdots \\ l_{p1} \end{pmatrix}, \mathbf{l}_{2} = \begin{pmatrix} l_{12} \\ l_{22} \\ \vdots \\ l_{p2} \end{pmatrix}, \cdots, \mathbf{l}_{m} = \begin{pmatrix} l_{1m} \\ l_{2m} \\ \vdots \\ l_{pm} \end{pmatrix}$$

で表し,  $l_{\alpha}$ の転置行列を  $l_{\alpha}^{T}$  で表すと主成分は

$$\begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{l}_1^T \\ \mathbf{l}_2^T \\ \vdots \\ \mathbf{l}_m^T \end{pmatrix} \mathbf{X}$$
(64)

と書くことができる. ただし、各  $\mathbf{l}_{\alpha}^{T}$  は単位ベクトル ( $\mathbf{l}_{\alpha}^{T} \cdot \mathbf{l}_{\alpha} = 1$ ) とする. これより、各成分  $z_{\alpha}$  が条件 (58) を満たすように係数を求めればよい. したがって、

$$V\{z_1\} = v\{\mathbf{l}_1^T\mathbf{X}\} = \mathbf{l}_1^T V\{\mathbf{X}\}\mathbf{l}_1 = \mathbf{l}_1^T \mathbf{S}\mathbf{l}_1$$
(65)

 $z_1$ の分散  $V\{z_1\}$  が最大になるような  $l_1$  を求めるために, ラグランジュの未定乗数法を 用いる (次小節参照). ここで, ラグランジュ未定乗数を  $\lambda$  として,

$$v = \mathbf{l}_1^T \mathbf{S} \mathbf{l}_1 - \lambda (\mathbf{l}_1^T \mathbf{l}_1 - 1)$$
(66)

の両辺を l<sub>1</sub><sup>T</sup> で微分すると, 微分方程式

$$\frac{\partial v}{\partial \mathbf{l}_1^T} = (\mathbf{S} - \lambda \mathbf{I}) \mathbf{l}_1 \tag{67}$$

#### **I**:*p* 次の単位行列

が得られ、ラグランジュの未定乗数法よりこの微分方程式が0になるときに $z_1$ の分散  $V\{z_1\}$ は最大になる. すなわち、以下の連立方程式

$$(\mathbf{S} - \lambda \mathbf{I})\mathbf{l}_1 = 0 \tag{68}$$

を解けばよ*N*. ここで,式(64)のベクトルl<sub>1</sub>の要素がすべて0以外の解を持つためには λが固有方程式

$$|\mathbf{S} - \lambda \mathbf{I}| = 0 \tag{69}$$

の解 (固有値) でなければならない. また,  $z_1$ の分散  $V\{z_1\}$  を最大にするものが存在する とすれば, 式 (67) より

$$V\{z_1\} = \lambda \tag{70}$$

であり、式 (69) の固有値に等しくなるので、 $z_1$  における係数ベクトル  $l_1$  としては、式 (69) の最大の固有値  $\lambda_1$  に対応する単位固有ベクトルとして第一主成分  $z_1$  を決定するこ とができる. 一方、式 (69) の固有値を展開すると  $\lambda$  についての p 次方程式になるので、p個の固有値 (重複するものを含めて数えると) が存在し、しかも S は非負の対称行列で あるから固有値はすべて非負の実数である. その中の最大のものを  $\lambda_1$  として  $l_1$  を求め る. さらに大きさの順に  $\lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_m$  を抽出し、 $\lambda_k (1 \le k \le m)$  に対応する単位固有 ベクトルを第 k 主成分  $z_k$  における係数ベクトル  $l_k$  として、全部で m 個の主成分を求め るとこれらは条件を満たす.

#### ラグランジュの未定乗数法

関数  $y = f(x_1, x_2, \dots, x_p)$  について, 条件  $h(x_1, x_2, \dots, x_p) = 0$  のもとで, その極大, もしくは極小を求めるために, 以下の関数を導入する.

$$z = y = f(x_1, x_2, \cdots, x_p) + \lambda h(x_1, x_2, \cdots, x_p)$$
(71)

この仮定した関数において, zを最大にすることは, yをh = 0のもとで極大, もしくは 極小にすることと同値である.したがって,

$$\frac{\partial z}{\partial x_1} = \frac{\partial z}{\partial x_2} = \dots = \frac{\partial z}{\partial x_p} = h(x_1, x_2, \dots, x_p) = 0$$
(72)

を解いて,  $x_1, x_2, \dots, x_p$  を求めると, この  $x_1, x_2, \dots, x_p$  に対する y の値が極大, もしく は極小となる. さらに条件が次のように 2 個以上あるときにおいても,

$$h_1(x_1, x_2, \cdots, x_p) = 0, \ h_2(x_1, x_2, \cdots, x_p) = 0, \ \cdots, \ h_p(x_1, x_2, \cdots, x_p) = 0$$
 (73)

上記の場合と同じように、次の関数について、

$$z = y = (x_1, x_2, \cdots, x_p) + \lambda_1 h_1(x_1, x_2, \cdots, x_p) + \lambda_2 h_2(x_1, x_2, \cdots, x_p) + \cdots + \lambda_p h_p(x_1, x_2, \cdots, x_p)$$
(74)

上記の場合と同じように式 (72) を解くことにより y を極大, もしくは極小にすること ができる.

## 参考文献

- Baldwin, M. P., and T. J. Dunkerton, 1999: Propagation of the Arctic Oscillation from the stratosphere to the troposphere. J. Geophys. Res., 104, D24, doi:10.1029/1999JD900445.
- Baldwin, M. P., and T. J. Dunkerton, 2001: Stratospheric harbingers of anomalous weather regimes. *Science*, 294, 581-584.
- Black, R. X., 2002: Stratospheric forcing of surface climate in the Arctic Oscillation. J. Climate, 15, 268-277.
- Boville, B. A., 1984: The influence of the polar night jet on the tropospheric circulation in a GCM. J. Atmos. Sci., 41, 1132-1142.
- Charlton, A. J., and L. M. Polvani, 2007: A new look at stratospheric sudden warmings. Part I: Climatology and modeling benchmarks. J. Climate, **20**, 449-469.
- Charney, J. G., and P. G. Drazin, 1961: Propagation of planetary-scale disturbances from the lower into the upper atmosphere. J. Geophys. Res., 66, L030707, 83-109.
- Christiansen, B., 2005: Downward propagation and statistical forecast of the nearsurface weather. J. Geophys. Res., 110, D14104, doi:10.1029/2004JD005431.
- Kodera, K., and Y. Kuroda, 2000: Tropospheric and stratospheric aspects of the Arctic Oscillation. *Geophys. Res. Lett.*, 27, 3349-3352, doi:10.1029/2000GL012017.
- Kodera, K., H. Mukougawa, and S. Itoh, 2008: Tropospheric impact of reflected planetary waves from the stratosphere. *Geophys. Res. Lett.*, 35, L16806, doi:10.1029/2008GL034575.
- Kuroda, Y., and K. Kodera, 1999: Role of planetary waves in the stratosphere troposphere coupled variability in the Northern Hemisphere winter. *Geophys. Res. Lett.*, 26, 2375-2378, doi:10.1029/1999GL900507.
- Kuroda, Y., and K. Kodera, 2001: Variability of the polar night jet in the Northern and Southern Hemispheres. J. Geophys. Res., 106, D18, doi:10.1029/2001JD900226.

- Kuroda, Y., and K. Kodera, 2004: Role of the Polar-night Jet Oscillation on the formation of the Arctic Oscillation in the Northern Hemisphere winter. J. Geophys. Res., 109, D11112, doi:10.1029/ 2003JD004123.
- Labitzke, K., 1981: The amplification of height wave 1 in January 1979: A characteristic precondition for the major warming in February. *Mon. Wea. Rev.*, **109**, 983-989.
- Matsuno. T., 1971: A dyAOical model of the stratospheric sudden warming. J. Atmos. Sci., 28, 1479-1494.
- 向川均,黒田友二,廣岡俊彦,2008: 成層圏循環が対流圏北半球環状モードの予測可能性 に及ぼす影響.京都大学防災研究所年報,51B,355-363.
- 向川均, 佐冶憲介, 小寺邦彦, 2010: 成層圏でのプラネタリー波の反射と関連する帯状構 造.京都大学防災研究所年報, **53B**, 307-312.
- Nakagawa, K. I., and K. Yamazaki, 2006: What kind of stratospheric sudden warming propagates to the troposphere? *Geophys. Res. Lett.*, **33**, L04801, doi:10.1029/2005GL024784.
- Nigam, S., 1990: On the structure of variability of the observed tropospheric and stratospheric zonal-mean zonal wind. J. Atmos. Sci., 47, 1799-1813.
- Perlwitz, J., and N. Harnik, 2003: Observational evidence of a stratosphere influence on the troposphere by plnetary wave reflection. J. Climate, 16, 3011-3026.
- Scherhag, R., 1952: Die explosionsartigen Stratospharenerwarmungen des Spatwinters 1952. Ber. Deut. Wetterd., 6, 51-63.
- 田中 博, 2007: 偏西風の気象学. 成山堂, 174pp.
- Thompson, D. W. J., and J. M. Wallace, 1998: The Arctic Oscillation signature in the wintertime geopotential height and temperature fields. *Geophys. Res. Lett.*, 25, 1297-1300.
- Thompson, D. W. J., J. M. Wallace, and G. Hegerl, 2000: Annular modes in the extratropical circulation. Part I: Month-to-month variability. J. Climate, 13, 1000-1016.
- 冨川喜弘, 2010: 成層圏突然昇温と中層大気循環 MTI ハンドブック. MTI ハンドブック 編集グループ, X-14pp.

瓜生道也, 1976: 波とそのまわりの平均運動. 天気, 23, 3-22.

Wallace, J. M. and D. W. J. Thompson, 2002: Annular modes and climate prediction. *Phys. Today*, 55, 28-33.



図 1: 北極振動に伴う地上気圧偏差の分布図 (Wallace and Thompson 2002 より引用).



図 2: 北極振動に伴う地上気温偏差の分布図 (Wallace and Thompson 2002 より引用).



図 3: 10-day low-pass を施した AO Index 時系列図 (1958–1972年).Baldwin and Dunkerton (1999) と同様に 10-day low-pass を施したジオポテンシャル高度偏差 より計算され た AO Index の時系列図.



図 4: 10-day low-pass を施した AO Index 時系列図 (1973–1987年). 図 3 と同様.



図 5: 10-day low-pass を施した AO Index 時系列図 (1988–2002 年). 図 3 と同様.



図 6: 10-day low-pass を施した AO Index 時系列図 (2003–2011 年). 図 3 と同様.



図 7: 90-day low-pass を施した AO Index 時系列図 (1958–1972年).Baldwin and Dunkerton (1999) と同様に 90-day low-pass を施したジオポテンシャル高度偏差 より計算され た AO Index の時系列図.



図 8: 90-day low-pass を施した AO Index 時系列図 (1973–1987年). 図7と同様.



図 9: 90-day low-pass を施した AO Index 時系列図 (1988–2002 年). 図 7 と同様.



図 10: 90-day low-pass を施した AO Index 時系列図 (2003–2011年). 図 7 と同様.



図 11: AO Index 時系列図 (1958–1972 年).Baldwin and Dunkerton (1999) と同様にジ オポテンシャル高度偏差 より計算された AO Index の時系列図.



図 12: AO Index 時系列図 (1973–1987 年). 図 11 と同様.



図 13: AO Index 時系列図 (1988-2002 年).図11と同様.



図 14: AO Index 時系列図 (2003-2011 年 ). 図 11 と同様.



図 15: 成層圏・対流圏 AO Index 時系列図 (1958–1972 年).250–10hPa・1000–250hPa で鉛直平均したジオポテンシャル高度偏差より計算されたものをそれぞれ成層圏・対 流圏 AO Index とした.青: 成層圏 AO Index. 赤:対流圏 AO Index



図 16: 成層圏・対流圏 AO Index 時系列図 (1973–1987 年). 図 15 と同様.



図 17: 成層圏・対流圏 AO Index 時系列図 (1988-2002 年). 図 15 と同様.



図 18: 成層圏・対流圏 AO Index 時系列図 (2003-2011 年). 図 15 と同様.



図 19: 成層圏 AO Index と対流圏 AO Index の相互相関.

**Coherence and Phase** 



図 20: 成層圏 AO Index と対流圏 AO Index のコヒーレンスとフェーズ.



図 21: 1987年2月13日から10日平均した EP-Flux.ベクトル: EP-Flux,実線:正, 破線:負.赤シェード: EP-Fluxの発散(西風加速に対応),青シェード: EP-Fluxの 収束(西風減速に対応).



図 22: 1987年2月13日から10日平均した子午面循環偏差.



図 23: 2006年2月20日から10日平均した EP-Flux . 図 21 と同様.



図 24: 2006 年 2月 20 日から 10 日平均した子午面循環偏差.



図 25: 1964年1月18日から10日平均した EP-Flux.図21と同様.



図 26: 1964 年 1 月 18 日から 10 日平均した子午面循環偏差.



図 27: 1989年1月4日から10日平均した EP-Flux.図21と同様.



図 28: 1989 年1月4日から10日平均した子午面循環偏差.



図 29: 2009年1月17日から10日平均した EP-Flux.図21と同様.



図 30: 2009 年 1 月 17 日から 10 日平均した子午面循環偏差.



図 31: 1981 年 12 月 19 日から 10 日平均した EP-Flux . 図 21 と同様.



図 32: 1981 年 12 月 19 日から 10 日平均した子午面循環偏差.