

大気長周期変動に見られるPNAパターンの
成因と特性に関する解析的および理論的研究

鈴木 一 歩

200620234

平成20年1月

筑波大学大学院環境科学研究科

平成19年度修士（環境科学）学位論文

大気長周期変動に見られる PNA パターンの成因と特性に関する解析的および理論的研究

鈴木一步

要旨

本研究では、大気長周期変動に見られる PNA パターン (Pacific/North American pattern) が大気大循環の内部力学により形成される力学的モードであるかどうかを明らかにするために、固有モード理論に基づいた解析を行った。

まず、現実の大気に PNA パターンがどういった現れ方をするのかを調べた。すると、北太平洋から北米大陸に大きな変動領域を持つ PNA パターンを確認することができた。次に、Tanaka (2003) で示されている順圧大気大循環モデル (順圧 S-モデル) を用いた 1950 年 1 月 1 日を初期値としてパラメータを 1 月に固定した 51 年間の数値積分を行った。その結果、順圧 S-モデルが北極振動 (Arctic Oscillation: AO), PNA パターンを含む長周期変動をうまく再現していることがわかった。そこでモデル方程式を線形化し、固有値問題に帰着させた。線形化の際、1 月 1 日の気候値、PNA \pm の合成場の 3 通りを基本場として与え、さらに超粘性項、エクマン摩擦、帯状地表流摩擦を導入して解析を行った。Jin et al. (2006) では実際の空間パターンは示されていないものの、固有値のスペクトル図において最も減衰率の低い定在解に AO、また、最も減衰率の低い周期解に PNA パターンが存在することが示されている。これを踏まえて調べた結果、最も減衰率の低い定在解に北極域と中緯度のシーソー的変動である環状モード、AO を、減衰率の小さい周期解の中に PNA パターンに似た解を見つけることができた。

これらを踏まえると、固有モードを作り出す物理過程が PNA パターンの成因に関係していることは大いにありうると考えられる。

キーワード

PNA (Pacific/North American) パターン, 定常ロスビー波, 固有モード, 大気長周期変動

目次

目次	i
図目次	iii
1 序論	1
1.1 大気大循環に見られる長周期変動	1
1.2 AO, PNA, NAO の関係	2
1.3 PNA パターンに関する研究	2
2 目的	4
3 解析手法	5
3.1 基礎方程式系	5
3.2 プリミティブ方程式系の導出	8
3.2.1 基礎方程式系の線形化	8
3.2.2 鉛直構造関数	10
3.2.3 水平構造関数	13
3.2.4 3次元ノーマルモード関数展開	16
3.3 順圧 S-モデル	19
3.4 固有モード	20
3.4.1 摂動法による線形化	20
3.4.2 固有値問題	21
3.4.3 物理過程	23
3.5 統計解析	25
3.5.1 一点相関	25
3.5.2 Teleconnectivity	25
3.5.3 PNA index	26
3.5.4 EOF 解析	26
3.5.5 波活動度フラックス	28
4 使用データと解析手順	30
4.1 使用データ	30
4.1.1 NCEP/NCAR 再解析データ	30
4.1.2 JRA-25 および JCDAS	30
4.2 解析手順	31

5	結果	33
5.1	現実の大気場における PNA パターンの現れ方	33
5.2	順圧 S-モデルと現実大気場の比較	34
5.3	固有モード解析	35
6	考察	40
6.1	現実の大気場における PNA パターンの現れ方	40
6.2	順圧 S-モデルと現実大気場の比較	41
6.3	固有モード解析	42
7	結論	45
	謝辞	47
	参考文献	48

目 次

1	大気の順圧成分に対する EOF-1, 2	50
2	500 hPa 高度場における EOF-1, 2 と波活動度フラックスの水平成分	51
3	250 hPa 高度場における EOF-1, 2 と波活動度フラックスの水平成分	52
4	PNA index の月変化	53
5	PNA index が +1 以上, -1 以下の日の 500 hPa 高度場の合成図	54
6	PNA index が ±1 以上の月で blocking が現れた日の 500 hPa 高度場	55
7	PNA index が ±1 以上の日の 500 hPa の流線関数偏差の合成図と波活動度 フラックスの水平成分	56
8	大気の順圧成分の Teleconnectivity	57
9	大気の順圧成分に対する (43°N, 10°W) の一点相関	58
10	大気の順圧成分に対する再解析データと順圧 S-モデルの一点相関	59
11	大気の順圧成分に対する NCEP/NCAR 再解析データと順圧 S-モデルの 一点相関	60
12	1 月 1 日の気候値	61
13	PNA index が -1 以下の日 (192 日間) の合成図	62
14	PNA index が +1 以下の日 (224 日間) の合成図	63
15	Jin et al. (2006) で示されている固有値のスペクトル図	64
16	固有値のスペクトル図 (超粘性係数: 2.7E40, 基本場: 1 月 1 日の気候値)	65
17	EVP-1, 2, 3, 4 (超粘性係数: 2.7E40, 基本場: 1 月 1 日の気候値, 定在解)	66
18	EVP-5, 6, 7, 8 (超粘性係数: 2.7E40, 基本場: 1 月 1 日の気候値, 定在解)	67
19	EVP-p9, p10 (超粘性係数: 2.7E40, 基本場: 1 月 1 日の気候値, 周期解)	68
20	固有値のスペクトル図 (超粘性係数: 7.0E41, 基本場: 1 月 1 日の気候値)	69
21	EVP-1, 2, 3, 4 (超粘性係数: 7.0E41, 基本場: 1 月 1 日の気候値, 定在解)	70
22	EVP-5, 6, 7, 8 (超粘性係数: 7.0E41, 基本場: 1 月 1 日の気候値, 定在解)	71
23	EVP-p1, p2, p3 (超粘性係数: 7.0E41, 基本場: 1 月 1 日の気候値, 周期解)	72
24	固有値のスペクトル図 (超粘性係数: 2.8E40, 基本場: PNA -)	73
25	EVP-1, 2, 3, 4 (超粘性係数: 2.8E40, 基本場: PNA -, 定在解)	74
26	EVP-5, 6, 7, 8 (超粘性係数: 2.8E40, 基本場: PNA -, 定在解)	75
27	EVP-9, 10, 11, 12 (超粘性係数: 2.8E40, 基本場: PNA -, 定在解)	76
28	固有値のスペクトル図 (超粘性係数: 2.7E40, 基本場: PNA +)	77
29	EVP-1, 2, 3, 4 (超粘性係数: 2.7E40, 基本場: PNA +, 定在解)	78
30	EVP-5, 6, 7, 8 (超粘性係数: 2.7E40, 基本場: PNA +, 定在解)	79

31	固有値のスペクトル図 (超粘性係数: $3.2E40$, 帯状地表摩擦係数: $1.0E-6$, エクマン摩擦係数: 0.0001 , 基本場: PNA +)	80
32	EVP-1, 2, 3, 4 (超粘性係数: $3.2E40$, 帯状地表摩擦係数: $1.0E-6$, エクマン摩擦係数: 0.0001 , 基本場: PNA +, 定在解)	81
33	EVP-5, 6, 7 (超粘性係数: $3.2E40$, 帯状地表摩擦係数: $1.0E-6$, エクマン摩擦係数: 0.0001 , 基本場: PNA +, 定在解)	82

1 序論

1.1 大気大循環に見られる長周期変動

大気大循環に見られる長周期変動として、北極振動 (Arctic oscillation: AO), NAO (North Atlantic oscillation) そして本研究の対象とする変動である PNA パターン (Pacific/North American pattern) がよく知られている。これらの変動は主に冬季北半球に卓越する変動である。

AO は, Thompson and Wallace (1998) において示された海面更正気圧の EOF (Empirical Orthogonal Function) 第一モードで定義される。AO は, 北極域と中緯度の気圧のシーソー的変動であり, 鉛直構造は, 地表から下部成層圏まで順圧的な構造をしている。海面更正気圧偏差が, 北極域で負, 中緯度で正の時は AO+, 逆の時は AO- とされている。特に特徴的な点は, 中緯度において太平洋と大西洋に特に強い変動領域が現れる点であり, 環状であることから北半球環状モード (Northern hemisphere Annular Mode: NAM) とも呼ばれている。

この AO について, Tanaka (2003) では大気の順圧成分における AO を示すと共に, 順圧大気大循環モデルを構築し, AO をうまく再現している。図 1 は, Tanaka (2003) と同様の手法を用いて解析した冬季北半球の大気の順圧成分に対する EOF-1, 2 を示している。EOF-1 では, 太平洋と大西洋に強い変動を持つ AO, EOF-2 では, 太平洋領域に PNA パターンに似た変動が見られる。また Tanaka and Matsueda (2005) では, AO が任意の外力強制に応答して励起する特異固有モードであると示されている。

気温, 気圧等の物理量が空間的に離れた場所で同時に変動する現象は, テレコネクションと言われている。そのテレコネクションパターンとして, NAO や PNA パターンはよく言及される。NAO は, 大西洋の中高緯度における変動であり, その範囲は大西洋広範囲にわたっている。大まかに言えば, 気候学的に存在する冬のアイスランド低気圧とアゾレス高気圧が共に強まったり弱まったりする現象と見ることができる。冬季には, NAO に伴う偏差が, 大西洋の海面更正気圧の全分散の 1/3 以上を説明すると言われる極めて重要な現象である。特に最近では, AO が NAO と同質のものではないかという議論から NAO に関する関心が高まり, NAO の気候変動における役割と重要性を強調する研究が増えている。

また, PNA パターンは, 中央太平洋から北米大陸に伝播する太平洋の広域にわたって影響を与える変動パターンである。その力学的実態は, 定常ロスビー波の波列であると言われている。ロスビー波とは, 山岳や対流に伴う潜熱加熱の大気への力学的効果によって生じ, 位相が西向きに伝播する性質を持つ波である。中緯度では偏西風が卓越しており, この西風の中で生じるロスビー波の中には, 波が西に進む速さとこの西風風速がつりあい, 波が停滞することがある。この停滞する波のことが定常ロスビー波と言われている。

これまで述べてきた変動と異なるが、夏季に卓越するPJパターン (Pacific-Japan pattern) は日本に影響を与えるテレコネクションとして知られている。熱帯西太平洋における積雲対流活動と東アジアに正の相関があり、熱帯西太平洋の対流が活発であると日本付近の対流は不活発となり高気圧偏差が卓越する。逆に熱帯西太平洋の対流が不活発であると日本は低気圧偏差に覆われる。このPJパターンも先に述べたロスビー波の波列であり、太平洋岸に沿って北米大陸にまで伝播すると言われている。

これらの変動は大気の変動の多くの部分を占め、暖冬、暖冬や異常な低温 (例えば, Quarelli and Wallace (2004)), 豪雨などの異常気象現象と密接に関係している事と関係して、大気大循環場における成因や特性について、科学的重要性や予報精度の向上の観点 (Johansson, 2007 等) から研究がなされている。

1.2 AO, PNA, NAO の関係

Thompson and Wallace (1998) によって AO が定義されてから、AO が EOF 解析の虚像であるかどうかという議論がなされてきた。例えば, Deser (2000), Ambaum et al. (2001) は太平洋と大西洋の変動に強い相関が見られないこと等から、AO が NAO と PNA パターンの重ね合わせであると示した。これに対して、Wallace and Thompson (2002) は太平洋域と大西洋域に負の相関が見られる第二モードが卓越することにより、太平洋と大西洋の相関が弱められている可能性、両大洋のストームトラックに関する同調性をあげ、相関の有無だけでは太平洋と大西洋のつながりを否定する事はできないと述べている。

また、Suzuki and Tanaka (2007) では、大気の順圧成分を解析対象として、観測データと順圧大気大循環モデルの数値積分の比較から太平洋と大西洋に弱いながらも統計的に有意な相関がある事を示した。

対流圏上層において EOF 解析を行うと、第一モードに NAM (上層に現れる環状モードを AO と区別して NAM と呼ぶことがある) が現れ、第二モードでは、太平洋域に海面更正気圧において現れなかった PNA パターンに似た変動が現れる。この第二モードは、海面更正気圧の第二モードと同様に太平洋と大西洋に負の相関を示す。第二モードの太平洋域の変動を PNA パターンとするならば、第二モードに現れている他領域の変動も PNA パターンと関係していると思われる。これを考えると、PNA パターンは太平洋と北米大陸だけでなく、大西洋からユーラシア大陸にまで及ぶ影響を与える変動である可能性がある。

1.3 PNA パターンに関する研究

Wallace and Gutzler (1981) の中で、冬季北半球に卓越するテレコネクションパターンがまとめられ、そのうちのひとつとして、PNA パターンは広く知られるようになった。その

後, Hoskins and Karoly (1981) では, 熱帯に熱源を与えると東進しながら極域へ伝播する順圧的なロスビー波の波列が生じる理論が示され, PNA パターンの本質がロスビー波の波列であることが理解されてきた. さらに, エルニーニョと南方振動 (El Niño-Southern Oscillation: ENSO) が PNA パターンにとって重要であるということが言われている.

また, Simmons et al. (1983) は, 順圧モデルを用いた実験を行い, PNA パターンが熱帯, 亜熱帯における外力によって生じるとともに中緯度における初期摂動においても生じることを示した. さらに, 順圧不安定からエネルギーを得て卓越するノーマルモードの構造と固有ベクトルの特徴を照らし合わせ, PNA パターンを含めた長周期変動が様々な要因によって形成されるとともに, もっとも不安定な大気モードとして存在する可能性を示した. ここでは, 初期摂動の与え方, 線形モデル, 非線形モデルを用いて丁寧に長周期変動について述べられている.

同様に, 大気大循環場の力学的モードについて言及した研究がある. Branstator (1990) では, 線形化した傾圧モデルを用いて, 地理的にランダムな熱源を与えてどのような変動が生じるかを調べた. その結果, PNA パターンと見られる波列が見られること, PNA パターンが順圧的な構造を持つことを示している. また, Jin et al. (2006) では線形順圧モデルに SELF (Synoptic eddy and low-frequency flow) フィードバック, すなわち総観規模擾乱と短周期変動の長周期変動へのフィードバックの効果を加えて SVD (Singular Value Decomposition) 解析を行い, AO, PNA パターンを示し, SELF フィードバックの効果が長周期変動の形成に重要な役割を担っていることを示すと同時に, 空間パターンは示していないものの, PNA パターンが固有モードであるとしている. 短周期擾乱が PNA パターンの変動に重要な役割を与えているという研究には, 他に Lin and Derome (1997) がある.

2 目的

これまで PNA パターンについて述べてきたが、定常ロスビー波の波列であるとされる PNA パターンが、なぜ決まって太平洋域から北米大陸の特定の場所に、特定の大きさを持って位置するのか、という素朴な疑問が生じる。波列であるならば、どこに生じようとかまわないはずである。

この疑問に対する答えとして、PNA パターンが固有モードとして存在するということがあげられる。序論で述べたように、PNA パターンが固有モードであるとする研究も存在するが、その中ではっきりとした PNA パターンの空間パターンを示した研究は少ない。また、一方で固有モードとして現れないとする研究者もいる。

また、先にあげた Wallace and Thompson (2002) では、PNA パターンが太平洋と大西洋で逆相関を持つ変動である可能性を EOF 第二モードを示して述べている。一方で、一点相関等の手法を用いるだけでは、太平洋領域に波列が見られるだけで、大西洋域には弱い変動しか見られない。この点に特に着目し、PNA パターンを解明する道を探ることは予報精度の向上等の点からも重要であると考えられる。

そこで、本研究では PNA パターンが、なぜ特定の位置に現れるのか、PNA パターンと他の領域との関わりはどういったものであるかを解明することを目的とする。

3 解析手法

本研究では, Tanaka (2003) で示された順圧大気大循環モデル (順圧 S-モデル) を用いた. 順圧 S-モデルは, 3次元ノーマルモード展開を用い, 鉛直波数 0 のみで閉じた方程式系に支配される順圧スペクトルモデルである.

まず, 順圧 S-モデルの支配方程式系の導出とその詳細を述べる. その後, 本研究の肝となる固有モード理論について述べる. 最後に, 本研究で用いたいくつかの解析手法について述べる事とする.

3.1 基礎方程式系

球面座標系 (λ, θ, p) のプリミティブ方程式系は, 以下で示される.

- 水平方向の運動方程式

$$\frac{\partial u}{\partial t} - 2\Omega \sin \theta v + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} = -\mathbf{V} \cdot \nabla u - \omega \frac{\partial u}{\partial p} + \frac{\tan \theta}{a} uv + F_u, \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + 2\Omega \sin \theta u + \frac{1}{a} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} = -\mathbf{V} \cdot \nabla v - \omega \frac{\partial v}{\partial p} - \frac{\tan \theta}{a} uv + F_v, \quad (2)$$

- 熱力学第一法則の式

$$\frac{\partial c_p T}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla c_p T + \omega \left(\frac{\partial c_p T}{\partial p} - \alpha \right) = Q, \quad (3)$$

- 質量保存則 (連続の式)

$$\frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial v \cos \theta}{\partial \theta} + \frac{\partial \omega}{\partial p} = 0, \quad (4)$$

- 状態方程式

$$p\alpha = RT, \quad (5)$$

- 静力学平衡の式

$$\frac{\partial \Phi}{\partial p} = -\alpha, \quad (6)$$

ここで,

$$\mathbf{V} = (u, v),$$

$$\mathbf{V} \cdot \nabla = \frac{u}{a \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \lambda} + \frac{v}{a} \frac{\partial}{\partial \theta},$$

なお、方程式中で用いられている記号は以下の通りである。

λ : 経度	ω : 鉛直 p -速度 ($= dp/dt$)
θ : 緯度	F_u : 東西方向の摩擦力
u : 東西方向の風速	F_v : 南北方向の摩擦力
v : 南北方向の風速	Q : 非断熱加熱率
t : 時間	Ω : 地球自転角速度 ($7.292 \times 10^{-5} \text{s}^{-1}$)
p : 気圧	a : 地球半径 (63712.2km)
T : 気温	R : 乾燥空気の気体定数 ($287.04 \text{JK}^{-1} \text{kg}^{-1}$)
ϕ : ジオポテンシャル	C_p : 定圧比熱 ($1004 \text{JK}^{-1} \text{kg}^{-1}$)
α : 比容	

これらの基礎方程式系を3つの従属変数 (u, v, ϕ) のみで示すために、熱力学第一法則の式 (3) の従属変数である気温 T と比容 α を、式 (4), (5), (6) を用いて消去する。

まず、気温 T 、比容 α とジオポテンシャル ϕ について、摂動を定義する。

$$T(\lambda, \theta, p, t) = T_0(p) + T'(\lambda, \theta, p, t), \quad (7)$$

$$\alpha(\lambda, \theta, p, t) = \alpha_0(p) + \alpha'(\lambda, \theta, p, t), \quad (8)$$

$$\phi(\lambda, \theta, p, t) = \phi_0(p) + \phi'(\lambda, \theta, p, t), \quad (9)$$

ここで、 $T_0(p), \alpha_0(p), \phi_0(p)$ は、それぞれ気温、比容、ジオポテンシャルの全球平均、 T', α', ϕ' はそれぞれ気温、比容、ジオポテンシャルの全球平均からの偏差である。これらを、(5), (6) 式に適用すると、

$$p\alpha_0 = RT_0, \quad (10)$$

$$\frac{d\phi_0}{dp} = -\alpha_0, \quad (11)$$

$$p\alpha' = RT', \quad (12)$$

$$\frac{\partial \phi'}{\partial p} = -\alpha', \quad (13)$$

以上で得られた (7) ~ (13) 式を用いると、(3) 式は、

$$\frac{\partial T'}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla T' + \omega \left(\frac{\partial T'}{\partial p} - \frac{RT'}{pc_p} \right) + \omega \left(\frac{dT_0}{dp} - \frac{RT_0}{pc_p} \right) = \frac{Q}{c_p}, \quad (14)$$

ここで、全球平均気温 T_0 とその偏差 T' において、 $T_0 \gg T'$ が成り立つので、(14) 式において左辺第3項の気温の摂動の断熱変化項は無視することができる。すなわち、

$$\omega \frac{RT_0}{pc_p} \gg \omega \frac{RT'}{pc_p}, \quad (15)$$

また, 以下のような大気の安定度パラメータ $\gamma(p)$ を定義する.

$$\gamma(p) = \frac{RT_0(p)}{c_p} - p \frac{dT_0(p)}{dp}, \quad (16)$$

すると, 式 (14) は,

$$\frac{\partial T'}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla T' + \omega \frac{\partial T'}{\partial p} - \frac{\omega \gamma}{p} = \frac{Q}{c_p}, \quad (17)$$

(12),(13) 式より,

$$T' = \frac{p\alpha'}{R} = -\frac{p}{R} \frac{\partial \phi'}{\partial p},$$

これを (17) 式に代入すると,

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(-\frac{p}{R} \frac{\partial \phi'}{\partial p} \right) - \frac{p}{R} \mathbf{V} \cdot \nabla \frac{\partial \phi'}{\partial p} - \omega \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{p}{R} \frac{\partial \phi'}{\partial p} \right) - \frac{\omega \gamma}{p} = \frac{Q}{c_p}, \quad (18)$$

となる. 両辺に p/γ をかけて,

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[-\left(\frac{p^2}{R\gamma} \frac{\partial}{\partial p} \right) \phi' \right] - \frac{p^2}{R\gamma} \mathbf{V} \cdot \nabla \frac{\partial \phi'}{\partial p} - \frac{\omega p}{\gamma} \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{p}{R} \frac{\partial \phi'}{\partial p} \right) - \omega = \frac{pQ}{c_p \gamma}, \quad (19)$$

これで, (3) 式を ϕ' だけの方程式にできた. 方程式系 (1), (2), (19) に連続の式 (4) を組み込むために, (19) 式の両辺を p で微分して左辺第 4 項に (4) 式を代入する.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left[-\left(\frac{\partial}{\partial p} \frac{p^2}{R\gamma} \frac{\partial}{\partial p} \right) \phi' \right] + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{1}{a} \frac{\partial v}{\partial \theta}, \\ & = -\frac{\partial}{\partial p} \left[\frac{p^2}{R\gamma} \mathbf{V} \cdot \nabla \frac{\partial \phi'}{\partial p} + \frac{\omega p}{\gamma} \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{p}{R} \frac{\partial \phi'}{\partial p} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{pQ}{c_p \gamma} \right), \end{aligned} \quad (20)$$

これで, 3つの従属変数 (u, v, ϕ') に対して, (1), (2), (20) の3つの方程式があり, この方程式系は閉じている. この方程式系において, 一意に解を求めることができる. この3つの方程式はまとめて, 以下のように行列表示することができる.

$$\mathbf{M} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \tau} + \mathbf{L} \mathbf{U} = \mathbf{N} + \mathbf{F}, \quad (21)$$

ここで τ は無次元化された時間であり, $\tau = 2\Omega t$ である. また, 各行列は以下の通りである.

• \mathbf{U} : 従属変数ベクトル

$$\mathbf{U} = (u, v, \phi')^T, \quad (22)$$

• \mathbf{M}, \mathbf{L} : 線形演算子

$$\mathbf{M} = 2\Omega \text{diag} \left(1, 1, -\frac{\partial}{\partial p} \frac{p^2}{R\gamma} \frac{\partial}{\partial p} \right), \quad (23)$$

$$\mathbf{L} = \begin{pmatrix} 0 & -2\Omega \sin \theta & \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \lambda} \\ 2\Omega \sin \theta & 0 & \frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial \theta} \\ \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \lambda} & \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial(\cdot) \cos \theta}{\partial \theta} & 0 \end{pmatrix}, \quad (24)$$

・ \mathbf{N} : 非線形項ベクトル

$$\mathbf{N} = \begin{pmatrix} -\mathbf{V} \cdot \nabla u - \omega \frac{\partial u}{\partial p} + \frac{\tan \theta}{a} uv \\ -\mathbf{V} \cdot \nabla v - \omega \frac{\partial v}{\partial p} - \frac{\tan \theta}{a} uv \\ \frac{\partial}{\partial p} \left[\frac{p^2}{R\gamma} \mathbf{V} \cdot \nabla \frac{\partial \phi'}{\partial p} + \omega p \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{p}{R\gamma} \frac{\partial \phi'}{\partial p} \right) \right] \end{pmatrix}, \quad (25)$$

・ \mathbf{F} : 外部強制項からなるベクトル

$$\mathbf{F} = \left(F_u, F_v, \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{pQ}{c_p \gamma} \right) \right)^T, \quad (26)$$

ただし,

$$\begin{aligned} \text{diag}() &: \text{対角行列} \\ ()^T &: \text{転置行列} \end{aligned}$$

とした.

3.2 プリミティブ方程式系の導出

3.2.1 基礎方程式系の線形化

まず大気の静止 (基本) 状態を考慮する.

(21) 式の基礎方程式系の基本状態として, 断熱かつ摩擦なし, つまり $\mathbf{F} = \mathbf{0}$ の静止大気 $((\bar{u}, \bar{v}, \bar{\phi}') = \mathbf{0})$ を考え, そこに微小擾乱 (u', v', ϕ'') を与える. このとき, (21) 式の非線形演算子 \mathbf{N} は,

$$\mathbf{N} = \begin{pmatrix} - \left(\frac{u'}{a \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \lambda} + \frac{v'}{a} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) u' - \omega \frac{\partial}{\partial p} u' + \frac{\tan \theta}{a} u' v' \\ - \left(\frac{u'}{a \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \lambda} + \frac{v'}{a} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) v' - \omega \frac{\partial}{\partial p} v' + \frac{\tan \theta}{a} u' v' \\ \frac{\partial}{\partial p} \left[\frac{p^2}{R\gamma} \left(\frac{u'}{a \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \lambda} + \frac{u'}{a} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) \frac{\partial \phi''}{\partial p} + \omega p \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{p}{R\gamma} \frac{\partial \phi''}{\partial p} \right) \right] \end{pmatrix}, \quad (27)$$

2次以上の摂動項を無視すると, 結局 $\mathbf{N} = \mathbf{0}$ となり, (21) 式を線形化した基本状態は以下のように表せる.

$$\mathbf{M} \frac{\partial \mathbf{U}'}{\partial \tau} + \mathbf{L} \mathbf{U}' = \mathbf{0}, \quad (28)$$

$$\mathbf{U}' = (u', v', \phi'')^T,$$

これ以降は簡単のため, $\mathbf{U}' = (u', v', \phi'')$ を $\mathbf{U} = (u, v, \phi')$ と略記する. この方程式 (28) において, 鉛直構造関数 $G_m(p)$ を導入して, 鉛直方向と水平方向に変数分離を行う.

$$\mathbf{U}(\lambda, \theta, p, \tau) = (u, v, \phi')^T,$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{m=0}^{\infty} (u_m, v_m, \phi'_m)^T G_m(p), \\
&= \sum_{m=0}^{\infty} \mathbf{U}_m(\lambda, \theta, \tau) G_m(p), \tag{29}
\end{aligned}$$

ここで、添え字の m は鉛直モード番号 (vertical mode number) を意味する。これを (28) 式に代入し、分離された各変数に関する方程式を導く。ここではジオポテンシャル成分 (\mathbf{U} の第 3 成分) を例に説明する。

第 m 鉛直モードのみの方程式について表すと、

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[-\frac{\partial}{\partial p} \frac{p^2}{R\gamma} \frac{\partial}{\partial p} (\phi'_m G_m) \right] + \frac{G_m}{a \cos \theta} \frac{\partial u_m}{\partial \lambda} + \frac{G_m}{a \cos \theta} \frac{\partial v_m \cos \theta}{\partial \theta} = 0, \tag{30}$$

ここで ϕ_m は (λ, θ, t) の関数で p には依存しないことを考慮して、

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[-\phi'_m \frac{1}{G_m} \frac{d}{dp} \frac{p^2}{R\gamma} \frac{dG_m}{dp} \right] + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial u_m}{\partial \lambda} + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial v_m \cos \theta}{\partial \theta} = 0, \tag{31}$$

また p の時間依存性はないので、

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial \phi'_m}{\partial t} \frac{1}{G_m} \frac{d}{dp} \frac{p^2}{R\gamma} \frac{dG_m}{dp} = \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial u_m}{\partial \lambda} + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial v_m \cos \theta}{\partial \theta}, \\
&\Leftrightarrow \frac{\partial \phi'_m}{\partial t} \left(\frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial u_m}{\partial \lambda} + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial v_m \cos \theta}{\partial \theta} \right)^{-1} = G_m \left(\frac{d}{dp} \frac{p^2}{R\gamma} \frac{dG_m}{dp} \right)^{-1}, \tag{32}
\end{aligned}$$

(32) 式の左辺は λ, θ, t のみに依存し、右辺は p のみに依存する。等号が恒等的に成り立つには、両辺が定数でなくてはならない。この分離定数を $-gh_m$ と置くことにより、以下の二つの方程式を得る。

$$\frac{d}{dp} \frac{p^2}{R\gamma} \frac{dG_m}{dp} + \frac{1}{gh_m} G_m = 0, \tag{33}$$

$$\frac{1}{gh_m} \frac{\partial \phi'_m}{\partial t} + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial u_m}{\partial \lambda} + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial v_m \cos \theta}{\partial \theta} = 0, \tag{34}$$

常微分方程式 (33) を鉛直構造方程式 (vertical structure equation) と呼ぶ。また水平風成分についても同様に鉛直構造関数を導入すると、

$$\frac{\partial u_m}{\partial t} - 2\Omega \sin \theta v_m + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial \phi'_m}{\partial \lambda} = 0, \tag{35}$$

$$\frac{\partial v_m}{\partial t} + 2\Omega \sin \theta u_m + \frac{1}{a} \frac{\partial \phi'_m}{\partial \theta} = 0, \tag{36}$$

(34), (35), (36) をまとめて水平構造方程式 (horizontal structure equation) と呼ぶ。ここで分離定数にある h_m は距離の次元 (L) をもち、鉛直構造方程式 (33) の固有関数である鉛直構造関数 $G_m(p)$ に対応する固有値として求まる。また、水平構造方程式 (34) は、流体層の厚さ h_m の線形浅水方程式系と同じ形であることから、 h_m は等価深度 (equivalent height) の意味をもつ。

3.2.2 鉛直構造関数

鉛直構造方程式 (33) の解で, 3-D NMFs を構成する鉛直構造関数 $G_m(p)$ の導出と, 鉛直構造関数 $G_m(p)$ を用いた鉛直方向の波数展開について述べる.

まず, 鉛直構造方程式 (33) を次のように整理する.

$$\mathbf{L}[G_m(p)] + \frac{1}{gh_m}G_m(p) = 0, \quad (37)$$

ここで

$$\mathbf{L} = \frac{d}{dp} \frac{\beta}{R} \frac{d}{dp} = \frac{\beta}{R} \frac{d^2}{dp^2} + \frac{1}{R} \frac{d\beta}{dp} \frac{d}{dp},$$

$$\beta(p) = \frac{p^2}{\gamma(p)},$$

である. ここで, 境界条件は,

$$\omega \rightarrow 0, \quad \text{as } p \rightarrow 0, \quad (38)$$

$$(u, v, w) = 0, \quad \text{at } p = p_s, \quad (39)$$

(38) は上部の境界において質量が保存される条件, (39) は下部の境界において速度が 0 であるという条件である.

(38), (39) から鉛直構造関数に関する境界条件を導ける. 熱力学第一法則の式 (19) を線形化して,

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{p^2}{R\gamma} \frac{\partial \phi'}{\partial p} \right) + \omega = 0, \quad (40)$$

(40) 式に対して境界条件 (38) を考慮して, (29) 式を代入することによって鉛直構造関数を代入すると上部境界条件は以下ようになる.

$$\frac{p^2}{\gamma} \frac{dG_m(p)}{dp} \rightarrow 0, \quad \text{as } p \rightarrow 0, \quad (41)$$

また, 境界条件 (39) より,

$$gw = \frac{d\phi'}{dt} \Big|_{p=p_s} = \left[\frac{\partial \phi'}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \phi' + \omega \frac{\partial \phi'}{\partial p} \right]_{p=p_s} = 0, \quad (42)$$

また (5), (6), 及び, 地表水平移流項が 0 であることを考慮して,

$$\frac{\partial \phi'}{\partial t} \Big|_{p=p_s} - \omega \frac{RT_s}{p_s} = 0, \quad (43)$$

ここで, T_s は地上気圧 p_s における気温. (40), (43) 式から ω を消去して, 鉛直構造関数を用いると,

$$\frac{dG_m(p)}{dp} + \frac{\gamma}{p_s T_s} G_m(p) = 0, \quad \text{at } p = p_s, \quad (44)$$

鉛直構造方程式 (37) を境界条件 (41), (44) の下で, Sturm-Liouville 型の境界値問題として解くことができる. これが $G_m(p) = 0$ 以外の解を持つ時, 解 $G_m(p)$ は, 境界条件 (41),(44)のもとでの方程式 (37) の固有関数であり, h_m の値は, この固有関数に対する固有値となる.

この固有値問題は, 有限要素法, あるいは Galerkin 法により解を数値的に算出することができる (Tanaka, 1985). まず鉛直構造関数を Legendre 多項式 $P_i(p)$ により級数展開すると,

$$G_m(p) = \sum_{i=0}^{J-1} a_i P_i(p), \quad (45)$$

ここで J は自然数で, Legendre 多項式は以下のように直交性を持っている.

$$\frac{1}{p_s} \int_0^{p_s} P_i(p) P_j(p) dp = \delta_{ij}, \quad (46)$$

a_i を求めるために以下の式を考える.

$$\int_0^{p_s} \left(\frac{d}{dp} \frac{p^2}{R\gamma} \frac{dG_m(p)}{dp} + \frac{1}{gh_m} G_m(p) \right) P_j(p) dp = 0, \quad (47)$$

(45) を代入すると,

$$\int_0^{p_s} \left(\frac{d}{dp} \frac{p^2}{R\gamma} \frac{d}{dp} \sum_{i=0}^{J-1} a_i P_i(p) \right) P_j(p) dp + \frac{1}{gh_m} \sum_{i=0}^{J-1} a_i \int_0^{p_s} P_i(p) P_j(p) dp = 0, \quad (48)$$

Legendre 多項式の直交性 (46) より,

$$\sum_{i=0}^{J-1} a_i \int_0^{p_s} \left(\frac{d}{dp} \frac{p^2}{R\gamma} \frac{d}{dp} P_i(p) \right) P_j(p) dp + \frac{1}{gh_m} p_s a_j = 0, \quad (49)$$

ここで (45) 式から, 境界条件 (41), (44) は以下のようになる.

$$\left. \frac{dP_i(p)}{dp} \right|_{p \rightarrow 0} \rightarrow 0, \quad \text{as } p \rightarrow 0, \quad (50)$$

$$\left. \frac{dP_i(p)}{dp} \right|_{p=p_s} + \frac{\gamma(p_s)}{p_s T_0(p_s)} P_i(p_s) = 0, \quad \text{at } p = p_s, \quad (51)$$

この条件から, (49) 式は,

$$\sum_{i=0}^{J-1} \mathbf{K}_{ij} a_i = \frac{1}{gh_m} a_j, \quad (52)$$

ここで, \mathbf{K}_{ij} は,

$$\mathbf{K}_{ij} = \frac{p_s^2}{RT_0(p_s)} P_i(p_s) P_j(p_s) + \int_0^{p_s} dp \frac{p^2}{R\gamma} \frac{dP_i(p)}{dp} \frac{dP_j(p)}{dp}, \quad (53)$$

(52) 式の固有値問題を解くことによって固有値 h_m と固有関数 a_i が求まり, これを (45) 式に代入することで鉛直構造関数 $G_m(p)$ が求まる.

このようにして得られた鉛直構造関数 $G_m(p)$ が正規直交関数であるならば, これを基底に物理量を鉛直方向に波数展開できる. この型の固有値問題の解は直交性をもつという特徴があるが, 確認のため鉛直構造関数が直交性を持つことを示しておく.

$$\int_0^{p_s} G_{m'} \mathbf{L} [G_m] dp = \frac{\beta}{R} G_{m'} \left. \frac{dG_m}{dp} \right|_{p=0}^{p_s} - \int_0^{p_s} \frac{\beta}{R} \frac{dG_m}{dp} \frac{dG_{m'}}{dp} dp, \quad (54)$$

$$\int_0^{p_s} G_m \mathbf{L} [G_{m'}] dp = \frac{\beta}{R} G_m \left. \frac{dG_{m'}}{dp} \right|_{p=0}^{p_s} - \int_0^{p_s} \frac{\beta}{R} \frac{dG_m}{dp} \frac{dG_{m'}}{dp} dp, \quad (55)$$

(54) から (55) を両辺引いて,

$$\int_0^{p_s} (G_{m'} \mathbf{L} [G_m] - G_m \mathbf{L} [G_{m'}]) dp = \left[G_{m'} \frac{\beta}{R} \frac{dG_m}{dp} - G_m \frac{\beta}{R} \frac{dG_{m'}}{dp} \right]_{p=0}^{p_s}, \quad (56)$$

鉛直構造方程式 (37) より,

$$\mathbf{L} [G_m(p)] = -\frac{1}{gh_m} G_m(p), \quad (57)$$

$$\mathbf{L} [G_{m'}(p)] = -\frac{1}{gh_{m'}} G_{m'}(p), \quad (58)$$

それぞれを (56) 式に代入して, 境界条件 (41), (44) を考慮すると,

$$\begin{aligned} \frac{1}{g} \frac{h_m - h_{m'}}{h_m h_{m'}} \int_0^{p_s} G_m(p) G_{m'}(p) dp &= \left[G_{m'} \frac{\beta}{R} \frac{dG_m}{dp} - G_m \frac{\beta}{R} \frac{dG_{m'}}{dp} \right]_{p=0}^{p_s} \\ &= 0, \end{aligned} \quad (59)$$

(59) より, $h_m \neq h_{m'}$ の時に鉛直構造関数が直交関係が成り立つことがわかる. 適当な定数をかけると以下の正規直交関係を得る.

$$\frac{1}{p_s} \int_0^{p_s} G_m(p) G_{m'}(p) dp = \delta_{mm'}, \quad (60)$$

以上の鉛直構造関数 $G_m(p)$ の正規直交性により, 気圧 p の任意の関数 $f(p)$ について, 鉛直方向に展開することができる.

$$f(p) = \sum_{m=0}^{\infty} f_m G_m(p), \quad (61)$$

$$f_m = \frac{1}{p_s} \int_0^{p_s} f(p) G_m(p) dp, \quad (62)$$

ここで f_m は第 m 鉛直モードの展開係数である.

鉛直モード $m = 0$ は順圧 (barotropic) モード, または外部 (external) モードといい, 鉛直方向に節を持たず, ほとんど全層で一定のまま変化しないモードである. これに対して

鉛直モード $m \geq 1$ は傾圧 (baroclinic) モード, または内部 (internal) モードといい, m 番目のモードに関しては鉛直方向に m 個の節を持つ.

本研究では, 鉛直モード $m = 0$ の順圧モードだけを考慮したモデルであり, 鉛直方向に平均平均した大気の特徴を考慮するのに適したモデルを用いている. 順圧モード $m = 0$ における等価深度 h_0 は 9728.4m である.

3.2.3 水平構造関数

本節では, 鉛直構造関数 $G_m(p)$ とともに 3-D NMFs を構成する水平構造関数 $H_{nlm}(\lambda, \theta)$ を導入し, 水平構造関数 $H_{nlm}(\lambda, \theta)$ を用いた水平方向の波数展開について述べる.

前節で第 m 鉛直モードの鉛直構造関数の固有値として得た等価深度 h_m を用いて, 水平構造方程式 (34), (35), (36) を解く. まず, (34), (35), (36) 式は, 行列表記できる.

$$\mathbf{M}_m \frac{\partial}{\partial \tau} \mathbf{U}_m + \mathbf{L} \mathbf{U}_m = 0, \quad (63)$$

ここで, 添字の m は第 m 鉛直モードを意味する. また, 各行列は, 以下のようである.

$$\mathbf{M}_m = 2\Omega \text{diag} \left(1, 1, \frac{1}{gh_m} \right),$$

$$\mathbf{U}_m = (u_m, v_m, \phi_m)^T,$$

ここで次のスケール行列 $\mathbf{X}_m, \mathbf{Y}_m$ を導入する.

$$\mathbf{X}_m = \text{diag} \left(\sqrt{gh_m}, \sqrt{gh_m}, gh_m \right), \quad (64)$$

$$\mathbf{Y}_m = 2\Omega \text{diag} \left(\sqrt{gh_m}, \sqrt{gh_m}, 1 \right), \quad (65)$$

これらを (63) 式に作用させる.

$$(\mathbf{Y}_m^{-1} \mathbf{M}_m \mathbf{X}_m) \frac{\partial}{\partial \tau} (\mathbf{X}_m^{-1} \mathbf{U}_m) + (\mathbf{Y}_m^{-1} \mathbf{L} \mathbf{X}_m) (\mathbf{X}_m^{-1} \mathbf{U}_m) = 0, \quad (66)$$

ここで,

$$\mathbf{Y}_m^{-1} \mathbf{M}_m \mathbf{X}_m = \text{diag}(1, 1, 1), \quad (67)$$

なので, (66) 式は,

$$\frac{\partial}{\partial \tau} (\mathbf{X}_m^{-1} \mathbf{U}_m) + (\mathbf{Y}_m^{-1} \mathbf{L} \mathbf{X}_m) (\mathbf{X}_m^{-1} \mathbf{U}_m), \quad (68)$$

尚,

$$\mathbf{Y}_m^{-1} \mathbf{L} \mathbf{X}_m = \begin{pmatrix} 0 & -\sin \theta & \frac{\alpha_m}{\cos \theta} \frac{\partial}{\partial \lambda} \\ \sin \theta & 0 & \alpha_m \frac{\partial}{\partial \theta} \\ \frac{\alpha_m}{\cos \theta} \frac{\partial}{\partial \lambda} & \frac{\alpha_m}{\cos \theta} \frac{\partial (\cos \theta)}{\partial \theta} & 0 \end{pmatrix}, \quad (69)$$

ここで, (69) 式の α_m は笠原パラメータと呼ばれるもので, 以下のように定義される. これを用いると, 浅水方程式中の 4 つの惑星パラメータ g, h_m, Ω, a を, 唯一の惑星固有パラメータ α_m で表せる.

$$\alpha_m = \frac{\sqrt{gh_m}}{2\Omega a}, \quad (70)$$

(68) 式は時間 τ の線形システムであるから, 次のように解を仮定して, 水平方向成分と時間成分とに変数分離することができる.

$$\mathbf{X}_m^{-1} \mathbf{U}_m(\lambda, \theta, \tau) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \mathbf{H}_{nlm}(\lambda, \theta) e^{-i\sigma_{nlm}\tau}, \quad (71)$$

$\mathbf{H}_{nlm}(\lambda, \theta)$ は, 水平構造関数 (horizontal structure function), または Hough 関数と呼ばれる. Hough 関数は第 m 鉛直モードに相当する水平ノーマルモード, すなわち水平自由振動を意味し, 経度 λ と緯度 θ の関数である. 添字の n は東西波数, l は南北モード番号を示している.

(71) 式を水平構造方程式 (68) に代入して,

$$-i\sigma_{nlm} \mathbf{H}_{nlm} + (\mathbf{Y}_m^{-1} \mathbf{LX}_m) \mathbf{H}_{nlm} = 0, \quad (72)$$

この固有値問題を解くことで固有関数 $\mathbf{H}_{nlm}(\lambda, \theta)$ と, 対応する固有値 σ_{nlm} を求めることができる. (68) 式は緯度 λ について線形であるから, Hough ベクトル関数 $\Theta_{nlm}(\theta)$ を用いて, $\mathbf{H}_{nlm}(\lambda, \theta)$ を次のように経度依存成分と緯度依存成分とに変数分離することができる.

$$\mathbf{H}_{nlm}(\lambda, \theta) = \Theta_{nlm}(\theta) e^{in\lambda}, \quad (73)$$

ここで,

$$\Theta_{nlm}(\theta) = \begin{pmatrix} U_{nlm}(\theta) \\ -iV_{nlm}(\theta) \\ Z_{nlm}(\theta) \end{pmatrix}, \quad (74)$$

南北風成分に関しては位相を $\pi/2$ だけずらすために $i = \sqrt{-1}$ がかけられている. 南北モードは 3 種類の異なるモードから構成される. 一つは低周波の西進するロスビーモード (Rossby mode) l_r で, 残りの二つは高周波の西進, および東進する重力波 (gravity mode) l_{wg}, l_{eg} である.

Swarztrauber and Kasahara (1985) によると, 水平構造関数 $\mathbf{H}_{nlm}(\lambda, \theta)$ は球面調和関数展開の和として得られる. この方法で求められる水平構造関数 $\mathbf{H}_{nlm}(\lambda, \theta)$ が正規直交性をもつならば, これを基底にして波数展開することができる.

水平構造関数が直交関数であることを示す。経度と緯度に関する内積は以下のように示される。

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{H}_{nlm}, \mathbf{H}_{n'l'm} \rangle = & \frac{1}{4\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2\pi} (U_{nlm}U_{n'l'm}^* + V_{nlm}V_{n'l'm}^* + Z_{nlm}Z_{n'l'm}^*) \\ & e^{-i(\sigma_{nlm} - \sigma_{n'l'm}^*)\lambda} \cos \theta d\lambda d\theta, \end{aligned} \quad (75)$$

変数は実数になっており (* は複素共役を意味), nlm と $n'l'm$ は東西波数と南北モード番号の異なるモードを示している。(72) 式の線形演算子 $\mathbf{L}_m = \mathbf{Y}_m^{-1} \mathbf{L} \mathbf{X}_m$ は非対称のエルミート行列であるため, 次の関係が成立する。

$$\langle \mathbf{H}_{nlm}, \mathbf{L}_m \mathbf{H}_{n'l'm} \rangle + \langle \mathbf{L}_m \mathbf{H}_{nlm}, \mathbf{H}_{n'l'm} \rangle = 0, \quad (76)$$

(76) に (72) 式を代入して,

$$(\sigma_{nlm} - \sigma_{n'l'm}^*) \langle \mathbf{H}_{nlm}, \mathbf{H}_{n'l'm} \rangle = 0, \quad (77)$$

(77) から 2 つの条件が課せられる。

1. $n = n'$ かつ $l = l'$ のとき

$\langle \mathbf{H}_{nlm}, \mathbf{H}_{n'l'm} \rangle$ は, 線形浅水方程式系の全モードのエネルギーに比例する量であり, 決して 0 にはならない。よって (77) 式を満たすためには $\sigma_{nlm} = \sigma_{n'l'm}^*$ であり, σ_{nlm} は実数でなくてはならない。

2. それ以外の場合

$\sigma_{nlm} \neq \sigma_{n'l'm}^*$ であれば, (77) 式を満たすためには $\langle \mathbf{H}_{nlm}, \mathbf{H}_{n'l'm} \rangle = 0$ が成り立つ必要がある。すなわち固有振動数 σ_{nlm} に相当する固有関数 \mathbf{H}_{nlm} が $\sigma_{n'l'm}$ に相当する固有関数 $\mathbf{H}_{n'l'm}$ と直交関係にあることを示している。

以上の二つの条件から, 任意のモード nlm について, 下の正規直交関係が成立する。

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{H}_{nlm}, \mathbf{H}_{n'l'm} \rangle = & \frac{1}{4\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2\pi} \mathbf{H}_{nlm} \cdot \mathbf{H}_{n'l'm}^* \cos \theta d\lambda d\theta, \\ = & \delta_{nn'} \delta_{ll'}, \end{aligned} \quad (78)$$

以上の水平構造関数 $\mathbf{H}_{nlm}(\lambda, \theta)$ の直交性から, 次のフーリエ ハフ変換が導かれる。

第 m 鉛直モードに相当する物理空間において, λ, θ, τ を変数とする任意のベクトル関数を $\mathbf{A}_m(\lambda, \theta, \tau)$ とすると,

$$\mathbf{A}_m(\lambda, \theta, \tau) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} a_{nlm}(\tau) \mathbf{H}_{nlm}(\lambda, \theta), \quad (79)$$

$$a_{nlm}(\tau) = \frac{1}{4\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2\pi} \mathbf{A}_m(\lambda, \theta, \tau) \cdot \mathbf{H}_{nlm}^*(\lambda, \theta) \cos \theta d\lambda d\theta, \quad (80)$$

3.2.4 3次元ノーマルモード関数展開

鉛直構造関数と水平構造関数から、3-D NMF $\Pi_{nlm}(\lambda, \theta, p)$ を構成して、(21) 式を展開する。3-D NMF $\Pi_{nlm}(\lambda, \theta, p)$ は、鉛直構造関数 $G_m(p)$ と水平構造関数 $\mathbf{H}_{nlm}(\lambda, \theta)$ とのテンソル積であり、以下のように定義される。

$$\begin{aligned}\Pi_{nlm}(\lambda, \theta, p) &= G_m(p)\mathbf{H}_{nlm}(\lambda, \theta) \\ &= G_m(p)\Theta_{nlm}(\theta)e^{in\lambda},\end{aligned}\tag{81}$$

この3-D NMFs も直交性を満たす。

$$\begin{aligned}\langle \Pi_{nlm}, \Pi_{n'l'm'} \rangle &= \frac{1}{4\pi p_s} \int_0^{p_s} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2\pi} \Pi_{nlm}, \Pi_{n'l'm'}^* \cos \theta d\lambda d\theta dp \\ &= \delta_{nn'}\delta_{ll'}\delta_{mm'},\end{aligned}\tag{82}$$

この関係により、3次元ノーマルモード関数展開が導かれる。(22) 式中の \mathbf{U} と \mathbf{N} と \mathbf{F} は3-D NMFs によって次のように展開される。

$$\mathbf{U} = \sum_{n=-N}^N \sum_{l=0}^L \sum_{m=0}^N w_{nlm}(\tau) \mathbf{X}_m \Pi_{nlm}(\lambda, \theta, p),\tag{83}$$

$$\mathbf{N} = \sum_{n=-N}^N \sum_{l=0}^L \sum_{m=0}^N n_{nlm}(\tau) \mathbf{Y}_m \Pi_{nlm}(\lambda, \theta, p),\tag{84}$$

$$\mathbf{F} = \sum_{n=-N}^N \sum_{l=0}^L \sum_{m=0}^N f_{nlm}(\tau) \mathbf{Y}_m \Pi_{nlm}(\lambda, \theta, p),\tag{85}$$

ここで $w_{nlm}(\tau)$, $n_{nlm}(\tau)$, $f_{nlm}(\tau)$ はそれぞれ、従属変数ベクトル \mathbf{U} , 非線形項ベクトル \mathbf{N} , 外部強制ベクトル \mathbf{F} についての展開係数である。各々時間 τ のみの関数である。

(21) 式と3-D NMFs との内積をとり、スペクトル表記を導く。

$$\langle \mathbf{M} \frac{\partial}{\partial \tau} \mathbf{U} + \mathbf{L} \mathbf{U} - \mathbf{N} - \mathbf{F}, \mathbf{Y}_m^{-1} \Pi_{nlm} \rangle = 0,\tag{86}$$

計算過程が複雑な非線形項ベクトルの内積を計算しておく。なお、これ以降は3重添字 $nlm, n'l'm', n''l''m''$ をそれぞれ i, j, k と表記することにし、 i, j, k で表現する波数は、それぞれ $n_i l_i m_i, n_j l_j m_j, n_k l_k m_k$ と書いて区別することにする。

$$\langle \mathbf{N}, \mathbf{Y}_{m_i}^{-1} \Pi_i \rangle = \frac{1}{4\pi p_s} \int_0^{p_s} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2\pi} G_{m_i} e^{-in_i \lambda}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2\Omega\sqrt{gh_{m_i}}}U_i \\ \frac{1}{2\Omega\sqrt{gh_{m_i}}}(iV_i) \\ \frac{1}{2\Omega}Z_i \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} -\mathbf{V} \cdot \nabla u - \omega \frac{\partial u}{\partial p} + \frac{\tan \theta}{a} uv \\ -\mathbf{V} \cdot \nabla v - \omega \frac{\partial v}{\partial p} - \frac{\tan \theta}{a} uv \\ \frac{\partial}{\partial p} \left[\frac{p^2}{R\gamma} \mathbf{V} \cdot \nabla \frac{\partial \phi}{\partial p} + \omega p \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{p}{R\gamma} \frac{\partial \phi}{\partial p} \right) \right] \end{pmatrix} \cos \theta d\lambda d\theta dp, \quad (87)$$

(83) 式を成分で書くと (88) 式になる. この級数展開 (88) を (87) 式の各変数に代入する. 代入の際, 添字を j, k に変えて, 添字 i と区別する.

$$\begin{aligned} u &= \sum_{i=0}^K w_i \sqrt{gh_{m_i}} U_i G_{m_i} e^{in_i \lambda}, \\ v &= \sum_{i=0}^K w_i \sqrt{gh_{m_i}} (-iV_i) e^{in_i \lambda}, \\ \phi &= \sum_{i=0}^K w_i gh_{m_i} Z_i G_{m_i} e^{in_i \lambda}, \end{aligned} \quad (88)$$

また鉛直 p -速度 ω は発散と関係することから, 以下のように $\sigma_i Z_i$ を用いた級数展開を導くことができる. まず, 連続の式 (4) を鉛直積分して (88) 式を代入する.

$$\begin{aligned} \omega &= - \int_0^p \nabla \cdot \mathbf{V} dp \\ &= - \int_0^p \left(\frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial v \cos \theta}{\partial \theta} \right) dp \\ &= - \sum_{i=0}^K w_i \int_0^p G_{m_i} dp \frac{\sqrt{gh_{m_i}}}{a \cos \theta} \left[\frac{\partial}{\partial \lambda} U_i e^{in_i \lambda} + \frac{\partial}{\partial \theta} (-iV_i \cos \theta) e^{in_i \lambda} \right], \end{aligned} \quad (89)$$

ここで水平構造方程式の第 3 成分 (34) より,

$$i\sigma_i \frac{2\Omega}{\sqrt{gh_{m_i}}} Z_i e^{in_i \lambda} = \frac{1}{a \cos \theta} \left[\frac{\partial}{\partial \lambda} U_i e^{in_i \lambda} + \frac{\partial}{\partial \theta} (-iV_i \cos \theta) e^{in_i \lambda} \right], \quad (90)$$

これを代入して,

$$\omega = \sum_{i=0}^K w_i 2\Omega \int_0^p G_{m_i} dp (-i\sigma_i Z_i) e^{in_i \lambda}, \quad (91)$$

(91) 式中 G_{m_i} の不定積分は, 鉛直構造方程式 (35) を積分することによって G_{m_i} の 1 階微分で表現できる.

$$\int_0^p G_{m_i} dp = - \frac{gh_{m_i}}{R\gamma} p^2 \frac{dG_{m_i}}{dp}, \quad (92)$$

また (87) 式を展開する過程で現れる G_{m_i} の高次の微分は、次のように鉛直構造方程式 (33) を用いて G_{m_i} の 1 階微分で表現することができる。

$$-p \frac{d}{dp} \frac{p}{R\gamma} \frac{dG_{m_i}}{dp} = \frac{p}{R\gamma} \frac{dG_{m_i}}{dp} + \frac{G_{m_i}}{gh_{m_i}}, \quad (93)$$

(91), (92), (93) を (87) 式に代入する。

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{N}, \mathbf{Y}_{m_i}^{-1} \Pi_i \rangle = & -i \sum_{j=0}^K \sum_{k=0}^K w_j w_k \frac{1}{4\pi p_s} \int_0^{p_s} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2\pi} \\ & \begin{pmatrix} U_i \\ V_i \\ Z_i \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} P_1 \left(\frac{n_k U_k}{\cos \theta} + \tan \theta V_k \right) & -P_1 \frac{dU_k}{d\theta} & P_2 U_k \\ P_1 \left(\frac{n_k V_k}{\cos \theta} + \tan \theta U_k \right) & -P_1 \frac{dV_k}{d\theta} & P_2 V_k \\ P_3 \frac{n_k Z_k}{\cos \theta} & -P_3 \frac{dZ_k}{d\theta} & -P_4 Z_k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_j \\ V_j \\ \sigma_j Z_j \end{pmatrix} \\ & e^{i(-n_i+n_j+n_k)\lambda} \cos \theta d\lambda d\theta dp, \end{aligned} \quad (94)$$

ただし、

$$\begin{aligned} P_1 &= \frac{\sqrt{gh_{m_j}} \sqrt{gh_{m_k}}}{2\Omega a \sqrt{gh_{m_i}}} G_{m_i} G_{m_j} G_{m_k}, \\ P_2 &= \frac{\sqrt{gh_{m_k}} gh_{m_j}}{\sqrt{gh_{m_i}} R\gamma} p^2 G_{m_i} \frac{dG_{m_j}}{dp} + \frac{dG_{m_k}}{dp}, \\ P_3 &= \frac{\sqrt{gh_{m_j}}}{2\Omega a} G_{m_i} G_{m_j} G_{m_k} - \frac{\sqrt{gh_{m_j}} gh_{m_k}}{2\Omega a R\gamma} p^2 G_{m_i} \frac{dG_{m_j}}{dp} \frac{dG_{m_k}}{dp}, \\ P_4 &= G_{m_i} G_{m_j} G_{m_k} + \frac{gh_{m_k}}{R\gamma} p G_{m_i} G_{m_j} \frac{dG_{m_k}}{dp} + \frac{gh_{m_j}}{R\gamma} p G_{m_i} \frac{dG_{m_j}}{dp} G_{m_k} \\ &+ \left(\frac{gh_{m_k}}{R\gamma} - 1 \right) \frac{gh_{m_j}}{R\gamma} p^2 G_{m_i} \frac{dG_{m_j}}{dp} \frac{dG_{m_k}}{dp}, \end{aligned} \quad (95)$$

以上より、非線形項ベクトルの内積を 3 次元ノーマルモードの 3 重積の定積分にまとめることができた。(94) におけるこの 3 重積分を非線形相互作用係数 r_{ijk} とおくと、(86) 式は次のようにまとめることができる。

$$\frac{dw_i}{d\tau} + i\sigma_i w_i = -i \sum_{j=1}^K \sum_{k=1}^K r_{ijk} w_j w_k + f_i, \quad i = 1, 2, \dots, K \quad (96)$$

展開係数のみでプリミティブ方程式を記述できることがわかる。非線形項中の r_{ijk} は非線形の波-波相互作用 (wave-wave interaction) および、帯状-波相互作用 (zonal-wave interaction) に関する相互作用係数 (interaction coefficients) である。 K は全波数で、 $K = (2N+1)(L+1)(M+1)$ である。 N は東西波数切断、 L は南北波数切断、 M は鉛直波数切断を示す。厳密には $K \rightarrow \infty$ としなくてはならないが、通常はある波数で切断して方程式系を構成する。

3.3 順圧 S-モデル

前節では、プリミティブ方程式のスペクトル表示を追った。ここでは、Tanaka (2003) で用いられている順圧 S-モデルの詳細を追っていく。順圧 S-モデルは、鉛直モード $m = 0$ で閉じた方程式系で構成される。 $m = 0$ の時、(86) 式は、

$$\langle \mathbf{M} \frac{\partial}{\partial \tau} \mathbf{U} + \mathbf{L}\mathbf{U} - \mathbf{N} - \mathbf{F}, \mathbf{Y}_0^{-1} \Pi_{nl0} \rangle = 0, \quad (97)$$

これを前節と同様にスペクトル表示すると、

$$\frac{dw_i}{d\tau} + i\sigma_i w_i = -i \sum_{j=1}^K \sum_{k=1}^K r_{ijk} w_j w_k + s_i, \quad i = 1, 2, \dots, K \quad (98)$$

ここで、 K は、前節とは異なる。順圧スペクトルモデルにおける全波数を示し、 $K = (2N + 1)(L + 1)$ である。本研究では、東西波数 20, 南北波数 20 までのうち赤道対称モードのみで波数切断する。

右辺第一項の非線形項は、順圧モードにおける波-波相互作用および帯状-波相互作用の効果を意味する。残りの非線形効果には順圧-傾圧相互作用があるが、順圧 S-モデルは、順圧モードのみであるためこの効果は非線形項では表現されない。そこで、外力の順圧成分 f_i に順圧傾圧相互作用の項 g_i を新たに加え、 $s_i = f_i + g_i$ としている。順圧 S-モデルでは、この s_i を順圧大気の外力と定義し、従属変数 w_i と時間の関数としてパラメタライズしている。

$$s_i = \tilde{s}_i + \mathbf{A}_{ij} w_j + \mathbf{B}_{ij} w_j^* + \epsilon_i, \quad (99)$$

ここで、 \tilde{s}_i は s_i の気候値で時間のみの周期関数、また、アスタリスクは複素共役であり、残差 ϵ のノルムを最小化するように、未知のシステム行列 \mathbf{A}_{ij} , \mathbf{B}_{ij} を観測データから以下の回帰式で求めている。

$$\begin{pmatrix} A_R + B_R & -A_I + B_I \\ A_I + B_I & A_R - B_R \end{pmatrix} = \overline{\begin{pmatrix} s'_R \\ s'_I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_R \\ w_I \end{pmatrix}^T} \overline{\begin{pmatrix} w'_R \\ w'_I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_R \\ w_I \end{pmatrix}^T}^{-1}, \quad (100)$$

ここで $\overline{(\)}$ は時間平均、 s'_i は s_i のアノマリ、 $(\)^T$ は転置行列、 $(\)^{-1}$ は逆行列。添え字 R, I は、それぞれ実部と虚部を示し、状態変数、外力、システム行列をそれぞれ実部と虚部に分けて実空間で計算した。ただし、東西波数 0 の虚部を除く必要がある。右辺を計算し、左辺の成分を解くことで、残差 ϵ のノルムを最小化するようなシステム行列システム行列 \mathbf{A}_{ij} , \mathbf{B}_{ij} が確定する。

ここでは、観測データは、1950–1999 年の 50 年間の冬季の NCEP/NCAR 再解析データを用いる。1 日 4 回の観測データから状態変数 w_i を求め、日変化を除去してからモデルの

タイムステップに時間挿入し, 式 (98) から順圧大気の外力 s_i を診断的に算出する. 力学過程の計算精度は 1% 以下の誤差の範囲で表現されていることから, 残差として得られた外力 s_i の値は十分に意味のある値と考えられる. こうして得られた 50 年分の外力 s_i のデータから, 気候値 \bar{s}_i とアノマリ s'_i を計算する. このアノマリ s'_i を状態変数 w_i で回帰することで, 式 (99) のようにシステム行列 A_{ij} , B_{ij} を順次決定することができる.

観測データから逆問題を解いてモデルの最適外力を統計的 (Statistical) に求めていることから, このモデルは, 順圧 S-モデルと言われる.

こうして構築されたモデルでは気候値のバイアスが修正されたものの, 傾圧不安定波の増幅が弱いという特徴があり, 北極振動の数値実験を目的としてさらに他の物理過程が導入されている.

$$s_i = \bar{s}_i + A_{ij}w_j + B_{ij}w_j^* + (BC)_{ij}w_j + (DF)_{ij}w_j + (DZ)_{ij}w_j + (DE)_{ij}w_j. \quad (101)$$

ここで $(BC)_{ij}$, $(DF)_{ij}$, $(DZ)_{ij}$, $(DE)_{ij}$ はそれぞれ傾圧不安定, 粘性摩擦, 帯状地表摩擦, エクマン摩擦である. これらの物理過程は, 本研究で用いた固有モード理論にもきわめて重要である. そこで, この説明は, 次節で固有モード理論を示すと共に詳しく記すことにする.

3.4 固有モード

この節では, 本研究で用いた固有モード理論について述べる. 先に述べたプリミティブ方程式を摂動法により線形化し, 固有値問題に帰着させる.

3.4.1 摂動法による線形化

まず, 摂動法を用いて (96) 式の線形化を行う. 次のように, w_i , f_i を基本場と微小擾乱に分ける.

$$w_i = \bar{w}_i + w'_i, \quad f_i = \bar{f}_i + f'_i, \quad i = 1, 2, \dots, K,$$

以降は, 簡単のため微小擾乱 w'_i , f'_i を l をとって w_i , f_i と表記する. すると, (96) 式は以下のようなになる.

$$\frac{dw_i}{d\tau} + i\sigma_i w_i = -i \sum_{j=1}^K \left(\sum_{k=1}^K (r_{ijk} + r_{ikj}) \bar{w}_k \right) w_j + f_i, \quad i = 1, 2, \dots, K, \quad (102)$$

ここで k は基本場, i, j は摂動を示すのに用いた. 負の東西波数は, 正の東西波数と共役複素数の関係となるため, 東西波数が 0 以上の場合において, (97) 式を行列表示で書き直す

ことができる.

$$\frac{d\mathbf{w}}{d\tau} + i\mathbf{D}\mathbf{w} = -i\mathbf{B}\mathbf{w} - i\mathbf{C}\mathbf{w}^* + \mathbf{f}, \quad (103)$$

ここで, 東西波数を n として,

$$\mathbf{w} = (w_1 \dots w_i \dots w_S)^T, \quad \text{for } n \geq 0, \quad (104)$$

$$\mathbf{f} = (f_1 \dots f_i \dots f_S)^T, \quad \text{for } n \geq 0, \quad (105)$$

$$\mathbf{D} = \text{diag}(\sigma_1 \dots \sigma_i \dots \sigma_S), \quad (106)$$

としている. S は, $S = (N + 1)(L + 1)(M + 1)$ であり, N, L, M はそれぞれ, 波数切断した東西, 南北, 鉛直波数である. また, 行列 \mathbf{B}, \mathbf{C} の要素 b_{ij}, c_{ij} は, 基本場により決定され,

$$b_{ij} = \sum_{k=1}^K (r_{ijk} + r_{ikj}) \overline{w_k}, \quad i, j = 1, 2, \dots, S \quad \text{for } n' \geq 0, \quad (107)$$

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^K (r_{ijk} + r_{ikj}) \overline{w_k}, \quad i, j = 1, 2, \dots, S \quad \text{for } n' < 0. \quad (108)$$

となる.

3.4.2 固有値問題

次に2つの場合にわけ, 固有値問題に帰着させて解を導く.

- ・基本場が東西対称 (波数0で基本場が0でない, 東西一様) の場合

この時, \mathbf{B} は, 実数の対角行列となり, \mathbf{C} は消える. よって, (105) 式は以下のようなになる.

$$\frac{d\mathbf{w}_n}{d\tau} = -i\mathbf{D}_n \mathbf{w}_n - i\mathbf{B}_n \mathbf{w}_n, \quad s = 1, 2, \dots, N, \quad (109)$$

この \mathbf{w}_n の解は,

$$\mathbf{w}_n(\tau) = \xi \exp(-i\nu\tau), \quad (110)$$

と書ける. ここで, ν は固有値, ξ は固有ベクトルで, (105) 式を固有値問題に帰着させることで得られる.

$$\nu\xi = (\mathbf{D}_n + \mathbf{B}_n)\xi, \quad (111)$$

n は、東西波数であり、各東西波数に応じて計算される。ここで、 $(B + C)$ は、システム行列と言われる。なお、ここで言うシステム行列は、順圧 S-モデルの節で説明したシステム行列とは別物である。

・基本場が東西非対称 (東西非一様) の場合

この時、 B, C ともに複素行列となり、(112) 式のように解を求めることはできない。そこで、実部と虚部に分けて考える。以下では、実部、虚部を添え字 R, I を用いて示す。(98) 式の解は、

$$\begin{bmatrix} \mathbf{w}_R \\ \mathbf{w}_I \end{bmatrix} (\tau) = \begin{bmatrix} \xi \\ \zeta \end{bmatrix} \exp(\nu\tau), \quad (112)$$

と書ける。ここで、 ν, ξ, ζ は、それぞれ固有ベクトル、固有値の実部、虚部であり、(105) 式の固有値問題を解くことによって得られる。固有値問題に帰着させると、

$$\nu \begin{bmatrix} \xi \\ \zeta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_I + \mathbf{C}_I & \mathbf{B}_R - \mathbf{C}_R + \mathbf{D} \\ -\mathbf{B}_R - \mathbf{C}_R - \mathbf{D} & \mathbf{B}_I - \mathbf{C}_I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi \\ \zeta \end{bmatrix}, \quad (113)$$

となる。この場合、複素数の固有値、固有ベクトルのペアも得られるため、解は、

$$\begin{bmatrix} \mathbf{w}_R \\ \mathbf{w}_I \end{bmatrix} (\tau) = 2 \exp(\nu_R \tau) \left(\begin{bmatrix} \xi_R \\ \zeta_R \end{bmatrix} \cos \nu_I \tau - \begin{bmatrix} \xi_I \\ \zeta_I \end{bmatrix} \sin \nu_I \tau \right). \quad (114)$$

実固有値の場合、 ν_I が 0 となり、(116) 式は \cos, \sin が消去される。

こうしてシステム行列の大きさに応じた数の固有ベクトルと固有値のペアが計算できる。力学により造り出される大気変動の特徴が、固有ベクトルの数だけ分けられ、それぞれは固有モードと言われる。また、これと対をなして得られる固有値は、実部が対を成す固有ベクトルの増幅率、虚部は、振動数を示す。虚部が 0 のモードは、定在解 (standing mode) と言われ、それに対して虚部が 0 でないモードは、周期解 (periodic mode) と言われる。注意しなければならないのは、こうして得られた固有ベクトルは互いに直交していないということである。ある一つの固有ベクトルの特徴が、他の固有ベクトルと独立した特徴を示しているとはいえない。しかしながら、大気力学の支配する場を見る上で有用な方法である。

今回は、順圧 S-モデルと同様、東西波数 0 ~ 20、南北波数 0 ~ 20 までのうち赤道対称モードで波数切断し、鉛直波数を 0 とした順圧成分において基本場が東西非対称の場合を扱った。そのため、固有値問題に帰着させると、固有値と固有ベクトルの組が全部で 420 計算されることになる。

固有モードは、次に述べる物理過程のうち、消散効果を持つ過程を導入することによってダンピング (増幅率が下がる) される。今回示す固有モードのほとんどは、ダンピングしており、増幅率が負 (負の増幅率は、減衰率と言われる) である。増幅率が 0 あるいはわず

かに正の値を持つモードや他の固有モードに比べて減衰率が小さい固有モードは、他の固有モードよりもダンピングされにくい重要なモードであるといえる。

3.4.3 物理過程

本研究では固有モードを調べる際、先に述べた線形化した方程式系に加えて順圧 S-モデルに導入されている物理過程を導入した。順圧 S-モデルの節では先送りとしていた物理過程について、ここで述べておく。

傾圧不安定 (BC)

傾圧不安定は、先に述べた基本場が東西一様の場合の固有モード理論に即してパラメタライズを行う。基本場が静止大気の時には \bar{w}_i が 0 となり、(111) 式はラプラス潮汐方程式となつて、解はノーマルモードとなる。この時、基本場にエネルギー源がないため、解はすべて中立波となつて不安定は起こらない。基本場 \bar{w}_i が 0 でない時には、平均流と波との相互作用により、その基本場のエネルギーを引き寄せる構造を持つ波が不安定波として出現する。その解を (112) 式のように置き、(113) 式と同様に固有値問題に帰着させる。こうして、各東西波数の最大成長モードを計算し、その構造に順圧大気場を射影する。そして得られた射影成分に対して、固有値で示された増幅率分だけ成長させるパラメタリゼーションである。

東西波数 n の任意の状態変数 w_i を不安定波の成分 ξ_i に射影し、それに直交する残差成分を ϵ_i とする。

$$w_i(\tau) = a(\tau)\xi_i + \epsilon_i(\tau), \quad (115)$$

ここで、 ξ_i のノルムは 1 にしておく。 ξ_i と ϵ_i が直交するという条件から

$$a(\tau) = \sum_i \xi_i^* w_i, \quad (116)$$

のように簡単に振幅 $a(\tau)$ が求められるので、射影された成分 $a(\tau)\xi_i$ が増幅率分だけ成長するということから、傾圧不安定のパラメタリゼーション $(BC)_i$ は、各東西波数について以下となる。

$$(BC)_i = -iva(\tau)\xi_i. \quad (117)$$

ただし、平均流による移流の効果は力学項で表現されているので、このパラメタリゼーションは振幅を増大させるだけで振幅数成分は 0 としている。

粘性摩擦 (DF)

粘性摩擦としては変数のラプラシアン Δ に渦粘性係数をかけたものが一般的であるが、よりスケール依存を持たせたい場合には、倍調和オペレータ Δ^2 による粘性摩擦を導入し、小さいスケールの現象をより早く衰退させるパラメタリゼーションも行われる。順圧 S-モデルでは、この倍調和オペレータによる粘性摩擦を、球面ロスビー波のスケールパラメータ $c_i = \sigma_i/n$ との組み合わせで導入している。回転球面上の渦度方程式を解いて得られる Haurwitz 波の位相速度は球面調和関数に対する固有値で表されるが、この関係式を回転球面上の浅水方程式を解いて得られるハフ関数に拡張する。等価深度が無限となる極限でハフ関数の球面ロスビー波は Haurwitz 波に収束することが知られている。ラプラシアンは波数空間では全波数 \hat{l} で表現されるので、球面ロスビー波の位相速度との間に以下の近似が成立する。

$$c_i = \frac{-1}{\hat{l}(\hat{l}+1)} \simeq \frac{\sigma_i}{n}, \quad (118)$$

この関係式より、ラプラシアンの固有値をハフ関数の位相速度に置き換えると、粘性摩擦 $(DF)_i$ は最終的に以下の形となる。

$$(DF)_i = -K_D \left(\frac{n}{\sigma_i}\right)^2 w_i. \quad (119)$$

ここで K_D は、無次元化した渦粘性係数である。

なお、本研究では順圧 S-モデルを用いた数値実験では倍調和摩擦、固有モード解析では倍調和摩擦をさらに 2 乗した超粘性摩擦を用いた。粘性、倍調和、超粘性の順に小スケールの変動を消散する早さが早くなる。

帯状地表摩擦 (DZ)

総観規模擾乱による北向き渦運動量輸送に対抗してジェット気流の北へのシフトを抑制している摩擦が帯状地表摩擦である。低緯度の偏東風領域では偏東風を、中高緯度の偏西風領域では偏西風を減速し、この効果が北向き渦運動量輸送の収束とバランスすることで大気角運動量収支が成り立っている。帯状流のアノマリに簡単なレイリー摩擦を導入して帯状流摩擦のパラメタリゼーションを行と、

$$(DZ)_i = -K_Z(w_i - \tilde{w}_i) \quad \text{for } n = 0. \quad (120)$$

ここで、 \tilde{w}_i は w_i の気候値、 K_Z は、無次元化したレーリー摩擦係数である。

エクマン摩擦 (DE)

渦による地表摩擦の効果は Charney and Eliassen (1949) によってエクマン摩擦として定式化されている。自由大気に正の相対渦度 ζ が発生すると、地表摩擦を感じるエクマン境界層では下層収束が起こり、相対渦度に比例する鉛直流 w_E が発生する。

$$w_E = h_i \frac{K_E}{f_0} \zeta \quad \text{for } n > 0, \quad (121)$$

この鉛直流は渦度方程式における渦の伸縮を通して自由大気の渦を衰退させるというものである。この鉛直流が高低気圧場を緩和することから、地表のエクマン摩擦 $(DE)_i$ は、以下の式で表される。

$$(DE)_i = \left\langle (0, 0, \frac{w_E}{h_i})^T, Y_i^{-1} \Pi_i \right\rangle. \quad (122)$$

ここで、 f_0 は中緯度のコリオリパラメータ、 K_E はエクマン摩擦係数で、渦度の定義に含まれる水平微分は解析的に行い、 $(DE)_i$ は波数空間で w_i の関数に帰着させる。

3.5 統計解析

本研究で用いた統計解析の手法、PNA index について述べる。

3.5.1 一点相関

一点相関は、地球上のある地点における気候要素、例えばジオポテンシャル高度や気温等の時間変動と、他の地球上すべての地点の同要素の時間変動との相関係数を求め、それを地図上にプロットする解析手法である。相関係数 r は、

$$r = \frac{\sigma_{xy}}{\sqrt{\sigma_{xx}\sigma_{yy}}}, \quad (123)$$

ここで、 σ_{xx} 、 σ_{yy} は分散、 σ_{xy} は共分散を示し、 x 、 y を変数 (物理量) とした。相関係数は、2変数の共分散を変数それぞれの標準偏差で割ったものとして定義される。無次元量であり、-1 から +1 までの値をとる。値が正のときは、同方向に変動、負の場合は、逆の変動をしていることになる。それぞれ、正の相関、負の相関がある、と言われる。

3.5.2 Teleconnectivity

Wallace and Gutzler (1981) で定義された量であり、いわゆるテレコネクションしやすさを示す量である。

$$T_i = | (R_{ij}) \min \text{ for all } j |, \quad (124)$$

一点相関によって計算された他の地点の相関係数のうち、もっとも大きな負の相関係数をその地点の Teleconnectivity の値とする。この値が大きいところほど、他の地点に対して相対的に大きく変動しているといえる。

3.5.3 PNA index

PNA の指数であり、PNA を探す指標となる。これも、Wallace and Gutzler (1981) で定義された量である。

$$\begin{aligned} \text{PNA index} = \frac{1}{4} [& z^*(20^\circ N, 160^\circ W) - z^*(45^\circ N, 165^\circ W) \\ & + z^*(55^\circ N, 115^\circ W) - z^*(30^\circ N, 85^\circ W)], \end{aligned} \quad (125)$$

ここで、 z^* は、500hPa ジオポテンシャル高度のアノマリで、標準偏差で割る事によって正規化した量である。正、あるいは負に触れた時、PNA パターンが現れ、0 に近いほど PNA パターンは弱い。

この指数は、PNA パターンの代表的な変動地点 4 点の正規化された 500hPa ジオポテンシャル高度のアノマリで示されているが、実際の PNA パターンの変動の 4 地点における変動幅は地点により異なることを考えると、正規化しない値を指標とした方が、より PNA パターンを捉えることができると考えられる。ただし、今回は Wallace and Gutzler (1981) に従い、正規化した値を用いて求めた。

3.5.4 EOF 解析

EOF (Empirical Orthogonal Function) 解析とは、簡単に言うとある気候要素の時系列データが存在する場合、そのアノマリの分散共分散行列を固有値問題に帰着させることによって互いに独立な成分に分け、卓越する成分を調べる主成分分析である。

まず、ある気象要素、例えば 500hPa 高度や気温等の時系列データ $A(x, t)$ を考える。ここで、 x は、空間座標、 t は、時間であり、1次元化した離散系ベクトル $x_i, i = 1 \sim N, t_j, j = 1 \sim K$ を想定する。

$$A(x, t) = A^{(N \times K)} = a_{ij}, \quad i = 1, N, \quad j = 1, K \quad (126)$$

例えば、対象を 500hPa 高度にする場合は、 x はそれぞれのグリッドの値であり、 t は 1950 年 1 月 1 日 ~ 2000 年 1 月 1 日等の解析期間である。注意しなければならないことは、地球の格子系に落とされた再解析データ等を扱う場合は、高緯度ほど低緯度に比べて格子が密に存在するため面積補正を施さなければならないことである。

次に、このデータ行列 A に対して、気候値を引いてアノマリを作成する。以下では、簡単のため A をアノマリ行列として扱う。すると、このデータ行列 A の分散共分散行列 $R^{N \times N}$ は、

$$R = AA^T, \quad (127)$$

ここで、 $()^T$ は、転置を意味する。 $R^{N \times N}$ は、実対称行列で、データがゼロでない限り、Full rank になる。よって、対角成分はすべて正なので固有値はすべて正の実数となる。

この特徴により、 R はその固有空間からなる直交行列 $U^{N \times N}$ を用いて任意の気象要素を固有関数展開できる。

$$R = AA^T = U\Lambda U^T = U\Lambda U^{-1}, \quad (128)$$

ここで、 U は正規直交行列なので、定義により $U^T U = I$ であり、 $U^T = U^{-1}$ である。また、 $\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_N)$ は R の固有値を成分とする対角行列である。 $\text{diag}()$ は対角行列の表示である。 $U^{-1} R U = \Lambda$ のように正則行列とその逆行列を左右からかけて R を変換する形を Similarity Transform というが、ここでは固有値が保存される特徴がある。つまり R は Similarity Transform により対角化できて、 Λ が固有値となる。

正規直交行列の便利な特徴は任意のデータ $A^{N \times K}$ を直交展開できるという点にある。これを行列表示で表すと、

$$A = U P, \quad (129)$$

となる。ここで $P^{N \times K}$ は時系列データ行列であり、 U の直交性により以下の式で簡単に求められる。

$$P = U^T A, \quad (130)$$

以上を物理空間の連続量で表現すると

$$A(x, t) = \sum_{i=1}^N u_i(x) p_i(t), \quad (131)$$

となり、直交するノルムが 1 の固有ベクトル $u_i(x)$ の線形結合で $A(x, t)$ が表現でき、その展開係数 $p_i(t)$ は時間の関数となる。ここで、 $u_i(x)$ は固有値 λ_i と対で得られる固有ベクトルで、行列 U の列ベクトルである。連続関数について u_i は、直交し、

$$\langle u_i(x), u_j(x) \rangle = \delta_{ij}, \quad (132)$$

ここで、 δ_{ij} はクロネッカーのデルタである。この u_i の直交性により、展開係数 p_i は以下の内積（ここでは空間積分）で求められる。

$$p_i(t) = \langle A(x, t), u_i(x) \rangle, \quad (133)$$

上の2本の式はフーリエ展開の展開基底 $u_n(x) = \exp(inx)$ の代わりにデータから経験的に抽出した直交基底 $u_i(x)$ を用いたと考えれば理解しやすい。固有ベクトル u_i を経験直交関数の第 i 成分という。このように任意の場の量を経験直交関数に展開する解析法を経験直交関数展開 (EOF) という。

行列表示に戻り、この時系列について分散共分散行列を作ってみると、

$$PP^T = U^T AA^T U = U^T R U = U^T U \Lambda U^T U = \Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N), \quad (134)$$

となり、 R の固有値 λ_i を成分とする対角行列になることが証明される。つまり、 $u_i(x)$ はノルムが1に正規化してあるので、その展開係数時系列 $p_i(t)$ の分散が一番大きい成分 (最大固有値の成分) が、 $A(x, t)$ の変動の分散を最もよく説明する第一モード (EOF-1) となることが分かる。ここで、トレース $Tr()$ を用いると、

$$\begin{aligned} Tr(R) &= Tr(AA^T) = Tr(UPP^T U^T) = Tr(PP^T U^T U) \\ &= Tr(PP^T) = Tr(\Lambda) = \sum_{i=1}^N \lambda_i, \end{aligned} \quad (135)$$

となり、固有値の総和はデータ行列 A の分散の和を意味する。この関係により、データ行列の変動の全分散の何パーセントがそれぞれの EOF 成分で示されるかが判定できる。

3.5.5 波活動度フラックス

波の活動度フラックスとして有名なものに、Eliassen–Palm (E–P) フラックスがある。これは帯状平均場における波の鉛直、南北伝播を示す極めて有用なフラックスであり、多くの研究で用いられてきた。しかしながら、E–P フラックスは、帯状平均をすることで波の位相を除去することにより、波の伝播を表現しているため、東西方向の波の伝播を再現する事ができない。

また Plumb (1985) は、東西一様を仮定し、時間または空間平均をとらずに位相依存成分を除去した波の活動度フラックスを定義した。このフラックスは、停滞性擾乱の波の伝播を再現できるが東西一様を過程したため、冬の北半球対流圏のようなプラネタリー波の大きな蛇行が見られる場合は、うまく表せない。さらに、やや導出の過程が発見的であり、その物理的意味が曖昧である。

その中で、Takaya and Nakamura (1997, 2001) は、東西方向に伝播する定常ロスビー波を再現するために、新たに波活動度フラックス (Wave Activity Flux) を定義した。ここでは、擾乱の流線関数が、 \sin 波に比例する場合、準地衡流のエンストロフィーとエネルギーは、それぞれ \sin と \cos の二乗に比例し、波のエンストロフィーに比例する量とエネルギーに比例する量を適切に組み合わせると、空間または時間平均操作をしないで波の位相に依存しない物理量になる、ということ想定して導いた。その導出過程では、東西非一様な

基本場に対して、定常でかつ強制されていない、すなわち、水平方向および鉛直方向に非常にゆっくり変化していて、その変化のスケール(波長)より非常に大きいという仮定をおいた。この仮定により、一瞬におけるフラックスが再現できるかということにおいては疑問が残るものの、数日間の平均場において3次元の波の伝播を再現することが可能となった。

等圧面高度場において、波活動度フラックスは、以下の式で示される。

$$\mathbf{W} = \frac{1}{2|\mathbf{U}|} \times \begin{pmatrix} U(\psi_x'^2 - \psi' \psi_{xx}') + V(\psi_x' \psi_y' - \psi' \psi_{xy}') \\ U(\psi_x' \psi_y' - \psi' \psi_{xy}') + V(\psi_y'^2 - \psi' \psi_{yy}') \\ \frac{f_0^2}{S^2} U(\psi_x' \psi_p' - \psi' \psi_{xp}') + V(\psi_y' \psi_p' - \psi' \psi_{yp}') \end{pmatrix}. \quad (136)$$

ここで、 ψ , f_0 , $S^2 = -\alpha \frac{\partial}{\partial p} \ln \theta$ は、それぞれ流線関数、コリオリパラメータ、静的安定度であり、 \mathbf{U} は基本場における東西風 U , 南北風 V を成分とするベクトルである。 \prime は摂動で、下付きの添え字 x, y, p はそれぞれ東西方向, 南北方向, 鉛直方向の偏微分を示す。本研究では、この波活動度フラックスの水平成分を用いた。

4 使用データと解析手順

4.1 使用データ

この節では、使用した長期再解析データについて述べる。長期再解析とは、気象期間において現業的に実施される数値予報データ同化システムのプログラムを用いて、同一のシステムで十年以上の長期間に渡る過去の観測データを与えて、品質の一様な大気循環場と境界条件のデータセットを作成する事を指す。

4.1.1 NCEP/NCAR 再解析データ

本研究では、主に NCEP/NCAR(National Centers for Environmental Prediction/ National Center for Atmospheric Research) の公開している全球再解析データを使用した。NCEP/NCAR 再解析データは、1948 年から現在までデータが公開されており、もっとも長期間にわたって提供されているデータである。今回、tanaka (2003) と同様のモデルを用いて 51 年間の数値積分を行った。それと比較するために、50 年以上存在する NCEP/NCAR 再解析データを選んだ。詳細は、以下のとおりである。

- 使用期間：1948 年–2000 年 (51 年間)
- 時間解像度：0000Z, 0600Z, 1200Z, 1800Z (6 時間間隔)
- 空間解像度
 - 水平： $2.5^{\circ} \times 2.5^{\circ}$
 - 鉛直：1000, 925, 850, 700, 600, 500, 400, 300, 250, 200, 150, 100, 70, 50, 30, 20, 10hPa (全 17 層)
- 要素
 - 東西風 u [m/s]
 - 南北風 v [m/s]
 - ジオポテンシャル高度 $\frac{\phi}{g}$ [gpm]

4.1.2 JRA-25 および JCDAS

本研究で用いたもう一つの再解析データは、JRA-25 (Japanese Re-analysis 25 years) 及び JCDAS (JMA Climat Data Assimilation System) である。この再解析データは、気象庁と (財) 電力中央研究所で共同作成された全球再解析データである。1979 年 1 月から 2004

年12月までの26年間のデータをJRA-25, その後2005年からは同様のシステムがJCDASに受け継がれた。両者は、名前は違うが同質のデータセットである。NCEP/NCAR再解析データよりも精度のよい再解析データを作る事、準リアルタイムの同化データを提供する事、台風位置のデータを取り入れる事、アジア域の品質の重視を目的に実施されている。

日本で新しく作られたデータであり、日本語で詳細がわかることは解析に用いる際に非常に容易であるため、使用した。なお、本研究で対象としているPNAパターンにおいては、NCEP/NCAR再解析データとの目立った違いはないようである。使用したデータの要素、解像度は以下のとおりである。

- 使用期間：1979年–2006年（28年間）
- 時間解像度：0000Z, 0600Z, 1200Z, 1800Z（6時間間隔）
- 空間解像度
 - 水平： $2.5^{\circ} \times 2.5^{\circ}$
 - 鉛直：500, 250hPa
- 要素
 - ジオポテンシャル高度 $\frac{\phi}{g}$ [gpm]
 - 流線関数 ψ [m^2/s]

4.2 解析手順

ここでは、解析手順について述べる。以降の結果及び考察もこの順に従い記すこととする。

1. 現実の大気場におけるPNAパターンの現れ方

まず、現実大気場において、PNAパターンがどのように現れるのか、解析を行った。250, 500hPa高度場におけるEOF解析とPNA indexに基づく合成図、波活動度フラックスを見て、PNAパターンの特徴を調べた。

2. 順圧S-モデルと現実大気場の比較

現実大気場におけるPNAパターンの現れ方を調べた後に、順圧S-モデル内にPNAパターンが現れるかどうか、調べた。そのために、順圧S-モデルの1950年1月1日を初期値としてパラメータを1月に固定した51年間の数値積分を行い、EOF解析、Teleconnectivity、一点相関を用いて両者の比較を行った。

3. 固有モード解析

順圧 S-モデルが, PNA パターンを再現できることを確認した上で, その支配方程式を用いて固有モードを調べた. 同様の手法で北極振動を再現した Tanaka and Matsueda (2005) で用いられているように 1 月 1 日の気候値を基本場として与え, 粘性摩擦のみを外力として加えた解析を中心に行った. その後, PNA index に基づいた基本場を与えた解析を試みた. なお, 今回は, 順圧 S-モデルで用いられている他の外力も考慮にいった. ここで, 外力を与えたということの意味は, 与えた外力を内部力学の一部として扱うことを意味する.

5 結果

5.1 現実の大気場における PNA パターンの現れ方

研究のはじめとして、現実大気場でどのように PNA パターンが現れるのかを調べた。その結果、PNA パターンが冬季にきわめて卓越するパターンであり、太平洋領域に卓越するという過去の研究と同様の結果を見ることができた。特に北太平洋における PNA パターンとジェット、ブロッキングに関係した結果を示す。

まず、対流圏中層である 500 hPa、対流圏上層である 250 hPa における北半球の EOF 解析の結果を示す。図 2 は、1979–2006 年の 28 年間の冬季 DJF に限定した月平均データから求めた 500hPa 高度場の a) EOF-1 と b) EOF-2、それに対応する波活動度フラックスの水平成分を示している。波活動度フラックスは、EOF 解析によって得られたノルムによって規格化された固有ベクトルに対して計算したもので、実際の波活動度フラックスとは、オーダーと次元が異なる。

EOF-1 において、中緯度と高緯度におけるシーズー的変動である AO (大気上層で見られる環状の変動は、北半球環状モードと区別する場合もある。) が現れていることがわかる。EOF-1、EOF-2 それぞれの分散に占める割合は、それぞれ 18.2、13.9% となっている。また、EOF-2 においては、太平洋域に PNA パターンと見られる波列が見られる。波活動度フラックスは、EOF-1 においては、北米大陸のフロリダ付近から北大西洋、北大西洋からヨーロッパへと伝播する波が見られる。また、太平洋では、北米大陸に伝播する波も見られる。EOF-2 においては、中央太平洋を北東へ、ついで北米大陸へ伝播する波が特徴的である。

EOF-1 と EOF-2 のもっとも大きな違いは、北太平洋域変動の符号の違いであり、EOF-1 においては、太平洋、大西洋の中緯度における変動が同符号であるのに対し、EOF-2 においては、異符号となっている。

また、図 3 は、250 hPa 高度場における図 2 と同様の図を示している。EOF-1 が 18.7%、EOF-2 が 14.2% の分散を示している。500 hPa における変動と非常に似ていることがわかる。波活動度フラックスも非常に似ているが、若干値が大きくなっている。

次に、PNA パターンが現れやすい場について示す。図 4 は、1979–2006 年の冬季 DJF の月平均データに対する PNA index の時系列を示している。破線は、少し太く、中央に引いてある線がゼロ線であり、その上下にある破線は、 ± 1 の線を示している。赤、青の点は、それぞれ ± 1 より大きく振れた月を示している。

図 5 は、これまでのデータと違い、日平均データを用いている。日平均データに対して、図 4 と同様の PNA index を計算し、 ± 1 より大きく振れた日を抜き出して合成した 500 hPa 高度場のデータである。a) が PNA index が正 (以下、PNA+)、b) が PNA index が負 (以下、

PNA-) であり、それぞれ 156, 249 日間の合成図である。これをみると、PNA+は、北太平洋域に大きな低気圧偏差を示し、北米大陸西岸において大きくジェットが蛇行している様子が見られる。また、PNA-は、北太平洋域に大きな高気圧偏差が見られる。日本列島の北で大きくジェットが蛇行していることがわかる。

図 5 から、PNA+の場は北米大陸西岸沖で、PNA-の場は、北太平洋全域においてブロッキングが、発達しやすい場であると見られる。実際、PNA index とブロッキングの関係について議論されている (Renwick and Wallace, 1996)。そこで、図 4 を基にして、赤と青の月の 500 hPa 高度場のスナップショットを見てみた。その中で特にブロッキングが発達していたと見られる日を抜き出したのが、図 6 である。左上から右上の順で、1979 年 2 月 23 日、1980 年 2 月 14 日、1982 年 1 月 8 日、1982 年 2 月 17 日、1990 年 12 月 25 日、1994 年 2 月 24 日である。この中で 1980 年 2 月 14 日のみ、月平均が PNA+の時の様子を示しており、珍しい事例である。他の PNA+に振れた月は、大抵、大きな北太平洋に広く広がる低気圧偏差によって抑えられ、ブロッキングができかけてもジェットにより北米大陸へ流されることが多かった。

最後に、PNA+, PNA-の時の 500 hPa 流線関数偏差の合成図と波活動度フラックスの水平成分を図 7 に示す。偏差は、きれいな PNA パターンを示している。しかしながら、太平洋における偏差の大きい領域の東側では、北向きのフラックスが見られる一方、中央太平洋の偏差の大きな領域においては、亜熱帯太平洋から伝播せず、逆にジェットの経路から南方向へ伝播する波が見られる。これは、EOF-2 に見られる亜熱帯から伝播する波と様相を異にしている。

5.2 順圧 S-モデルと現実大気場の比較

ここでは、観測データとして NCEP/NCAR 再解析データを用いて、順圧 S-モデルのパラメータを 1 月に固定して 1950 年 1 月 1 日を初期値とした 51 年間の数値積分と比較した結果を示す。

図 8 は、冬季 DJF の月平均データを用いた Teleconnectivity を示している。a) が NCEP/NCAR 再解析データ、b) が順圧 S-モデルであり、わかりやすくするために値を、100 倍して示している。シェードは、値が 60 以上の領域にその強さに応じて色を分けている。

両者を比較すると変動の大きい領域が非常に良く似ていることがわかる。環状モードである AO は、この図からは見られないが、太平洋に、PNA パターンに対応すると見られる変動の大きい領域が存在し、大西洋に、NAO に対応すると見られる変動領域が存在する。

順圧 S-モデルの Teleconnectivity は、観測データの Teleconnectivity の値より全体的に強めになっており、特に太平洋に観測データに見られない 90% 以上の領域が 3 箇所見られる。

また, Tanaka (2003) で示されている大気の順圧成分の EOF-1 では, AO が現れている (図 1). AO は, 中緯度と極域の環状的な変動として知られているが, それが非常にきれいに表現されている. この AO に対して, 太平洋と大西洋の変動には相関がない (Deser, 2000) と言われているが, 順圧成分については知られていない. そこで, Tanaka (2003) の EOF-1 の結果を踏まえて AO が現れないか, 一点相関を試みた. その結果が, 図 9, 図 10 である. + 印のついていいるところが対象とした地点であり, シェードは, 統計的に 95% 有意な領域を示している. なお, データが順圧成分ということもあり, 検定には対象期間の自己相関係数に基づいて自由度を求めて行った.

図 9 は, (43°N , 10°W) における一点相関図を示している. 図 9a では, ヨーロッパから大西洋領域に EOF-1 にきわめて類似した形で中緯度と高緯度のシーソー的な変動が見られる. さらに, 太平洋領域と日本の南においておよそ 0.3 程度と弱いながらも統計的に 95 % 有意な領域が見られた. この相関は, 図 9b で示した順圧 S-モデルの結果になるとさらに強くなり, およそ 0.6 程度となる. また, 大きい変動の領域は, 両者間でよく似ている.

また, 図 10 は, 再解析データでは (37°N , 70°W), 順圧 S-モデルでは (28°N , 85°W) における一点相関図を示している. 先ほどの図 9 と比べ, PNA パターンの変動領域に近くなるためか PNA パターンが現れることがわかる.

次に, PNA パターンを目的に一点相関を試みた. その結果が次の図 11 である. 図 8 の北太平洋で最も大きい変動領域を持つ NCEP/NCAR 再解析データでは (49°N , 170°W), 順圧 S-モデルでは (49°N , 180°W) における一点相関を示しており, 非常にきれいな PNA パターンが見られる. 統計的に 95% 有意な領域が赤道領域に環状に広がり, 熱帯とのつながりも無視できないことがわかる. また, この図においてもこれまでの図と同様に観測データと順圧 S-モデルがきわめて似ている.

5.3 固有モード解析

ここでは, 固有モード解析の結果を示す. 示す結果は, 以下の 5 つである.

- 基本場: 1月1日の気候値, 超粘性係数: $2.7\text{E}40$
- 基本場: 1月1日の気候値, 超粘性係数: $7.0\text{E}41$
- 基本場: PNA - の合成, 超粘性係数: $2.8\text{E}40$
- 基本場: PNA + の合成, 超粘性係数: $2.7\text{E}40$
- 基本場: PNA + の合成, 超粘性係数: $3.2\text{E}40$, 帯状地表摩擦係数: $1.0\text{E}-6$, エクマン摩擦係数: 0.0001

モデル方程式を線形化する際に与える基本場として、1月1日の気候値と、1979–2006年の冬季DJFの日平均データを用いてPNA indexを計算して求めたPNA⁻、PNA⁺の合計3つを用いた。図12は、大気の順圧成分における1月1日の気候値、図13は、大気の順圧成分におけるPNA⁻の合成図(192日間)、図14は、大気の順圧成分におけるPNA⁺の合成図(224日間)である。PNA⁻とPNA⁺の場合は、大気の順圧成分ではあるものの、500 hPaの同様の合成図(図12)と比べてもその特徴は良く現れている。

また、それぞれ内部力学の一部として消散効果をもつ摩擦を与えているため、ほとんどの固有モードはダンピングモードとなっている。レイリー摩擦を導入すれば、空間パターンを変えることなく最も減衰率の小さい定在解の実部が0となるように固有値を線形的にシフトさせることができるが、今回は外力の係数に応じてダンピングするほうが視覚的にわかりやすいため、レイリー摩擦は、導入しなかった。

固有モードの節でも述べたが、東西波数0~20、南北波数0~20までの赤道対称モード、鉛直波数0で方程式を閉じているが、全部で420もの固有値と固有ベクトルが計算される。その中で重要な固有モードは、減衰率の小さい20程度のモードとなる。そのため、ここで示すにあたって固有値のスペクトル図を先に示す。ただし、固有値すべてを示すことはせず、減衰率の小さい20程度のモードの分布が示されるように範囲を限定した。また、重要と思われる固有モードは、摩擦係数をどの程度にするかによって変わってくるため、説明の都合上、便宜的に定在解と周期解(今回は、虚部の絶対値が0.09より小さいものを対象とする)を別々に実部の大きい順に番号をつけ説明する。例えば、定在解は、EVP-1,2, ...,10、周期解は、EVP-p1, p2 ...,p10とした。

実際の結果に移る前に、Jin et al. (2006)で示されているスペクトル図を図15に示す。本研究では、この研究を元に固有モードを調べた。この図は、線形順圧モデルを固有値問題に帰着した時の固有値のスペクトル図である。縦軸に実部、横軸に虚部を示している。Jin et al. (2006)では、すべてのモードをダンピングさせており、すべてのモードの実部が負となっている。例えば、Aと書かれた固有モードを見てみると、減衰率が小さくなるにつれて大きくなる丸が書かれているがこれは、SELF (Synoptic eddy and low-frequency flow) フィードバック、すなわち総観規模擾乱と短周期変動の長周期変動に及ぼす寄与を大きくした際と同じ固有モードの固有値の変化を示したもので、丸が大きくなるほどSELFフィードバックを大きくしている事を示している。これを見ると、SELFフィードバックの効果を強めると固有モードの減衰率が小さくなっていることがわかる。

この図で、Aと書かれた固有モードは最も減衰率の低い固有モードで、かつ虚部が0の定在解であり、Jin et al. (2006)ではAOであると言及している。また、Bは、周期解の中では最も減衰率の小さい固有モードであり、これをPNAパターンであると示している。この2つのAOとPNAパターンが減衰率の小さい上位のモードであるということを指針として、周期解も含めた固有モードを調べ、PNAパターンが存在するかを調べた。

基本場: 1月1日の気候値, 超粘性係数: $2.7E40$

図 16~19 がその結果となる。まず, 固有値のスペクトル図 16 を見てみる。この図は, 得られた固有値の実部を縦軸に, 虚部を横軸にプロットした固有値の分布図である。十字に交わる 2 本の点線は, それぞれ実部, 虚部が 0 の線である。これを見ると, 周期解は, 虚部が正, 負の 2 つが対になって現れていることがわかる。それぞれが 180 度の位相のズレを持っているが, 変動パターンとしては同じである。虚部の絶対値が大きくなればなるほど (虚部が 0 の線から離れば離れるほど) 早く変動する解であるといえる。

また, 先に注意点を述べておく。空間パターンのある領域において正である, 負であるという議論は, EOF 解析と同様重要ではなく, 相対的に北半球全域をみて, その空間パターンがどうであるかが重要である。例えば, 環状的に中緯度が同じ符号で, 極域が中緯度と逆符号であればその固有モードは, AO であるということになり, 極が正で中緯度が負, その逆で極が負で中緯度が正かどうかということは重要ではない。

さて, それでは固有モードを実際にみってみる。図 17 は, EVP-1~4, 図 18 は, EVP-5~8 を示している。EVP-1 は, 大気の順圧成分に対して EOF 解析を行った際に現れる AO (EOF-1) と極めて似た空間パターンを示している。中緯度と高緯度のシーソー的な変動の環状モードであり, 太平洋と大西洋に正の相関を持つ大きな変動領域が見られる。EVP-2 は, EVP-1 と似た構造をしているが, 太平洋と大西洋に中緯度と逆符号の変動が見られ, その点で EVP-1, ひいては AO と異なる特徴を持っている。

一方, EVP-3, 6 になると, EVP-1, 2 とほぼ同様の環状モードであるが, 極域の変動の大きい領域が, 大西洋の高緯度側へ移っているように見える。また, 中緯度の北米大陸上においても, EVP-1, 2 に比べて若干変動の大きい領域が見られる。

さらに, EVP-4, 5 では, 環状モードは残るものの, 極域の値が弱まっていることがわかる。EVP-7, 8 は極めて解釈が難しいモードとなっており, 環状ではあるが, EVP-1, 2 と比べて空間構造はだいぶ違う。

では, 次に周期解を見てみる。図 19 は, 上 2 つが EVP-p9, 下 2 つが EVP-p10 を示している。PNA パターンと言えないが, PNA パターンに近い変動が見られた 2 つとして, この 2 つのモードを持ってきた。それぞれ, 位相が $0/360$ と $120/360$ の状態をしめし, $180/360$ を超えると, それぞれの符号が逆になったパターンを繰り返すことになる。EVP-p9 は, 位相が $0/360$ の時に PNA に似たパターンを示しているが, PNA パターンより位置が東よりであり, PNA パターンとみなすことができない。また, EVP-p10 も似た領域に波列が見られるが, 北米大陸の変動領域が, 太平洋にまで伸びてきており, ロッキー山脈を境に変動が分かれて見える PNA パターンとは変動が異なる。

さらに, 図 16 に戻ってみてみると, EVP-p9, p10 はそれほど減衰率の小さい固有モードではないことがわかる。

基本場: 1月1日の気候値, 超粘性係数: $7.0E41$

先ほどと同様にスペクトル図からみていく. 図 20 では, さきほどよりだいぶ粘性係数を強くしたため, 多くのモードがダンピングされ, 上位のモードと下位のモードの減衰率の差が大きくなっていることがわかる. 図 21, 図 22 は, 定在解 EVP-1~8 を示している. ここで示している定在解はすべて環状的な構造をしており, EVP-1~4 は, 中緯度ではユーラシア大陸東部から日本にかけての領域, 太平洋と大西洋からヨーロッパの領域の3つに変動の比較的大きな領域が見られる. ただ, 極に見られる変動に比べて弱くなっている. EVP-4, 6 は先ほどの EVP-1, 2 と似た空間パターンを示しているが, 大西洋領域の変動が弱めになっている. EVP-7, 8 は, また解釈に悩む構造であるが, 基本的に環状である.

図 23 は, 3つの周期解を示している. EVP-p1 は, 波数 2 の構造をしており, これもまた PNA パターンと似た領域に変動が見られる位相がある. しかしながら, 太平洋よりも, 大西洋に変動の大きい領域が現れている. EVP-p2 は, 波数 1 の構造をしており, 北太平洋に変動の大きい領域がほぼ全位相でとどまっており, もうひとつの逆符号の大きな変動が, 北半球を反時計回りに回って北太平洋の変動と交代する周期解である. $0/360$ の時はちょうど, 北太平洋の符号が逆に変わるときである. $120/360$ の時を見るときわめて PNA パターンに近い変動を示している. EVP-p3 は, 波数 3 の構造を示しており, これもまた太平洋に差し掛かって変動が大きくなるようなパターンとなる. 北米大陸の変動が太平洋にまで広がっている時が多く, これは先ほどの粘性係数が $2.7E40$ の時の EVP-p9, 10 と似た特徴となっている. また, 減衰率が小さく, 先ほどの EVP-p9, 10 より重要性が高いことがわかる.

基本場: PNA - の合成, 超粘性係数: $2.8E40$

スペクトル図 24 は, これまでと同様に見ることができる. 固有値の実数が 0 付近の固有モードが 6 つ存在し, この図では, そのうち 4 つが重なっている. この時の定在解は, 図 25 ~ 図 27 で示されている. EVP-1, 2 はほぼ似た構造をしている. EVP-2 の方が, EVP-1 よりもアフリカ大陸付近の変動が強くなっており, 中緯度の変動も強くなっていることがわかる. EVP-6, 7, 8 は, EVP-1, 2 の符号が逆転したような構造をしているが, アフリカ大陸付近の変動など, 異なる点もある. 環状モードである EVP-1, 2, 3, 6, 7, 8 に対して, EVP-4, 5, 9, 10, 11, 12 は, 別の特徴を示している. EVP-5 は, 順圧成分の EOF-2 に似ている部分もあるが, 北米大陸領域の変動が太平洋にまで伸びており, PNA パターンを示しているとは言いづらい. また, EVP-10, 11 の太平洋領域のみを見れば, PNA パターンの特徴が見られるが他の領域にも極めて大きな変動が存在している. ヨーロッパからユーラシア大陸にわたるパターンは順圧成分の EOF-2 にも見られないが, 太平洋から北米大陸の領域には, ロッキー山脈付近を堺にして符号が逆の変動が隣接しており, PNA パターンと思われる波列が見られる.

基本場: PNA + の合成, 超粘性係数: $2.7E40$

図 28 がスペクトル図, 図 29, 30 に定在解 EVP-1 ~ 8 を示している. 固有値の分布は, これまでの図と同様にみることができ, これまでにない特徴としては, 虚部が 0.09 付近に実部の比較的大きな周期解が見られている. ただし, ここでは重要ではないため, 定在解のみを示す. EVP-1, 2, 3, 6 はきわめて似た構造をした環状モードである. これまでの環状モードとの違いは, 太平洋域の構造が東西方向に広域に広がっていることである. 基本場を PNA + に変えたことによる変化は極めて大きいといえる. また, EVP-4, 5, 7 も環状的な構造をしている. 最後に, EVP-8 を見てみると, 環状モードではないが PNA パターンも見られない. 図 19 の EVP-p10 のように北米大陸上の変動が, 太平洋領域にまで伸びている.

基本場: PNA + の合成, 超粘性係数: $3.2E40$,

帯状地表摩擦係数: $1.0E-6$, エクマン摩擦係数: 0.0001

PNA + を基本場に与え, さらに帯状地表摩擦とエクマン摩擦を与えた結果を示す. 図 31 がスペクトル図, 図 32, 33 に定在解 EVP-1 ~ 8 を示している. スペクトル図をみると, 粘性摩擦のみの場合に見られた虚部が 0.09 付近にある周期解はダンピングせず, 帯状摩擦とエクマン摩擦によって定在解がダンピングされている. EVP-1, 2, 3, 4, 5, 6 は粘性摩擦のみの場合にも似た構造があり, EVP-7 が新たに現れたモードとなる. EVP-7 は, PNA - を基本場に与えた際に現れる PNA パターンの波列に似た構造をしていることがわかる. ただし, 太平洋の変動は東によっており, 北米大陸の変動領域が太平洋にも広がっていることから PNA パターンというのは難しい.

6 考察

6.1 現実の大気場における PNA パターンの現れ方

250 hPa, 500 hPa の EOF-1, 2 に大きな違いが見られないように, PNA パターンは対流圏において順圧的な構造をしていることがわかる. これは, 過去の研究でもよく言われている事に一致する. また, 両者を比較した際, 250 hPa の方が波活動度フラックスは強い. これは, 対流圏上層にいくと鉛直方向上方の伝播が東西方向へ広がるためではないかと考えられる.

次に, PNA index が正の時と負の時の違いについて見ていく. 図 5 は, PNA + と PNA - の時の 500 hPa の合成図を示している. PNA + の時は, 北太平洋に大きな低気圧偏差が存在し, 図 4 の赤で示した年月を対象として日々の変動を見ると, ジェットが北太平洋上では蛇行せず, 北米大陸上で蛇行している様子が多く見られた. 結果でも示したように, 図 6 の 1980 年 2 月 14 日のように北米大陸西岸で巻き上げられてブロッキングができることもあるが, 1980 年 2 月は, オホーツク海からカムチャッカ半島付近の上空に中心を持つ非常に広域にわたる低気圧偏差が存在していた. この事が PNA index が + となっている要因になっていると考えられる. PNA + のときは基本的にはブロッキングはできにくい事がわかる. 一方, PNA - の時は, 逆に, 図 6 のようにブロッキングが発生している月が多く, PNA- の場に比べて比較的ブロッキングができやすい場となっているように考えられる. ただし, ジェットは蛇行しているものの, ブロッキングができない場合もあり, PNA パターンをブロッキング発生の原因とすることあるいは, 逆にブロッキング発生による PNA パターンの強化がなされることを示すにはさらなる研究が必要である. ここでわかることは, PNA パターンの伝播する領域とブロッキングの発生しやすい北太平洋の領域は非常に似通っており, 互いに関係している可能性が十分にあるということである.

また, 図 7 を見てみると, PNA + と PNA - の時は, 符号は異なるが偏差の大きさは非常に似ている. さらに波活動度フラックスも似ており, PNA パターンをうまく捕らえていると考えられる. 北太平洋の偏差の形が少し異なっているが, 波活動度フラックスの特徴は非常に似ている. 西太平洋から伝播してきた波が南と北に別れている様子とそれより東側で北へ伝播する波の様子を見ることができる. 北へ伝播する波の西側で, 北から伝播してきた波が分岐して南に伝播しているように見える事は, PNA パターンの特徴からすると逆であるが, ジェットやブロッキングが発生しやすい場であることを考えると, 南への伝播も理解できるかもしれない. PNA パターンは ENSO と強い関係があり, 非常に大きな影響を受けている事が言われているが, ジェットの変動の影響も強く受けられていると考えられる.

6.2 順圧 S-モデルと現実大気場の比較

順圧 S-モデルのパラメータを 1 月に固定した数値積分結果と NCEP/NCAR 再解析データから計算した順圧成分 51 年間との比較を行った結果を図 8~11 に示す。これを見ると順圧 S-モデルは、PNA パターンを始めとした長周期変動を非常によく再現している事がわかる。

図 8 では、Teleconnectivity を示している。Teleconnectivity では、他の地点に対して大きく変動する所ほど値が大きくなるために、変動の大きい長周期変動を良く表すことができる。実際、図 8 において太平洋域に PNA パターンと見られる 2 つの変動、大西洋に NAO と見られる変動を見ることができる。PNA パターンの領域における両者の違いとして、中緯度の北米大陸西岸付近の値の分布が順圧 S-モデルにおいて大きく表れていること、カナダ付近で S-モデルでは値が小さく、NCEP/NCAR 再解析データと分布が異なっていることがあげられる。ここで AO のような環状モードが現れないが、これは、Teleconnectivity がグリッド毎の値を取ってくるために空間的な連続性を示す事ができず、AO のような中緯度に連続性をもつものを捕らえにくいためであると考えられる。また、図 9~11 では、一点相関図を示している。一点相関では空間的に近い場の変動が強く現れるため、環状的なパターンである AO を表すのは難しい。AO のような北半球全体をスケールに持つ変動よりもより狭い領域に卓越する PNA パターンや NAO といった変動が現れやすい。そこで、EOF-1 に変動が見られる領域で、NAO、PNA の変動領域でない場所の一点相関をとった図が、図 9 である。この図における太平洋の変動領域は、PNA パターンのそれとはまったく異なっており、AO と PNA パターンが別物であるという理由になると考えられる。また、そこまでいかなくても PNA パターンの特徴である北太平洋のアリューシャン諸島付近の変動は、相関という観点からいうと、ヨーロッパ付近との相関はあまりないように見える。この点は、AO が統計上の虚像であるという説がアリューシャン諸島付近ばかりを見ているのではないかと思わせる。

それに対して、図 10 では、PNA パターンがよく現れている。すなわち、順圧 S-モデルが PNA パターンをよく再現していることがわかる。この事は、PNA パターンが準順圧的な構造を持つ定常ロスビー波の波列であるとする説に矛盾していない。

また、これらの図、特に Teleconnectivity の値をみると、順圧 S-モデルでは値が 10 ほど現実大気より大きく現れていることがわかる。これについては、Tanaka (2003) で述べられているエネルギースペクトルを見ると、高波数領域のエネルギーに違いがあり、順圧 S-モデルでは高波数領域の変動をうまく捕らえていないために長周期変動がより強く顕在化している可能性がある。ただし、これまでの結果を見る限り、長周期変動を対象とする場合には問題はなく、有用なモデルであると考えられる。

6.3 固有モード解析

基本場: 1月1日の気候値, 超粘性係数: $2.7E40$

上位の固有モードは多くが環状モードとなっている。特に EVP-1 は、太平洋と大西洋の変動の形をはじめ、順圧成分の EOF-1 に非常に似ており、AO を示していると考えられる。EVP-6 では太平洋の変動領域がより東側によっており、大西洋側においては NAO が強く現れているように見える。このように AO や大西洋側に見られる長周期変動が固有モードによく映し出されていることがわかる。その一方で EOF-2 に見られる PNA パターンは見つからない。似たパターンが周期解に見られたが、北米大陸における変動パターンが異なり、PNA パターンではないと考えられる。

基本場: 1月1日の気候値, 超粘性係数: $7.0E41$

粘性係数を下げると小さな変動が増え、PNA パターンが現れないばかりか、AO も形が崩れてしまうため、次に粘性係数を上げてみた。

粘性係数をどんどん大きくしていくと、小スケールの変動が消散効果によって消えて大きな変動が固有モードとして残る。粘性をさらに強くしていくと、最後は変動が小さい波数 2 のパターンや極域の変動が小さい固有モードばかりが残るようになる (例えば、図 21 の EVP-2 のような固有モード)。固有モードにその小さな変動ばかりが見られるようになる手前の粘性係数が、 $7.0E41$ である。これは、PNA パターンより小スケールの変動を消し、AO を EVP-1 に残すために粘性係数を高くしていった過程でわかった事である。この図を見ても、増幅率の高い上位の固有モードに環状モード、EVP-5, 6 に AO のような構造が見える。

これまで、PNA パターンの変動領域からわずかに位置が東や西、北にずれた違った領域に波列を示していた固有モードはあったが、PNA パターンの領域に波列が見られる固有モードはなかった。しかしながら、この時、周期的に PNA パターンの位置に波列を作るようなモードを見つけることができた。特に EVP-p2 では、PNA パターンの特徴である北太平洋と北米大陸北部における大きな変動が現れており、さらに $120/360$ の位相においては、PNA パターンの卓越する領域以外には目立った変動は見られない。また、スペクトル図をみると、EVP-p2 の減衰率は、Jin et al. (2006) で示されている減衰率の最も小さい周期解が PNA パターンであるという事に矛盾しない。この EVP-p1, p2, p3 から、PNA パターンの変動する領域では、固有モードでも変動しやすい場である事がわかる。すなわち、内部力学によって変動が形成されやすい領域であることがわかる。また、EVP-p2 には、PNA パターンに似た構造が見られ、PNA パターンが固有モードである可能性が考えられる。なお、倍調和粘性を用いても、倍調和粘性のオーダーで大きくすればこのようなパターンが現れる。

基本場: PNA - の合成, 超粘性係数: $2.8E40$

粘性摩擦を強く与えたということはあるものの, PNA パターンに似た変動を持つ周期解が得られたことで, その周期をうまくとめられないか, という発想をもった. ただ, そのためにどうすればよいのかはわからず, 地表の効果をさらにいれたらよいのか, そのためにどうしたらよいのか悩んだ. そこで, 経験的に基本場により限定された領域にエネルギーを固定するような場を与えれば, そこで周期解の周期性はトラップされて, 定在解になるということを目指して PNA - の合成場を線形化の際に与えた. この意義は, PNA - の合成場は, PNA パターンの情報を含んでいないことに付随する. PNA パターンは振幅を持つ変動であり, PNA - と PNA + の差, あるいは, それぞれの気候値との差によってより強く現れる. その PNA + や気候値の情報を PNA - の合成場はもっていない. そのため, PNA - の合成場を与えてやる事は, PNA パターンが現れやすい場を与えてやる事にはならない. これは, PNA + の合成場を与えてやる事にも言えることである.

PNA - の合成場を与えると, 北太平洋に変動を持つ小さな変動が増えたが, 環状モードである AO が少しゆがんだ形で現れた. それが, 図 25 の EVP-1, 2 である. これを 1 月 1 日の気候値を与えた時のように EOF-1 に非常に良く似た環状モードにするのは, 非常に難しい. 係数を少しいじっただけでは, なかなか EOF-1 に近づいてはくれなかった. また, この時に注目したモードは, 図 27 の EVP-11 と, 図 26 の EVP-5 である. EVP-11 の太平洋と大西洋には PNA パターンに似た形の波列が見える. 特にロッキー山脈付近で二つの反対の変動が隣り合っていることは, PNA パターンの特徴といえる. しかしながら, 大西洋領域にも PNA パターンと思われる波列と同程度の大きさの変動見られ, この変動が何を意味しているのかがわからない. 固有モードが互いに直交していないことが関係していることを考慮すれば, このモードは, PNA パターンと EU パターン等の他のテレコネクションパターンが同時に現れていると見るのが自然なのかもしれない. PNA パターンだけが現れて他の領域に何も現れない固有モードが存在すると考える事は難しいのかもしれない. しかし, スペクトル図を見ると, 減衰率が目だって小さい固有モードでもなく, 周期解も含めてより上位に多くの解がある事を考えるとそれほど重要ではないようにも考えられる.

先ほどの基本場として 1 月 1 日の気候値, 粘性係数として $7.0E41$ を与えた場合の EVP-p2 が周期解であり, PNA パターンの卓越する領域以外にも変動が生じることも解釈できるかもしれない. 北半球全域に及ぶ AO が固有モードとして現れやすいこともそれを示しているのではないかと考えられる.

なお, 外部からのエネルギー源である傾圧不安定を入れるとより上位のモードに EVP-11 のような固有モードが現れるが, 局所的な変動が強化される分, AO と見られる環状モードが周期解となってしまった. また, 傾圧不安定は外部エネルギーであるため, 内部力学として扱うのは難しい.

基本場: PNA + の合成, 超粘性係数: $2.8E40$

PNA - の合成図を基本場として与えた場合に PNA パターンに似た変動が現れたため, PNA + の合成図を与えて PNA パターンが現れないか調べた. その結果を見てわかる事は, PNA + の場合は PNA - の場合よりも環状モードが現れやすいということである. 特に太平洋領域には, 東西に広い領域が存在しているモードが上位に多い. また, 図 30 の EVP-8 にようやく環状モード以外のモードが見られたが, PNA パターンとは言いがたい. さらに帯状成分を弱めようと粘性摩擦を弱めたが, なかなか現れなかった.

基本場: PNA + の合成, 超粘性係数: $3.2E40$,

帯状地表摩擦係数: $1.0E-6$, エクマン摩擦係数: 0.0001

粘性摩擦だけでは, PNA + の場における固有モードの帯状成分を十分に弱めることができなかった. そこで帯状成分を弱めるために, 帯状地表摩擦とエクマン摩擦を導入してみた.

帯状地表摩擦とエクマン摩擦を与えると, 図 33 に示した EVP-7 が現れる. これは, PNA - を基本場として与えた場合の PNA パターンに類似しているが, 北太平洋の変動が東に移っている. また, 1月1日を基本場とした時に見られたように北米大陸の変動が, 太平洋にまで伸びる特徴が見られる. ここで, 傾圧不安定を与えてやると, やはりそれに応答して局所的な PNA パターンはすぐ現れる (PNA - の時の PNA パターンとほぼ同じパターン). しかし, その分帯状成分の強い AO が定在解に見られなくなる.

このように考えると, AO は極めて内部力学の寄与が大きいことがわかる.

7 結論

PNA パターンの力学的な実態は、定常ロスビー波の波列である。にも関わらず、常に太平洋と北米大陸の決まった領域に生じている。この理由がなぜか、波列であるならば特定の場所に現れなくても良いのではないかと、という疑問から本研究は始まった。

その疑問を解消するため、本研究では、PNA パターンを含めた冬季北半球に卓越する長周期変動を対象として解析を行った。まず、再解析データを用いて PNA パターンがどういった現れ方をするのか、その時の特徴は何であるかを調べてみると、過去に行われた研究で言われている事とよく一致することがわかった。PNA パターンはロッキー山脈付近を境にして北太平洋と北米大陸に大きな変動を持ち、ブロッキングと関係が深く、またユーラシア大陸から伝播するジェットとも関わりがあると考えられる。また、冬季北半球を対象とした EOF 解析を行うと、EOF-1 に AO が現れ、EOF-2 に太平洋から北米大陸にまたがる PNA パターンを含んだ変動が現れた。

次に、固有モードとして PNA パターンが存在するかどうかに関心をあてた。固有モードとして存在することがわかれば、特定の場所に卓越する理由となる。Jin et al. (2006) では、空間パターンを示してはいないものの減衰率の最も小さい定在解が AO であり、減衰率の最も小さい周期解が PNA パターンであるとしている。また、Tanaka (2003) では、順圧 S-モデルを用いた AO の再現がなされている。さらにそれを基にして固有モード解析を行い、AO が固有モードであることが示されている (Tanaka and Matsueda, 2005)。そこで Tanaka and Matsueda (2005) と同様の手法を用いて PNA パターンが固有モードとして現れるかどうかを調べることにした。順圧 S-モデルのモデル方程式を線形化する必要があるが、その際に与える基本場として 1 月 1 日の気候値、PNA \pm の合成場を与え、その違いを調べた。

固有モードを探す前段階として、順圧 S-モデルの PNA パターンの再現性を調べた。すると、多少の違いはあるものの、PNA パターンを始めとする冬季北半球に見られる変動を非常によく再現している事がわかった。PNA パターンが、順圧 S-モデルで再現されるということは、順圧 S-モデルの中に PNA パターンを再現する何かがあるということである。

まず、1 月 1 日の気候値を基にして固有モードを探すと、Jin et al. (2006) で言われているように減衰率の小さい定在解の中に AO はよく現れることがわかった。また、減衰率の小さい周期解の中に太平洋領域に PNA パターンに似た変動を持つモードが見つかった。ここで見つけた固有モードは、周期解であるために、ある位相では PNA パターンの卓越する領域以外にも変動が生じるが、北太平洋において大きな変動が生じている位相が多く、特に 120/360 の位相では、PNA パターンの特徴が現れ、他の領域には目立った変動が見られない。これらの条件を踏まえるとこのモードが PNA パターンを示している可能性が十分にある。

また、周期性のある変動を太平洋域に留められることを期待して、より東西非対称性を持つ PNA \pm の合成場を基本場として与えることを試みた。ここで注意したいのは、PNA index を基にしているとはいえ、PNA \pm の場の中には、気候値の情報はなく、PNA パターンが卓越している場を意図的に与えているわけではないことである。PNA $-$ の場合では、太平洋と北米大陸の領域のみを見れば、PNA パターンが現れたが他の領域にそれと同程度の強い変動が現れており、また比較的下位のモードであるため、PNA パターンを示す物理モードであると断定はできない。しかしながら、先ほど述べた PNA パターンが見られる周期解も含めて、PNA パターンと見られる変動も含む固有モードが存在することは、内部力学が PNA パターンの成因に関係している可能性を示唆する。また、PNA $+$ の場合においても PNA パターンはなかなか現れず、また、PNA $-$ の場合より帯状的なパターンが示される事がわかった。

以上から、PNA パターンが、決まった場所で卓越しやすい理由の一つとして大気大循環の内部力学による影響がある事がわかる。

最後になるが、よりわかりやすい PNA パターンを示す固有モードが存在する可能性も否定できない。また、PNA パターンが ENSO と関わりがあるという多くの研究から、熱帯における非常に大きな現象である ENSO が大気のエネルギー源として考えられる。同様に熱帯の現象である MJO (Madden-Julian Oscillation) が PNA パターンを励起しているという研究があり、熱帯の現象に対する大気の応答も PNA パターンの形成に重要な事は確かであると考えられる。これらの外力応答と内部力学の量的な比較が今後の課題である。また、大気と海洋が地球全体を通じて繋がっている事を考えれば、ジェットのスラックスが関係している可能性も十分考えられる。固有モードや対流圏の EOF-2 の場で見られた PNA パターン以外の変動が何かを考えることも含め、他のテレコネクションを含む現象との兼ね合いをさらに調べる事が PNA パターンやより大きな大気変動の流れを知る上で重要であると考えられる。

謝辞

本研究を進めるにあたり、指導教員である筑波大学計算科学研究センターの田中博教授には、研究テーマに関する問題提起、固有モード理論を始めとする考え方と解析手法、結果に対する解釈の仕方など終始適切なご指導、ご鞭撻をいただきました。

また、前筑波大学準研究員、現立正大学の渡来靖助手、前筑波大学生命環境科学研究科、現（財）地球科学技術総合推進機構 松枝未遠研究員、また同研究室の皆さんには、ゼミや研究室において多くの貴重な助言、議論をしていただきました。

さらにゼミの場では、同大学の木村富士男教授、林陽生教授、上野健一准教授、植田宏昭講師、日下博幸講師に貴重なご意見をいただきました。

最後に、共に机を並べ、時に勉学、研究に励んだ環境科学研究科、生命環境科学研究科の1, 2年生の皆様を含め、多くの皆様方に心から感謝いたします。

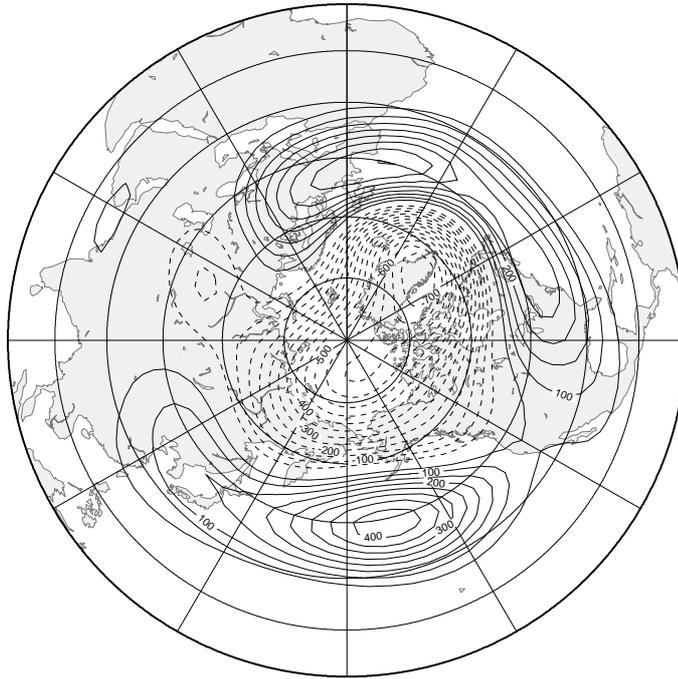
参考文献

- [1] Ambaum, M. H. P., B. J. Hoskins, and D. B. Stephenson, 2001: Arctic Oscillation or North Atlantic Oscillation? *J. Climate*, **14**, 3495–3507.
- [2] Branstator, G., 1990: Low-frequency patterns induced by stationary waves. *J. Atmos. Sci.*, **47**, 629–648.
- [3] Branstator, G., 1992: The maintenance of low-frequency atmospheric anomalies. *J. Atmos. Sci.*, **49**, 1924–1945.
- [4] Deser, C., 2000: On the teleconnectivity of the Arctic Oscillation. *Geophys. Res. Lett.*, **27**, 779–782.
- [5] Honda, M., and H. Nakamura, 2001: Interannual seesaw between the aleutian and icelandic lows. Part II: Its significance in the Interannual Variability over the Wintertime Northern Hemisphere. *J. climate*, **14**, 4512–4529.
- [6] Hoskins, B. J., and D. J. Karoly, 1981: The steady linear response of a spherical atmosphere to thermal and orographic forcing. *J. Atmos. Sci.*, **38**, 1179–1196.
- [7] Jin, F.-F., L.-L. Pan, and M. Watanabe, 2006: Dynamics of synoptic eddy and low-frequency flow interaction. Part I: A linear closure. *J. Atmos. Sci.*, **63**, 1677–1694.
- [8] Jin, F.-F., L.-L. Pan, and M. Watanabe, 2006: Dynamics of synoptic eddy and low-frequency flow interaction. Part II: A theory for low-frequency modes. *J. Atmos. Sci.*, **63**, 1695–1708.
- [9] Johansson, Å., 2007: Prediction skill of the NAO and PNA from daily to seasonal time scales *J. Climate*, **20**, 1957–1975.
- [10] 神田貴博, 2004: ロスビー波の増幅と砕波による大規模乱流スペクトルの形成過程. 筑波大学自然科学類卒業論文.
- [11] Koide, H., and K. Kodera, 1999: A SVD analysis between the winter NH 500-hPa and surface temperature fields. *J. Meteor. Soc. Japan*, **77**, 47–61.
- [12] Lin, H. and J. Derome, 1997: On the modification of the high- and low- frequency eddies associated with the PNA anomaly: an observational study. *Tellus*, **49A**, 87–99.
- [13] 日本気象学会, 2004: 北極振動. 気象研究ノート, 第 206 号.

- [14] Quadrelli, R. and J. M. Wallace, 2004: Varied expressions of the hemispheric circulation observed in association with contrasting polarities of prescribed patterns of variability. *J. Climate*, **17**, 4245-4253.
- [15] Simmons, A. J., J. M. Wallace, and G. W. Branstator 1983: Barotropic wave propagation and instability, and atmospheric teleconnection patterns. *J. Atmos. Sci.*, **85**, 1–9.
- [16] Suzuki, I., and H. L. Tanaka 2007: Teleconnections and the Arctic Oscillation Analyzed in the Barotropic Component of the Model and Observed Atmosphere. *J. Meteor. Soc. Japan*, **85**, 933–941.
- [17] Takaya, K. 1997: A formulation of a wave-activity flux for stationary Rossby waves on a zonally varying basic flow. *Geophys. Res. Lett.*, **24**, 2985–2988.
- [18] Takaya, K. 2001: A formulation of a phase-independent wave-activity flux for stationary and migratory quasigeostrophic eddies on a zonally varying basic flow. *J. Atmos. Sci.*, **58**, 608–627.
- [19] Tanaka, H. L. 2003: Analysis and modeling the Arctic Oscillation using a simple barotropic model with baroclinic eddy forcing. *J. Atmos. Sci.*, **60**, 1359–1379.
- [20] Tanaka, H. L., and E. C. Kung, 1989: A study of low-frequency unstable planetary waves in realistic zonal and zonally varying basic states. *Tellus*, **41A**, 179–199.
- [21] Tanaka, H. L., and M. Matsueda, 2005: Arctic Oscillation analyzed as a singular eigenmode of the global atmosphere. *J. meteor. Soc. Japan*, **83**, 611–619.
- [22] Thompson, D. W. J., and J. M. Wallace, 1998: The Arctic Oscillation signature in the wintertime geopotential height and temperature fields. *Geophys. Res. Lett.*, **25**, 1297–1300.
- [23] Wallace, J. M., and D. S. Gutzler, 1981: Teleconnections in the Geopotential Height Field during the Northern Hemisphere Winter. *Mon. Wea. Rev.*, **109**, 784–812.
- [24] Wallace, J. M., and D. W. J. Thompson, 2002: The Pacific Center of Action of the Northern hemisphere Annular Mode: real or artifact?. *J. climate*, **15**, 1987–1991.
- [25] Watanabe, M. and F.-F. Jin, 2004: Dynamical prototype of the Arctic Oscillation as revealed by a neutral singular vector. *J. Climate.*, **17**, 2119–2138.

Barotropic Height

a) EOF-1 (5.7%)



b) EOF-2 (4.3%)

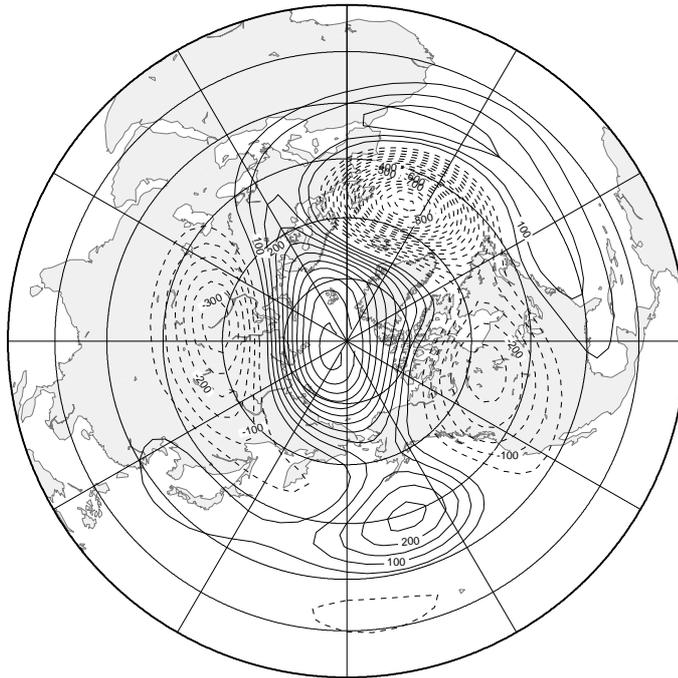
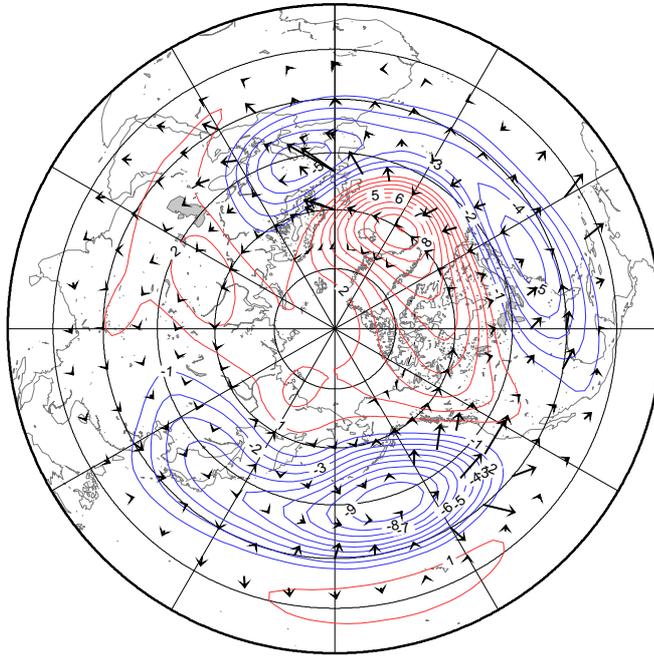


図 1: 大気の順圧成分に対する EOF-1, 2

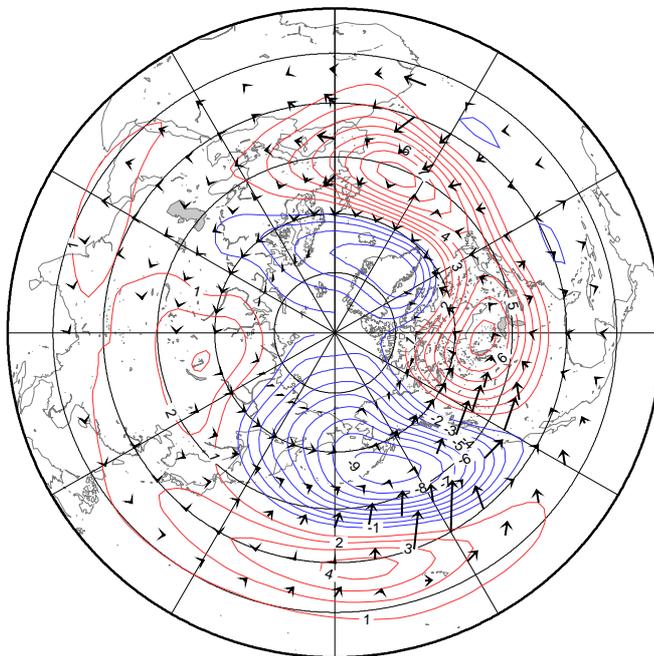
a) EOF-1, b) EOF-2, Tanaka (2003) と同様の手法を用いた. NCEP/NCAR 再解析データ (1950-2000 年) を使用した. ゼロ線は省略している.

500 hPa EOF and Wave Activity Flux DJF 1979-2006

a) EOF-1 18.2%



b) EOF-2 13.9%

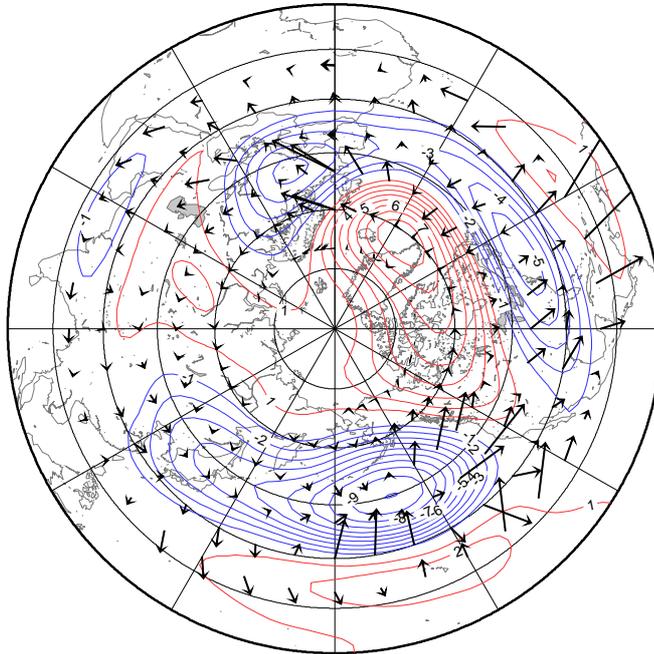


$10^{-6}/s^2$

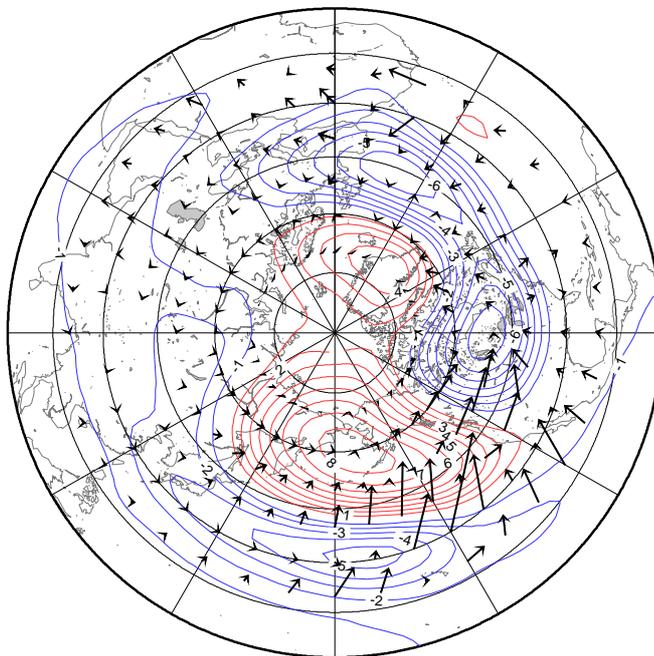
図 2: 500 hPa 高度場における EOF-1, 2 と波活動度フラックスの水平成分
a) EOF-1, b) EOF-2, JRA-25・JCDAS (冬季 DJF の月平均, 1979-2006 年) を使用した.
ノルムが 1 となるように規格化し, ゼロ線は省略している.

250 hPa EOF and Wave Activity Flux DJF 1979-2006

a) EOF-1 18.7%



b) EOF-2 14.2%



$10^{-6}/s^2$

図 3: 250 hPa 高度場における EOF-1, 2 と波活動度フラックスの水平成分
a) EOF-1, b) EOF-2, JRA-25・JCDAS (冬季 DJF の月平均, 1979-2006 年) を使用した.
ノルムが 1 となるように規格化し, ゼロ線は省略している.

PNA Index Time Series JRA25 1979-2006 Monthly

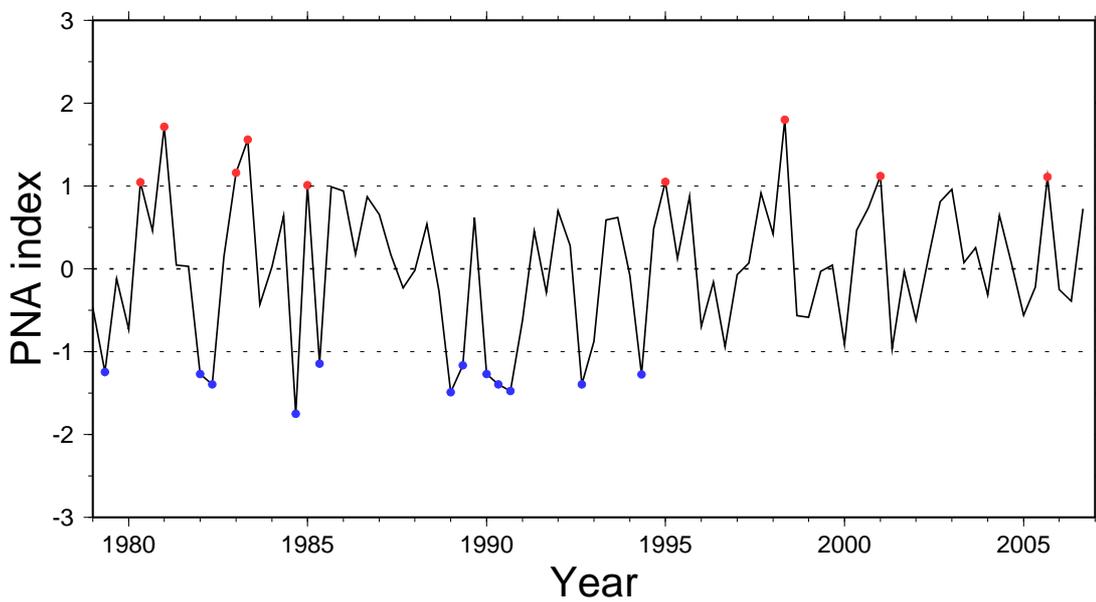
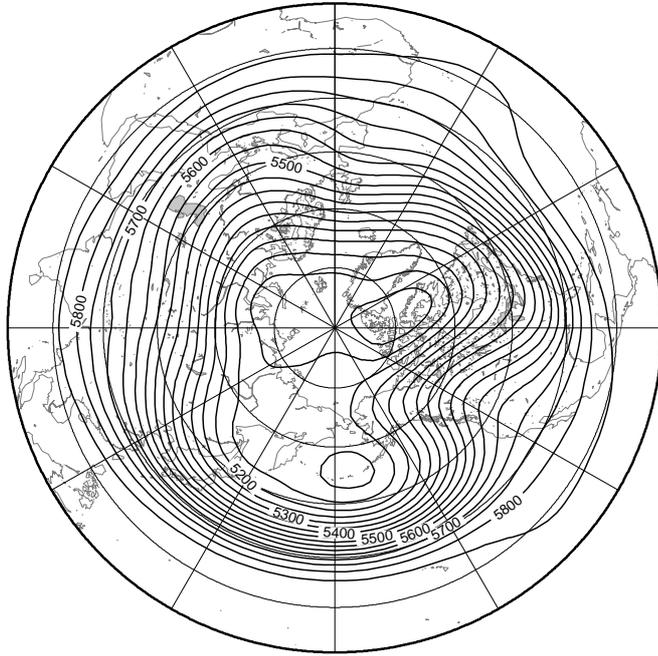


図 4: PNA index の月変化

JRA-25・JCDAS (冬季 DJF の月平均, 1979-2006 年) を使用した。破線は, +1, 0, -1 の値に引いてある。赤は, +1 以上, 青は-1 以下を示した時である。

500 hPa Geopotential Height DJF 1979-2006

a) PNA index +



b) PNA index -

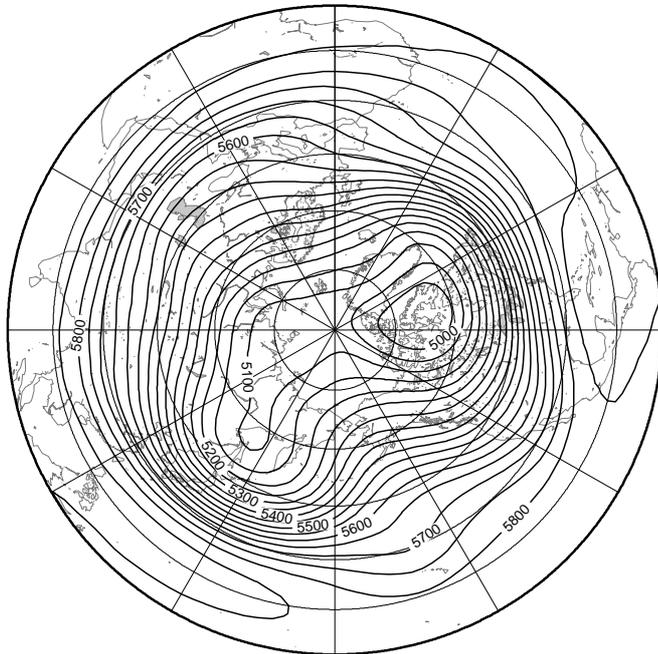
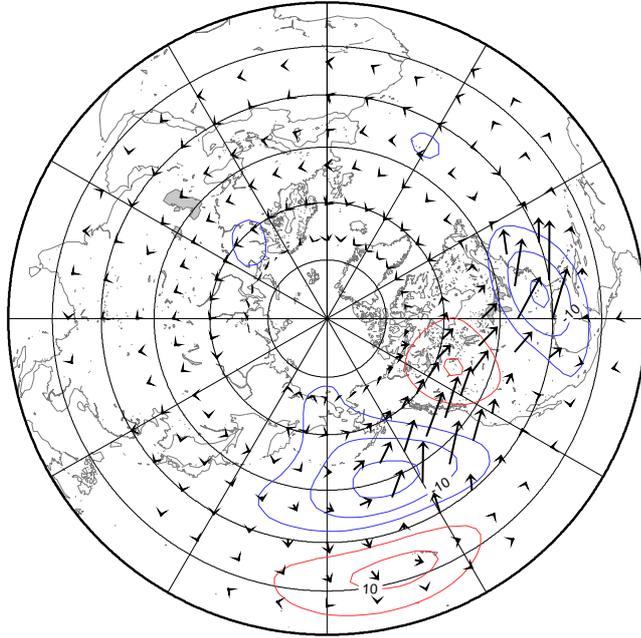


図 5: PNA index が +1 以上, -1 以下の日の 500 hPa 高度場の合成図

a) PNA+ (156 日), b) PNA- (249 日), JRA-25・JCDAS (冬季 DJF の日平均, 1979-2006 年) を使用した.

500 hPa Stream Function and Wave Activity Flux DJF 1979-2006

a) PNA index +



b) PNA index -

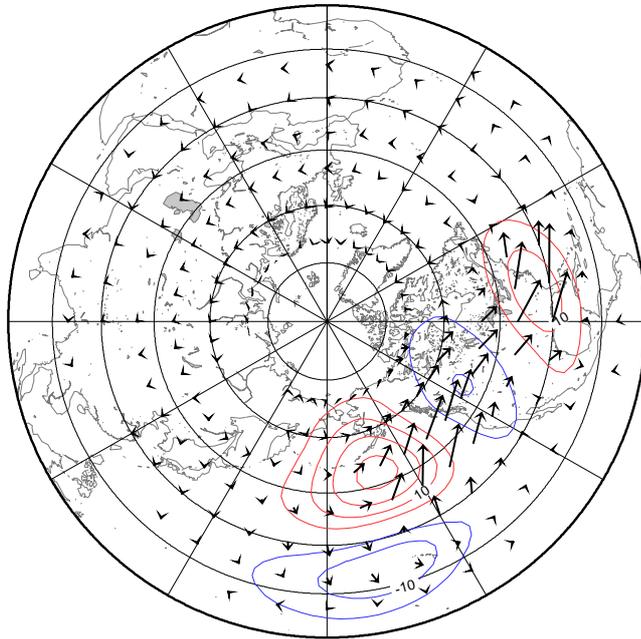
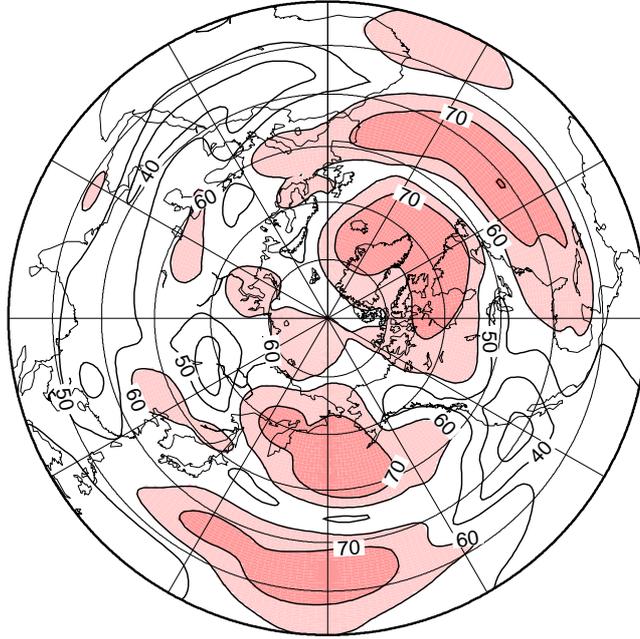


図 7: PNA index が ± 1 以上の日の 500 hPa の流線関数偏差の合成図と波活動度フラックスの水平成分

a) PNA+ (156 日), b) PNA- (249 日), JRA-25・JCDAS (冬季 DJF の日平均, 1979-2006 年) を使用した.

Teleconnectivity DJF 1950-2000

(a) NCEP/NCAR



(b) S-Model

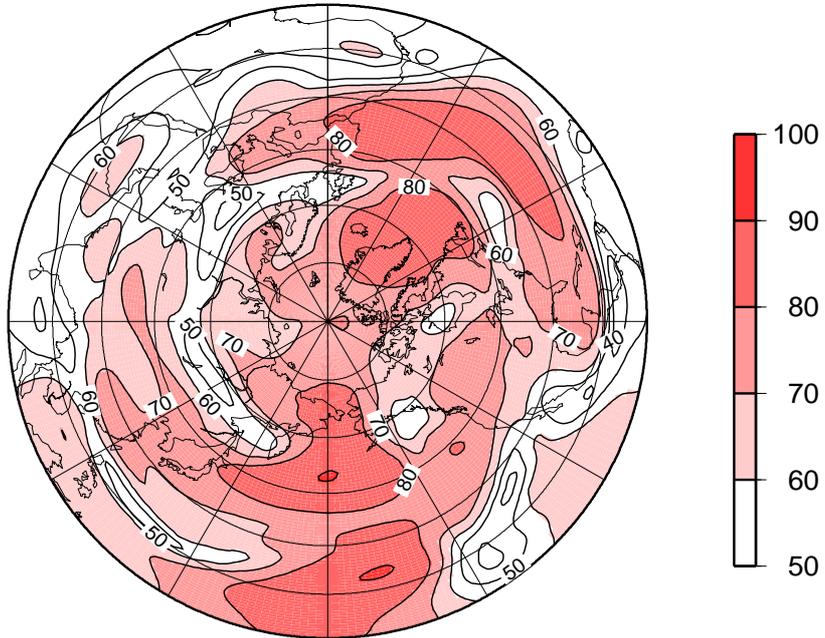


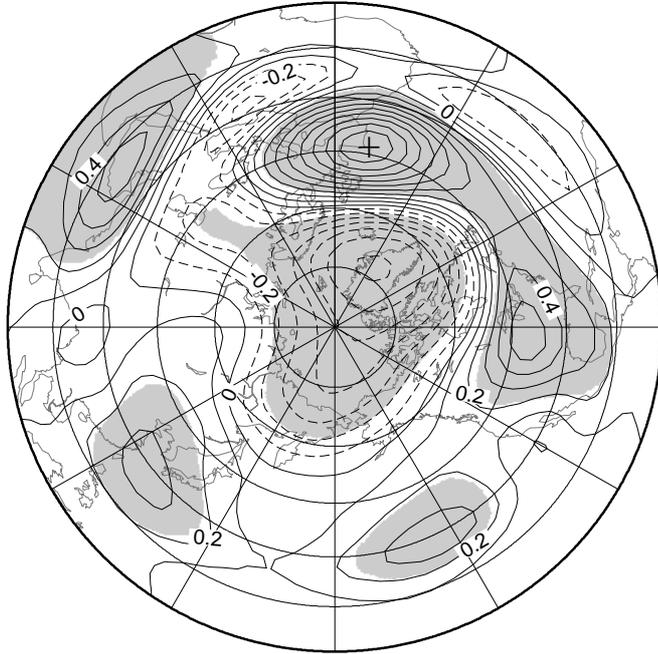
図 8: 大気の順圧成分の Teleconnectivity

a) NCEP/NCAR 再解析データ, b) 順圧 S-モデル, (1950-2000 年)

One Point Correlation

DJF 1950-2000

(a) NCEP/NCAR



(b) S-Model

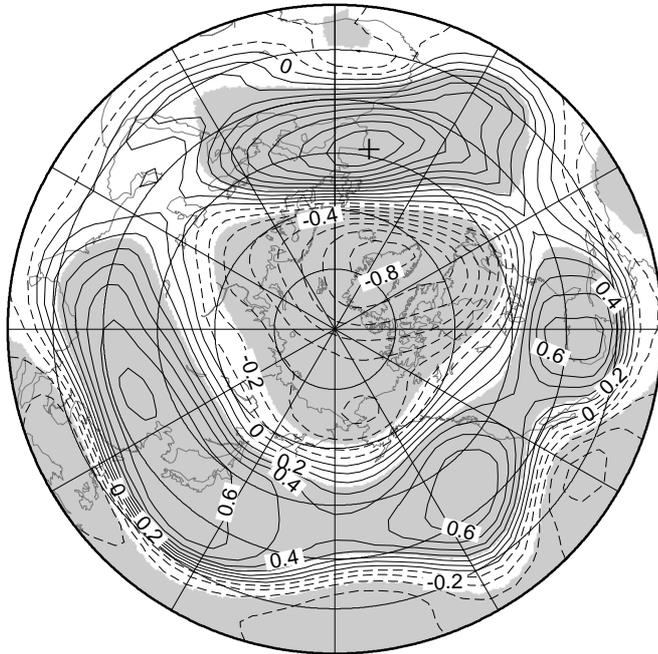
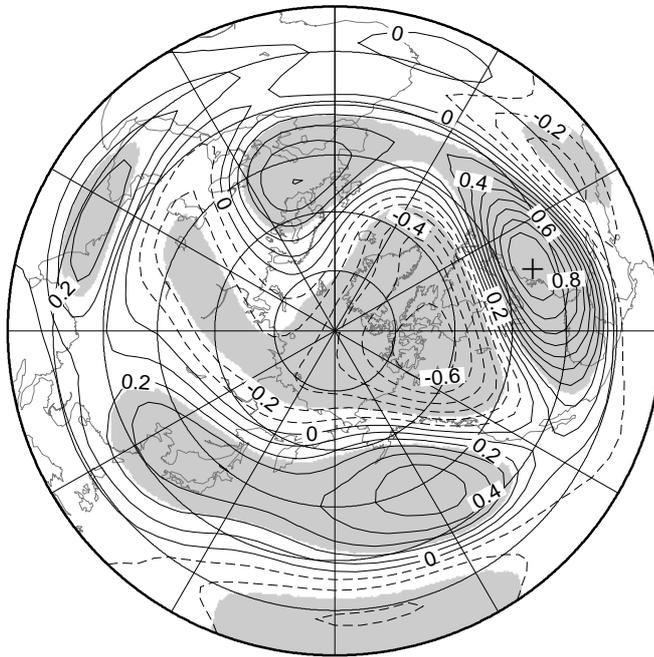


図 9: 大気の順圧成分に対する (43°N, 10°W) の一点相関
+が (43°N, 10°W) を示し, シェードは 95% 有意である. (1950-2000 年)

One Point Correlation

DJF 1950-2000

(a) NCEP/NCAR



(b) S-Model

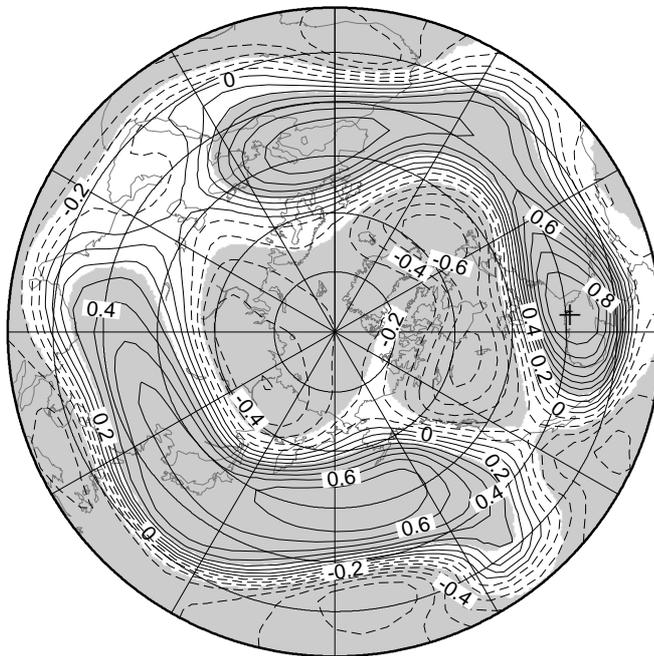
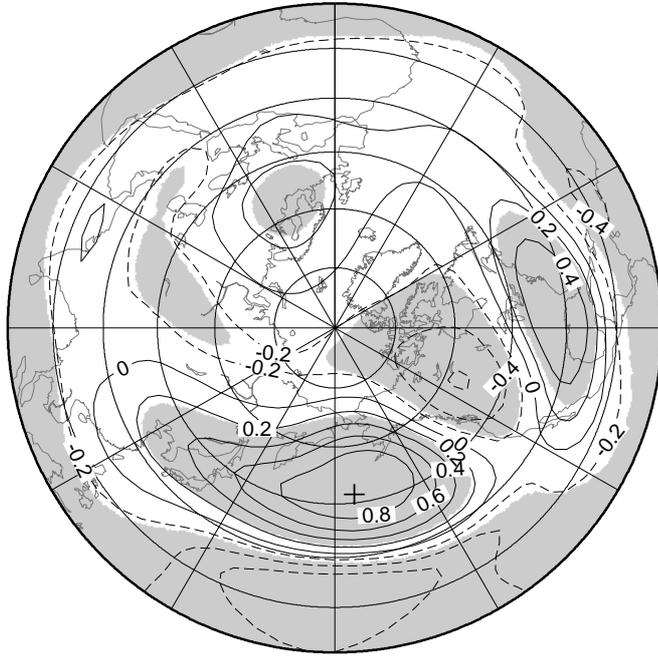


図 10: 大気の順圧成分に対する再解析データと順圧 S-モデルの一点相関
+が再解析データでは (37°N, 70°W), 順圧 S-モデルでは (28°N, 85°W) を示し, シェードは
95% 有意である. (1950-2000 年)

One Point Correlation

DJF 1950-2000

(a) NCEP/NCAR



(b) S-Model

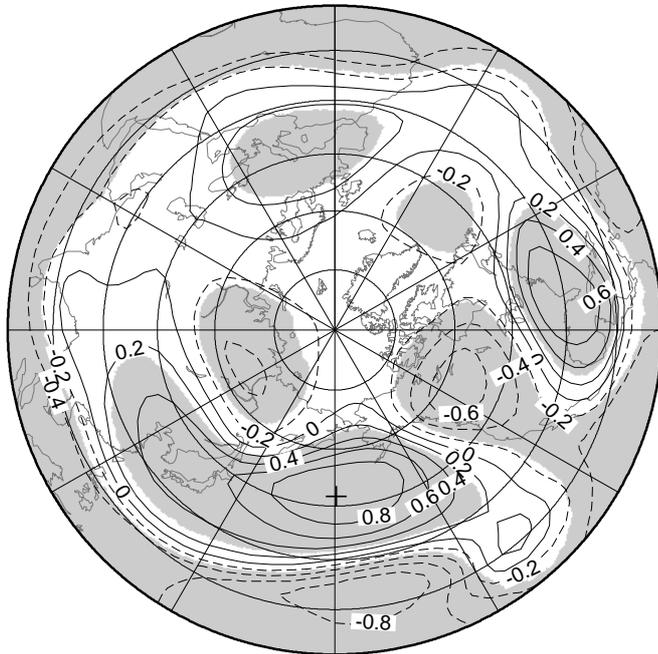


図 11: 大気の順圧成分に対する NCEP/NCAR 再解析データと順圧 S-モデルの一点相関
+が NCEP/NCAR 再解析データでは (49°N, 170°W), 順圧 S-モデルでは (49°N, 180°W)
を示し, シェードは 95% 有意である. (1950-2000 年)

Barotropic Height

January Climate

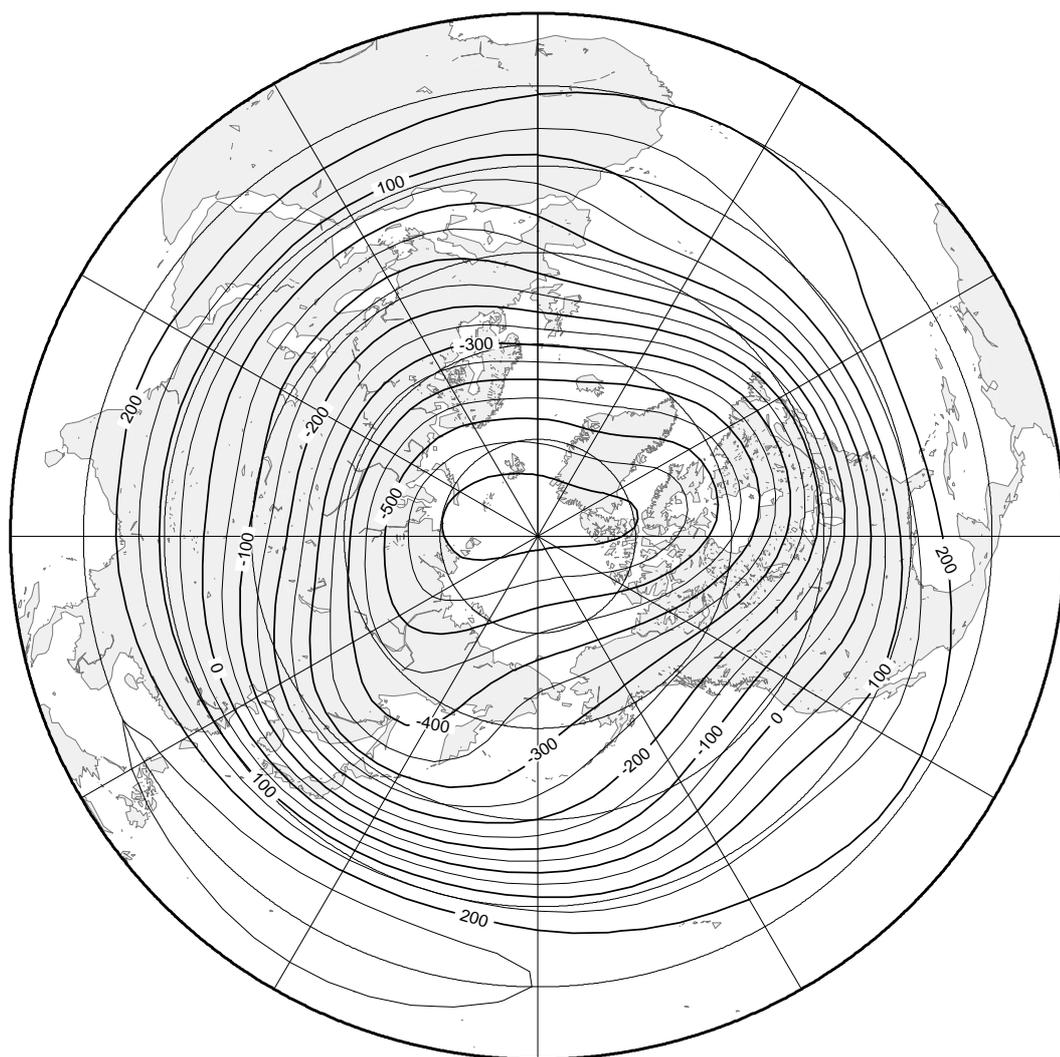


図 12: 1月1日の気候値

Barotropic Height

PNA index -

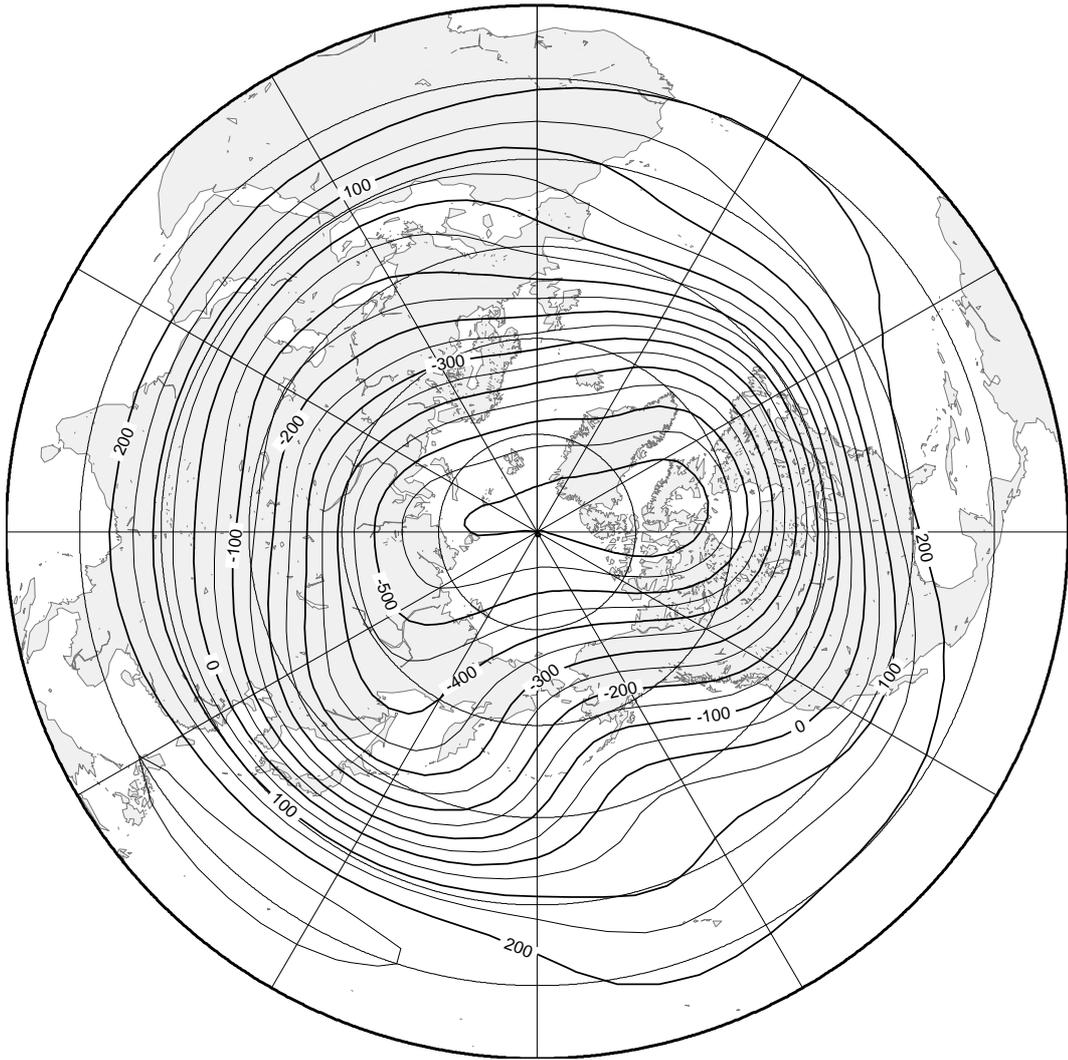


図 13: PNA index が-1 以下の日 (192 日間) の合成図
NCEP/NCAR 再解析データ (冬季 DJF の日平均, 1979-2006 年) を使用した。

Barotropic Height

PNA index +

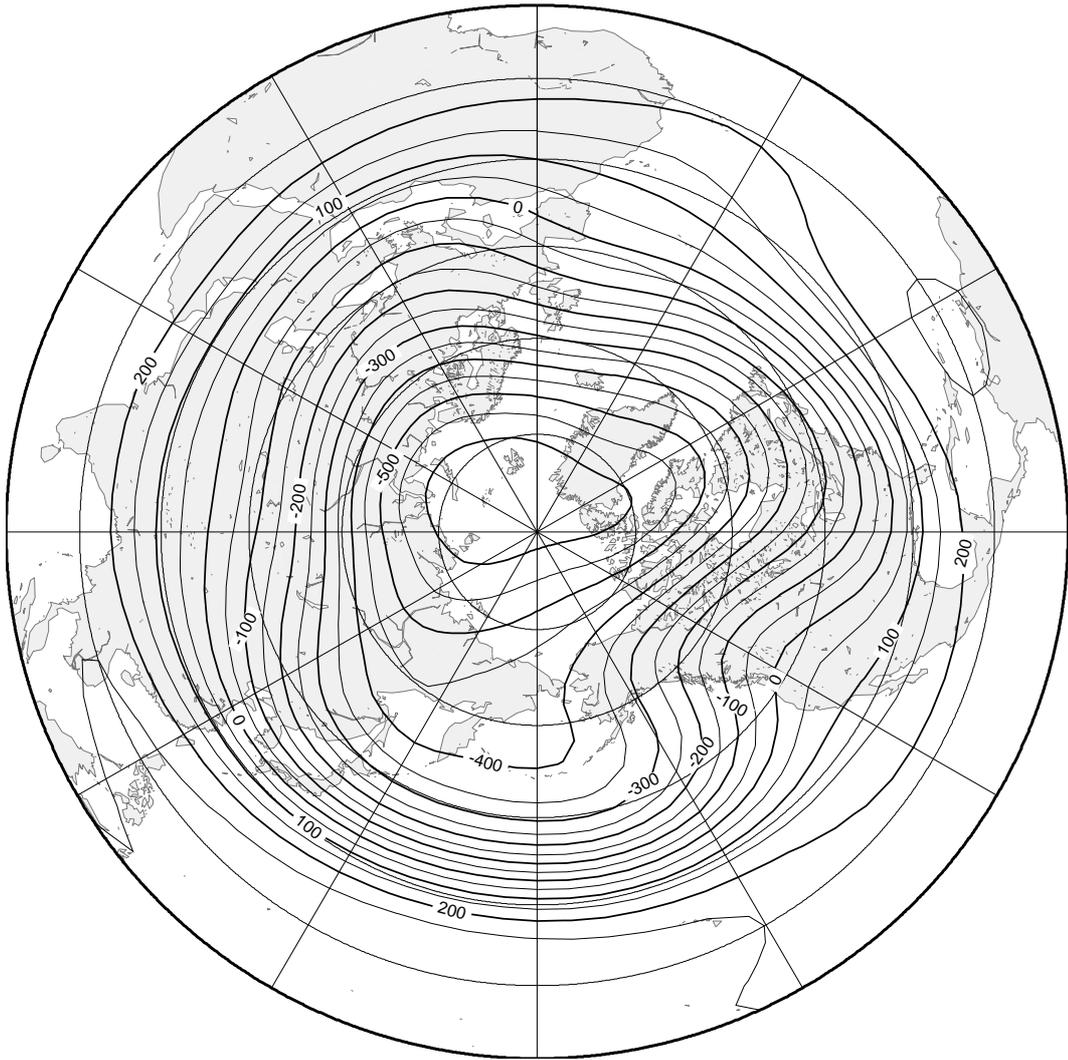


図 14: PNA index が+1 以下の日 (224 日間) の合成図
NCEP/NCAR 再解析データ (冬季 DJF の日平均, 1979-2006 年) を使用した。

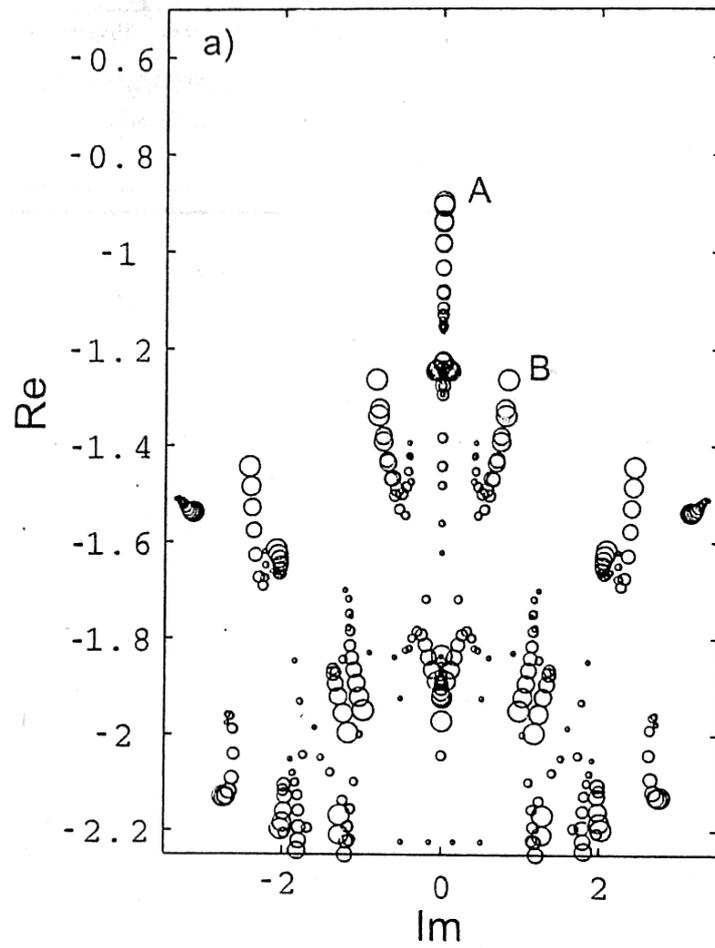


図 15: Jin et al. (2006) で示されている固有値のスペクトル図

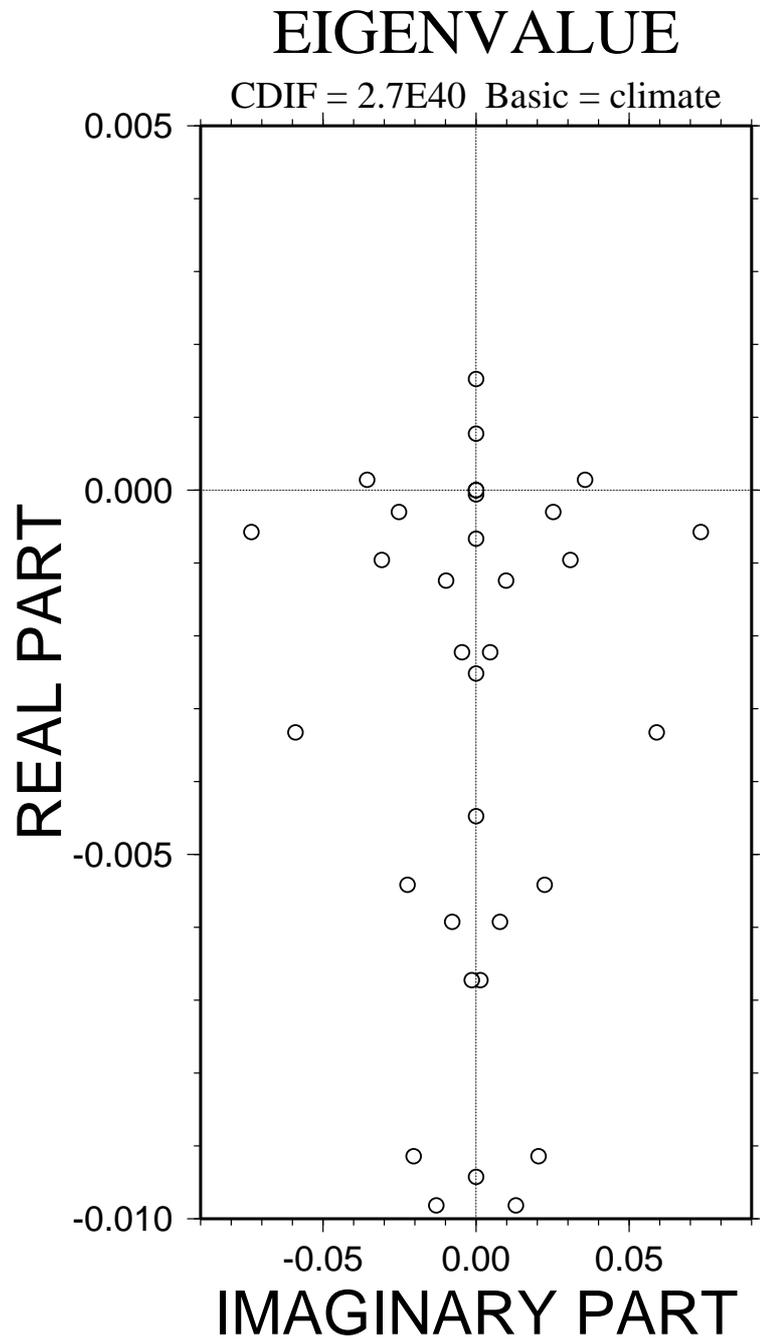


図 16: 固有値のスペクトル図 (超粘性係数: 2.7E40, 基本場: 1月1日の気候値)

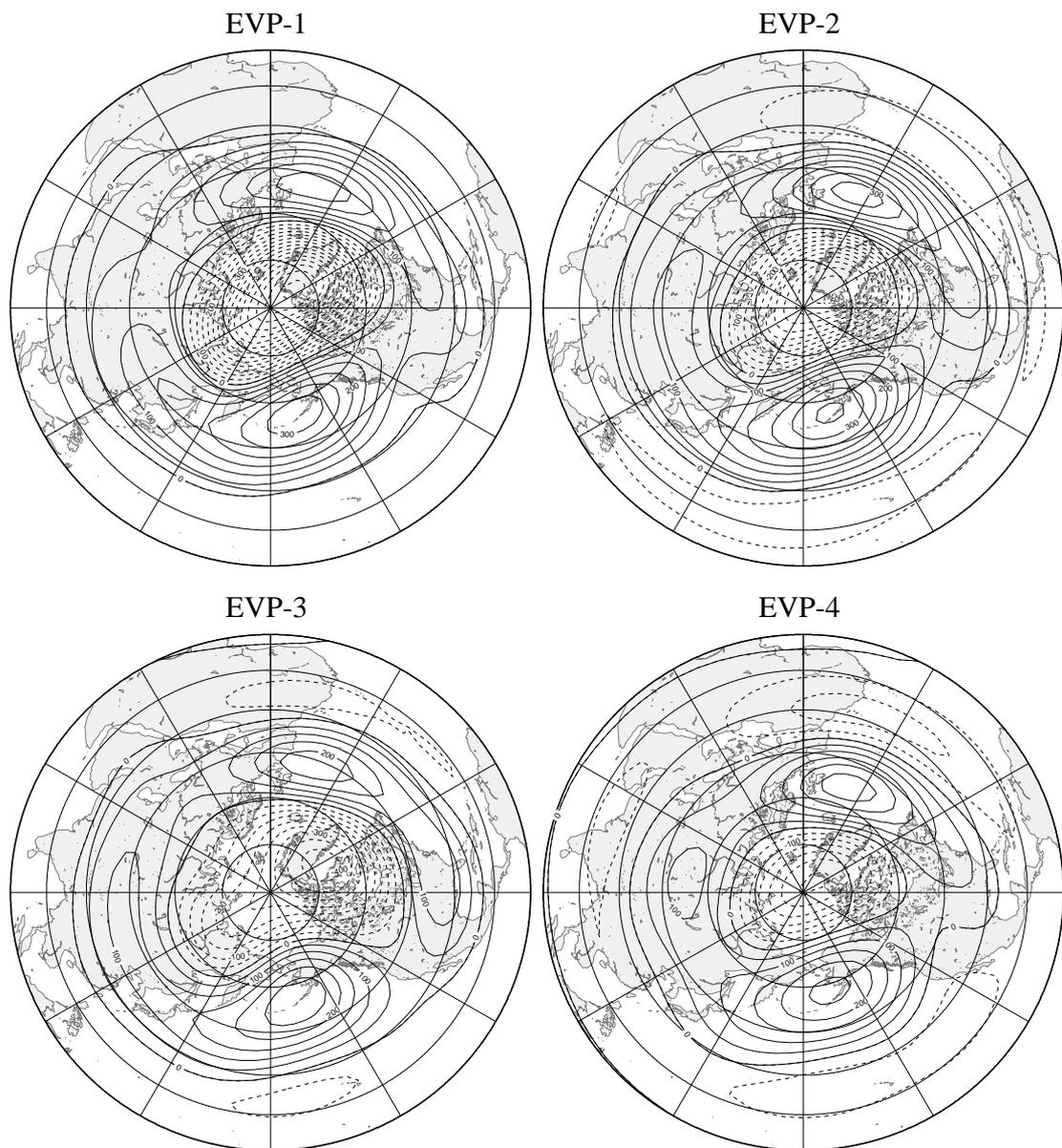


図 17: EVP-1, 2, 3, 4 (超粘性係数: $2.7E40$, 基本場: 1月1日の気候値, 定在解)

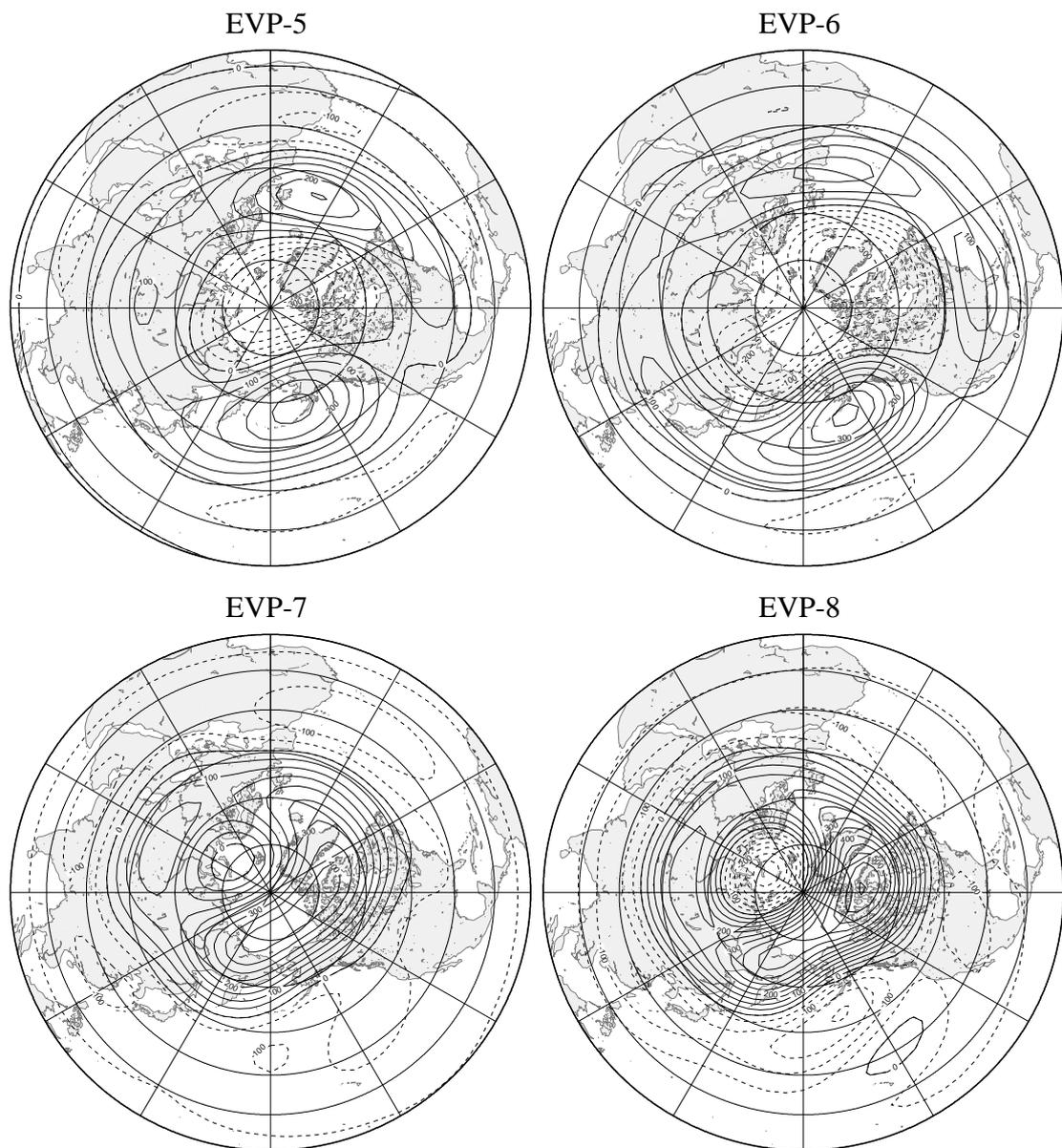


図 18: EVP-5, 6, 7, 8 (超粘性係数: $2.7E40$, 基本場: 1月1日の気候値, 定在解)

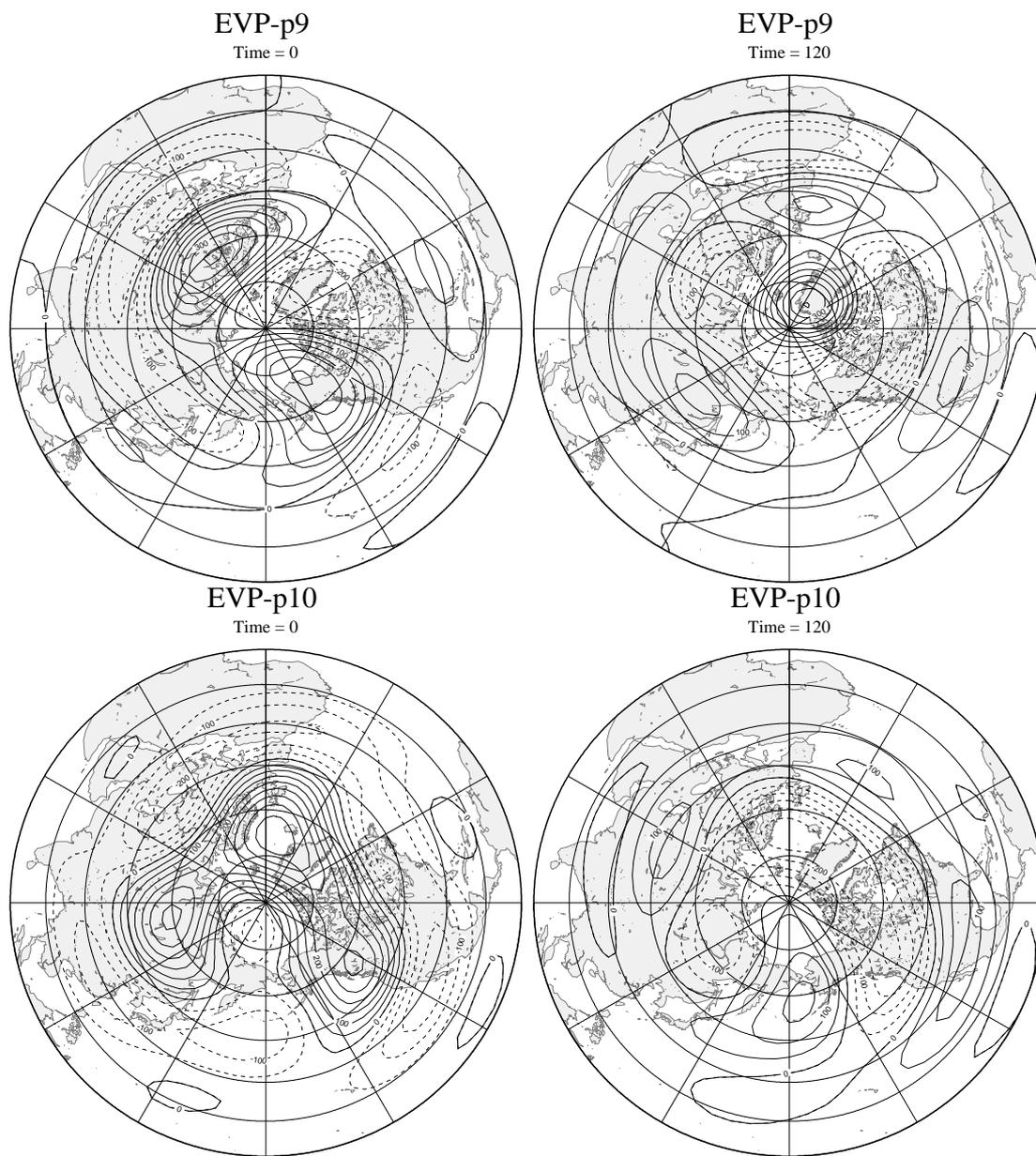


図 19: EVP-p9, p10 (超粘性係数: $2.7E40$, 基本場: 1月1日の気候値, 周期解)
 上図が p9, 下図が p10 である. それぞれ $0/360$, $120/360$ の位相を示す.

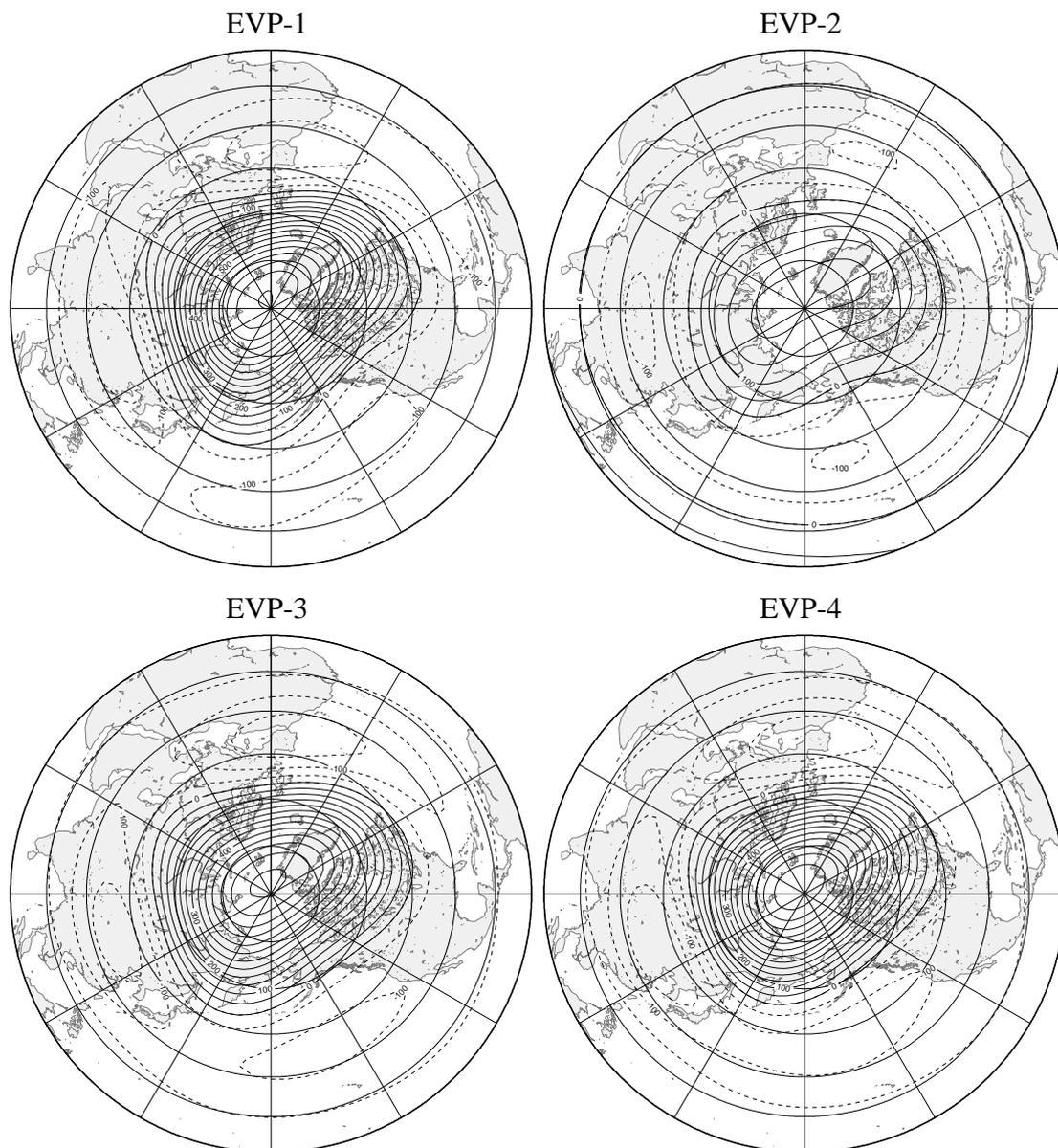


図 21: EVP-1, 2, 3, 4 (超粘性係数: $7.0E41$, 基本場: 1月1日の気候値, 定在解)

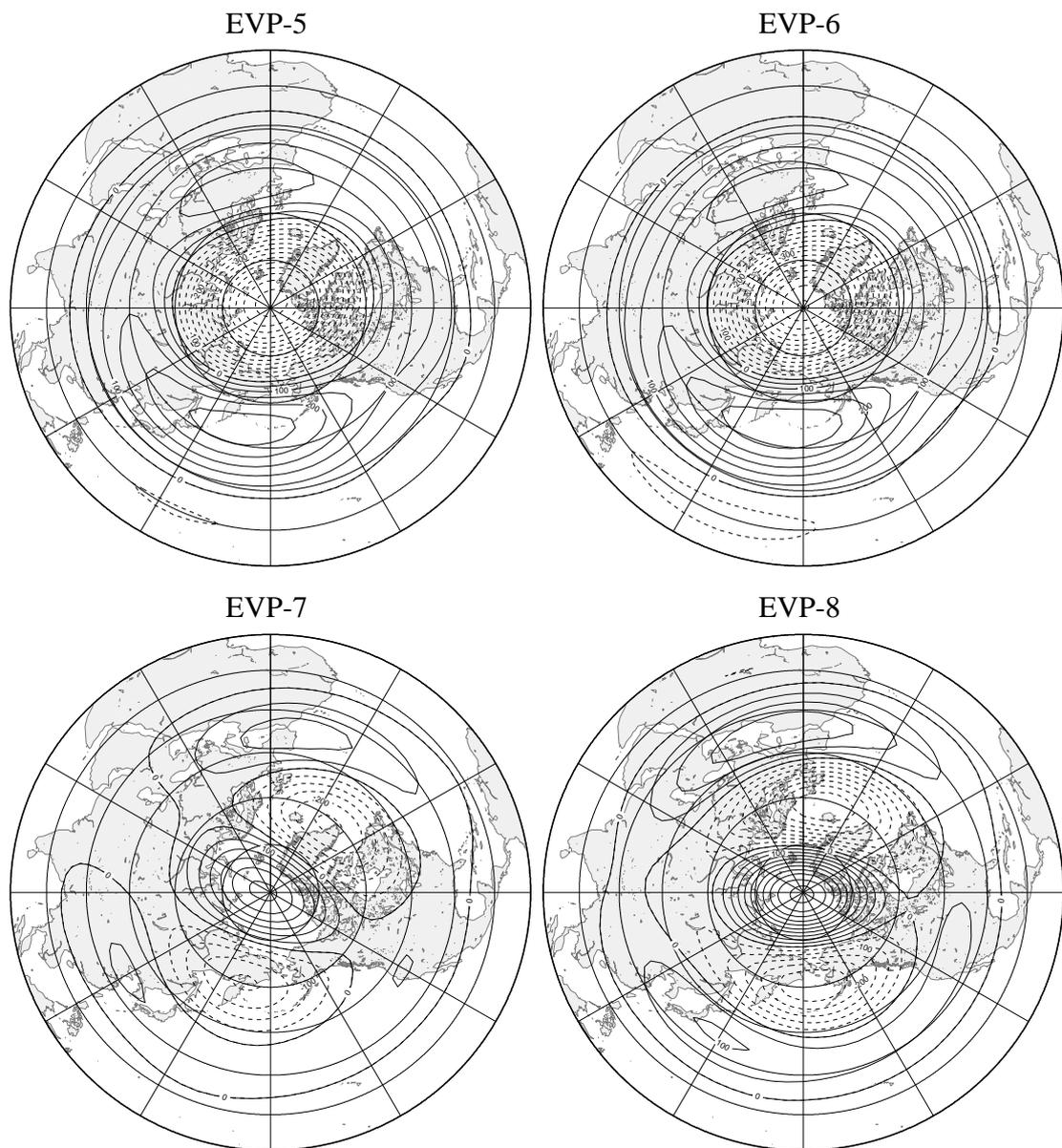


図 22: EVP-5, 6, 7, 8 (超粘性係数: $7.0E41$, 基本場: 1月1日の気候値, 定在解)

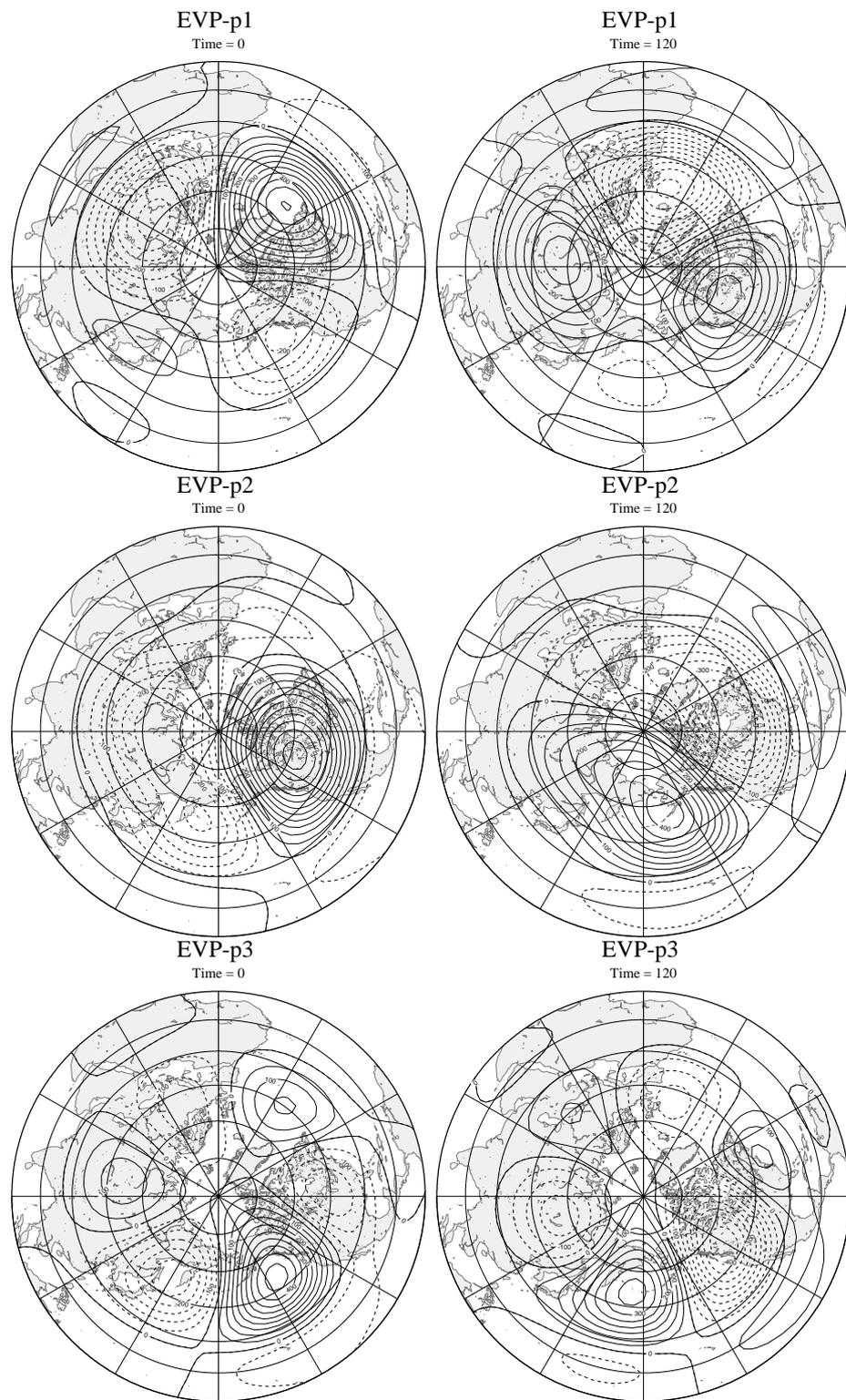


図 23: EVP-p1, p2, p3 (超粘性係数: $7.0E41$, 基本場: 1月1日の気候値, 周期解)

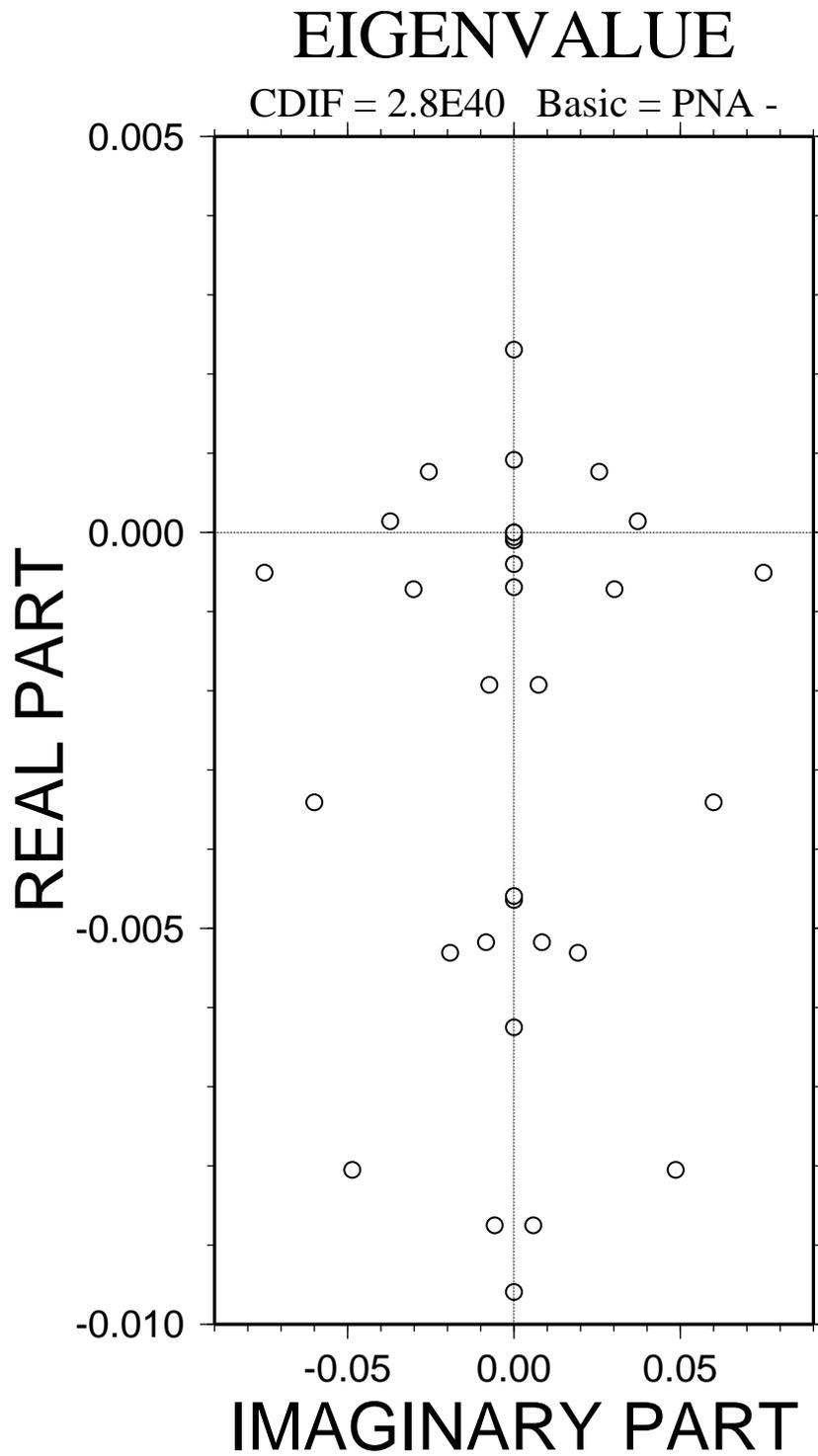


図 24: 固有値のスペクトル図 (超粘性係数: 2.8E40, 基本場: PNA -)

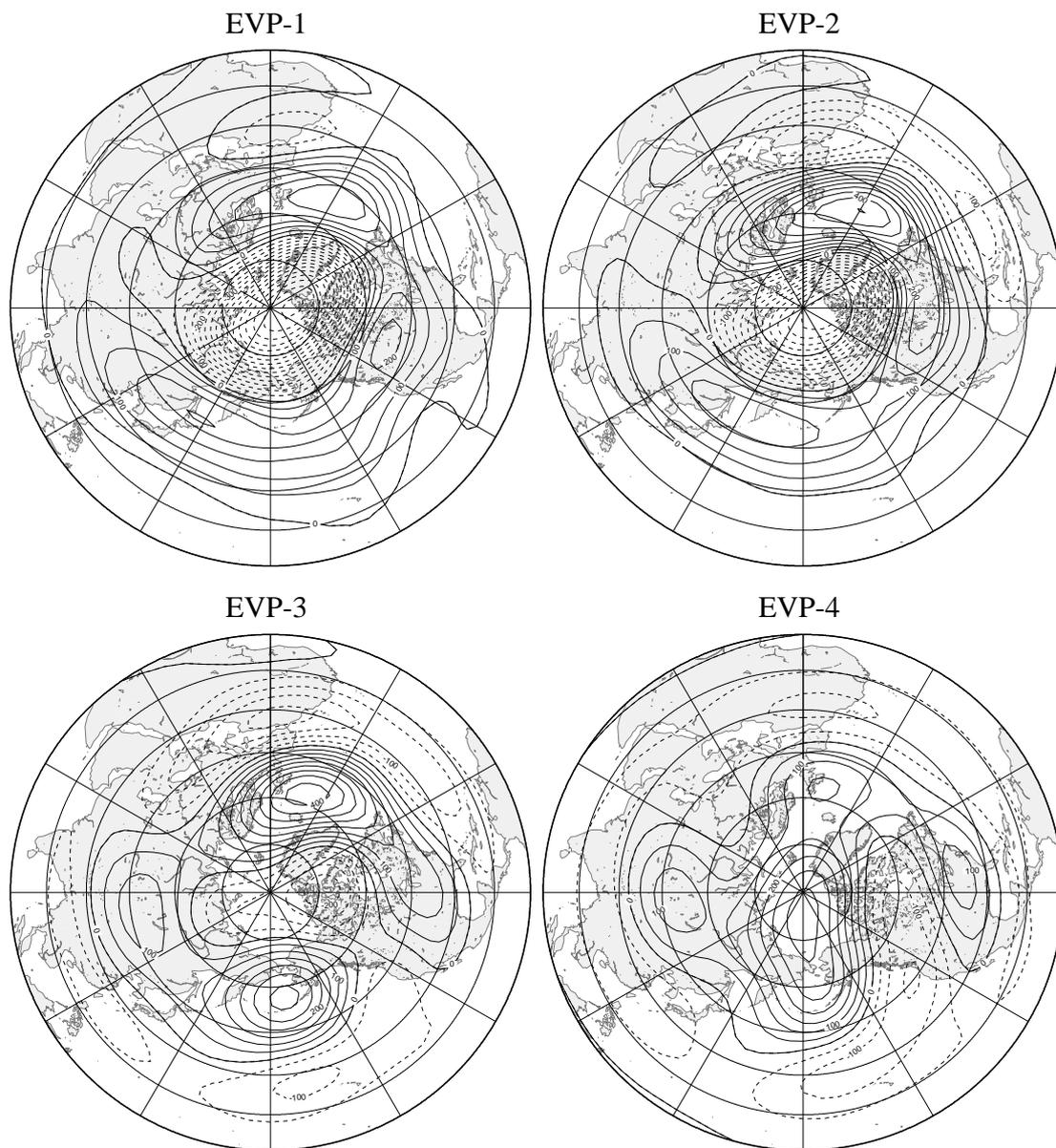


図 25: EVP-1, 2, 3, 4 (超粘性係数: $2.8E40$, 基本場: PNA -, 定在解)

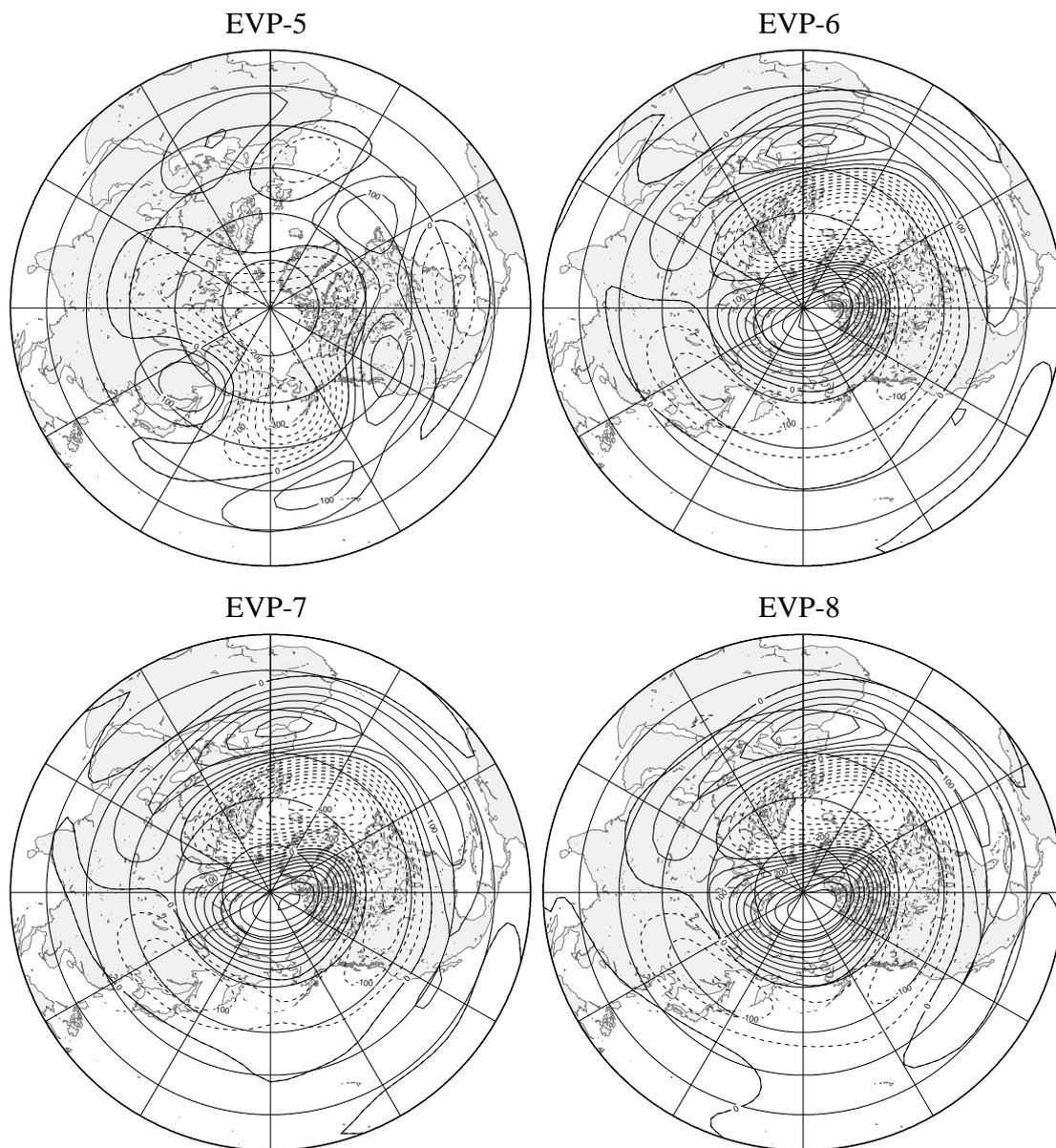


図 26: EVP-5, 6, 7, 8 (超粘性係数: $2.8E40$, 基本場: PNA -, 定在解)

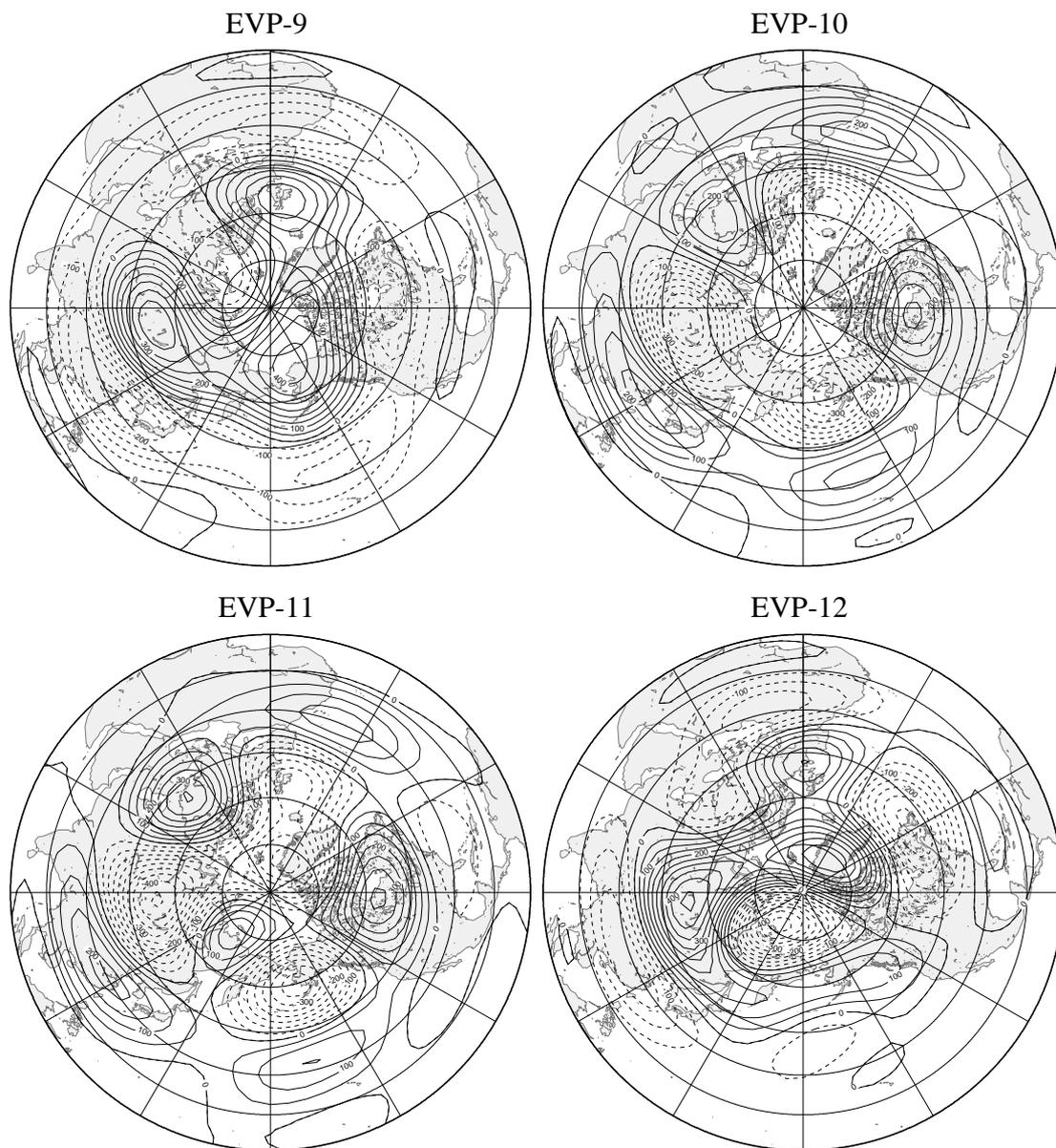


图 27: EVP-9, 10, 11, 12 (超粘性系数: $2.8E40$, 基本場: PNA -, 定在解)

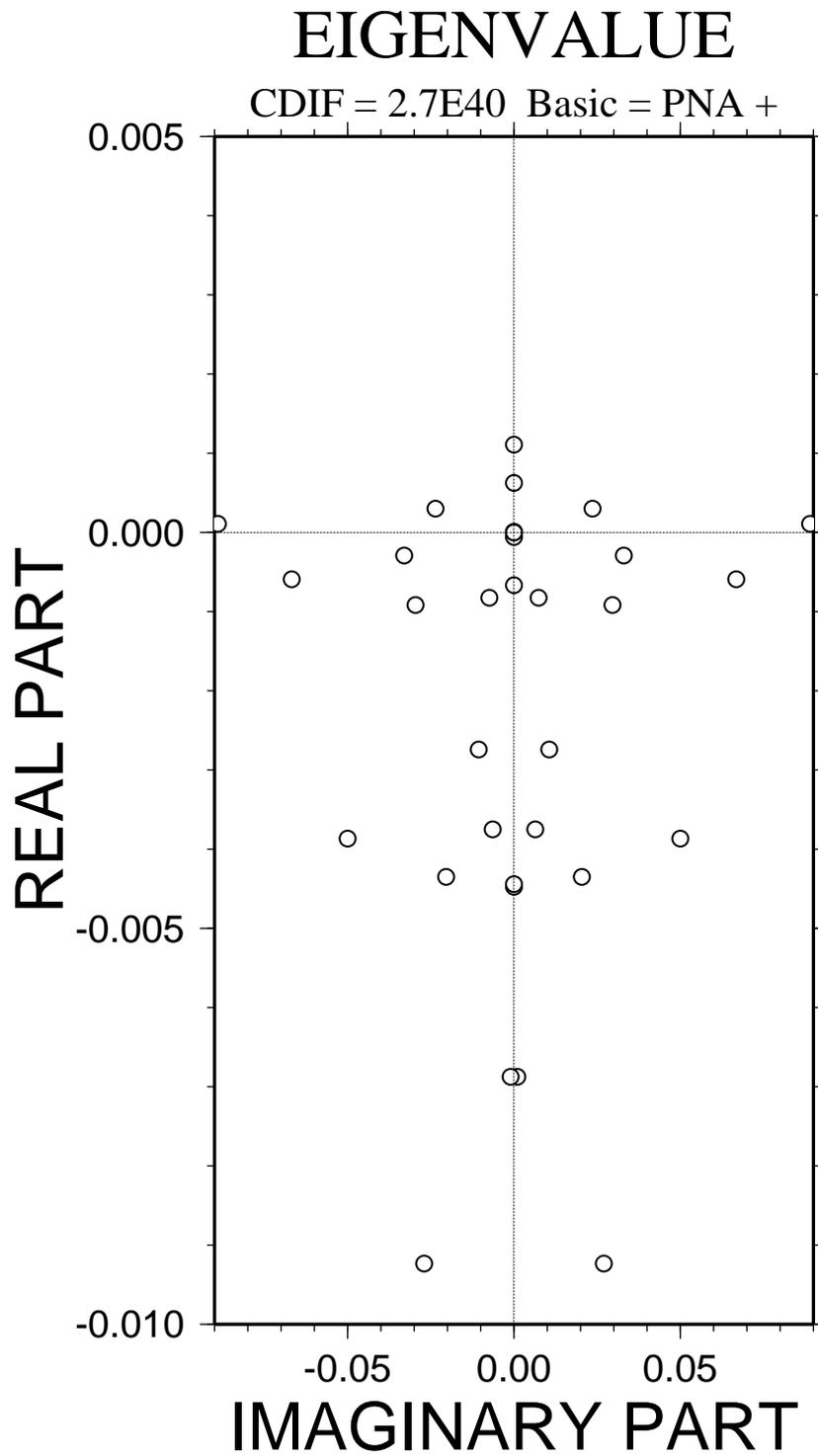


図 28: 固有値のスペクトル図 (超粘性係数: 2.7E40, 基本場: PNA +)

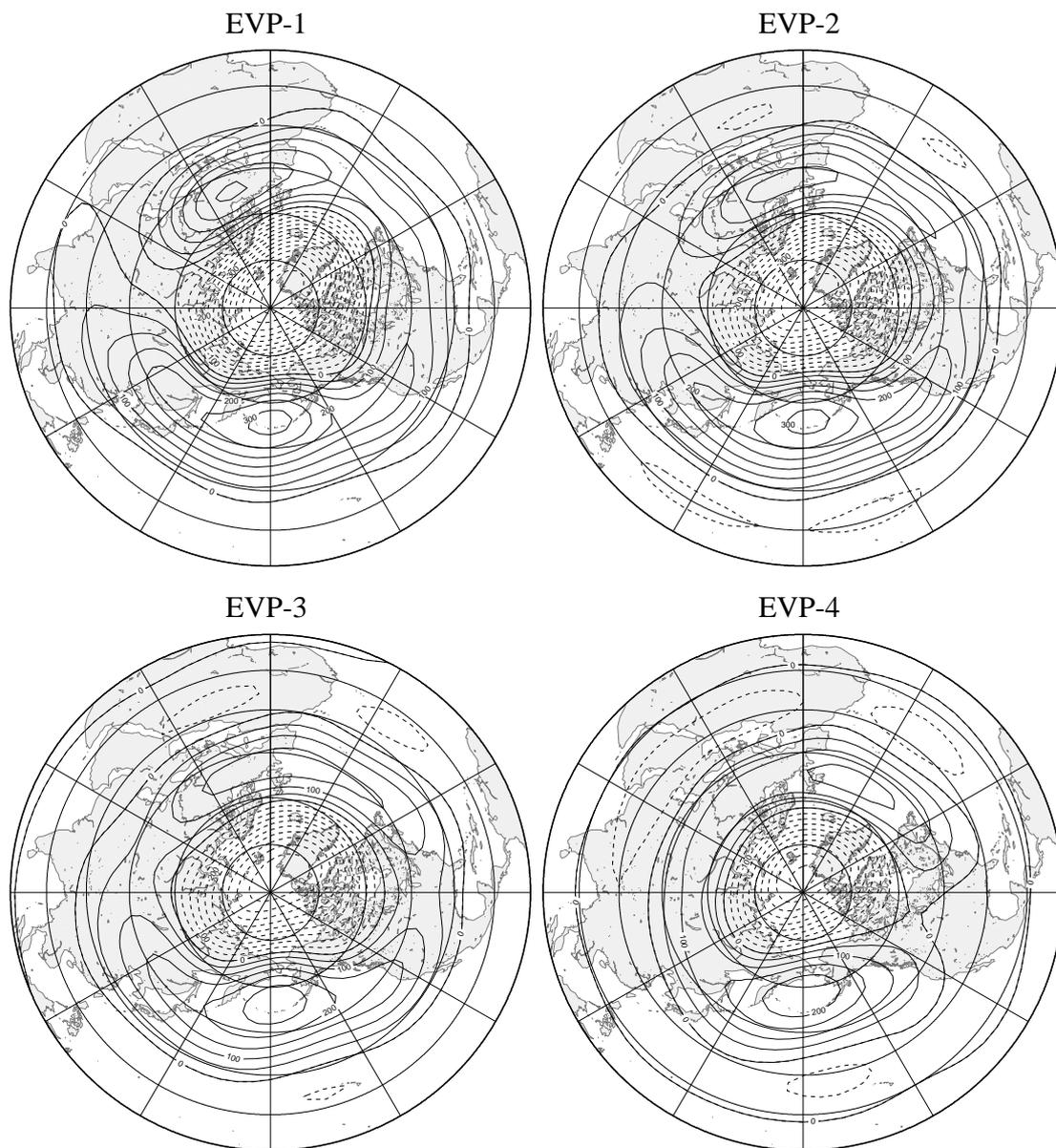


図 29: EVP-1, 2, 3, 4 (超粘性係数: $2.7E40$, 基本場: PNA +, 定在解)

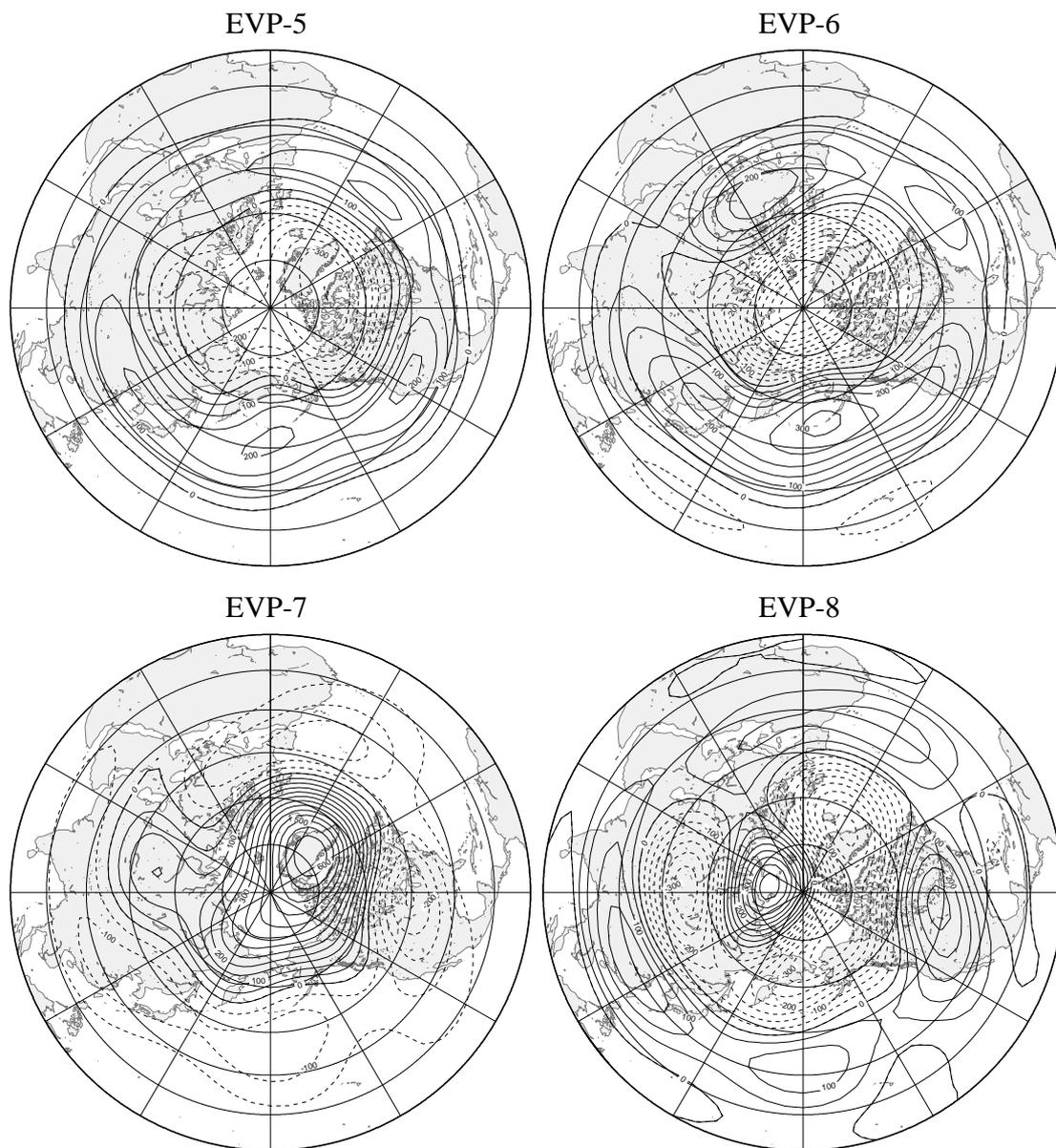


図 30: EVP-5, 6, 7, 8 (超粘性係数: $2.7E40$, 基本場: PNA +, 定在解)

EIGENVALUE

CDIF = 3.2E40 CZ0 = 1.0E-6
CEKM = 0.0001 Basic = PNA+

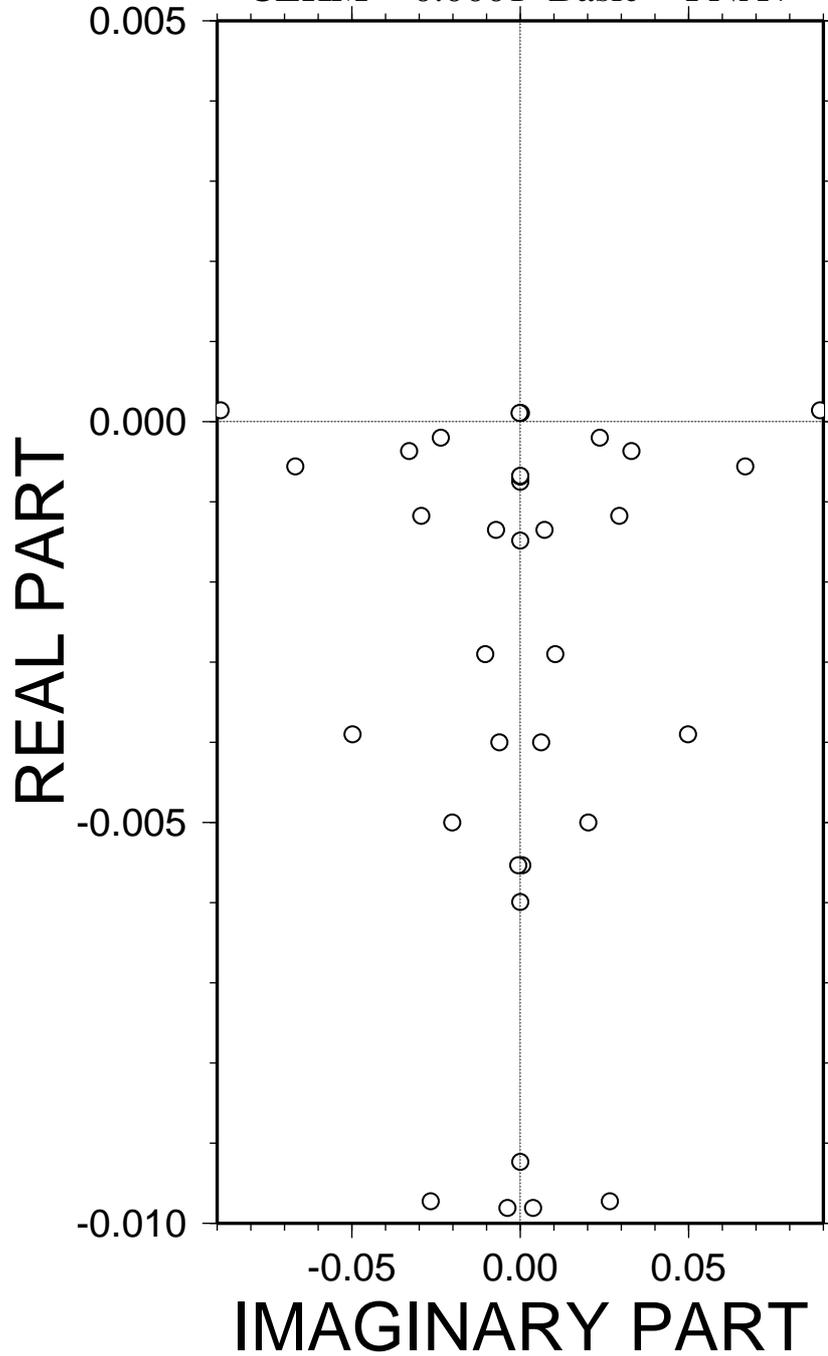


図 31: 固有値のスペクトル図 (超粘性係数: 3.2E40, 帯状地表摩擦係数: 1.0E-6, エクマン摩擦係数: 0.0001, 基本場: PNA +)

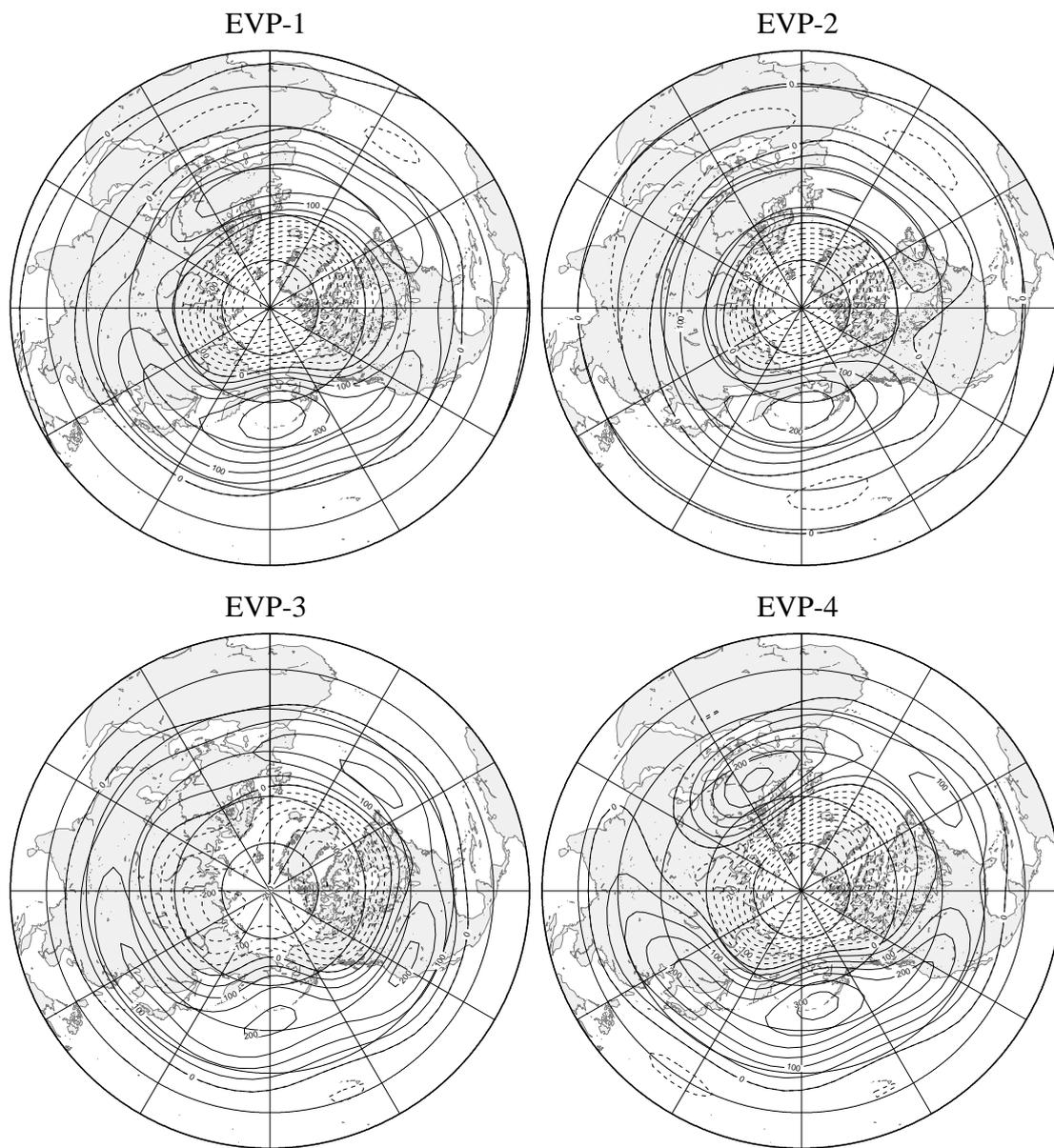


図 32: EVP-1, 2, 3, 4 (超粘性係数: $3.2E40$, 带状地表摩擦係数: $1.0E-6$, エクマン摩擦係数: 0.0001 , 基本場: PNA +, 定在解)

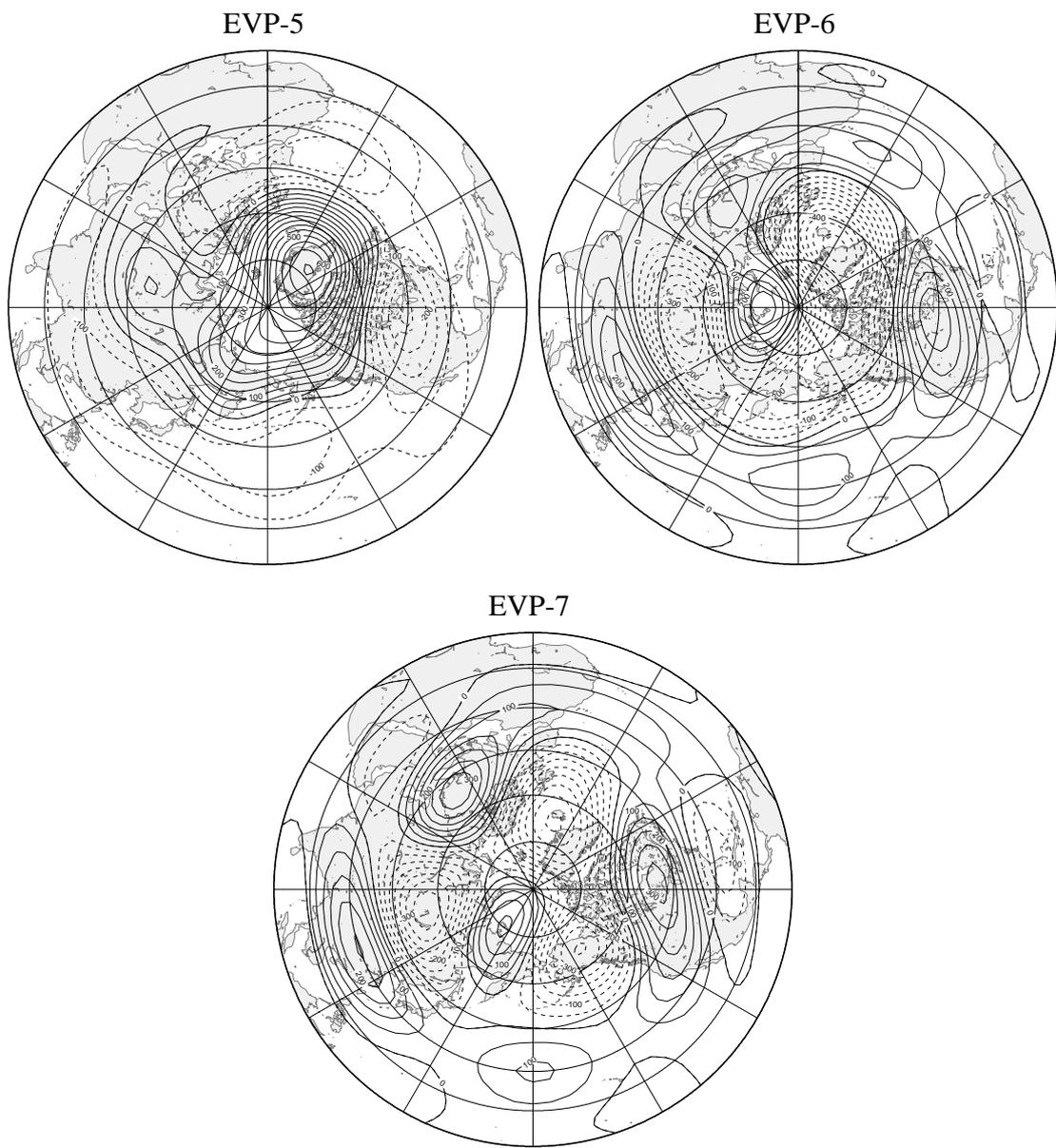


図 33: EVP-5, 6, 7 (超粘性係数: $3.2E40$, 带状地表摩擦係数: $1.0E-6$, エクマン摩擦係数: 0.0001 , 基本場: PNA +, 定在解)