

北極振動の季節変化に関する解析的 および理論的研究

2007年2月

横 山 直 美

北極振動の季節変化に関する解析的 および理論的研究

筑波大学大学院
生命環境科学研究科
地球環境科学専攻
修士(理学)学位論文

横山 直美

Analytical and Theoretical Study for Seasonal Variation of the Arctic Oscillation

Naomi Yokoyama

Abstract

The Arctic Oscillation (AO) is a notable atmospheric phenomenon in the Northern Hemisphere in winter, which is a north-south seesaw of the atmospheric mass between the Arctic region poleward of 60°N and a surrounding zonal ring in the mid-latitude. The AO is defined as the primary mode of the empirical orthogonal functions (EOF-1) for the wintertime sea level pressure (SLP) anomaly in the Northern Hemisphere. It is generally agreed that the AO is essentially a mode internal to the atmosphere. However, the realization as to whether the AO is a physical mode of a linearized dynamical system, or a simple statistical illusion of independent multiple teleconnections, is an open question under active debate.

The purpose of this study is to investigate the seasonal variation of the AO by applying EOF analyses for each month. Moreover, compared with the theoretical AO mode obtained by SVD analysis using the barotropic S-model, we investigate whether the AO in each season is a physical mode of a dynamical system for the global atmosphere or not.

The EOF analyses are conducted for the barotropic component of the atmosphere, 500 hPa height and SLP. The AO in winter appears for every atmospheric field, negative anomaly over the Arctic and positive anomalies over the North Atlantic and North Pacific. The AO in summer obtained from SLP is different from that in other seasons, which shows only positive anomaly over the Eurasian Continent. The AO in summer obtained by the barotropic component is different from SV-NAM obtained by Ogi et al. (2004). In fall, the structures derived by EOF-1 appear in synoptic-scale pattern, which is not similar to the AO in winter. The AO in summer appears to be sensitive to the analysis period and EOF analysis area.

Next, the SVD analyses, based on the neutral mode theory, are conducted for each season to compare with the EOF-1 for each season. It is found that the AO-like structure

appears robustly in DJF when the viscosity is parameterized by the scale-dependent hyperdiffusion. However, in other seasons, the dynamical SVD-1 mode is different from the observed EOF-1. Therefore, the viscosity is changed to the bi-harmonic diffusion. It is found that the dynamical SVD-1 mode is different from the observed EOF-1.

From these results, it is found that the structure of the AO in summer is not an annular pattern due to the influence of baroclinic component. Moreover, in reference to the result of the nonlinear simulation of the AO using the same barotropic model, it is concluded that the AO in winter is a physical mode of a dynamical system for the global atmosphere, however, the AO in summer is a not physical mode.

Key Words: Arctic Oscillation, seasonal variation, EOF analysis, SVD analysis, physical mode, barotropic component, hyperdiffusion, biharmonic diffusion

目次

Abstract	i
図目次	v
1 はじめに	1
2 目的	3
3 方程式系および EOF 解析について	4
3.1 3次元スペクトルモデル	4
3.2 物理過程	11
3.3 固有モードと中立モード	12
3.4 経験的直交関数 (EOF) 解析	15
4 データと解析方法	17
4.1 使用データ	17
4.2 解析方法	18
5 結果	19
5.1 EOF 解析	19
5.1.1 順圧高度場	19
5.1.2 海面更正気圧	20
5.1.3 500hPa 高度場	21
5.1.4 三成分の比較	22

5.2	特異値分解 (SVD 解析)	24
5.2.1	各季節ごとの EOF-1	24
5.2.2	超粘性	24
5.2.3	倍調和粘性	25
6	考察	28
6.1	AO の季節変化について	28
6.2	順圧成分と SLP および 500 hPa 高度場の比較について	28
6.3	データの解析範囲及び手法について	29
6.4	各季節の固有モードおよび中立モードについて	29
7	結論	31
	謝辞	32
	参考文献	33

目 次

1	北極振動の構造	35
2	1月と7月のSV-NAM	36
3	SV-NAMの緯度時間断面図	37
4	1月から4月の順圧高度場のEOF-1	38
5	5月から8月の順圧高度場のEOF-1	39
6	9月から12月の順圧高度場のEOF-1	40
7	1月から4月のSLPのEOF-1	41
8	5月から8月のSLPのEOF-1	42
9	9月から12月までのSLPのEOF-1	43
10	1月から4月の500hPa高度場のEOF-1	44
11	5月から8月の500hPa高度場のEOF-1	45
12	9月から12月までの500hPa高度場のEOF-1	46
13	1月から4月の順圧高度場と500hPa高度場のEOF-1のスコア時系列	47
14	5月から8月の順圧高度場と500hPa高度場のEOF-1のスコア時系列	48
15	9月から12月の順圧高度場と500hPa高度場のEOF-1のスコア時系列	49
16	1月から4月の順圧高度場とSLPのEOF-1のスコア時系列	50
17	5月から8月の順圧高度場とSLPのEOF-1のスコア時系列	51
18	9月から12月の順圧高度場とSLPのEOF-1のスコア時系列	52
19	固有値のシフトを行った後の固有モード (EVP-1) と中立モード (SVD-1)	53
20	順圧高度場における各季節ごとのEOF-1	54

21	超粘性摩擦を導入して得られた DJF と MAM の SVD-1	55
22	超粘性摩擦を導入して得られた JJA と SON の SVD-1	56
23	倍調和オペレータを導入して得られた DJF と MAM の SVD-1	57
24	倍調和オペレータを導入して得られた JJA と SON の SVD-1	58
25	粘性係数を変化させて得られた MAM と JJA の SVD-1	59
26	粘性係数を変化させて得られた SON と MAM の SVD-1	60
27	粘性係数を変化させて得られた JJA と SON の SVD-1	61
28	粘性係数を変化させて得られた MAM と JJA の SVD-1	62
29	粘性係数を変化させて得られた SON と JJA の SVD-1	63

1 はじめに

北極振動 (Arctic Oscillation; AO) とは、冬季北半球に卓越する大気の変動モードのことであり、高緯度と中緯度の大気質量のシーソー的変動のことである。北半球に卓越する環状モードが北極振動として定義されたのは Thompson and Wallace (1998) においてである。Thompson and Wallace (1998) では、冬季 (11月~4月) の 20°N 以北の海面更正気圧 (SLP) を経験的直交関数 (EOF) に展開した際の第1主成分として出現するパターンを北極振動と定義した。図1がAOの構造である。グリーンランド上に作用中心をもつ負偏差 (低圧偏差) が 60°N 付近までの高緯度に分布し、正偏差 (高圧偏差) が大西洋上と太平洋上の中緯度に分布している。このような偏差分布のときをAOが正、逆に高緯度に正偏差、中緯度に負偏差が分布している場合はAOが負であるという。北極振動は、冬季北半球の天候に影響を与えることがわかっている。AOが正であるときは北極上の低気圧が強化され気圧傾度が大きくなり、地衡風の関係から極夜ジェットが強まる。それによって寒気が南に流出しにくくなるため、日本付近は暖冬となる。一方、AOが負であるときは極夜ジェットが弱まり、寒気が北から流入して日本付近は寒冬となる。

AOはNAM(Northern Annular Mode) と呼ばれることもある。AOはSLPに対してEOF解析を行った際の第1主成分として定義されるが、NAMは500hPa高度場などある特定の高度場に対してEOF解析を行った際の第1主成分として抽出されるパターンである。

AOは冬季北半球に卓越する大気の変動モードであるが、その季節変化についてはOgi et al. (2004) にて述べられている。そこでは、熱帯域の擾乱を除くために 40°N 以北のデータを用いている。さらに、東西方向の擾乱も除去するために帯状平均を施し、そのデータに対してEOF解析を行い、得られた時系列データを北半球全域に回帰してSV-NAM(Seasonal Variable Northern Annular Mode) を求めている。この論文では特に夏季と冬季の比較に焦点をあてている。図2はOgi et al. (2004) と同様の解析を行って得た1月と7月のSV-NAMである (なお、得られた結果は論文で示されているものと一致していることを確認した)。1月のSV-NAMは北極を中心として 55°N 付近にまで負偏差の領域が広がっているが、7月のSV-NAMはその負偏差の領域が 70°N 付近にまで縮小する。緯度時間断面図 (図3) も示されており、冬季から夏季にかけて、SV-NAMの南北スケールが縮小し、秋季から冬季にかけて再び南方へ拡大するという季節変化も捉えることが出来る。また、Ogi et al. (2005) では、Ogi et al. (2004) で得た夏季のSV-NAMが、北半球の異常気象と密接な関係があると述べている。

AOはEOF解析という統計手法を用いて抽出される現象であるということから、物理的な実体を伴わない虚像ではないのかという主張がある。Deser (2000) では、北半球を大西洋域と太平洋域に分離し、それぞれに対してEOF解析を行った。その第1主成分にはそ

れぞれ NAO(North Atlantic Oscillation) とアリューシャン低気圧の変動を表すモードとなった。それらに対して半球の regression をとった場合、真に環状モードが存在するのならば、regression はどちらからも AO を示すと考えられた。しかし、結果としてはそのようなパターンは出現せず、2つの領域はほぼ独立に変化していることが示された。ゆえに、中緯度における大西洋と太平洋の相関はごく弱く、北極・中緯度間と大西洋の結びつきは高いことから、AO と NAO は分離することができないと結論付けられている。Itoh (2002) では AO は統計的虚像であって、力学的背景はないことを簡単な 3 点モデルを用いて説明した。AO とは NAO そのものであるという。

そのような統計的立場からの主張に対して、物理的実体や力学的成因説明が数多くなされている。その中で、Kimoto et al. (2001) や Watanabe and Jin (2004) では気候学的基本場のもとで線型化したモデルを用いて固有モードを求めることによって、AO を主要モードとして力学的に同定することが可能であることを示した。すなわち、AO に伴う 3 次元の偏差場の構造が、北半球冬季の気候平均を基本場としたときの支配方程式の線型化演算子の最も減衰の少ない (least damped) モード (以下中立モード) で演算できることを示した。中立モードは、その定義から、特定の外部強制のもとで大規模長周期変動において最も卓越する偏差パターンであるといえる。つまり、特別な外部強制に対して選択的に励起されるということである。Kimoto et al. (2001) では、zonal-eddy coupling の可能性を考慮し、簡単なモデルを用いて中立モードを解いた。その結果、対流圏下層が観測とやや一致していないものの、AO に伴う帯状平均流の順圧的な南北ダイポール構造がおおむねよく表現された。しかし、計算上の制約から定常波の計算における wave-wave interaction を無視している。Watanabe and Jin (2004) では鉛直 11 層のモデルを用いて固有モードおよび中立モードを求めており、得られた特異モードの順圧構造は 30°N から 60°N にかけては観測と非常によく一致している。

力学的成因説明に対して、Tanaka and Matsueda (2005) では、AO や PNA など長周期変動の再現が実証されている大気大循環モデルを用いて固有モードおよび中立モードを求め、その結果 AO には物理的背景があることを示した。大気大循環を支配する力学方程式系を冬季気候値で線形化し、その固有値を調べた。その結果、その固有値がゼロ (停滞かつ増幅率がゼロ) となる特異解が AO であることを突き止めた。固有値がゼロであることから、このモードは中立モード理論による特異解 (SVD-1) と一致するが、特異値もゼロであるため、任意の外力に共鳴して AO が自然励起されるということがいえる。

以上で述べたように、AO に関する研究は多数行われているが、Ogi et al. (2004) で提唱された夏季の AO に対する詳細な研究、季節変化を解析した研究、その物理的背景を追いかけた研究はほとんどない。冬季北半球に出現した AO が、春季や夏季の天候に与える影響や、特定の地域の気象場との係わりについて研究している例はあるが、AO そのものの季節変化について述べたものはほとんどない。

2 目的

本研究では、各月ごとに EOF 解析を行い、EOF-1 で定義されるの AO の構造の季節変化を調べる。また、その結果を元に固有モードおよび中立モード理論の観点から季節変化について特異値分解 (SVD 解析) を行い、どの月においても EOF-1 で定義されるの AO のパターンに物理的背景が存在するのかを探る。

3 方程式系およびEOF解析について

3.1 3次元スペクトルモデル

本研究では, Tanaka (2003) で開発された大気大循環モデルを用いた. このモデルは3次元スペクトル展開したプリミティブ方程式系の鉛直波数0のみで方程式系を閉じたものである.

球座標系 (λ, θ, p) において, 水平方向の運動方程式, 連続の式, 熱力学第1法則の式, 静力学平衡の式から, 次のような行列表記のプリミティブ方程式を得る.

$$\mathbf{M} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \tau} + \mathbf{L} \mathbf{U} = \mathbf{N} + \mathbf{F} \quad (1)$$

τ は無次元化された時間であり, $\tau = 2\Omega t$ である. 式 (1) の各記号は以下の通りである.

\mathbf{U} : 従属変数ベクトル

$$\mathbf{U} = (u, v, \phi)^T \quad (2)$$

\mathbf{M}, \mathbf{L} : 線形演算子

$$\mathbf{M} = 2\Omega \text{diag} \left(1, 1, -\frac{\partial}{\partial p} \frac{p^2}{R\gamma} \frac{\partial}{\partial p} \right) \quad (3)$$

$$\mathbf{L} = \begin{pmatrix} 0 & -2\Omega \sin \theta & \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \lambda} \\ 2\Omega \sin \theta & 0 & \frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial \theta} \\ \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \lambda} & \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial(\cdot) \cos \theta}{\partial \theta} & 0 \end{pmatrix} \quad (4)$$

\mathbf{N} : 非線形項ベクトル

$$\mathbf{N} = \begin{pmatrix} -\mathbf{V} \cdot \nabla u - \omega \frac{\partial u}{\partial p} + \frac{\tan \theta}{a} uv \\ -\mathbf{V} \cdot \nabla v - \omega \frac{\partial v}{\partial p} - \frac{\tan \theta}{a} uv \\ \frac{\partial}{\partial p} \left[\frac{p^2}{R\gamma} \mathbf{V} \cdot \nabla \frac{\partial \phi}{\partial p} + \omega p \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{p}{R\gamma} \frac{\partial \phi}{\partial p} \right) \right] \end{pmatrix} \quad (5)$$

\mathbf{F} : 外部強制項からなるベクトル

$$\mathbf{F} = \left(F_u, F_v, \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{pQ}{c_p \gamma} \right) \right)^T \quad (6)$$

ただし,

$\text{diag}()$: 対角行列

$()^T$: 転置行列

とする.

式 (1) の基礎方程式系の基本状態として, 断熱かつ摩擦なし, つまり ($F = 0$) の静止大気 ($\bar{u}, \bar{v}, \bar{\phi}$) = 0 を考え, そこに微小擾乱 (u', v', ϕ') を与える. このとき式 (1) の非線形演算子 \mathbf{N} は,

$$\mathbf{N} = \begin{pmatrix} -\left(\frac{u'}{a \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \lambda} + \frac{v'}{a} \frac{\partial}{\partial \theta}\right) u' - \omega \frac{\partial}{\partial p} u' + \frac{\tan \theta}{a} u' v' \\ -\left(\frac{u'}{a \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \lambda} + \frac{v'}{a} \frac{\partial}{\partial \theta}\right) v' - \omega \frac{\partial}{\partial p} v' - \frac{\tan \theta}{a} u' v' \\ \frac{\partial}{\partial p} \left[\frac{p^2}{R\gamma} \left(\frac{u'}{a \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \lambda} + \frac{v'}{a} \frac{\partial}{\partial \theta}\right) \frac{\partial \phi'}{\partial p} + \omega p \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{p}{R\gamma} \frac{\partial \phi'}{\partial p}\right) \right] \end{pmatrix}$$

2 次以上の摂動項を無視すると, 結局 $\mathbf{N} = 0$ となり, 式 (1) を線形化した基本状態は以下のように表せる.

$$\begin{aligned} \mathbf{M} \frac{\partial \mathbf{U}'}{\partial \tau} + \mathbf{L} \mathbf{U}' &= 0 \\ \mathbf{U}' &= (u', v', \phi')^T \end{aligned} \quad (7)$$

これ以降は簡単のため, $\mathbf{U}' = (u', v', \phi')^T$ を $\mathbf{U} = (u, v, \phi)^T$ と略記する.

鉛直構造関数

このベクトル方程式 (7) において, 鉛直構造関数 $G_m(p)$ を導入して, 鉛直方向と水平方向に変数分離を行う.

$$\begin{aligned} \mathbf{U}(\lambda, \theta, p, \tau) &= (u, v, \phi)^T \\ &= \sum_{m=0}^{\infty} (u_m, v_m, \phi_m)^T G_m(p) \\ &= \sum_{m=0}^{\infty} U_m(\lambda, \theta, \tau) G_m(p) \end{aligned} \quad (8)$$

ここで添字の m は鉛直モード番号 (vertical mode number) を意味する. これを式 (27) に代入し, 分離された各変数に関する方程式を導く.

$$\frac{d}{dp} \frac{p^2}{R\gamma} \frac{dG_m}{dp} + \frac{1}{gh_m} G_m = 0 \quad (9)$$

$$\frac{1}{gh_m} \frac{\partial \phi_m}{\partial t} + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial u_m}{\partial \lambda} + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial v_m \cos \theta}{\partial \theta} = 0 \quad (10)$$

常微分方程式 (9) を鉛直構造方程式 (vertical structure equation) と呼ぶ. また水平風成分についても同様に鉛直構造関数を導入して,

$$\frac{\partial u_m}{\partial t} - 2\Omega \sin \theta v_m + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial \phi_m}{\partial \lambda} = 0 \quad (11)$$

$$\frac{\partial v_m}{\partial t} + 2\Omega \sin \theta u_m + \frac{1}{a} \frac{\partial \phi_m}{\partial \theta} = 0 \quad (12)$$

と導ける. 式 (10), (11), (12) をまとめて水平構造方程式 (horizontal structure equation) と呼ぶ. ここで分離定数中の h_m は距離の次元 (L) をもち, 鉛直構造方程式 (9) の固有関数である鉛直構造関数 $G_m(p)$ に対する固有値として求まる. また, 水平構造方程式 (10) は流体層の厚さ h_m の線形浅水方程式系と同じ形であることから, h_m は等価深度 (equivalent height) の意味を持つ.

鉛直構造関数 $G_m(p)$ の正規直交性により, 気圧 p の任意の関数 $f(p)$ について, 次の鉛直変換を導くことができる.

$$f(p) = \sum_{m=0}^{\infty} f_m G_m(p) \quad (13)$$

$$f_m = \frac{1}{p_s} \int_0^{p_s} f(p) G_m(p) dp \quad (14)$$

ここで f_m は第 m 鉛直モードの鉛直変換係数である.

鉛直モード $m = 0$ は順圧 (barotropic) モード, または外部 (external) モードといい, 鉛直方向に節を持たず, ほとんど全層で一定のまま変化しないモードである. これに対して鉛直モード $m \geq 1$ は傾圧 (baroclinic) モード, または内部 (internal) モードといい, m 番目のモードに関しては鉛直方向に m 個の節を持つ. 本研究で用いた順圧スペクトルモデルは, 鉛直モード $m = 0$ の順圧モードだけを考慮したモデルであり, 鉛直方向に平均した大気の特徴を考慮するのに適したモデルであるといえる. 順圧モード $m = 0$ における等価深度 h_0 は 9728.4m である.

水平構造関数

前節で, 第 m 鉛直モードの鉛直構造関数の固有値として得た等価深度を用いて, 水平構造方程式 (10), (11), (12) を解く. ここで式 (10), (11), (12) を

$$\mathbf{M}_m \frac{\partial}{\partial \tau} \mathbf{U}_m + \mathbf{L} \mathbf{U}_m = 0 \quad (15)$$

と行列表記する. 添字の m は第 m 鉛直モードを意味する. ただし

$$\mathbf{M}_m = 2\Omega \text{diag} \left(1, 1, \frac{1}{gh_m} \right)$$

$$\mathbf{U}_m = (u_m, v_m, \phi_m)^T$$

である. ここで次のスケール行列 $\mathbf{X}_m, \mathbf{Y}_m$ を導入する.

$$\mathbf{X}_m = \text{diag} \left(\sqrt{gh_m}, \sqrt{gh_m}, gh_m \right) \quad (16)$$

$$\mathbf{Y}_m = 2\Omega \text{diag} \left(\sqrt{gh_m}, \sqrt{gh_m}, 1 \right) \quad (17)$$

これらを式 (15) に以下のように作用させる.

$$(\mathbf{Y}_m^{-1} \mathbf{M}_m \mathbf{X}_m) \frac{\partial}{\partial \tau} (\mathbf{X}_m^{-1} \mathbf{U}_m) + (\mathbf{Y}_m^{-1} \mathbf{L} \mathbf{X}_m) (\mathbf{X}_m^{-1} \mathbf{U}_m) = 0 \quad (18)$$

ここで

$$\mathbf{Y}_m^{-1} \mathbf{M}_m \mathbf{X}_m = \text{diag}(1, 1, 1) \quad (19)$$

だから式 (18) は

$$\frac{\partial}{\partial \tau} (\mathbf{X}_m^{-1} \mathbf{U}_m) + (\mathbf{Y}_m^{-1} \mathbf{L} \mathbf{X}_m) (\mathbf{X}_m^{-1} \mathbf{U}_m) = 0 \quad (20)$$

と書ける. 尚,

$$\mathbf{Y}_m^{-1} \mathbf{L} \mathbf{X} = \begin{pmatrix} 0 & -\sin \theta & \frac{\alpha_m}{\cos \theta} \frac{\partial}{\partial \lambda} \\ \sin \theta & 0 & \alpha_m \frac{\partial}{\partial \theta} \\ \frac{\alpha_m}{\cos \theta} \frac{\partial}{\partial \lambda} & \frac{\alpha_m}{\cos \theta} \frac{\partial(\cdot) \cos \theta}{\partial \theta} & 0 \end{pmatrix} \quad (21)$$

である. 式 (21) 中の α_m は次のように定義した笠原パラメータと呼ばれるものである.

$$\alpha_m = \frac{\sqrt{gh_m}}{2\Omega a} \quad (22)$$

このことは, 浅水方程式中の 4 つの惑星パラメータ (g : 重力, h_m : 等価深度, Ω : 地球の自転速度, a : 惑星半径) が唯一の惑星固有パラメータ α_m だけであらわせることを示している (Tanaka 1985).

式 (20) は時間 τ の線形システムであるから次のように解を仮定して, 水平方向成分と時間成分とに変数分離することができる.

$$\mathbf{X}_m^{-1} \mathbf{U}_m (\lambda, \theta, \tau) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \mathbf{H}_{nlm} (\lambda, \theta) e^{-i\sigma_{nlm}\tau} \quad (23)$$

$\mathbf{H}_{nlm} (\lambda, \theta)$ は水平構造関数 (horizontal structure function), または Hough 関数と呼ばれる. Hough 関数は第 m 鉛直モードに相当する水平ノーマルモード, すなわち水平自由振動を意味し, 経度 λ と緯度 θ の関数である. 添字の n は東西波数, l は南北モード番号を示している.

式 (23) を水平構造方程式 (20) に代入して,

$$-i\sigma_{nlm} \mathbf{H}_{nlm} + (\mathbf{Y}_m^{-1} \mathbf{L} \mathbf{X}_m) \mathbf{H}_{nlm} = 0 \quad (24)$$

この固有値問題を解くことで固有関数 $\mathbf{H}_{nlm} (\lambda, \theta)$ と対応する固有値 σ_{nlm} を求めることが出来る. 式 (20) は緯度 θ について線形であるから, Hough ベクトル関数 $\Theta_{nlm} (\theta)$ を用いて $\mathbf{H}_{nlm} (\lambda, \theta)$ を次のように経度依存と緯度依存とに変数分離できる.

$$\mathbf{H}_{nlm} (\lambda, \theta) = \Theta_{nlm} (\theta) e^{in\lambda} \quad (25)$$

ただし,

$$\Theta_{nlm}(\theta) = \begin{pmatrix} U_{nlm}(\theta) \\ -iV_{nlm}(\theta) \\ Z_{nlm}(\theta) \end{pmatrix} \quad (26)$$

とする. 南北風成分に関しては位相を $\pi/2$ だけずらすために $i = \sqrt{-1}$ がかけられている. 南北モードは3種類の異なるモードから構成される. 一つは低周波の西進するロスビーモード (Rossby mode) l_r で, 残りの二つは高周波の西進, および東進する重力波モード (gravity mode) l_{wg}, l_{eg} である.

Swartrauber and Kasahara (1985) によると, 水平構造関数 $\mathbf{H}_{nlm}(\lambda, \theta)$ は球面調和関数展開の和として得られる. この方法で求められる水平構造関数 $\mathbf{H}_{nlm}(\lambda, \theta)$ が正規直交性をもつならば, これを基底にして波数展開することが出来る. 水平構造関数が直交関数であることは以下のように示される.

緯度と経度に関する内積は以下のように表される.

$$\langle \mathbf{H}_{nlm}, \mathbf{H}_{n'l'm} \rangle = \frac{1}{4\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{2\pi} (U_{nlm}U_{n'l'm}^* + V_{nlm}V_{n'l'm}^* + Z_{nlm}Z_{n'l'm}^*) e^{-i(n-n')\lambda} \cos \theta d\lambda d\theta \quad (27)$$

アスタリスクは複素共役を意味し, nlm と $n'l'm$ は東西波数と南北モード番号の異なるモードを示している. 式 (21) の線形演算子 $\mathbf{L}_m = \mathbf{Y}_m^{-1} \mathbf{L} \mathbf{X}_m$ は非対称のエルミート行列であるため, 次の関係 (skew-self adjoint) が成立する.

$$\langle \mathbf{H}_{nlm}, \mathbf{L}_m \mathbf{H}_{n'l'm} \rangle + \langle \mathbf{L}_m \mathbf{H}_{nlm}, \mathbf{H}_{n'l'm} \rangle = 0 \quad (28)$$

式 (28) に式 (24) を代入して,

$$(\sigma_{nlm} - \sigma_{n'l'm}^*) \langle \mathbf{H}_{nlm}, \mathbf{H}_{n'l'm} \rangle = 0 \quad (29)$$

を得る. 式 (29) から以下の二つの条件が課せられる.

- $n = n'$ かつ $l = l'$ のとき

$\langle \mathbf{H}_{nlm}, \mathbf{H}_{n'l'm} \rangle$ は線形浅水方程式系の全エネルギー量に比例する量であり, 決して0にはならない. よって式 (29) を満たすためには $\sigma_{nlm} = \sigma_{nlm}^*$ である必要があり, 従って σ_{nlm} は実数でなくてはならない.

- それ以外の場合

$\sigma_{nlm} \neq \sigma_{nlm}^*$ であれば式 (29) を満たすためには $\langle \mathbf{H}_{nlm}, \mathbf{H}_{n'l'm} \rangle = 0$ が成り立つ必要がある. すなわち固有振動数 σ_{nlm} に相当する固有関数 \mathbf{H}_{nlm} が, 固有振動数 $\sigma_{n'l'm}$ に相当す

る固有関数 $\mathbf{H}_{n'l'm}$ と直交関係にあることを示している。

以上の二つの条件から、任意のモード nlm について、以下の正規直交関係が成立する。

$$\langle \mathbf{H}_{nlm}, \mathbf{H}_{n'l'm} \rangle = \frac{1}{4\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2\pi} \mathbf{H}_{nlm} \cdot \mathbf{H}_{n'l'm}^* \cos \theta d\lambda d\theta = \delta_{nn'} \delta_{ll'} \quad (30)$$

以上の水平構造関数 $\mathbf{H}_{nlm}(\lambda, \theta)$ の直交性から、次のフーリエ - ハフ変換が導かれる。

第 m 鉛直モードに相当する物理空間において、 λ, θ, τ を変数とする任意のベクトル関数を $\mathbf{A}_m(\lambda, \theta, \tau)$ とすると、

$$\mathbf{A}_m(\lambda, \theta, \tau) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} a_{nlm}(\tau) \mathbf{H}_{nlm}(\lambda, \theta) \quad (31)$$

$$a_{nlm}(\tau) = \frac{1}{4\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2\pi} \mathbf{A}_m(\lambda, \theta, \tau) \cdot \mathbf{H}_{nlm}^* \cos \theta d\lambda d\theta \quad (32)$$

となる。

3次元ノーマルモード関数展開

鉛直構造関数と水平構造関数を結合させ、3次元ノーマルモード関数 $\mathbf{\Pi}_{nlm}(\lambda, \theta, p)$ を構成し、式(1)を展開する。3次元ノーマルモード関数 $\mathbf{\Pi}_{nlm}(\lambda, \theta, p)$ は鉛直構造関数 $G_m(p)$ と水平構造関数 $\mathbf{H}_{nlm}(\lambda, \theta)$ とのテンソル積であり、以下のように定義される。

$$\begin{aligned} \mathbf{\Pi}_{nlm}(\lambda, \theta, p) &= G_m(p) \mathbf{H}_{nlm}(\lambda, \theta) \\ &= G_m(p) \mathbf{\Theta}_{nlm}(\theta) e^{in\lambda} \end{aligned} \quad (33)$$

この3次元ノーマルモード関数も以下に示す内積の下で、直交関係を満たす。

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{\Pi}_{nlm}, \mathbf{\Pi}_{n'l'm} \rangle &= \frac{1}{4\pi p_s} \int_0^{p_s} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2\pi} \mathbf{\Pi}_{nlm} \cdot \mathbf{\Pi}_{n'l'm}^* \cos \theta d\lambda d\theta dp \\ &= \delta_{nn'} \delta_{ll'} \delta_{mm'} \end{aligned} \quad (34)$$

この関係により、3次元ノーマルモード関数展開が導かれる。式(1)中の \mathbf{U} と \mathbf{N} と \mathbf{F} は3次元ノーマルモード関数によって次のように展開される。

$$\mathbf{U}(\lambda, \theta, p, \tau) = \sum_{n=-N}^N \sum_{l=0}^L \sum_{m=0}^M w_{nlm}(\tau) \mathbf{X}_m \mathbf{\Pi}_{nlm}(\lambda, \theta, p) \quad (35)$$

$$\mathbf{N}(\lambda, \theta, p, \tau) = \sum_{n=-N}^N \sum_{l=0}^L \sum_{m=0}^M n_{nlm}(\tau) \mathbf{Y}_m \mathbf{\Pi}_{nlm}(\lambda, \theta, p) \quad (36)$$

$$\mathbf{F}(\lambda, \theta, p, \tau) = \sum_{n=-N}^N \sum_{l=0}^L \sum_{m=0}^M f_{nlm}(\tau) \mathbf{Y}_m \mathbf{\Pi}_{nlm}(\lambda, \theta, p) \quad (37)$$

ここで $w_{nlm}(\tau)$, $n_{nlm}(\tau)$, $f_{nlm}(\tau)$ はそれぞれ, 従属変数ベクトル \mathbf{U} , 非線形項ベクトル \mathbf{N} , 外部強制ベクトル \mathbf{F} についての展開係数である. $w_{nlm}(\tau)$, $n_{nlm}(\tau)$, $f_{nlm}(\tau)$ は展開基底の正規直交性式 (34) より, 以下のフーリエ変換で求められる.

$$w_{nlm}(t) = \langle U(\lambda, \theta, p, t), \mathbf{X}_m^{-1} \mathbf{\Pi}_{nlm}(\lambda, \theta, p) \rangle \quad (38)$$

$$n_{nlm}(t) = \langle N(\lambda, \theta, p, t), \mathbf{Y}_m^{-1} \mathbf{\Pi}_{nlm}(\lambda, \theta, p) \rangle \quad (39)$$

$$f_{nlm}(t) = \langle F(\lambda, \theta, p, t), \mathbf{Y}_m^{-1} \mathbf{\Pi}_{nlm}(\lambda, \theta, p) \rangle \quad (40)$$

同様の内積を式 (1) 全体に施すことによって, プリミティブ方程式系の 3 次元スペクトルモデルが導かれる.

$$\left\langle \mathbf{M} \frac{\partial}{\partial \tau} \mathbf{U} + \mathbf{L} \mathbf{U} - \mathbf{N} - \mathbf{F}, \mathbf{Y}_m^{-1} \mathbf{\Pi}_{nlm} \right\rangle = 0 \quad (41)$$

式 (35), (36), (37) で展開した大気変数を式 (40) の各項に代入し, 内積の積分計算を実行すると, 空間依存は消えて時間のみの関数となり, 最終的に行列表記のプリミティブ方程式は以下のようなスペクトル表記のプリミティブ方程式系に書き直すことが出来る.

$$\frac{dw_i}{d\tau} + i\sigma_i w_i = -i \sum_{j=1}^K \sum_{k=1}^K r_{ijk} w_j w_k + f_i \quad (42)$$

$$i = 1, 2, \dots, K$$

ここで, τ は無次元時間, σ_i はラプラス潮汐方程式の固有振動数, r_{ijk} は非線形相互作用係数で実数となる. 非線形項中の r_{ijk} は非線形の波-波相互作用 (wave-wave interaction) および帯状-波相互作用 (zonal-wave interaction) に関する相互作用係数 (interaction coefficients) で実数である. K は全波数で, $K = (2N+1)(L+1)(M+1)$ である. N は東西全波数, L は南北全波数, M は鉛直全波数を示す. 厳密には $K \rightarrow \infty$ としなくてはならないが, 通常はある波数で切断して方程式系を構成する.

以上より, 順圧成分と傾圧成分からなる鉛直構造関数, ロスビーモードと重力波モードからなる水平構造関数の両方を用いることで, プリミティブ方程式系をスペクトル表示で表すことができた.

鉛直モード $m = 0$ だけで方程式系 (41) を閉じると

$$\left\langle \mathbf{M} \frac{\partial}{\partial \tau} \mathbf{U} + \mathbf{L} \mathbf{U} - \mathbf{N} - \mathbf{F}, \mathbf{Y}_0^{-1} \mathbf{\Pi}_{nl0} \right\rangle = 0 \quad (43)$$

これをスペクトル表記すると,

$$\frac{dw_i}{d\tau} + i\sigma_i w_i = -i \sum_{j=1}^K \sum_{k=1}^K r_{ijk} w_j w_k + s_i \quad (44)$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, K$$

ここで、 K は式 (42) の K とは異なり、順圧スペクトルモデルにおける全波数を意味し、 $K = (2K + 1)(L + 1)$ である。本研究では東西波数は $n = 0, 1, \dots, 20$ で、南北モードはロスビーモード $l_r = 0, 1, \dots, 20$ の赤道対称モード (奇数モード) で波数切断している。鉛直波数 $m = 0$ のみで方程式系を閉じたこのモデルは、式 (44) における外力の順圧成分 s_i の他に順圧-傾圧相互作用の項 g_i が新たに加わってくる。ここでは $s_i = f_i + g_i$ を順圧成分の外力と呼ぶことにし、これを $s_i = s_i(w_i, \tau)$ のように従属変数 w_i と時間の関数としてパラメタライズした。

今回使用するモデルは、外力項 s_i を従属変数 w_i から、長期間の観測データより以下の重回帰によって統計的に求めたモデルである。

$$s_i = \tilde{s}_i + A_{ij}w_j + B_{ij}w_j^* + \epsilon_i \quad (45)$$

ここで、 \tilde{s}_i は s_i の気候値、アスタリスクは複素共役であり、残差 ϵ_i のノルムを最小化するようにシステム行列 A_{ij} , B_{ij} を観測データから順次以下の回帰式で求めている。

$$A_{ij} = \overline{s'_i w_j^+} \quad (46)$$

$$w_j^+ = w_k^H (w_k w_j^H)^{-1} \quad (47)$$

ここでバーは時間平均、 s'_i は s_i のアノマリ、 $(\)^H$ は共役転置行列、 w_j^+ は w_j の偽逆行列 (pseudo-inverse) である。同様にして、

$$B_{ij} = \overline{\epsilon'_i w_j^{*+}} \quad (48)$$

ここで、 ϵ'_i は行列 A による第一残差である。多くの観測値から未知のシステム行列を解くこのような問題を逆問題という。観測データから逆問題を解いてモデルの最適外力を統計的 (Statistical) に求めていることから、このモデルを順圧 S-モデルと呼んでいる。

本研究では粘性摩擦項と地表摩擦項を考慮し、これらを力学項の一部に含めて解析を行った。

3.2 物理過程

粘性摩擦としては変数のラプラシアン Δ に渦粘性係数を掛けたものが一般的である。本研究では、よりスケール依存性を持たせるために超粘性オペレータ Δ^4 による粘性摩擦を、球面ロスビー波のスケールパラメータ $c_i = \sigma_i/n$ との組み合わせで導入した。回転球面上の渦度方程式を解いて得られる Haurwitz 波の位相速度は球面調和関数に対応する固有値で表されるが、ここではこの関係式を回転球面上の浅水方程式を解いて得られる Hough

関数に拡張した. 等価深度が無限となる極限では Hough 関数の球面ロスビー波は Haurwitz 波に収束することが知られている. ラプラシアンは波数空間では全波数 \hat{l} で表現されるので, 球面ロスビー波の位相速度との間に以下の近似が成立する.

$$c_i = \frac{-1}{\hat{l}(\hat{l} + 1)} \simeq \frac{\sigma_i}{n}$$

摩擦力は粘性摩擦項と地表摩擦項の二つを考慮するので, 与えられる摩擦力は,

$$d_i w_i = -k_D c_i^{-4} w_i - \nu_S w_i \quad (49)$$

となる. ここで k_D は超粘性係数, c_i はロスビー波の位相速度, ν_S はレイリー摩擦係数である. レイリー摩擦係数は最初はゼロに設定しておき, 固有解をシフトさせるために徐々に値を与えていく. それによってシステムが特異解へとシフトする. なお, 超粘性係数の値は $k_D(2\Omega a^8) = 2.7 \times 10^{40} \text{m}^8 \text{s}^{-1}$ である (Itoh and Kimoto 1999).

3.3 固有モードと中立モード

スペクトル表記した方程式 (44) は非線形項を含んでいるので, 気候学的平均場を基本場として摂動法を用いた線形化を行う. 時間依存性のない非帯状流である基本場を \bar{w}_i , それからの偏差を w'_i とし, 1 次のオーダーで線形化を行うと,

$$\begin{aligned} \frac{dw'_i}{d\tau} &= -i\sigma_i w'_i - i \sum_{j=1}^K \left(\sum_{k=1}^K (r_{ijk} + r_{ikj}) \bar{w}_k \right) w'_j + d_i w'_i + s'_i, \\ &= -i\sigma_i w'_i - i \sum_{j=1}^K \left(\sum_{k=1}^K (r_{ijk} + r_{ikj}) \bar{w}_k \right) w'_j + (-k_d c_i^{-4} w'_i - \nu_S w'_i) + s'_i \end{aligned} \quad i = 1, 2, 3, \dots, K \quad (50)$$

ここで波数が負の値をとるとき, w_i および f_i は複素共役となることに注意する.

状態変数 w_i は複素数なので, $\mathbf{x} = (w_{Ri}, w_{Ii})$, $\mathbf{f} = (f_{Ri}, f_{Ii})$ というように実部と虚部に分けることで方程式を実数化し, さらに行列表記をすると次のようになる.

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\tau} \begin{pmatrix} \text{Re}(w'_1) \\ \vdots \\ \text{Im}(w'_{210}) \end{pmatrix} &= \mathbf{A} \begin{pmatrix} \text{Re}(w'_1) \\ \vdots \\ \text{Im}(w'_{210}) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \text{Re}(s'_1) \\ \vdots \\ \text{Im}(s'_{210}) \end{pmatrix} \\ \implies \frac{d\mathbf{x}}{d\tau} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{f} \end{aligned}$$

ここで \mathbf{x} は (w_R, w_I) からなる実数ベクトルで, \mathbf{A} は基本場と摩擦力から決定する実数行列, \mathbf{f} は主に順圧傾圧相互作用による外力で, ここでは乱数と考える.

固有モード

今, 外力 f を無視することで

$$\frac{d\mathbf{x}}{d\tau} = \mathbf{A}\mathbf{x}$$

という線形システムを考える. 正方行列 \mathbf{A} が \mathbf{A} の固有ベクトル \mathbf{v}_i を列とする正則行列 $\mathbf{P} = (\mathbf{v}_1 \mathbf{v}_2 \cdots \mathbf{v}_n)$ であるから,

$$\mathbf{A} = \mathbf{P} \begin{pmatrix} \lambda_1 & & & \\ & \lambda_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \lambda_n \end{pmatrix} \mathbf{P}^{-1}$$

のように対角化可能であったとする. このとき, 上式は

$$\frac{d\mathbf{x}}{d\tau} = \mathbf{P} \begin{pmatrix} \lambda_1 & & & \\ & \lambda_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \lambda_n \end{pmatrix} \mathbf{P}^{-1}\mathbf{x}$$

のように書くことができ, この式の両辺に左から \mathbf{P}^{-1} をかけると,

$$\mathbf{P}^{-1} \frac{d\mathbf{x}}{d\tau} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & & & \\ & \lambda_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \lambda_n \end{pmatrix} \mathbf{P}^{-1}\mathbf{x}$$

となる.

\mathbf{P} は時刻 t に無関係なので, $\mathbf{P}^{-1}\mathbf{x} = \mathbf{x}'$ とおくことで,

$$\frac{d\mathbf{x}'}{d\tau} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & & & \\ & \lambda_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \lambda_n \end{pmatrix} \mathbf{x}' \iff \mathbf{x}' = \begin{pmatrix} a_1 e^{\lambda_1 t} \\ a_2 e^{\lambda_2 t} \\ \vdots \\ a_n e^{\lambda_n t} \end{pmatrix}$$

となり, $\mathbf{P}^{-1}\mathbf{x} = \mathbf{x}'$ より微分方程式の解 \mathbf{x}' は

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= \mathbf{P}\mathbf{x}' = (\mathbf{v}_1 \mathbf{v}_2 \cdots \mathbf{v}_n) \begin{pmatrix} a_1 e^{\lambda_1 t} \\ a_2 e^{\lambda_2 t} \\ \vdots \\ a_n e^{\lambda_n t} \end{pmatrix} \\ &= a_1 \mathbf{v}_1 e^{\lambda_1 t} + a_2 \mathbf{v}_2 e^{\lambda_2 t} + \cdots + a_n \mathbf{v}_n e^{\lambda_n t} \end{aligned}$$

となる.

行列 A の固有値 $\lambda_i = a + bi$ の値によって, 各項 (各固有ベクトル) の解 x に対する振る舞いが分類される. $b = 0$ すなわち固有値が実数であれば,

$$\begin{cases} \lambda_i > 0 & : \text{増幅 (不安定)} \\ \lambda_i = 0 & : \text{中立} \\ \lambda_i < 0 & : \text{減衰 (安定)} \end{cases}$$

のようになる. $b \neq 0$ のとき, 解の振る舞いは以下のようになる.

$$\begin{cases} \operatorname{Re}(\lambda_i) > 0 & : \text{増幅振動} \\ \operatorname{Re}(\lambda_i) = 0 & : \text{中立} \\ \operatorname{Re}(\lambda_i) < 0 & : \text{減衰振動} \end{cases} \quad (51)$$

$b \neq 0$ のとき, 複素数の固有ベクトルが出現するが, 複素共役の固有ベクトルが存在するため, x は実数となる.

今回解析する w_i は複素数であるので, 解の振る舞いは上記に従う.

中立モード

大気の支配方程式

$$\frac{d\mathbf{x}}{d\tau} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{f}$$

を基本場のまわりで線形化し, 数週間以上の長周期変動を考えることで時間変化項を無視すると,

$$\frac{d\mathbf{x}'}{d\tau} = \mathbf{A}\mathbf{x}' + \mathbf{f}' \quad \iff \quad \mathbf{A}\mathbf{x}' = -\mathbf{f}'$$

となる.

ここで, 任意の行列は特異値分解可能であるという性質を用いて, 行列 A を特異値分解 $A = U\Sigma V^T$ する. Σ は特異値 $\sigma_i (0 \leq \sigma_1 \leq \sigma_2 \leq \dots)$ を対角成分にもつ対角行列で, $U \equiv (\mathbf{u}_1 \ \mathbf{u}_2 \ \dots)$, $V \equiv (\mathbf{v}_1 \ \mathbf{v}_2 \ \dots)$ は左, 及び右特異ベクトル \mathbf{u}_i , \mathbf{v}_i を列ベクトルに持つ行列である.

行列 A を特異値分解した結果,

$$\begin{aligned} \mathbf{x}' &= -\mathbf{A}^{-1}\mathbf{f}' = -(\mathbf{V}\Sigma^{-1}\mathbf{U}^T)\mathbf{f}' = -\sum_i \mathbf{v}_i \frac{(\mathbf{u}_i, \mathbf{f}')}{\sigma_i} \\ &= \frac{\mathbf{v}_1}{\sigma_1} (\mathbf{u}_1, \mathbf{f}') + \frac{\mathbf{v}_2}{\sigma_2} (\mathbf{u}_2, \mathbf{f}') + \dots + \frac{\mathbf{v}_n}{\sigma_n} (\mathbf{u}_n, \mathbf{f}') \end{aligned}$$

と表すことが出来る。この式から、 f' に特定の形が卓越しなければ、最小の特異値 σ_1 に付随して得られる右特異ベクトル v_1 が偏差場で卓越することが分かる。さらに、 σ_1 が他の特異値と比較して十分に小さいとき、 f' の詳細に関わらず、右特異ベクトル v_1 が偏差場で卓越することが分かる。すなわち、中立モードを考えることで、統計的に抽出された卓越する長周期変動の力学的起源を理解することが出来る。さらには、変動を励起しやすい強制分布を得ることが出来る。

固有値のシフト

Watanabe and Jin (2004) において、強制問題における中立モード理論は、システム行列 A の固有ベクトルが全て安定であることを要求している。全て安定モードでないと、月平均以上の時間スケールにおける定常応答に不安定モードが現れ、卓越してしまうからである。その問題を解決するためにレイリー摩擦を導入する。レイリー摩擦を導入することで固有値をシフトさせることができ、不安定モードを安定モードにすることができる。固有値をシフトさせても固有ベクトルの構造は変化しないので、同じモードを不安定から安定にすることができる。

3.4 経験的直交関数 (EOF) 解析

AO は北半球における海面更正気圧 (SLP) を経験的直交関数 (EOF) 解析 (主成分解析) したものの第一主成分により定義される。

経験的直交関数解析 (以下、EOF 解析) は、いくつかの地点における時系列データの主要な変動パターンを抽出して変動の特徴を把握するための統計的手法であり、北半球における大気の変動パターンを見るためにこれを行う。

一般に何らかの相関関係がある p 個の地点でのデータ $x_1, x_2, \dots, x_p (p \geq 2)$ で、時系列方向に n 個のデータ $x_{1\lambda}, x_{2\lambda}, \dots, x_{p\lambda} (\lambda = 1, 2, \dots, N)$ が得られたとする。これらの N 個の時系列データは、それぞれ p 個の地点での気象要素が相互に関連のある変動を示しているとみなせるので、この変動を説明する関数として、 p 個の変量の一次結合で表すことができ、これを

$$z = l_1 x_1 + l_2 x_2 + \dots + l_p x_p \quad (52)$$

と仮定し, l_1, l_2, \dots, l_p を変化させ,

$$\sum_{i=1}^p l_i^2 = 1 \quad (53)$$

の条件の下で, z の分散が最大になるときの z を第一主成分という. このときの係数を $l_{1i} (i = 1, 2, \dots, p)$ で表すと,

$$z_1 = l_{11}x_1 + l_{12}x_2 + \dots + l_{1p}x_p \quad (54)$$

となる.

次に z_1 とは無相関な z のうちで, 式 (54) を満たす最大の分散を持つ z_2 が決定できる. この z_2 を第二主成分という. この時の係数を $l_{2i} (i = 1, 2, \dots, p)$ とすると z_2 は,

$$z_2 = l_{21}x_1 + l_{22}x_2 + \dots + l_{2p}x_p \quad (55)$$

と表すことができる. 以下同様にして第 m 成分 z_m までで全変動の大部分が説明できればこれ以上を求める必要はない. ここで, z_m を,

$$z_m = l_{m1}x_1 + l_{m2}x_2 + \dots + l_{mp}x_p \quad (56)$$

と書く. 従って各係数は,

$$l_{\alpha 1}^2 + l_{\alpha 2}^2 + \dots + l_{\alpha p}^2 = \sum_{k=1}^p l_{\alpha k}^2 = 1 \quad (57)$$

を満たし, 各主成分は, 以下の条件を満たすように定まる.

$$\left\{ \begin{array}{l} () \text{ 第一主成分 } z_1 \text{ の分散が最大である} \\ () \text{ 第 } i \text{ 主成分と第 } j \text{ 主成分 } (i \neq j) \text{ は直交する (無相関である)} \end{array} \right.$$

各主成分の計算は, $p \times p$ の分散共分散行列の固有値問題に帰着する. これについては次節に記すこととする.

全球再解析データに対して EOF 解析をする際には注意が必要である. なぜなら, 全球再解析データはどの緯度帯でも, 経度方向には同じ数のグリッドが存在するからである. 地球は球形であるので, 全球再解析データのままで, 高緯度になるほど各グリッドあたりの面積が小さくなる. そのため, 面積荷重を考慮せずに EOF 解析を行ってしまうと, 低緯度と比較して高緯度の変動が相対的に大きく見積もられてしまい, 実際に変動を特徴付けるパターンとは異なるパターンが現れる恐れがある. このグリッド間の偏りを修正するために, 緯度方向に面積荷重 $\sqrt{\cos \theta}$ をデータにかけて偏りを解消する.

なお, 本研究で用いている大気の高圧成分は, 3 次元ノーマルモード展開によって波数空間に各要素を展開した際に緯度方向の面積変化については考慮してあるため, そのまま EOF 解析を行っても問題ない.

4 データと解析方法

4.1 使用データ

本研究の解析, およびモデルの初期値や外力を求めるために使用するデータは, アメリカ環境予報センター (NCEP: National Centers for Environmental Prediction)/アメリカ大気研究センター (NCAR: National Center for Atmospheric Research) による再解析データである. その詳細は以下のとおりである.

使用期間	1950年1月 – 2000年12月 (monthly data)
時間間隔	00, 06, 12, 18Z
気象要素	u (m/s), v (m/s), Z (gpm)
水平グリッド間隔	$2.5^\circ \times 2.5^\circ$
鉛直グリッド間隔	1000, 925, 850, 700, 600, 500, 400, 300, 200, 150, 100, 70, 50, 30, 20, 10 hPa の 17 層
解析範囲	北半球

再解析データとは, 同一の数値予報モデルとデータ同化手法を用いて過去数 10 年間にわたりデータ同化を行い, 長期間にわたって出来る限り均質になるように作成したデータセットのことである. このような均質な大気解析データセットは, きわめて信頼度の高い基礎資料になりうる. 特に気候変動の解明, 大気大循環の解析と全球のエネルギー循環の研究の際には有用である.

NCEP/NCAR では 1949 年 1 月から 50 年以上という長期にわたって同一のデータ同化手法により再解析が行われており, このデータは解析に用いることが出来る. ただし, 1979 年に初めて人工衛星 TIROS が打ち上げられ, 客観解析に初めて衛星データが導入されたことにより, 1979 年を境にデータの不連続的な変動が残っていることに留意しなくてはならない. モデルや解析スキーム等による見かけの気候変動は取り除かれているが, 入力データの質の不連続は明瞭に残っている. また, $2.5^\circ \times 2.5^\circ$ の等圧面データには, すべての変数に対して T30 の波数切断で平滑化施されているため, 高緯度地方では波動状の誤差が顕著に現れる. しかし長周期の変動の研究では, 長期間にわたる均質なデータである再解析データは貴重である.

NCEP/NCAR 再解析データに用いられている予報モデルの水平分解能は T62, 鉛直分解能は 30 層, データ同化手法は 3 次元変分法で, その解析レベルはモデル面である. ただし, 先に述べたように等圧面データには平滑化のために T30 の波数切断が行われている.

4.2 解析方法

Thompson and Wallace (1998) では SLP を EOF 解析にかけ、その第 1 モードとして得られたパターンを AO としているが、その後の研究では 500 hPa 高度であったり、成層圏との関係を調べるために 50 hPa 高度場であったりと、研究者によって EOF 解析にかける高度が異なっている。AO は順圧的な構造をしていることが示されていること、また、順圧大気大循環モデルが存在しているため、AO の物理的背景を捉えるため数値実験を行うことが出来るという点から、本研究では順圧高度場を用いて解析を行う。NCEP/NCAR 再解析データを用いて、大気の順圧成分を抽出し、得られたデータに対して各月ごとに EOF 解析を行う。また、順圧高度場の妥当性を見るために、力学的に等価である海面更正気圧、また等価順圧的な場である 500 hPa 高度場においても同様に各月ごとに EOF 解析を行い、順圧成分との結果と比較する。

また、大気の順圧成分に対して、Tanaka and Matsueda (2005) で行われた手法を用いて各季節ごと (DJF, MAM, JJA, SON) に固有モードおよび中立モードの計算を行う。本研究では Itoh and Kimoto (1999) や Watanabe and Jin (2004) に従い、力学過程に超粘性 (Δ^4) 摩擦項やレイリー摩擦項を含めて解析を行う。まず Tanaka and Matsueda (2005) に従い、超粘性摩擦項を用いて解析を行う。次に、順圧 S-モデルを用いて数値実験を行った際、AO を再現できた倍調和 (Δ^2) 摩擦も用いて解析を行う。

5 結果

5.1 EOF 解析

先行研究である Thompson and Wallace (1998) では EOF 解析を行ったデータ範囲が 20°N 以北の月平均データであった。また Ogi et al. (2004) では、EOF 解析を行ったデータ範囲が 40°N であり、さらに帯状平均月平均データを用いているため、AO のような環状構造が出現しやすくなっている。本研究では、北半球全域に対して EOF 解析を行った。

5.1.1 順圧高度場

1月(図4左上)は北極海上に負偏差の中心があり、その領域は 65°N 付近まで広がっている。正偏差は北太平洋上、及び北大西洋上に中心があり、負偏差を取り囲むように中緯度 (30°N から 55°N) に分布している。

2月(図4右上)も1月とほぼ同様の偏差分布となっているが、北太平洋上の正偏差の値が1月よりも強く、負偏差の中心領域がグリーンランド上に移動している。また、北太平洋上の正偏差の南側に弱い負偏差の領域が出現している。

3月(図4左下)は負偏差の中心領域が再び北極海上になる、また北太平洋上の正偏差の値が1月と同じくらいの値 (250m) となり、その範囲は2月のときよりも東西方向に縮小した。

4月(図4右下)になると寄与率が14%と小さくなり、北大西洋からヨーロッパ上に分布していた正偏差がアメリカ東海岸と北大西洋上を中心とする二つの領域に分離した。北太平洋上にあった正偏差は再びその値が高くなり (350m)、北シベリア上に中心を持つ正偏差とつながり、北シベリアから北太平洋は広く正偏差に覆われている。

5月(図5左上)は、アメリカ東海岸と北大西洋上を中心とする二つの領域に分離した正偏差が、中心位置はほぼそのまま1つの正偏差領域となっている。北極域に分布している負偏差の領域は、同心円状の分布ではなく、北アメリカ上で少し蛇行し、その領域は極側に縮小している。

6月(図5右上)になると5月まで出現していたAOの構造が崩れる。北極海上に正偏差の領域が出現し、北極を中心として正偏差、負偏差、正偏差という三重構造となる。北極上にある正偏差の周り分布している負偏差はその値が小さく、北太平洋上の正偏差の値はより大きくなっている。

7月(図5左下)は6月にみられたパターンとは大きく異なる。北極海上とイギリス上に

正偏差の中心があり、それ以外の中緯度、高緯度地域は負偏差に覆われている。

8月(図5右下)は総観規模の偏差場が出現し、日本の東海上から東に向かって負偏差、正偏差、負偏差、正偏差という波が分布している。非常に強い正偏差の領域は7月と変わらずイギリス上に中心を持っている。

9月(図6左上)は8月とは異なる構造となる。カナダ上、北大西洋上およびシベリア中部に正偏差、ノルウェー海上から北極を通して北太平洋上に広がる負偏差が存在している。

10月(図6右上)は、ユーラシア大陸上から北太平洋にかけてと、ラブラドル半島からヨーロッパにかけて正偏差が分布している。その2つの正偏差の領域には含まれてバレンツ海を作用中心として負偏差が分布している。また、ラブラドル半島からヨーロッパにかけて分布している正偏差の南側に極域と比較すると弱い負偏差の領域が存在している。

11月(図6左下)になると、ラブラドル半島からヨーロッパにかけて分布していた正偏差が2つの領域に分離する以外は、10月とほとんど同じ偏差分布をしている。

12月になると(図6右下)、1月にみられた北極を中心とした負偏差の領域が極域に分布し、その周囲に正偏差の領域が分布するというAOの構造が出現する。

5.1.2 海面更正気圧

1月(図7左上)は北極域を中心としてユーラシア大陸上と北アメリカ大陸上に南に広がる負偏差の領域が高緯度に分布し、北太平洋上と北大西洋上を中心とした正偏差の領域が中緯度域に分布している。この分布はThompson and Wallace(1998)で得られているパターンと非常によく一致している。

2月(図7右上)は1月と同じ偏差分布であるが、北太平洋上にある正偏差の領域が東西方向に縮小している。

3月(図7左下)は北太平洋上の正偏差の領域が縮小し、高緯度の負偏差の領域が南に突出している。北極を中心とした負偏差はその値が小さくなっている。

4月(図7右下)になると、寄与率が10%も小さくなり、AOの構造が崩れてきた。北大西洋上に中心のあった正偏差の領域が縮小し、その値も小さくなっている。北太平洋上で縮小していた正偏差の領域は拡大した。また、極域の負偏差の領域が3月と比較すると極側に縮小している。

5月(図8左上)は4月よりも偏差の値が小さくなり、極域の負偏差の領域はより極域に縮小し、60°N付近までにはしか分布していない。

6月(図8右上)は極域の負偏差の領域がさらに縮小し、75°N付近までにはしか分布していない。また、ユーラシア大陸上に正偏差の領域が出現し始めた。

7月(図8左下)になると寄与率は6月よりも高くなるものの、極域に中心を持っていた負偏差、および海上に中心を持っていた正偏差の領域は消滅し、ユーラシア大陸上およびサハラ砂漠上に強い正偏差の領域が出現している。

8月(図8右下)はユーラシア大陸上およびサハラ砂漠上に強い正偏差の領域が出現しているが、極域に負偏差の領域が6月とほぼ同じ位置に分布している。

9月(図9左上)は、8月で見られていた極域の負偏差の領域は消滅し、ユーラシア大陸上およびサハラ砂漠上に強い正偏差の領域のみが出現している。

10月(図9右上)になると、ユーラシア大陸上およびサハラ砂漠上に強い正偏差の領域が消滅し、北アメリカからヨーロッパにかけて負偏差の領域が分布し、その南側に正偏差の領域が分布している。ユーラシア東部および北太平洋上には偏差は存在していない。

11月(図9左下)にはユーラシア大陸上に負偏差、北太平洋上から北極上を通過して北太平洋上に伸びる正偏差の領域が分布している。

12月(図9右下)になると、1月とほぼ同じAOの構造が出現してくる。

5.1.3 500hPa 高度場

1月(図10左上)は西シベリア上および北太平洋上に中心を持つ負偏差の領域が極域を覆うように分布している。中緯度に分布する正偏差はヨーロッパ上、北大西洋上および北太平洋上に中心がある。この正偏差の分布により、高緯度に分布している負偏差の領域は蛇行しており、順圧高度場やSLPのEOF-1で見られたような同心円状の分布はしていない。

2月(図10右上)は1月と同じく西シベリア上および北太平洋上に中心を持つ負偏差の領域が極域を覆うように分布している。中緯度に分布する正偏差はヨーロッパ上、北大西洋上および北太平洋上に中心がある。

3月(図10左下)は北太平洋上の正偏差の領域が西へ移動し、その中心が日本上にある。ヨーロッパ上にあった正偏差もその値が弱くなり、北への張り出しが弱くなった。それに伴って高緯度の負偏差の領域は同心円上に分布している。

4月(図10右下)になると、寄与率が6%小さくなり、AOの構造が崩れる。北大西洋上に中心のあった正偏差の領域が分離し、北大西洋上とアメリカ上に弱い中心を持つ。中心が日本上にあった正偏差は東に移動し、北太平洋ほぼ全域を覆うように分布している。その南側に負偏差の領域が出現し、45°Eから150°W付近まで分布している。また、極域の負偏差の領域極側に縮小し、その値は小さくなっている。

5月(図11左上)は4月よりも偏差の値が小さくなり、極域の負偏差の領域は極域に縮小し、60°N付近までにしか分布していない。また、正偏差の領域もそれに伴って北に移動

している。北大西洋上とアメリカ上に弱い中心を持つ正偏差は北大西洋上を中心とする弱い正偏差の領域となった。

6月(図11右上)は極域の負偏差の領域がさらに縮小し、75°N付近までにしか分布していない。北太平洋上にあった正偏差の領域は東西方向に急激に縮小し、その東側に同じくらいの負偏差の領域が存在している。

7月(図11左下)になると明瞭なパターンは見られなくなる。45°N以北に、ヨーロッパ上の負偏差から東に向かって、正偏差と負偏差が交互に分布する波数3の構造が見られる。

8月(図11右下)は総観規模の偏差場が出現し、日本の東海上から東に向かって負偏差、正偏差、負偏差、正偏差という波が分布している。非常に強い正偏差の領域は7月と変わらずイギリス上に中心を持っている。

9月(図12左上)はスカンジナビア半島から北極を通して北東太平洋に分布する負偏差と、カナダ上、ヨーロッパ上、シベリア中部、および北西太平洋に正偏差が分布している。環状構造は出現せず、波数3程度の擾乱が出現している。

10月(図12右上)は、9月の北極を通して分布していた負偏差の値が強くなり、作用中心はバレンツ海上に存在する。シベリア中部と北西太平洋にあった正偏差が結合してひとつの正偏差の領域となり、カナダ上の正偏差は北大西洋上へ移動した。

11月(図12左下)になると、極域にあった負偏差が2つに分離し、その作用中心はシベリア東部とアメリカ西部に存在する。正偏差は10月とほぼ同じ位置に分布している。

12月(図12右下)になると、シベリア東部、北太平洋および北大西洋に強い正偏差、グリーンランド上を作用中心に南北に蛇行して負偏差が分布している。1月に示されているパターンとはあまり似ていない。

5.1.4 三成分の比較

順圧成分で得られているパターンが力学的に等価であるSLP、また等価順圧的な500hPa高度場とよく一致するならば、順圧成分を見てもAOの構造はしっかりと捉えていることが出来ていると考えられる。そこで、順圧高度場とSLPおよび500hPa高度場から得られたEOF-1の水平パターンについて比較した。

冬季の順圧高度場、SLP、500hPa高度場には、北極を中心とした60°N付近にまで負偏差、中緯度に正偏差が存在し、非常によく一致している。3月になるとSLPに見られたAOの構造が徐々に崩れはじめ、順圧高度場と500hPa高度場とは異なるようになる。6月になると、SLPにのみユーラシア大陸上に正偏差が出現し、他二つとは全く異なる水平パターンを示す。夏季において多少の相違が見られたものの、順圧高度場と500hPa高度場はほぼ同じ水平パターンを示していた。

次に、それぞれのパターンの時間変動を比較するためにそれぞれの EOF-1 に対応する時系列をプロットした。また、順圧高度場と 500 hPa 高度場の時系列、および順圧高度場と SLP の時系列の相関係数を求めた。まずそれぞれの時系列について見てみる。スコアは全て規格化を施してある。また、グラフの右上に相関係数の値を示した。順圧高度場と 500 hPa 高度場の時系列は図 13, 14, および 15 である。実線が順圧高度場で破線が 500 hPa 高度場の時系列である。それを見ると、1 月から 5 月にかけては EOF-1 の示すモードの時間変動が非常によく一致している様子が分かる。6 月は 5 月までと比較すると、2 つのモードの時系列は変動があまり一致しておらず、相関係数も 0.27 と非常に低い値をとっている。順圧高度場と SLP の時系列は図 16, 17, および 18 である。実線が順圧高度場で破線が SLP の時系列である。これも 500 hPa 高度場のときと同様に、5 月までは相関が高く、時系列を見ても変動がよく一致している様子が分かる。しかし 6 月の時系列は、順圧高度場と SLP が逆の変動を示している期間が多く、相関も 0.17 と低い。7 月は順圧高度場と比較すると、SLP に大きな年々変化はなく、50 年間の SLP のもつトレンドのほうがよく読み取れる。8 月は 1985 年までは時系列の変動の様子がよく一致しているが、1986 年以降は一致していない。9 月も 7 月と同様に、トレンドが見られる。10 月は 51 年間を通して変動があまり一致しておらず、相関は 0.30 となっている。

相関係数を見ると、春季になると順圧高度場と SLP は相関が低くなり、夏季は特に低い。500hPa 高度場も夏季は順圧高度場との相関は低いが、SLP ほどではない。秋季も SLP は順圧高度場との相関が低い。この結果は、水平パターンの一致していなかった時期と非常によく対応している。

5.2 特異値分解 (SVD 解析)

EOF 解析は各月ごとに行ったが、中立モードを求める SVD 解析に用いている順圧 S-モデルの外力の気候値には 3ヶ月以上のローパスフィルターが施されている。そこで、解析期間を各季節 (DJF, MAM, JJA, SON) とし、EOF 解析を行う。その結果得られた EOF-1 のパターンと SVD 解析との結果を比較することとする。その際、レイリー摩擦を用いて固有値をシフトさせた。固有値のシフトを行った後の固有モード (EVP-1) を中立モード (SVD-1) と比較すると、両者に北極を中心とした高緯度に負の値、北太平洋と北大西洋上に作用中心のある正の値の領域が中緯度に分布するという構造が出現している (図 19)。したがって、固有値をゼロにした場合、中立モードと固有モードは一致するということがわかる。以下の結果で示す図は、固有値のシフトを行った後の SVD-1 である。

5.2.1 各季節ごとの EOF-1

まず各季節ごとの EOF-1 のパターンについてみる (図 20)。DJF においては、北極を中心とした 60°N 付近まで負偏差、その周囲を取り囲むように中緯度に正偏差が分布しており、AO が明確に出現しているといえる。MAM では冬季に見られた負偏差のロシア上への張り出しがなくなり、極域に負偏差の領域が縮小したものの、DJF とほぼ同じ位置に負偏差と正偏差が分布しているが、その寄与率は 14.3%と低くなっている。JJA になると、DJF, MAM で見られた AO の構造は消滅し、北極、北太平洋西部および地中海上に負偏差の領域が広がり、正偏差の領域は北海を中心として広がっている。これは JJA の各月ごとで得られた EOF-1 とはまた異なった分布を示している。SON では、北太平洋上とユーラシア大陸上に渡り正偏差、北シベリアから北極を通して北アメリカにかけて負偏差、イギリス上からアメリカ東部にかけて正偏差が分布している。

この結果に基づいて、固有モードおよび中立モードを求め、観測と理論で得られた構造を比較する。

5.2.2 超粘性

Tanaka and Matsueda (2005) において冬季の AO を抽出することのできた超粘性を用いて、各季節における AO の SVD 解析を行った。DJF (図 21 左) は北極域を中心として負偏差、中緯度に正偏差という冬季 AO と同じ構造が出現した。MAM (図 21 右) では、高緯度に分布する負偏差の中心がグリーンランド上、バレンツ海上および東シベリア上の 3ヶ

所に存在し、その領域は 45°N 付近にまで拡大している。DJF と比較すると負偏差の領域が南へ広がり、その値も小さくなっている。また、正偏差は東シナ海上と大西洋に中心を持ち、 30°N 付近に分布している。JJA になると (図 22 左)、高緯度の負偏差の中心はグリーンランド上になり、その領域は 55°N 付近にまで北上し縮小している。正偏差は MAM とほぼ同じ位置に分布している。SON (図 22 右) では MAM ほどではないが再び高緯度の負偏差の領域が南へ広がり、 40°N 付近にまでその境界が達する。

DJF で AO を抽出することのできた超粘性を用いてしまうと、DJF 以外の季節にも AO のような環状モードが出現してしまう。冬季と比較すると、他の季節は粘性摩擦が小さいと考えられるので、倍調和オペレータ Δ^2 を用いて固有モード・中立モードを求めることとする。さらに倍調和オペレータに与える粘性係数 k_D の値を変化させて、各季節ごとのモードを探ることとする。

5.2.3 倍調和粘性

$$k_D = 4.0 \times 10^{16} \text{m}^4 \text{s}^{-1} / (2\Omega a^4) \text{ のとき}$$

DJF (図 23 左) は、負偏差の中心がグリーンランド上に存在し、その領域は北大西洋上に張り出し、超粘性のときのような同心円状の分布は示していない。また、中緯度に存在していた 2 つの正偏差のうち、大西洋上の正偏差が消滅し、太平洋上にあった正偏差は中国上に移動し、その値は非常に小さくなっている。倍調和オペレータでは DJF に AO の構造が出現しないことが分かる。MAM の分布は (図 23 右)、超粘性を用いたときよりも高緯度の負偏差の領域が北に縮小し、南北にゆがんだ AO のような構造を示している。負偏差の領域は 60°N 以北に収まっており、北アメリカ上では 45°N 付近にまで負偏差が張り出している。正偏差はアメリカ東部とヨーロッパに中心を持ち、北大西洋上に分布しているものと、カムチャッカ半島とシベリア中部に中心を持ち、ユーラシア大陸上に分布しているものがある。JJA (図 24 左) では、超粘性のときと比較すると、高緯度に分布している負偏差の領域が極側に少し縮小した。このとき、グリーンランド上とバレンツ海上に負偏差の中心があり、南北に蛇行してはいるが 60°N 以北に負偏差が存在している。正偏差は負偏差を取り囲むような環状になって中緯度に分布しており、作用中心は北大西洋上、シベリア西部、中国上およびアメリカ東部上に存在する。SON (図 24 右) では超粘性のときと比較すると、高緯度に分布している負偏差の領域が極側に大きく縮小し、 75°N 以北に負偏差が分布している。その周囲となる中緯度に正偏差は南北に蛇行をしない環状構造を示しており、その作用中心はヨーロッパ上とカムチャッカ半島上に存在する。粘性摩擦を小さくした結果、MAM には観測値から得た EOF-1 に示されるパターンに似た構造が得られたが、JJA

と SON に関しては EOF 解析で得られた結果とは異なるパターンを得た.

DJF 以外の季節においては, 粘性摩擦がどれほど影響しているのかわからないので, さらに粘性係数を小さくしていくつか解析を行ってみることとする.

$k_D = 2.0 \times 10^{16} \text{m}^4 \text{s}^{-1} / (2\Omega a^4)$ のとき

MAM(図 25 左) は $k_D = 4.0 \times 10^{16} \text{m}^4 \text{s}^{-1} / (2\Omega a^4)$ と比較すると負偏差および正偏差が更に南北に蛇行するが, その分布する位置はほとんど変わらず, 負偏差の領域は 60°N 以北に収まっており, 北アメリカ上では 45°N 付近にまで負偏差が張り出している. 正偏差はアメリカ東部とヨーロッパに中心を持ち, 北大西洋上に分布しているものと, カムチャッカ半島とシベリア中部に中心を持ち, ユーラシア大陸上に分布しているものがある. JJA(図 25 右) も MAM と同様に負偏差および正偏差が更に南北に蛇行するが, その分布する位置はほとんど変わらない. SON(図 26 左) では極域に小さな正偏差の領域が出現し, $k_D = 4.0 \times 10^{16} \text{m}^4 \text{s}^{-1} / (2\Omega a^4)$ に 60°N 付近までしか広がっていなかった負偏差の領域が 45°N 付近まで南に拡大する.

$k_D = 1.0 \times 10^{16} \text{m}^4 \text{s}^{-1} / (2\Omega a^4)$ のとき

MAM(図 26 右) は $k_D = 2.0 \times 10^{16} \text{m}^4 \text{s}^{-1} / (2\Omega a^4)$ のときとほとんど偏差の分布位置は変わらない. JJA(図 27 左) も同様である. SON(図 27 右) は $k_D = 2.0 \times 10^{16} \text{m}^4 \text{s}^{-1} / (2\Omega a^4)$ のときとまた異なる構造を示し, ヨーロッパ上と, アメリカ東部から北太平洋を通過してユーラシア大陸東部にかけて正偏差が分布している. 負偏差は東シベリア海とバフィン島を作用中心として極域に分布している.

$k_D = 1.0 \times 10^{15} \text{m}^4 \text{s}^{-1} / (2\Omega a^4)$ のとき

MAM(図 28 左) では, オホーツク海上とバルト海上, およびラブラドル半島上に正偏差が分布し, 北太平洋東部と北大西洋から北極にかけて負偏差が分布している. $k_D = 1.0 \times 10^{16} \text{m}^4 \text{s}^{-1} / (2\Omega a^4)$ まで見られた環状構造は消え, 波数 3 の構造が出現している. JJA(図 28 右) は, 高緯度に負偏差の領域が広く分布し, 弱い正偏差が北大西洋上にあるのみで正偏差はほとんど存在しない. 負偏差も南北に蛇行してゆがんだ構造をしている. SON(図 29 左) はヨーロッパ上と, アメリカ東部から北太平洋を通過してユーラシア大陸東部にかけて正偏

差が分布している。負偏差は東シベリア海とバフィン島を作用中心として極域に分布している。 $k_D = 1.0 \times 10^{16} \text{m}^4 \text{s}^{-1} / (2\Omega a^4)$ のときと比較すると、バフィン島から北大西洋に向けて負偏差の領域が拡大している。

$k_D = 5.0 \times 10^{14} \text{m}^4 \text{s}^{-1} / (2\Omega a^4)$ のとき

JJA に関してのみこの計算を行った (図 29 右)。シベリア東部からベーリング海、ハドソン湾、北大西洋を通過して北極までつながる正偏差と、北ヨーロッパに正偏差が分布している。その間に負偏差が分布している。

粘性摩擦を変化させた結果、DJF においては倍調和オペレータでは AO の構造を抽出できず、超粘性を用いることによって AO の構造を抽出できた。MAM は倍調和オペレータを用い、粘性係数を $k_D = 4.0 \times 10^{16} \text{m}^4 \text{s}^{-1} / (2\Omega a^4)$ としたときに、観測値から得られた EOF-1 のパターンに最も近い構造を得ることができた。しかし、JJA と SON に関しては粘性摩擦を決定するオペレータを超粘性から倍調和にして弱めても、また粘性係数を $k_D = 1.0 \times 10^{15} \text{m}^4 \text{s}^{-1} / (2\Omega a^4)$ まで小さくしても観測値から得られた EOF-1 のパターンと似たようなパターンを得ることはできなかった。

6 考察

6.1 AOの季節変化について

AOの本質を捉えていると考えられる順圧成分について考える。1月から4月にかけては、北極を中心とした高緯度に負偏差、中緯度の太平洋と大西洋に正偏差が分布するというAOの構造が出現している。北半球が夏半球に移り変わるのに伴ってAOの構造は崩れていくようである。特に、陸面加熱が盛んになり波数の大きい擾乱が発生しやすくなる6月から8月にかけては、波数3から4の偏差分布が見られる。また、9月から11月にかけては北極をはさんで南北に広がる負偏差と正偏差が交互に分布していた。順圧成分では、Ogi et al. (2004)で示されているような環状構造が夏季に出現しなかった。順圧成分には、夏季に卓越する傾圧成分が含まれていないため、異なる構造になったのではないかと考えられる。

6.2 順圧成分とSLPおよび500 hPa高度場の比較について

順圧成分の妥当性を見るために、時間変動が力学的に等価であるSLPと、日々のパターンが似ていて等価順圧的な場である500 hPa高度場との比較を行った。AOはSLPの時間的変動そのものである。SLPの時間的変動の原因を力学的に考察すると、大気の順圧成分の力学的変動が主な原因となっていることが以下の式から理解できる。

$$\frac{\partial p_s}{\partial t} \simeq - \int_0^{p_s} \nabla \cdot V dp \simeq -p_s \nabla \cdot V_0 \simeq \frac{p_s}{gh_0} \frac{\partial \phi_0}{\partial t}$$

SLPの時間的変動は気圧座標系の連続の式から、大気の鉛直コラムで質量積分した質量フラックスの収束によって制御される。この大気の鉛直積分は大気の順圧成分と力学的に等価である。AOはSLPのEOF-1によって定義されるが、順圧的な構造をしていることから、大気の順圧成分に対してEOF解析を行うことでもその構造を捉えることができる。

1月から5月までは3つの場から得たEOF-1のパターンはほぼ同じであったが、夏季になると順圧成分と500 hPa高度場のパターンは似ていたが、SLPは前者2つとは全く異なるパターンとなった。夏季のSLPのEOF-1には高緯度に負偏差が出現せず、ユーラシア大陸上に強い正偏差のみが出現していた。これは標高の高い地点ではSLPは外挿して求められているため、実際にはない強い大陸加熱の変動を抽出してしまったからではないかと考えられる。500 hPa高度場はほぼ全ての月において順圧成分と似た構造を示した。日々の変動がほぼ同じパターンを示していることを考えればもっともな結果であるといえる。帯状流が他の季節と比較して安定して存在する冬季において、500 hPa高度場のEOF-1のパ

ターンが順圧成分の EOF-1 と異なっていた原因は、プラネタリー波の鉛直伝播により位相が西に傾き、傾圧成分が混入するためではないかと考えられる。

6.3 データの解析範囲及び手法について

AOの季節変化を調べるために行った各月ごとの EOF 解析から得られたパターンは、冬季は先行研究と非常によい一致を示していたが、夏季は異なる結果となった。EOF 解析を行ったデータが順圧成分であること、また SLP や 500 hPa 高度では EOF 解析を行う際、北半球全球を解析範囲としたことが先行研究と異なった原因として考えられる。北半球全球を EOF 解析領域としたとき、どの高度場においても AO には Ogi et al. (2004) で示されたような季節変化はなく、夏季においては地表面加熱など影響により環状モードは出現しない。どの季節においても順圧的な構造をしているという SV-NAM と順圧成分の EOF-1 は異なる結果となった。Ogi et al. (2004) では、EOF 解析を行う範囲を 40°N 以北として熱帯の擾乱や亜熱帯ジェットの変動を除去している。さらに帯状平均月平均データを使用し、水平パターンを求めている際は回帰を行っているため、どの季節においても環状モードを抽出しやすくなっていると考えられる。帯状平均データを用いるか否かで結果は大きく異なり、帯状平均データを用いた場合、解析範囲を 20°N 以北としても夏季の SV-NAM は出現した。しかし、帯状平均データを用いない場合、 20°N 以北とすると夏季の SV-NAM は見られなくなった(図省略)。したがって、冬季以外の季節においては、AO は解析方法や解析範囲、および高度場によってその構造を大きく変化させるため、明確なパターンを抽出することが難しいといえるのではないか。仮に冬季の AO であっても、その解析方法や高度場によってパターンが多少は変化する。AO の定義は Thompson and Wallace (1998) によってなされているが、研究者によってその解析領域や解析対象とする高度場が違いため、それぞれの見ている AO が異なっている現状がある。統一的な見解が出にくいのはそのためであると考えられるので、より厳密な定義をする必要があるのではないかと考える。

6.4 各季節の固有モードおよび中立モードについて

AO に物理的実体を伴うのかどうかを調べるために線形順圧モデルを用い、中立モード理論に基づいて特異値分解を行った。その結果、DJF では超粘性を用いることで、観測値から得られた EOF-1 で見られる AO を抽出することができた。しかし他の季節に関しては、粘性摩擦を様々な値に変化させても、観測値から得られた EOF-1 のパターンを抽出するこ

とができなかった。したがってDJFのAOは、中立モードで説明される強力な摩擦項の元、ある特定の外力に共鳴して励起されるモードであると分かる。Tanaka (2003) で同一の非線形順圧モデルを用いて行ったAOの数値実験の結果と照らし合わせると、冬季のAOは大気力学系の固有解という物理的実体を持ったモードであるといえる。そのことから、冬季以外のEOF-1のパターンには物理的背景はなく、統計的に出現しやすいパターンを示していると考えられる。

7 結論

本研究では, AO の季節変化に着目して EOF 解析と SVD 解析を行った.

NCEP/NCAR 再解析月平均データを用いて, 各月ごとに EOF 解析を行った. 本研究では EOF-1 として出現したパターンを AO と定義し, 各月ごとの構造について季節変化を見ることができた. 順圧高度場に対して EOF 解析を行ったところ, 先行研究で示されている高緯度に負偏差, 中緯度に正偏差が分布する AO のパターンは, 1月から5月にかけては出現している. 6月になると極域に逆符号の領域が出現し, AO の構造は崩れる. 7月から11月にかけては AO のような環状構造は出現しなかった. EOF-1 として定義される AO は, 夏季においては環状構造をしていないことが示された.

次に順圧高度場との比較を行うために SLP, 500 hPa 高度場 EOF 解析を行った結果, 興味深いパターンとなった. SLP に対して EOF 解析を行ったところ, 1月から4月にかけては AO のパターンは出現していたが, 5月になると極域の負偏差の領域が急激に縮小し, 消滅してしまう月もあった. 負偏差の弱化と同時に, ユーラシア大陸上に強い正偏差が分布していた. 500 hPa 高度場に対して EOF 解析を行ったところ, ほぼ全ての月において順圧高度場と同じパターンを示した. これより, 冬季の AO は順圧構造をしており, どの高度場においてもその存在を確認することができたが, 夏季や秋季の AO は傾圧成分が順圧成分より卓越しているため, 高度場によって異なるパターンを示すことがわかった. 以上の解析から, 冬季の EOF-1 には解析方法に拠らず AO の構造が出現するが, 冬季以外の季節の EOF-1 は解析手法によって構造が変化することが示された. よって, 冬季以外の季節においては, Ogi et al. (2004) で示された環状構造をした AO は存在しないと考えられる.

AO は物理的実体を伴うのかどうかを調べるために線形順圧モデルを用い, 中立モード理論に基づいて SVD 解析を行った. その結果, DJF では超粘性を用いることで, 観測値から得られた EOF-1 で見られる AO を抽出することができた. しかし他の季節に関しては, 粘性摩擦を様々な値にパラメタライズしても観測値から得られた EOF-1 のパターンを抽出することができなかった. したがって, DJF の AO は, 中立モードで説明される強力な摩擦項の元, ある特定の外力に共鳴して励起されるモードであると分かる. Tanaka (2003) で同一の非線形順圧モデルを用いて行った AO の数値実験の結果と照らし合わせると, AO は大気力学系の固有解という物理的実体を持ったモードであるといえる. また冬季以外の EOF-1 のパターンには物理的背景はなく, 統計的に出現しやすいパターンを示していると考えられる.

謝辞

本研究を進めるにあたり、筑波大学大学院生命環境科学研究科の田中 博教授には本研究の動機となる論文の紹介、研究手法の提案、また筆者の質問等において終始丁寧な御指導、御鞭撻を賜り、心より感謝しております。

また同大学陸域環境研究センターの渡来 靖準研究員、同大学生命環境科学研究科の松枝 未遠さん、寺崎 康児さんには大循環ゼミの場において多数の御助言、御意見を頂き誠に有難うございました。

さらに同大学大学院生命環境科学研究科の木村 富士男教授、林 陽生教授、上野 健一助教授、植田 宏昭講師および日下 博幸講師には、合同ゼミや修士論文中間発表等の場で御助言を頂き誠に有難うございました。

最後に、同大学大学院生命環境科学研究科地球環境科学専攻大気科学分野、および同大学大学院環境科学研究科環境系領域自然分野の皆様には時折よき相談相手となって頂きましたことを感謝しております。

尚、本研究で用いた主な図は、GMT (The Generic Mapping Tools; Wessel and Smith 1991) にて作成した。

参考文献

- [1] Deser, C., 2000: On the teleconnectivity of the Arctic Oscillation. *Geophys. Res. Lett.*, **27**, 779–782.
- [2] Itoh, H., 2002: True versus apparent Arctic Oscillation. *Geophys. Res. Lett.*, **29**, 1268, doi:10.1029/2001GL012978.
- [3] Itoh, H. and M. Kimoto, 1999: Weather regimes, low-frequency oscillations, and principal patterns of variability: A perspective of extratropical low-frequency variability. *J. Atmos. Sci.*, **56**, 2684–2705.
- [4] Kalnay, E.M. and Coauthors, 1996: The NCEP/NCAR reanalysis project. *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, **77**, 437–471.
- [5] Kimoto, M., F.-F. Jin, M. Watanabe, and N. Yasutomi, 2001: Zonal-eddy coupling and neutral mode theory for the Arctic Oscillation. *Geophys. Res. Lett.*, **28**, 737–740.
- [6] Ogi, M., K. Yamazaki and Y. Tachibana, 2004 : The summer annular mode in the Northern Hemisphere and its linkage to the winter mode, *J. Geophys. Res.*, **109**, D20114, doi:10.1029/2004JD004514.
- [7] Ogi, M., K. Yamazaki and Y. Tachibana, 2005 : The summer northern annular mode and abnormal summer weather in 2003, *Geophys. Res. Lett.*, **32**, L04706, doi:10.1029/2004GL021528.
- [8] Tanaka, H.L., 2003: Analysis and modeling the Arctic Oscillation using a simple barotropic model with baroclinic eddy forcing. *J. Atmos. Sci.*, **60**, 1359-1379.
- [9] Tanaka, H.L. and E. C. Kung, 1989: A study of low-frequency unstable planetary waves in realistic zonal and zonally varying basic states. *Tellus.*, **41A**, 179–199.
- [10] Tanaka, H.L. and M. Matsueda, 2005: Arctic Oscillation analyzed as a singular eigenmode of the global atmosphere. *J. Meteor. Soc. Japan*, **83**, 611–619.
- [11] Thompson, D.W.J. and J.M. Wallace, 1998: The Arctic Oscillation signature in the wintertime geopotential height and temperature fields, *Geophys. Res. Lett.*, **25**, 1297–1300.
- [12] Thompson, D.W.J. and J.M. Wallace, 2000: Annular mode in the extratropical circulation. Part 1: month-to-month variability, *J. Clim.*, **13**, 1000–1016.

- [13] Watanabe, M. and F.-F. Jin, 2004: Dynamical prototype of the Arctic Oscillation as revealed by a neutral singular vector. *J. Clim.*, **17**, 2119–2138.
- [14] 日本気象学会, 2004年7月: 気象研究ノート, 第206号『北極振動』.

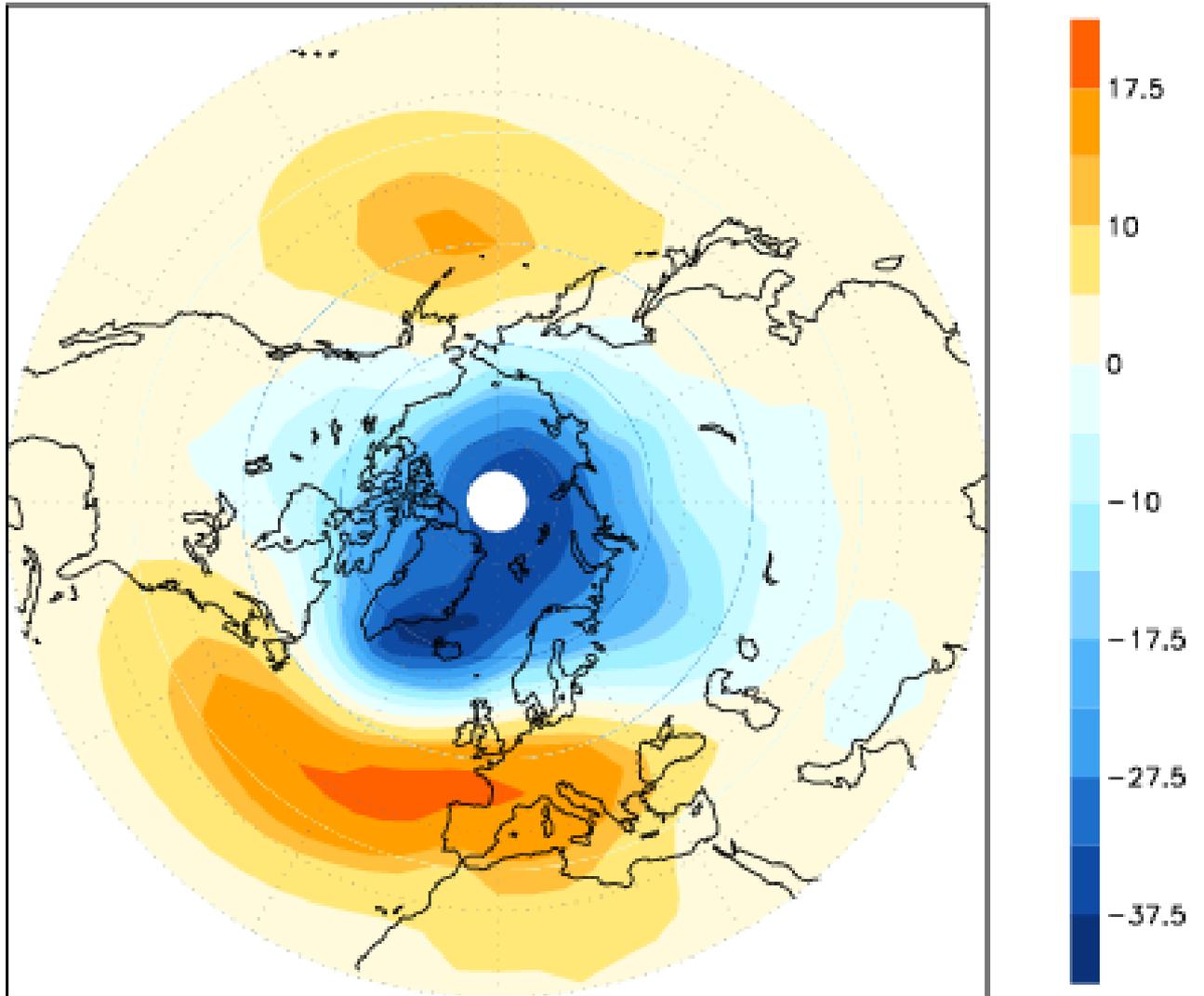
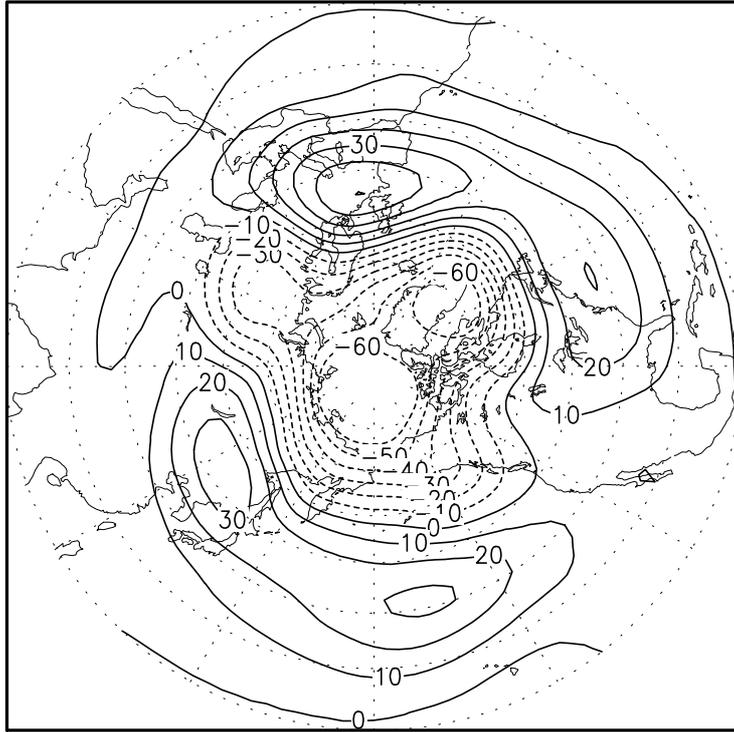


図 1: 北極振動の構造 (Thompson and Wallace 2000 より引用).

Z500 January



Z500 July

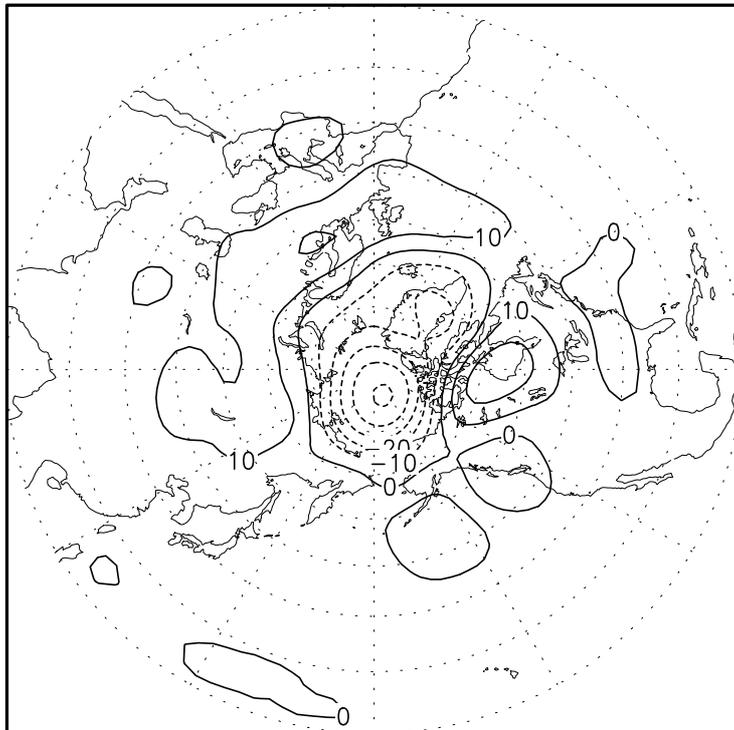


図 2: Ogi et al. (2004) と同様の解析を行って得た SV-NAM. (上)1月, (下)7月. コンター感間隔は 10m である.

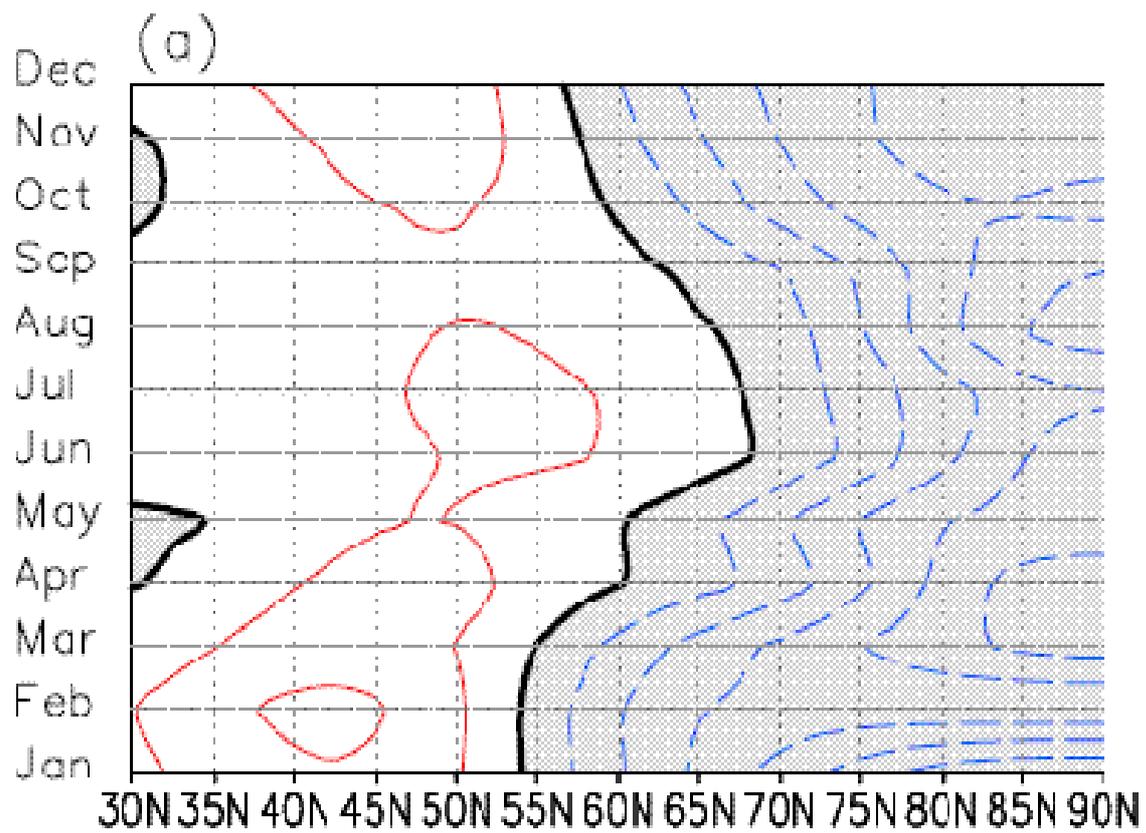
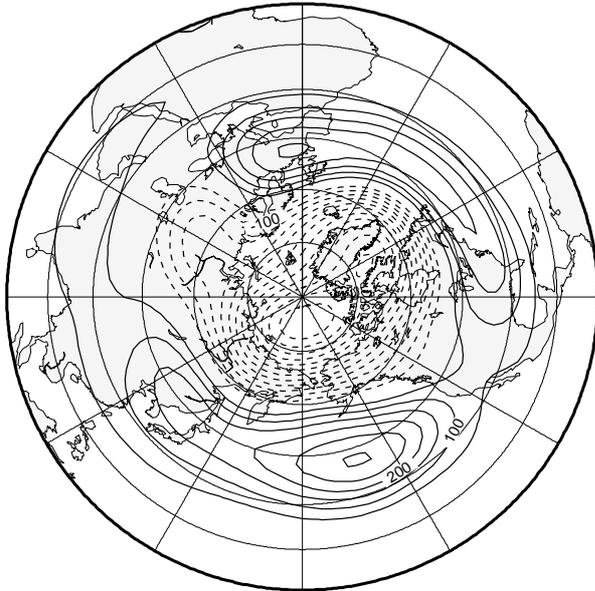


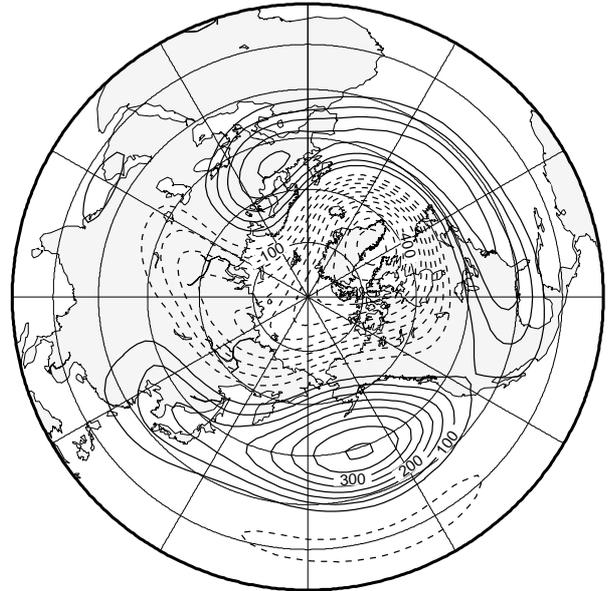
図 3: SV-NAM の緯度時間断面図 (Ogi et al. (2004) より引用). 6月から9月にかけて正偏差と負偏差の境界である節 (ゼロ線) の位置が北にシフトして 65°N 付近に存在している.

Barotropic Height EOF-1

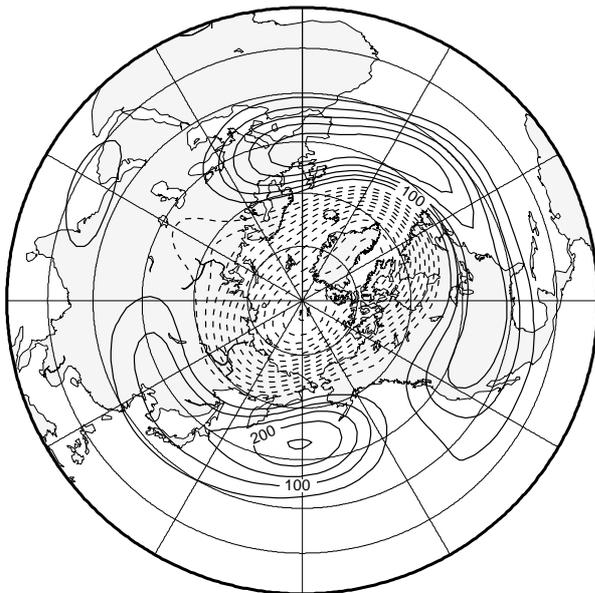
Jan (25%)



Feb (23%)



Mar (20%)



Apr (14%)

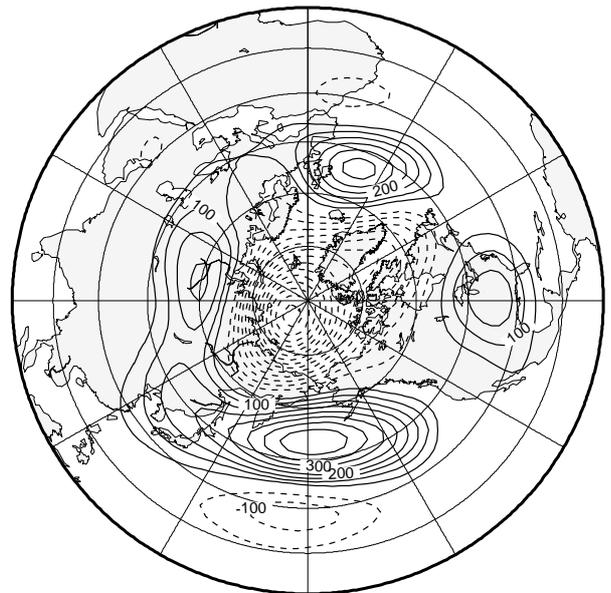
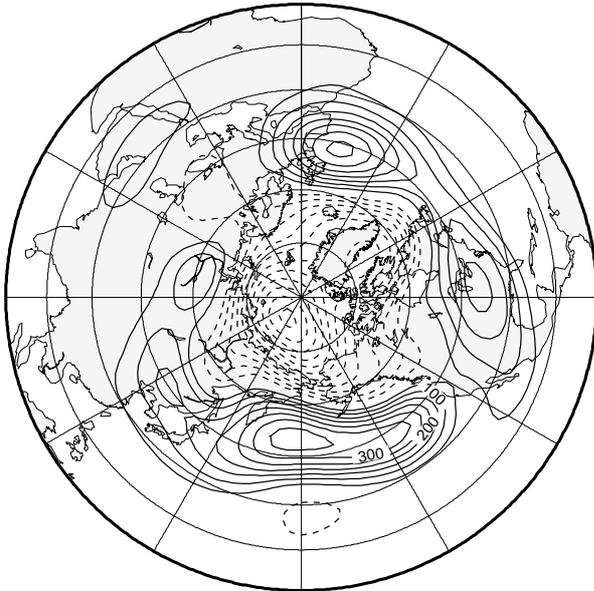


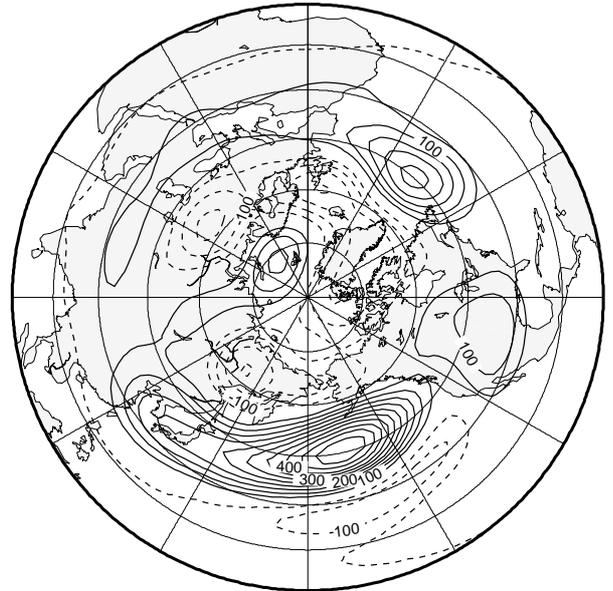
図 4: NCEP/NCAR 再解析データを用いて得られた順圧高度場の EOF-1. カッコ内は寄与率, コンター間隔は 50m である. (左上)1月, (右上)2月, (左下)3月, (右下)4月.

Barotropic Height EOF-1

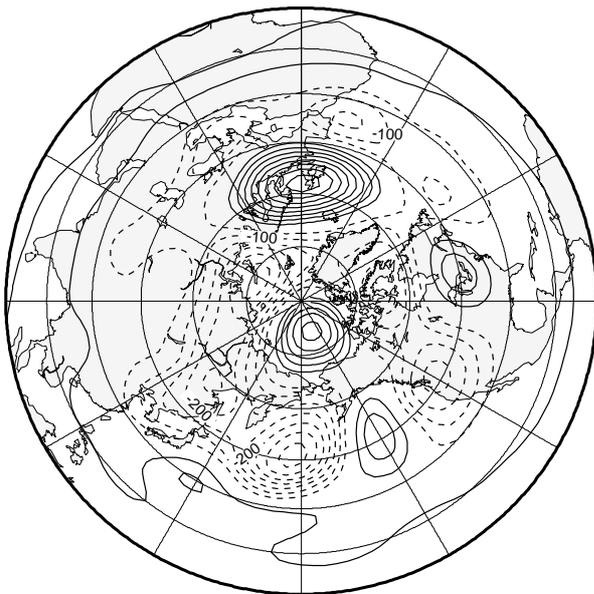
May (11%)



Jun (12%)



Jul (11%)



Aug (13%)

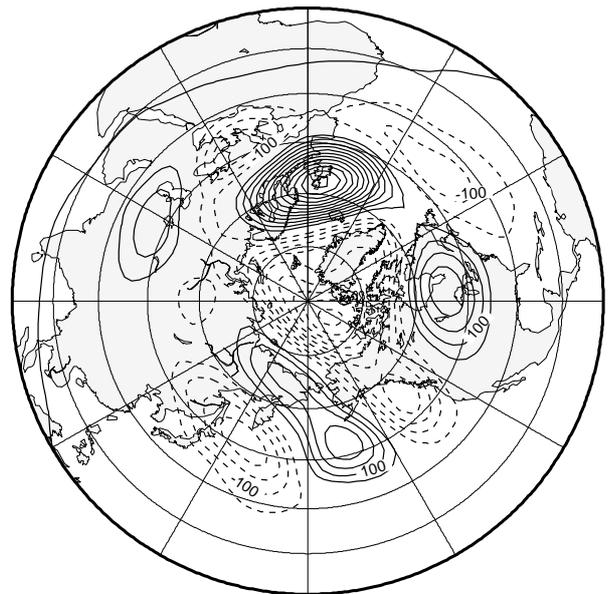
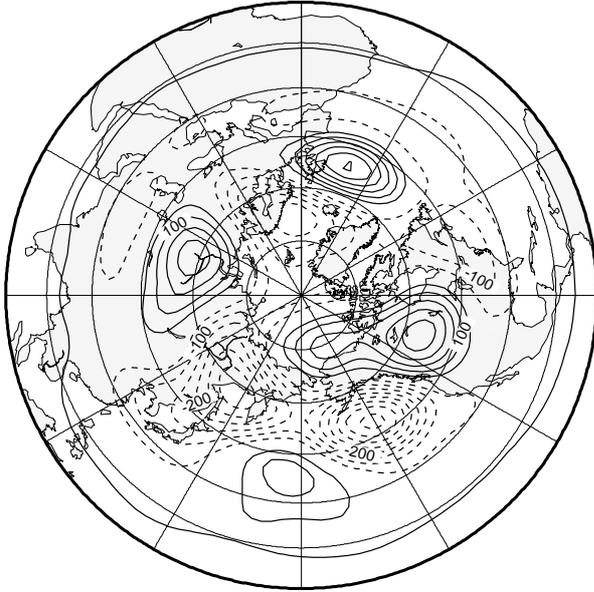


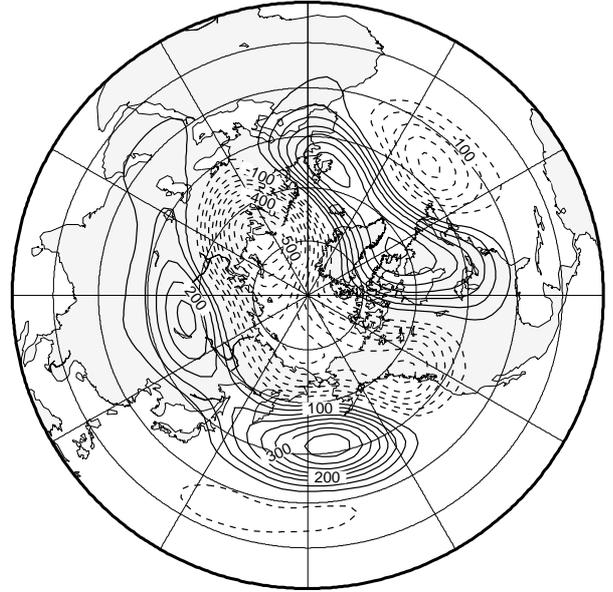
図 5: 図 4 と同様. ただし (左上)5月, (右上)6月, (左下)7月, (右下)8月.

Barotropic Height EOF-1

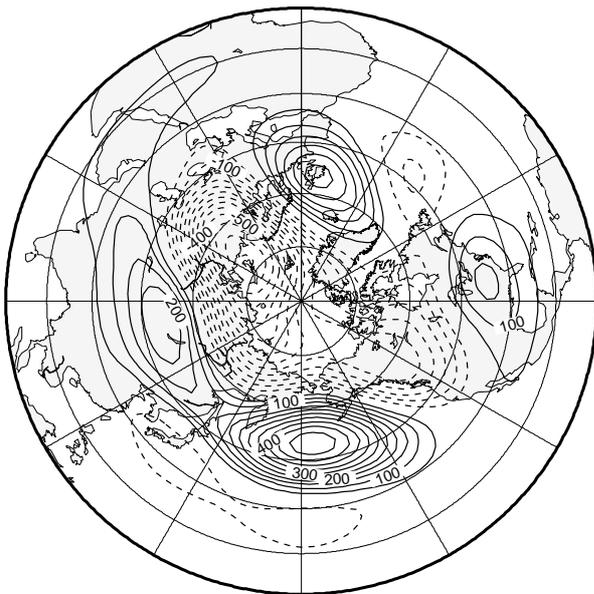
Sep (11%)



Oct (12%)



Nov (14%)



Dec (19%)

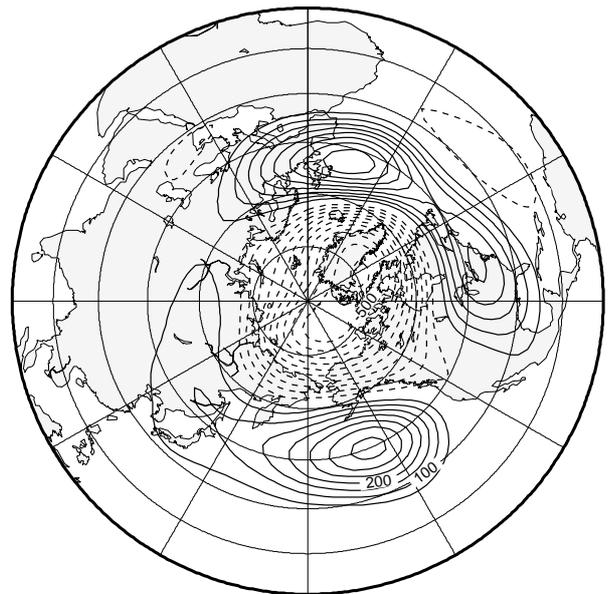
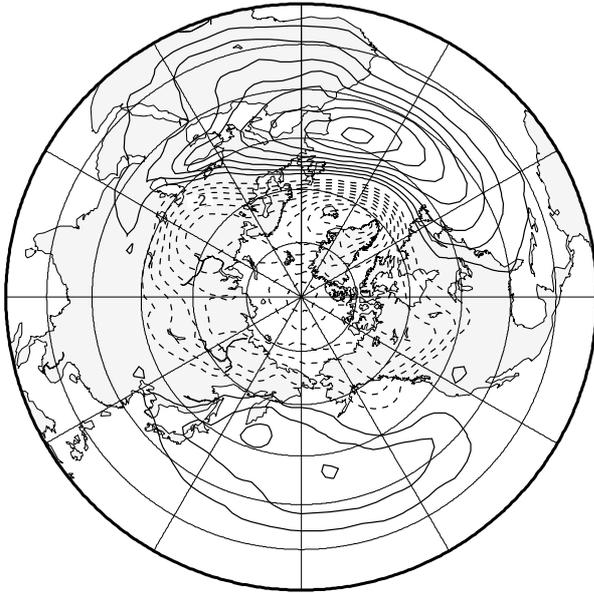


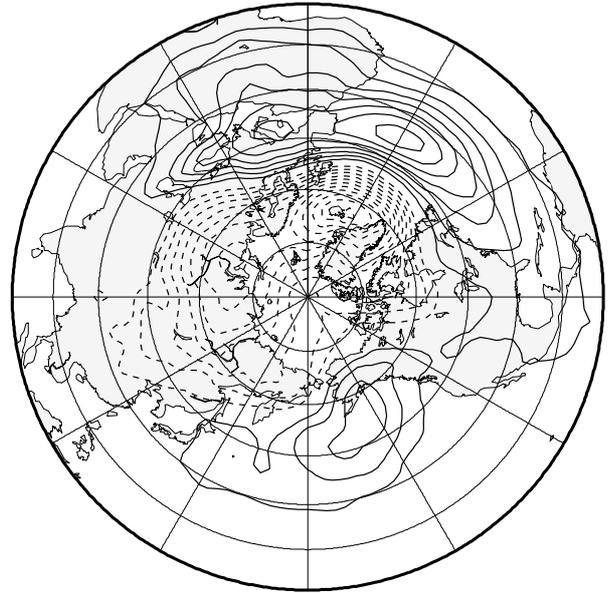
図 6: 図 4 と同様. ただし (左上)9月, (右上)10月, (左下)11月, (右下)12月.

Sea-level Pressure EOF-1

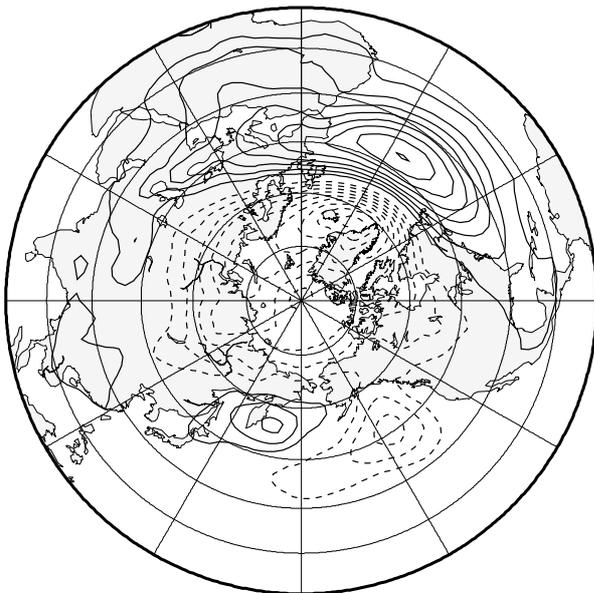
Jan (25%)



Feb (23%)



Mar (28%)



Apr (18%)

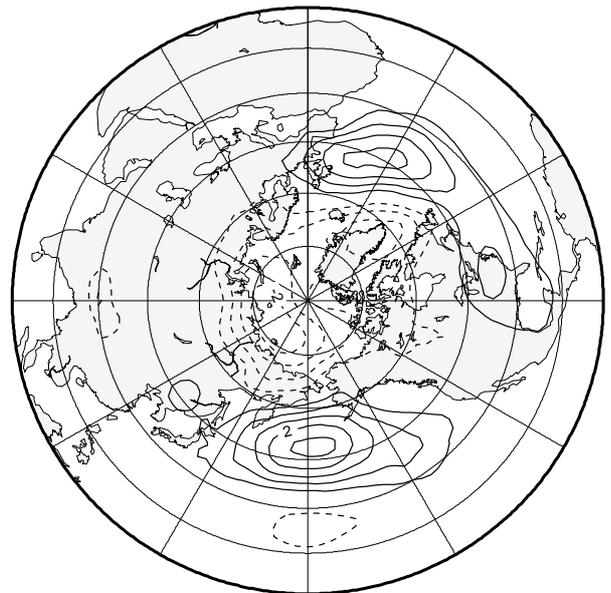
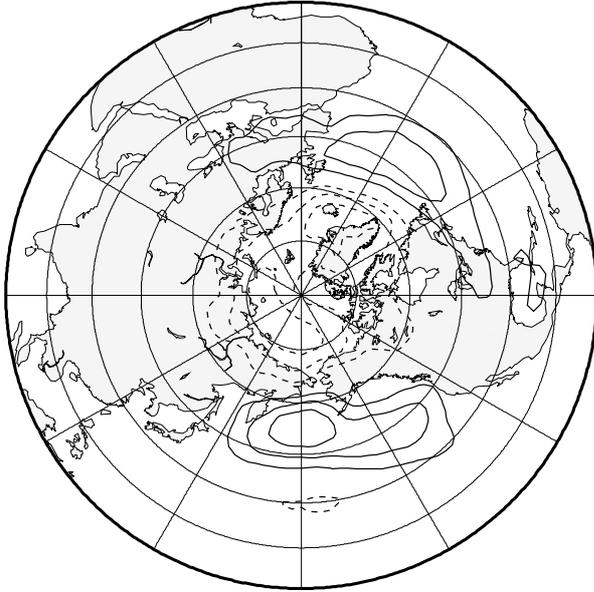


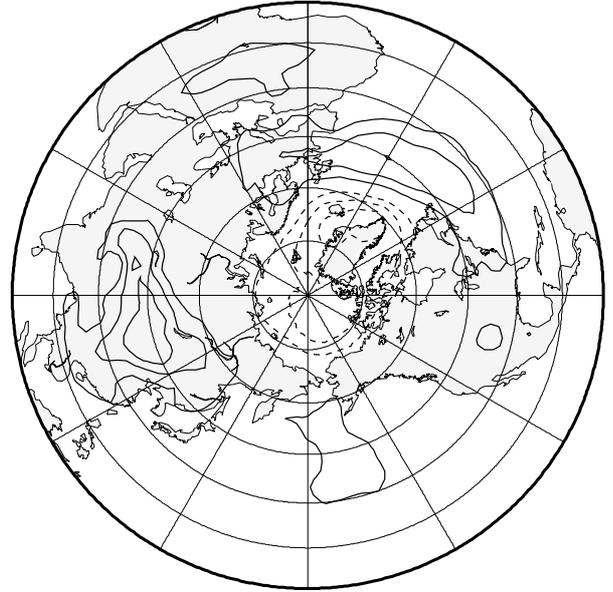
図 7: 図 4 と同様. ただし要素は SLP でコンター間隔は 1m である. (左上)1月, (右上)2月, (左下)3月, (右下)4月.

Sea-level Pressure EOF-1

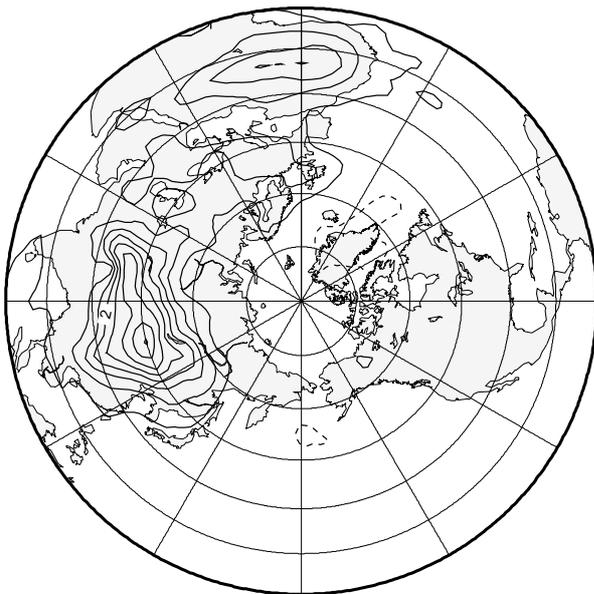
May (18%)



Jun (18%)



Jul (22%)



Aug (25%)

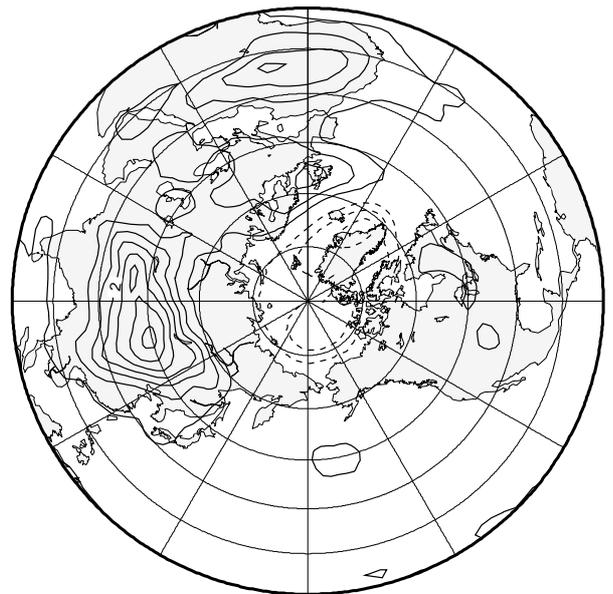
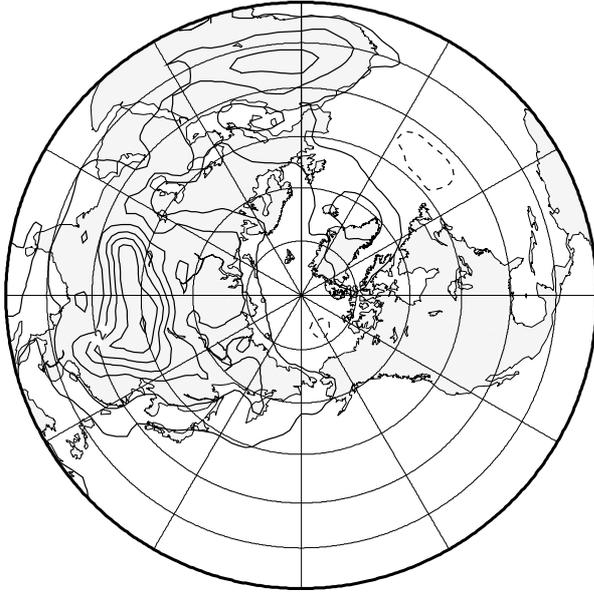


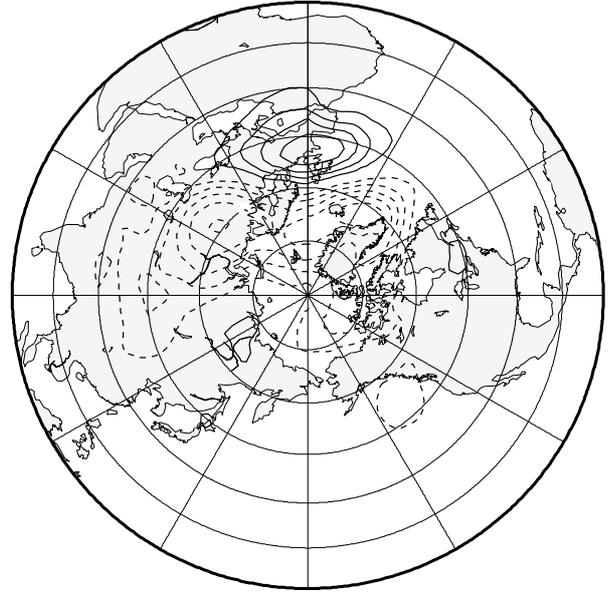
図 8: 図 7 と同様. ただし (左上)5月, (右上)6月, (左下)7月, (右下)8月.

Sea-level Pressure EOF-1

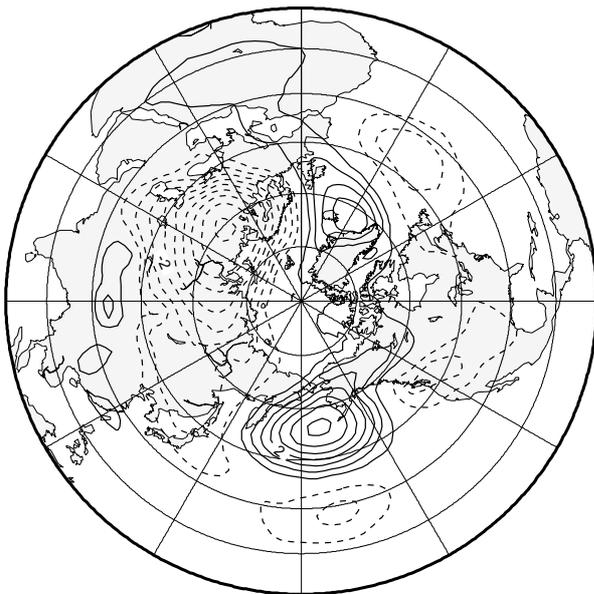
Sep (18%)



Oct (14%)



Nov (19%)



Dec (18%)

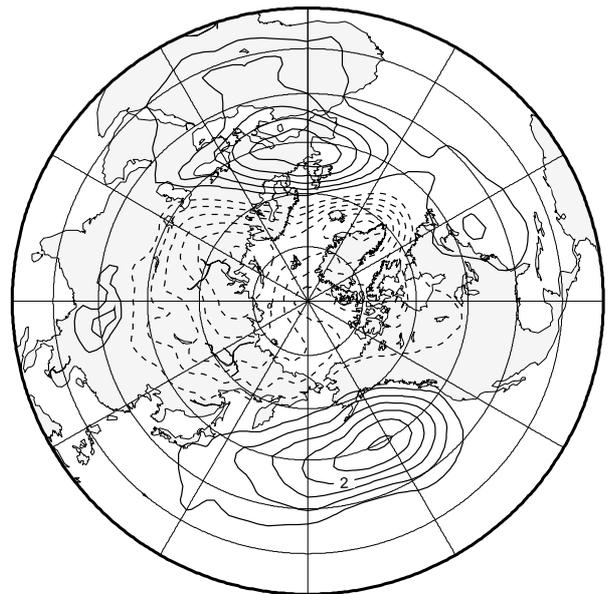
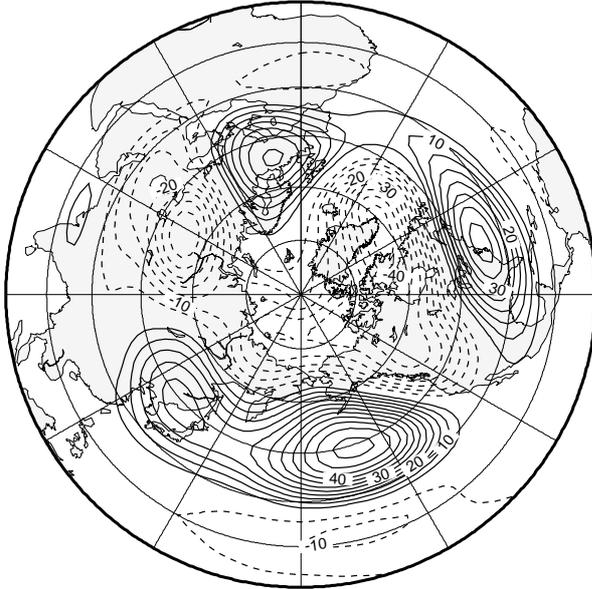


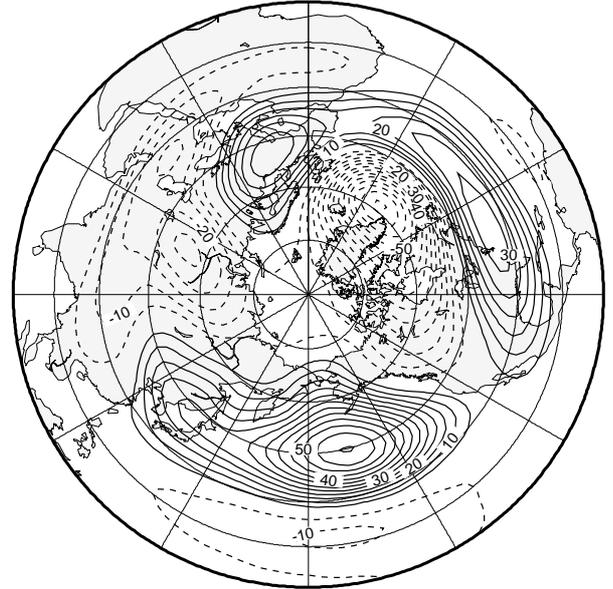
図 9: 図 7 と同様. ただし (左上)9 月, (右上)10 月, (左下)11 月, (右下)12 月.

500 hPa Height EOF-1

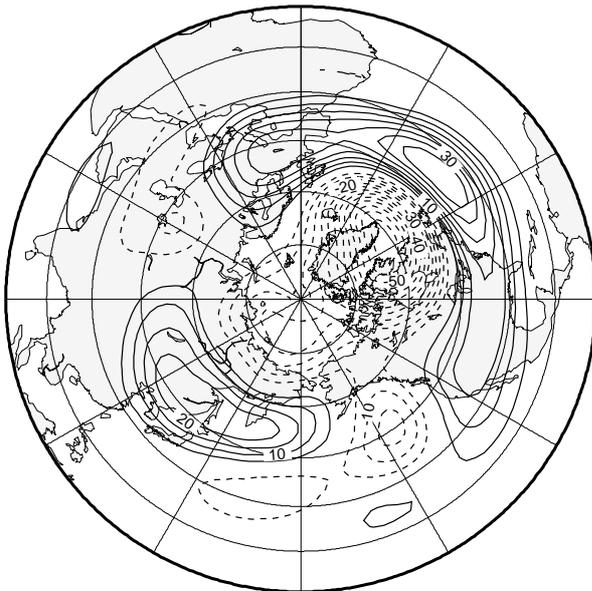
Jan (20%)



Feb (19%)



Mar (20%)



Apr (14%)

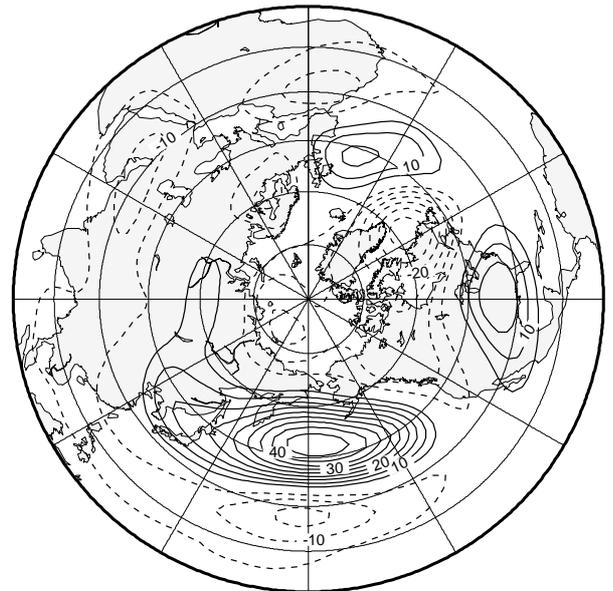
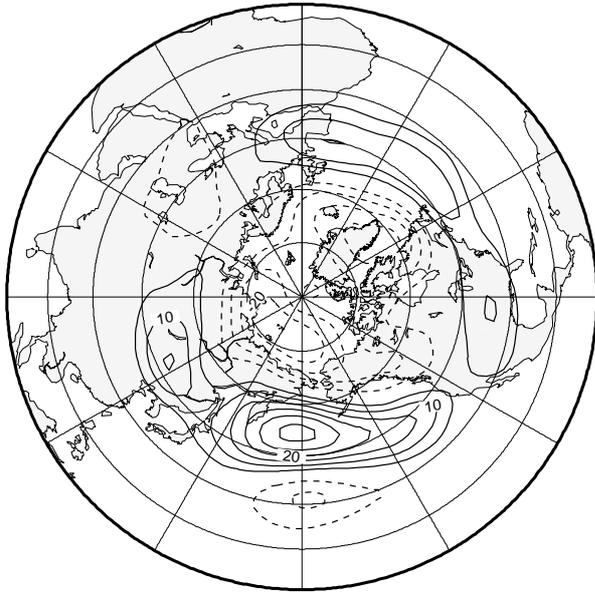


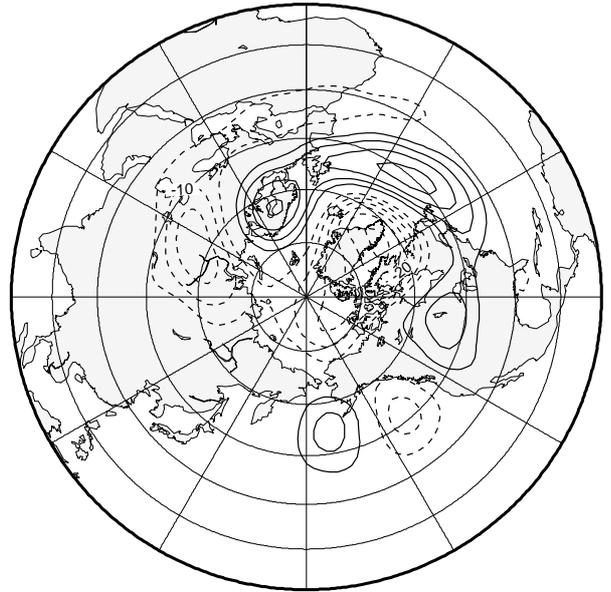
図 10: 図 4 と同様. ただし要素は 500 hPa 高度場でコンター間隔は 5m である. (左上)1月, (右上)2月, (左下)3月, (右下)4月.

500 hPa Height EOF-1

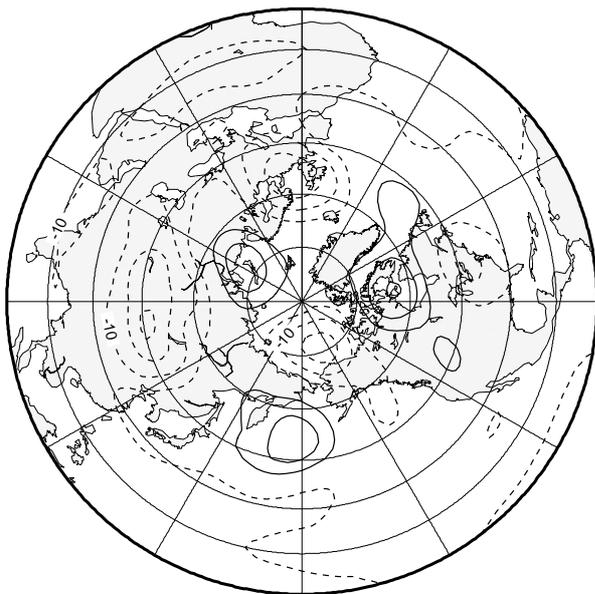
May (15%)



Jun (13%)



Jul (13%)



Aug (16%)

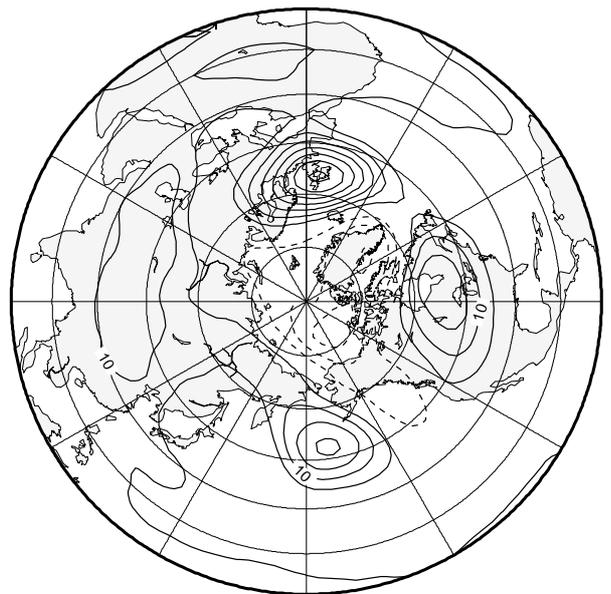
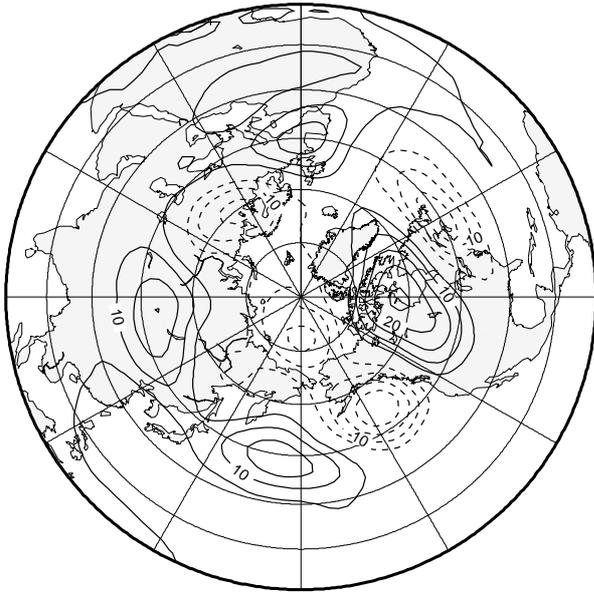


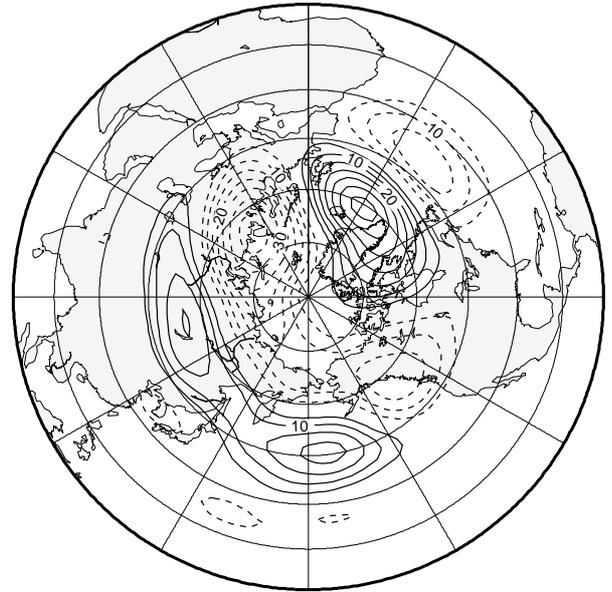
図 11: 図 10 と同様. ただし (左上)5月, (右上)6月, (左下)7月, (右下)8月.

500 hPa Height EOF-1

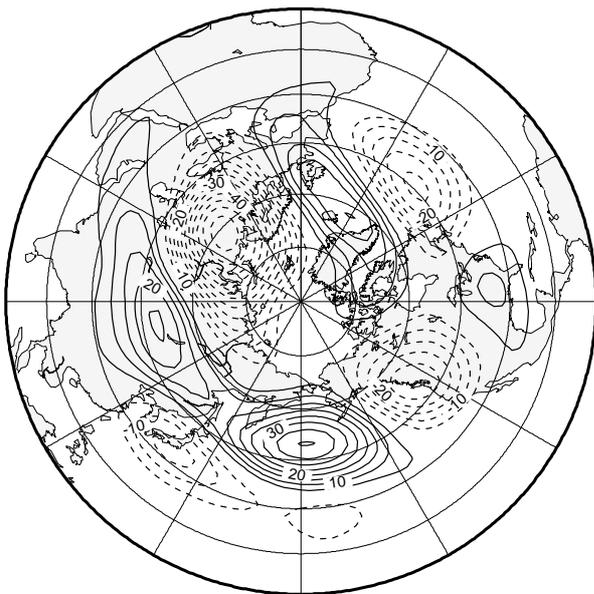
Sep (12%)



Oct (16%)



Nov (17%)



Dec (17%)

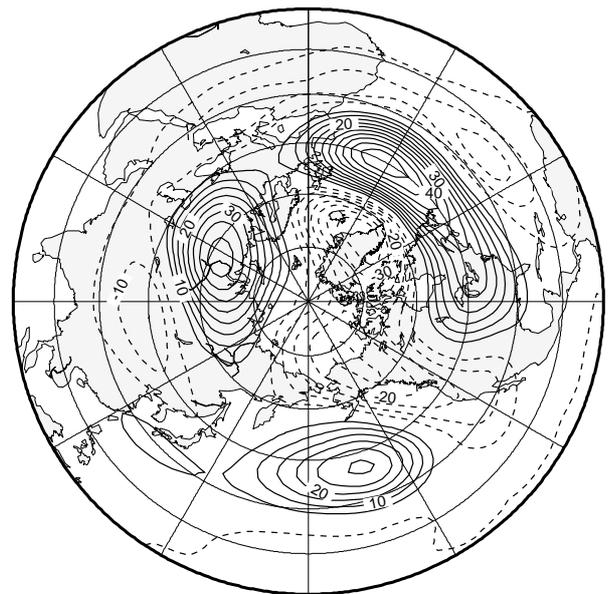


図 12: 図 10 と同様. ただし (左上)9月, (右上)10月, (左下)11月, (右下)12月.

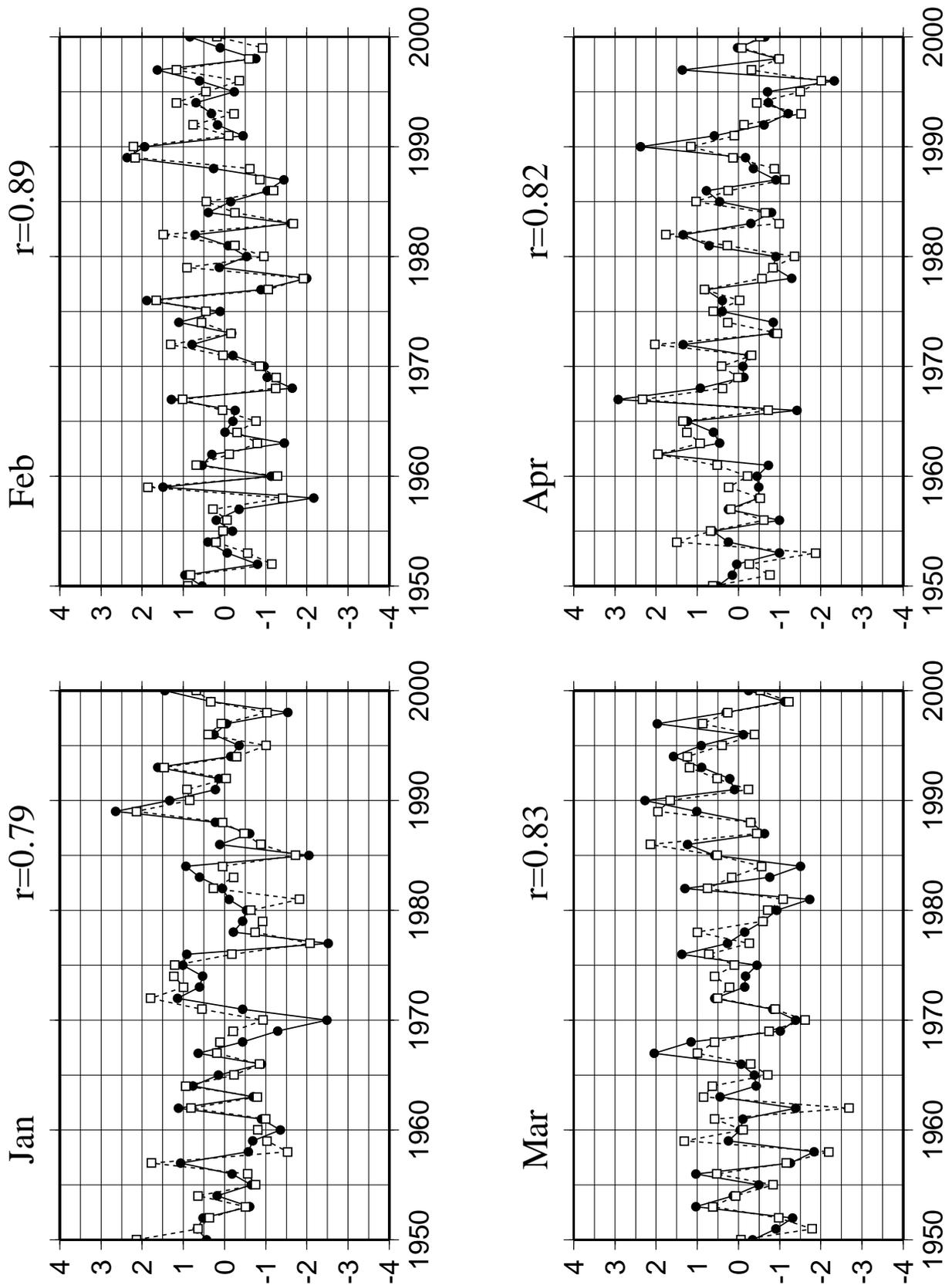


図 13: EOF-1 のスコア時系列. 実線が順圧高度場, 破線が 500 hPa 高度場である. それぞれのグラフの右上に 2 つの時系列の相関係数を示した. (左上)1月, (右上)2月, (左下)3月, (右下)4月.

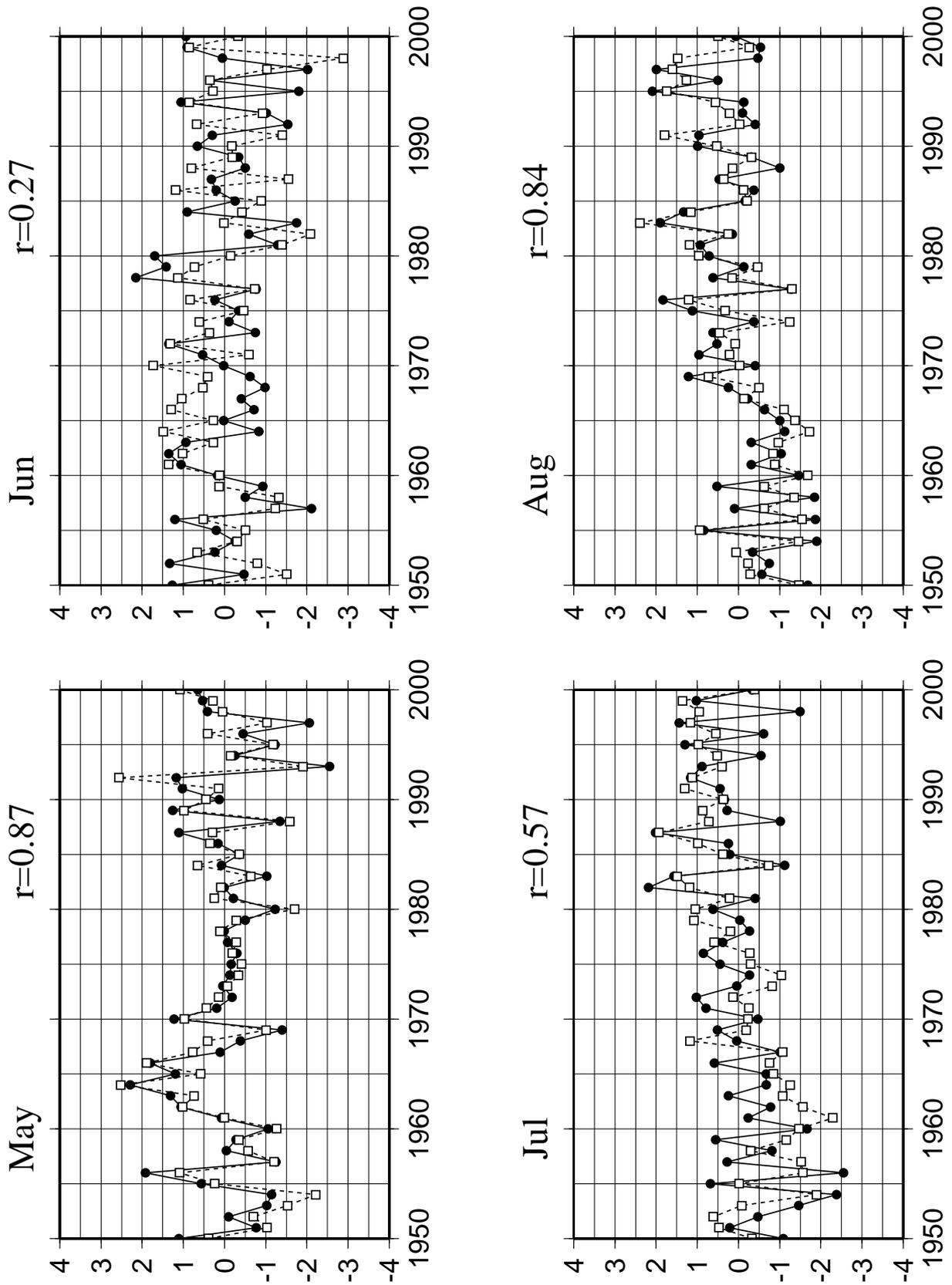


図 14: 図 13 と同様. ただし (左上)5月, (右上)6月, (左下)7月, (右下)8月.

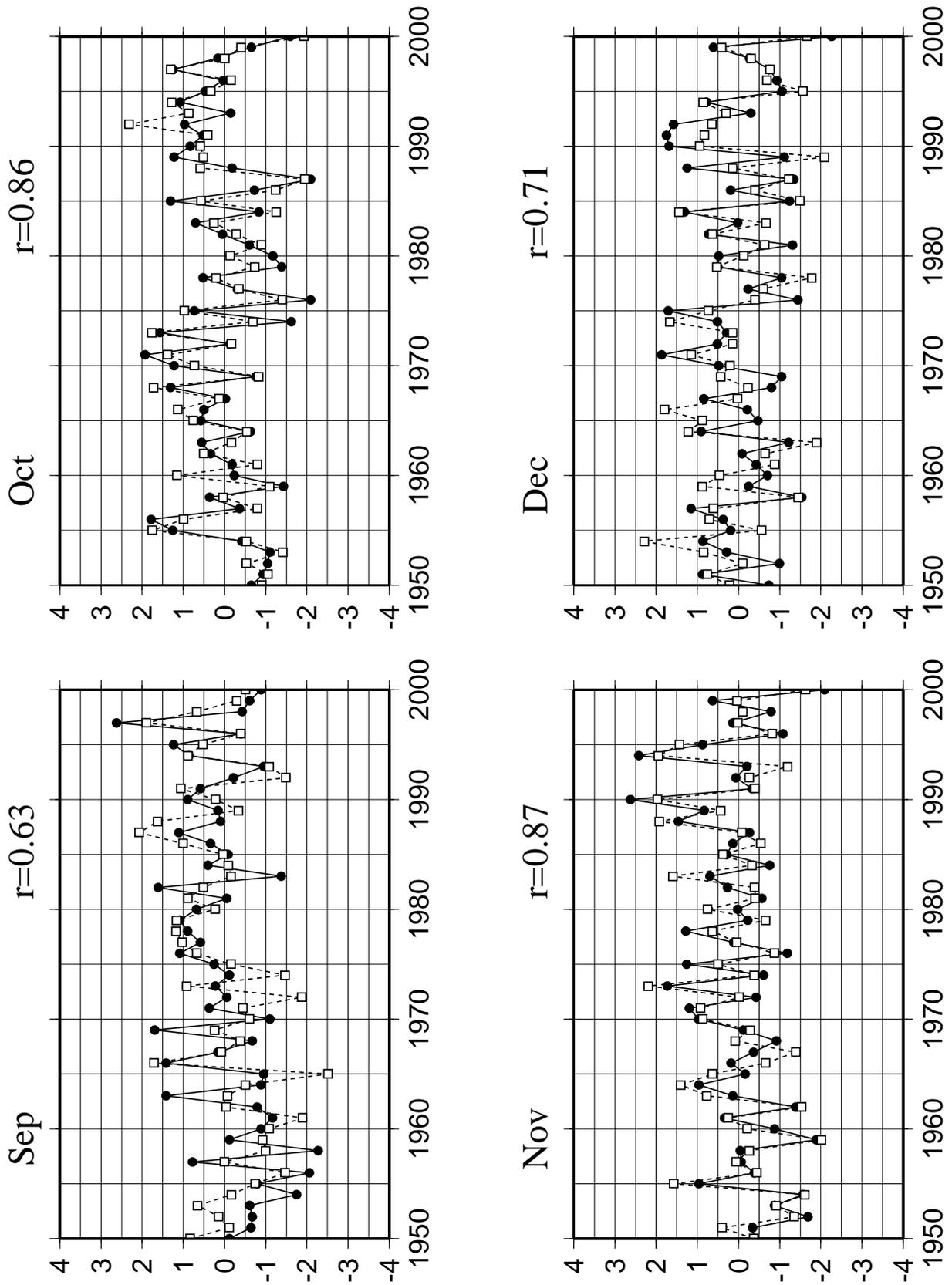


図 15: 図 13 と同様. ただし (左上)9月, (右上)10月, (左下)11月, (右下)12月.

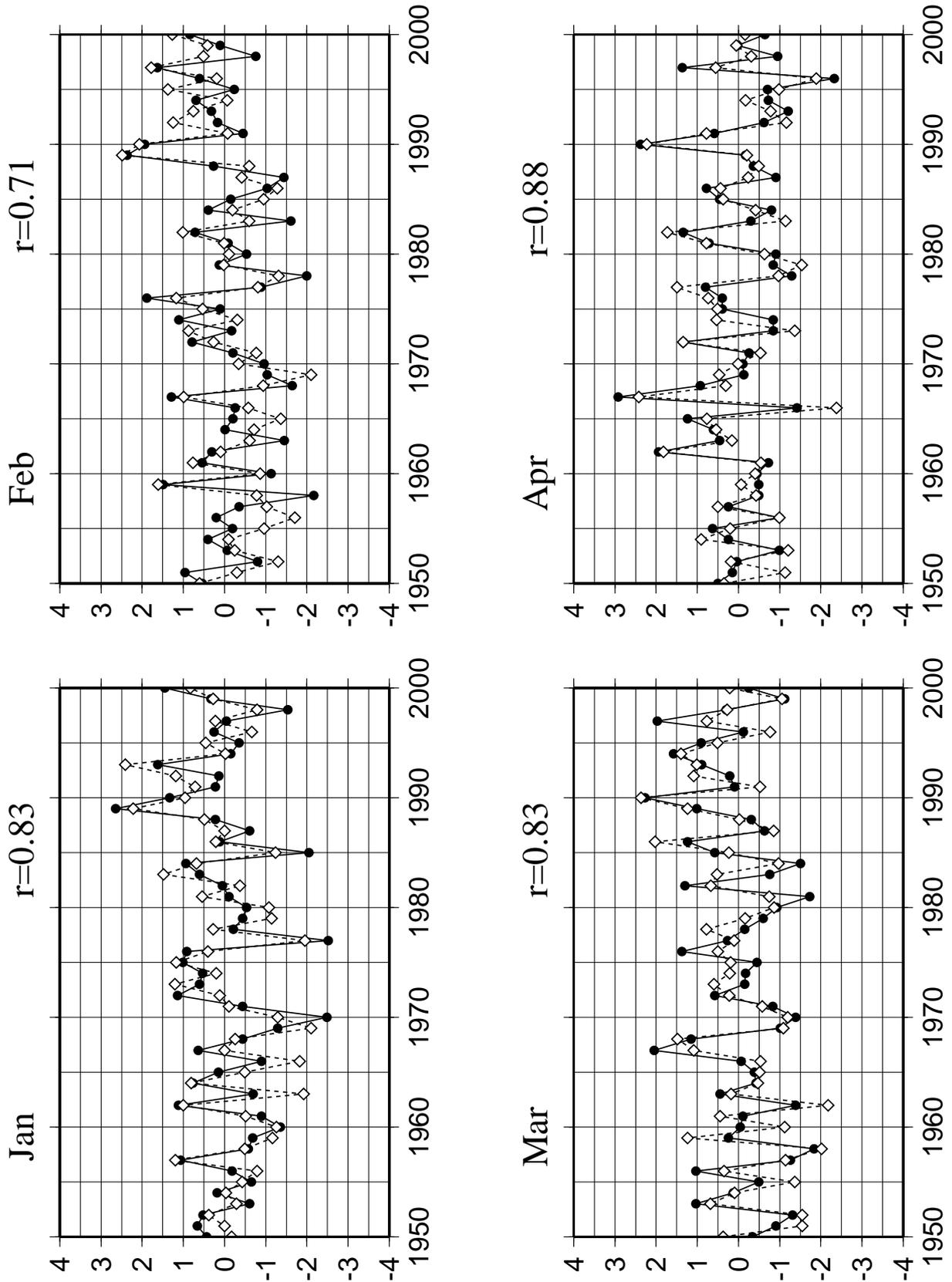


図 16: EOF-1 のスコア時系列. 実線が順圧高度場, 破線が SLP である. それぞれのグラフの右上に 2 つの時系列の相関係数を示した. (左上)1 月, (右上)2 月, (左下)3 月, (右下)4 月.

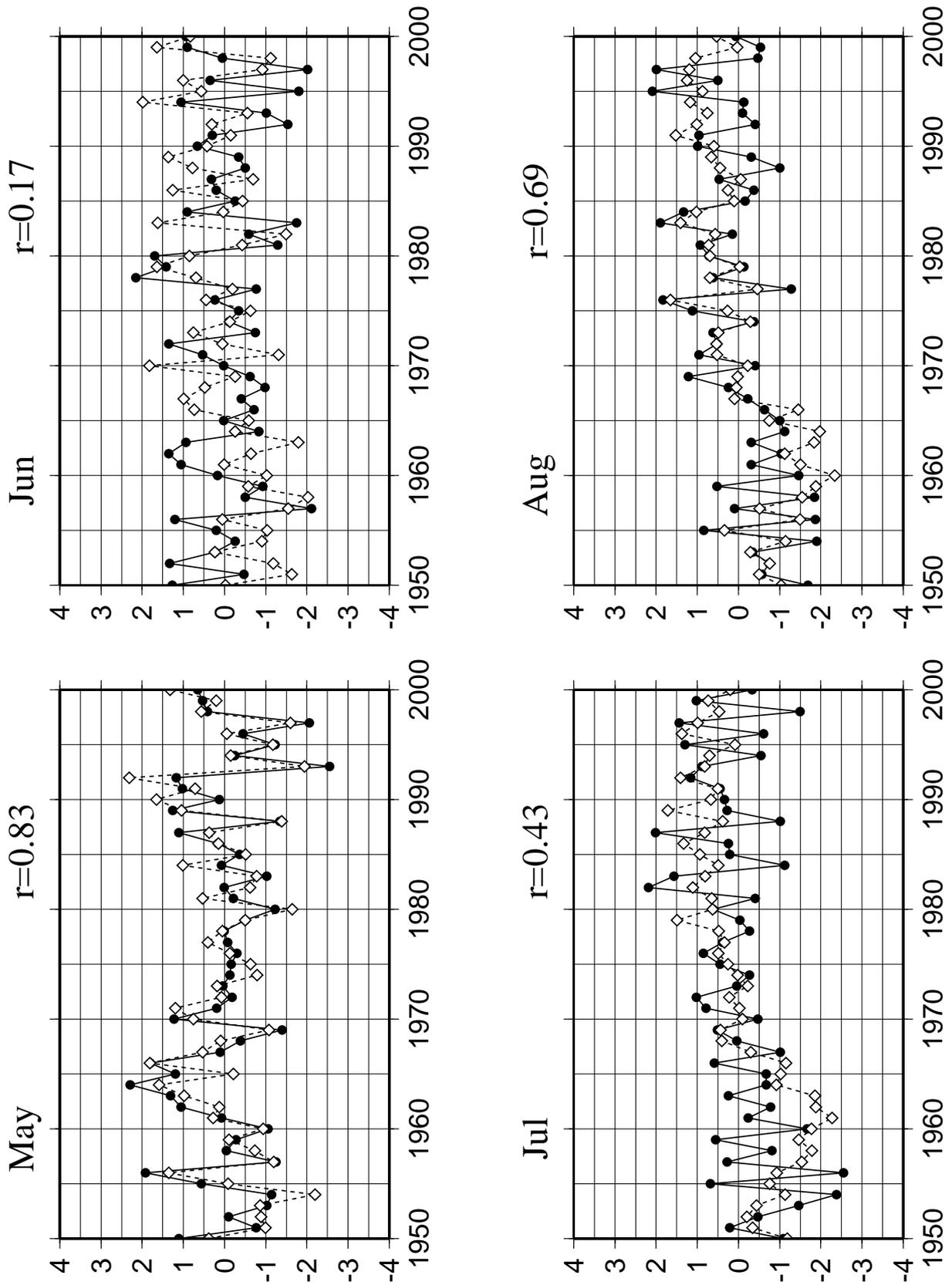


図 17: 図 13 と同様. ただし (左上)9 月, (右上)10 月, (左下)11 月, (右下)12 月.

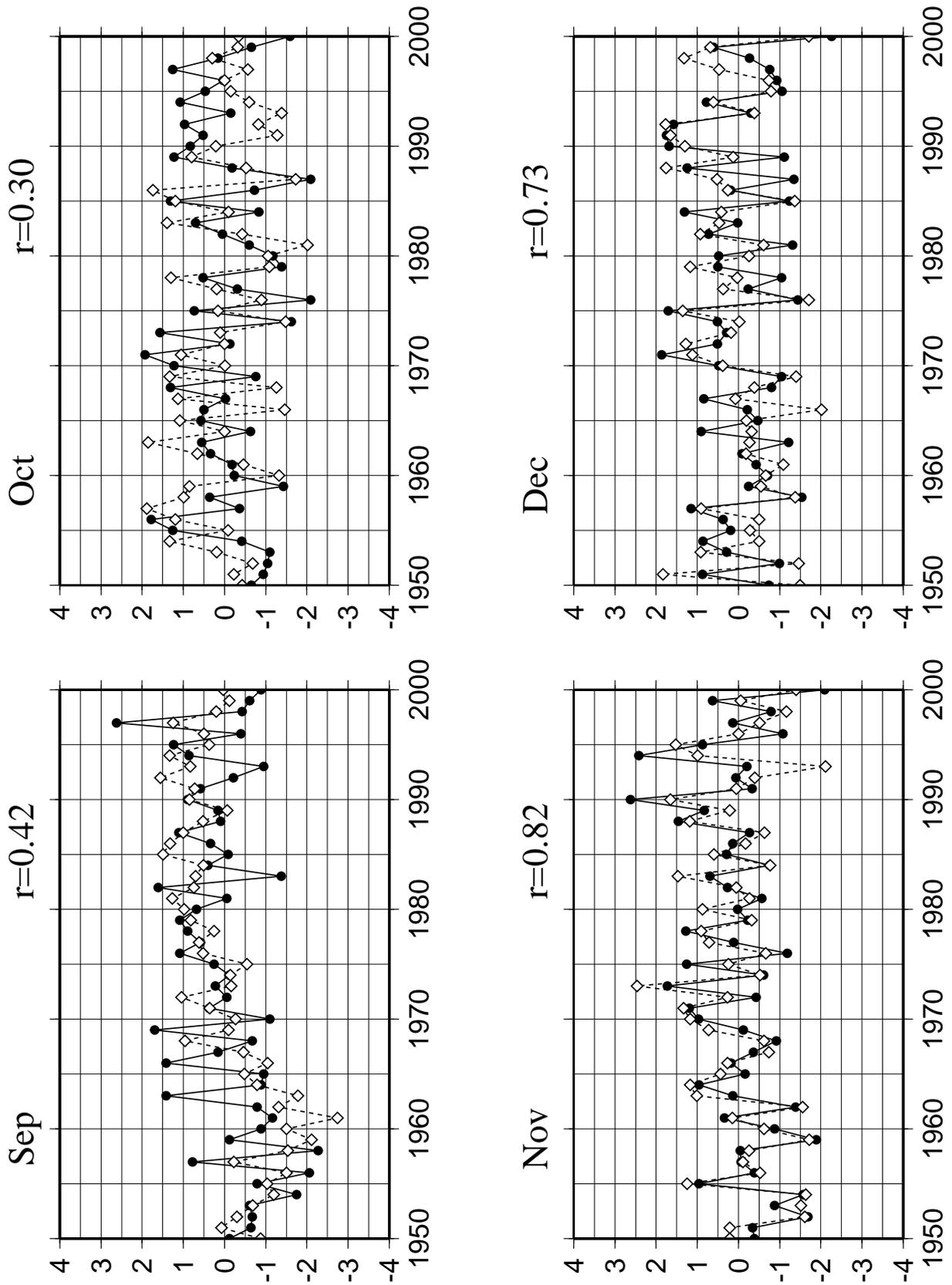
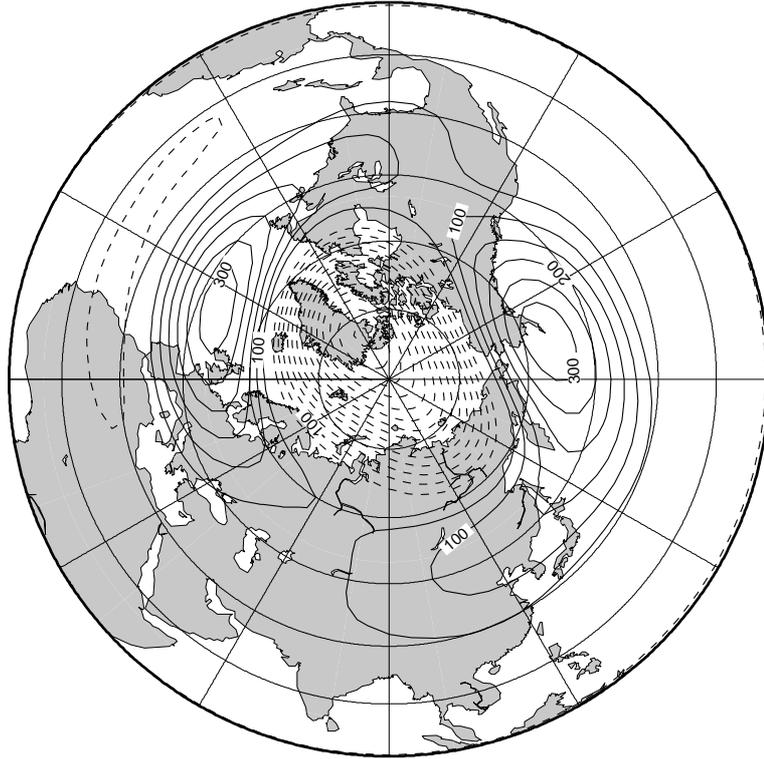


図 18: 図 16 と同様. ただし (左上)9月, (右上)10月, (左下)11月, (右下)12月.

SVD-1 for DJF



EVP-1 for DJF

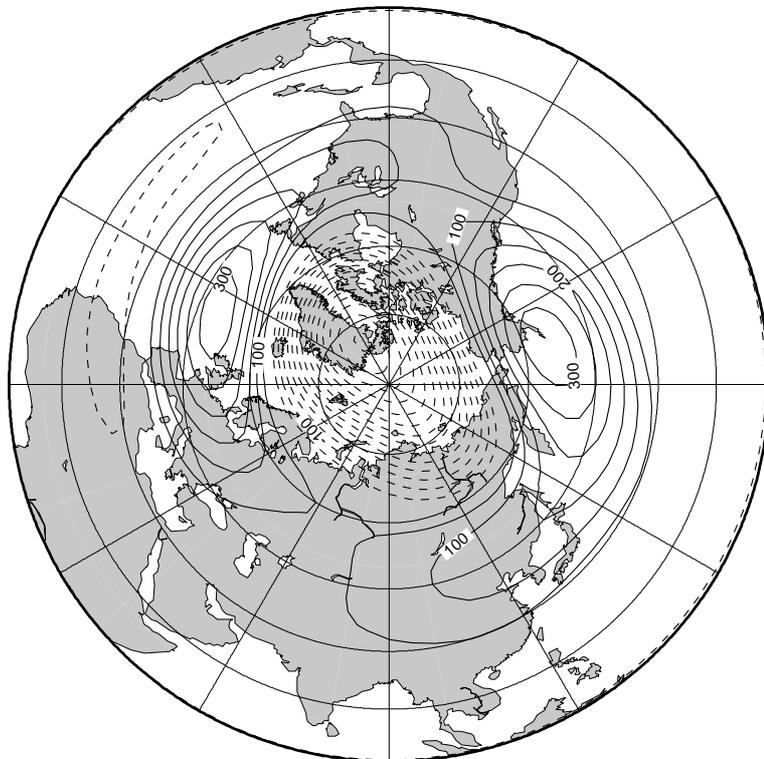
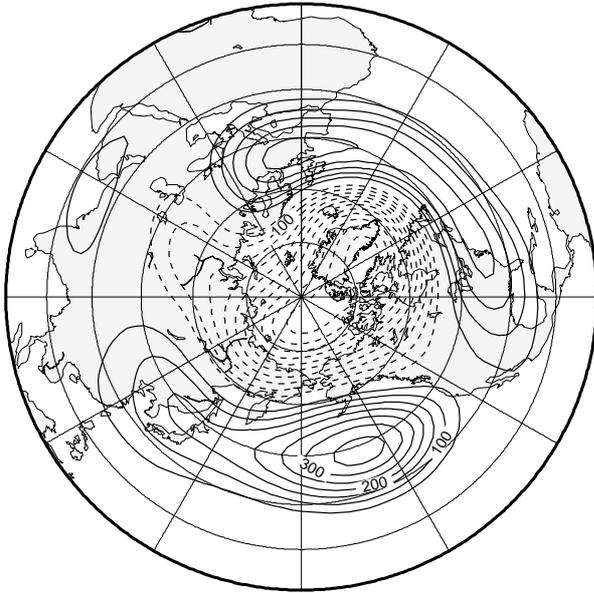


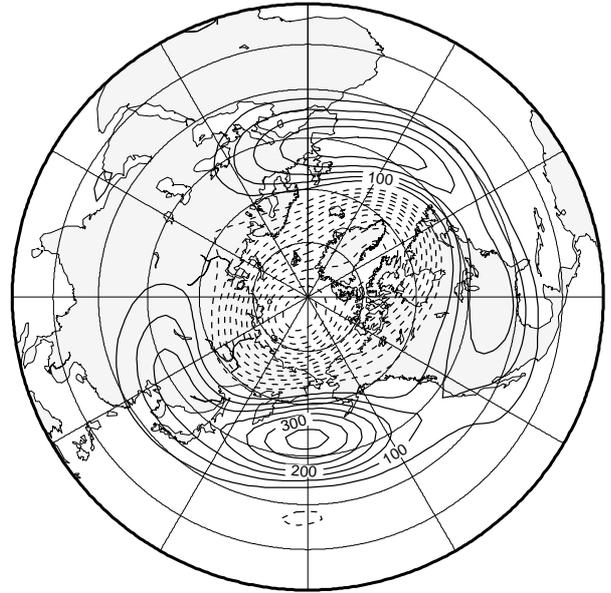
図 19: 固有値のシフトを行った後の固有モード (EVP-1) と中立モード (SVD-1). 解析期間は DJF である.

Barotropic Height EOF-1

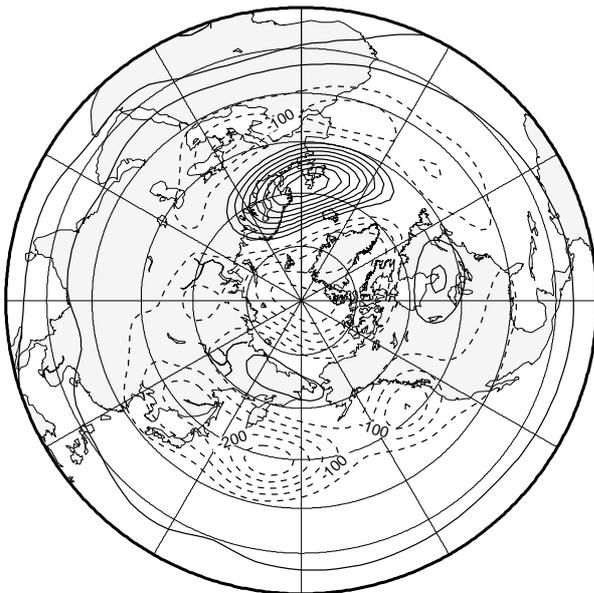
DJF (21.0%)



MAM (14.3%)



JJA (9.3%)



SON (10.9%)

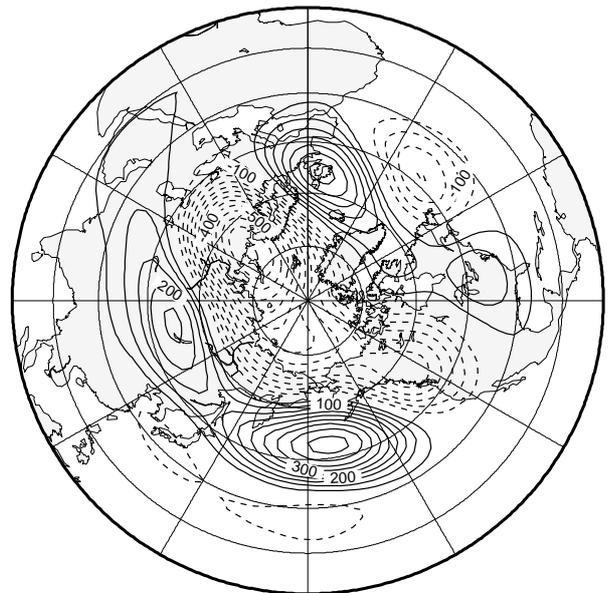
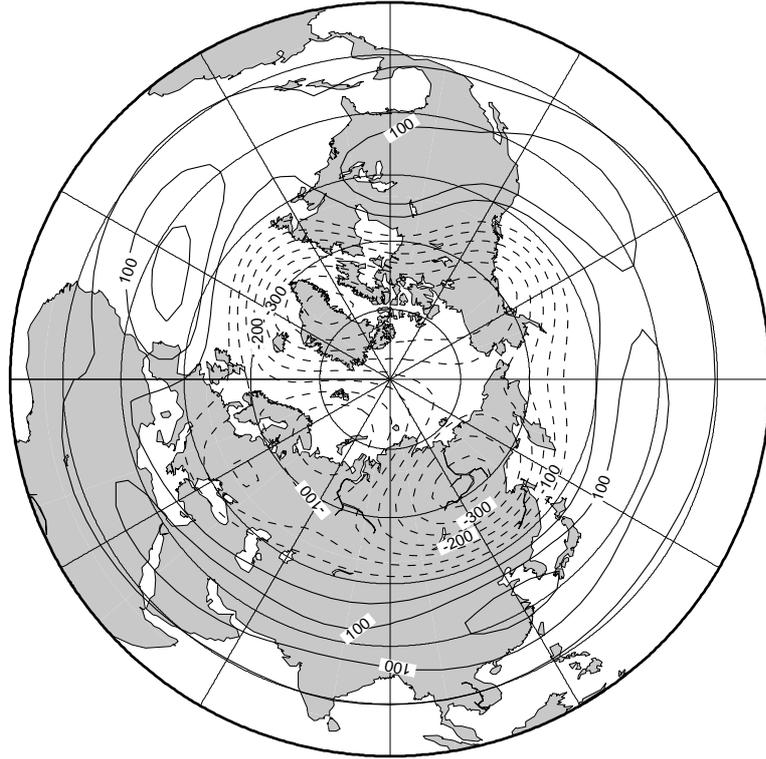


図 20: 順圧高度場における各季節ごとの EOF-1. (左上)DJF, (右上)MAM, (左下)JJA, (右下)SON.

hyperdiffusion (CDFU=2.7E40)

SVD-1 for MAM



SVD-1 for DJF

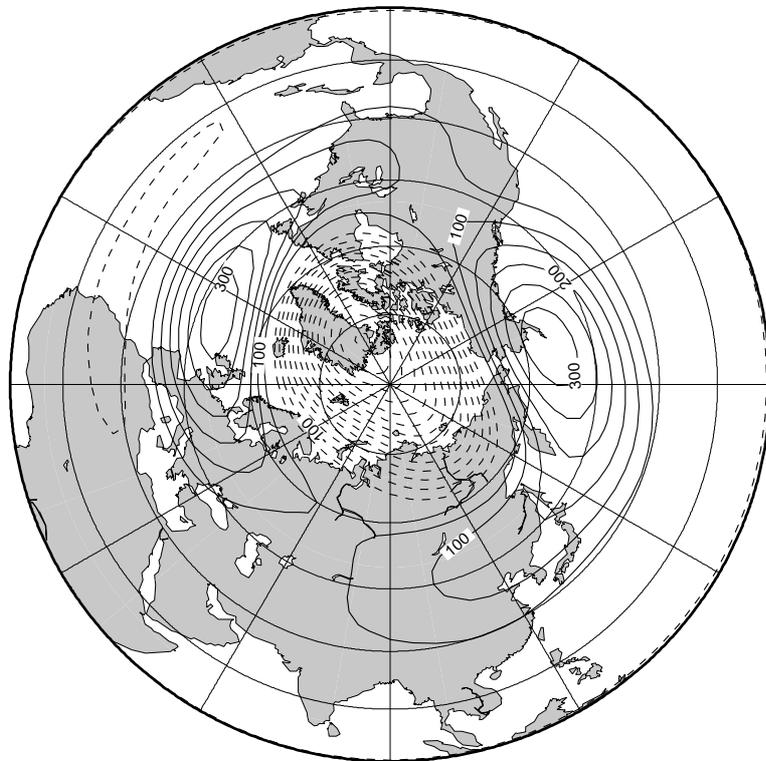
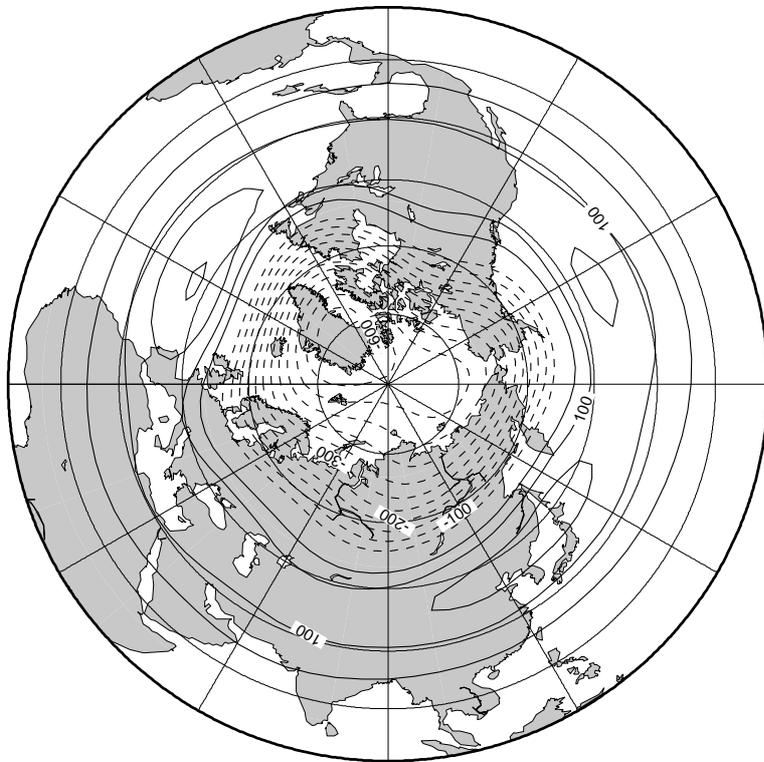


図 21: 超粘性摩擦を導入して得られた第 1 特異解 (SVD-1). (左)DJF, (右)MAM. 粘性係数は $k_D = 2.7 \times 10^{40} \text{m}^8 \text{s}^{-1} / (2\Omega a^8)$ である.

hyperdiffusion (CDFU=2.7E40)

SVD-1 for JJA



SVD-1 for SON

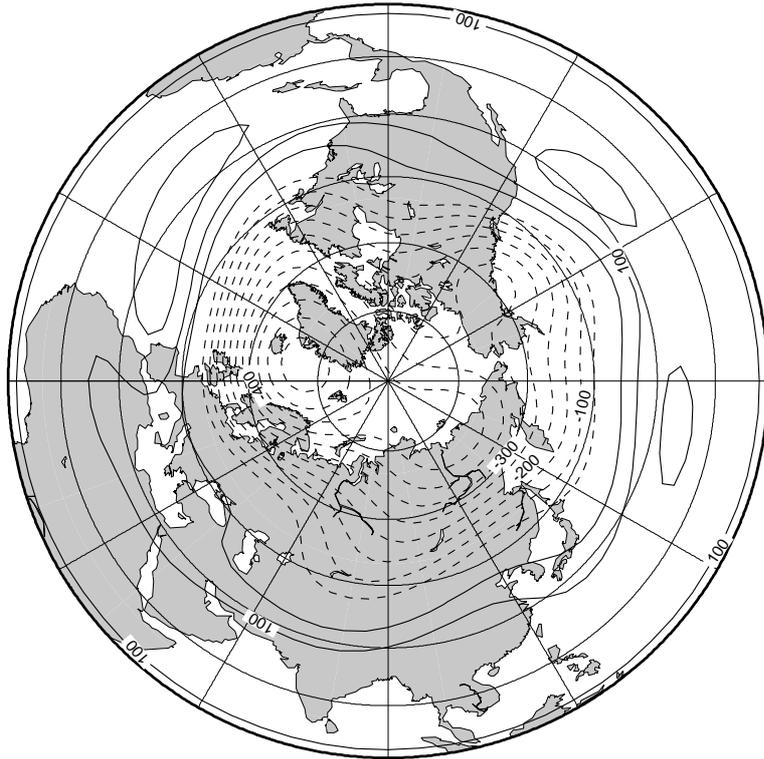
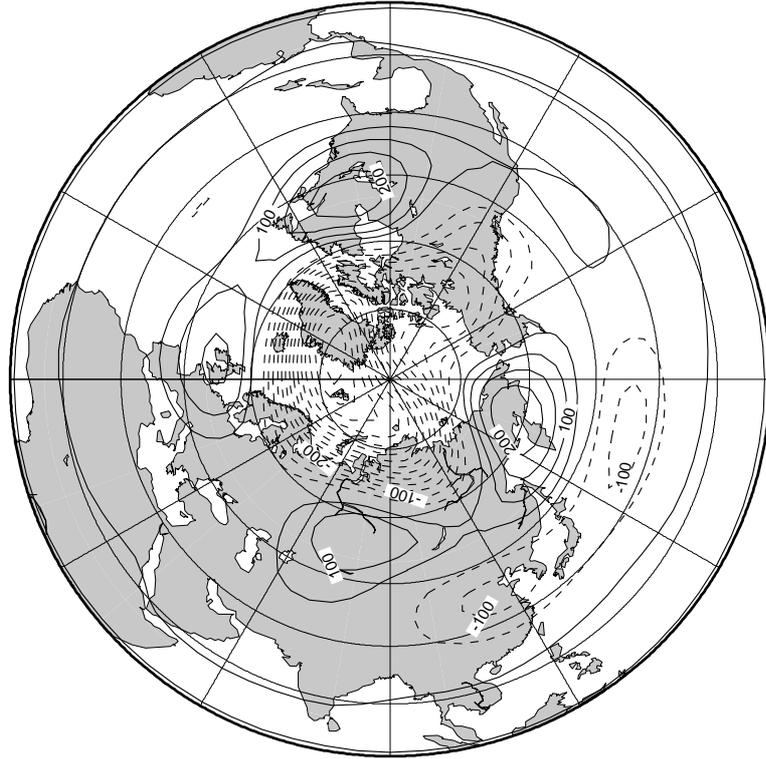


図 22: 図 21 と同様. ただし (左)JJA, (右)SON.

biharmonic diffusion (CDFU=4.0E16)

SVD-1 for MAM



SVD-1 for DJF

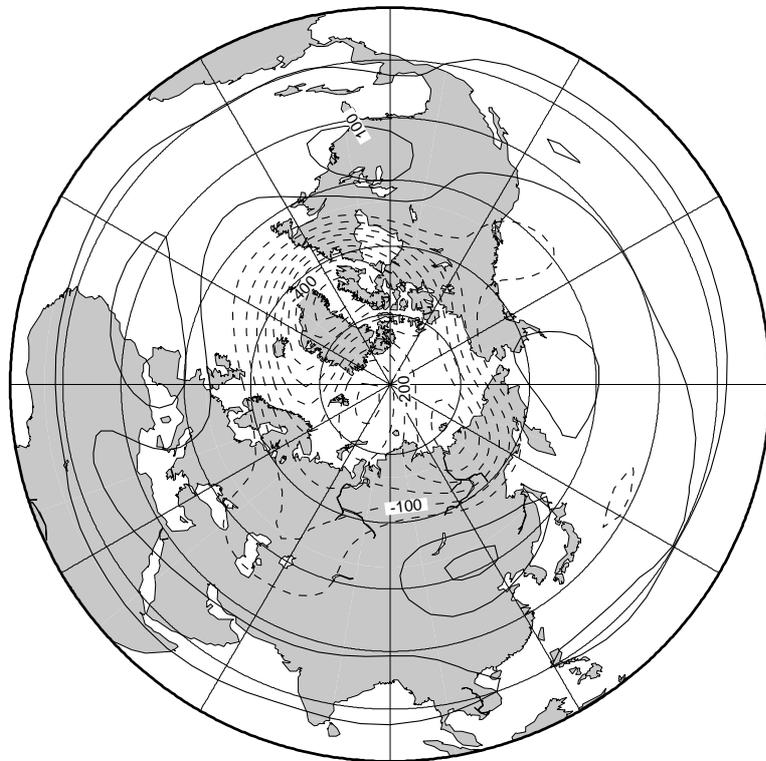
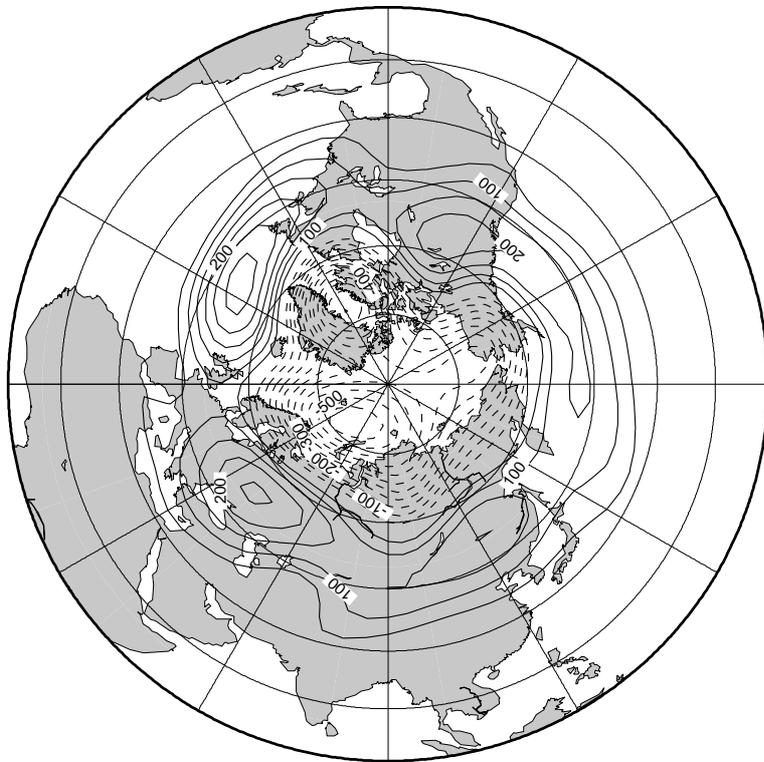


図 23: 倍調和オペレータを導入して得られたDJFとMAMのSVD-1. (左)DJF, (右)MAM. 粘性係数は $k_D = 4.0 \times 10^{16} \text{m}^4 \text{s}^{-1} / (2\Omega a^4)$ である.

biharmonic diffusion (CDFU=4.0E16)

SVD-1 for JJA



SVD-1 for SON

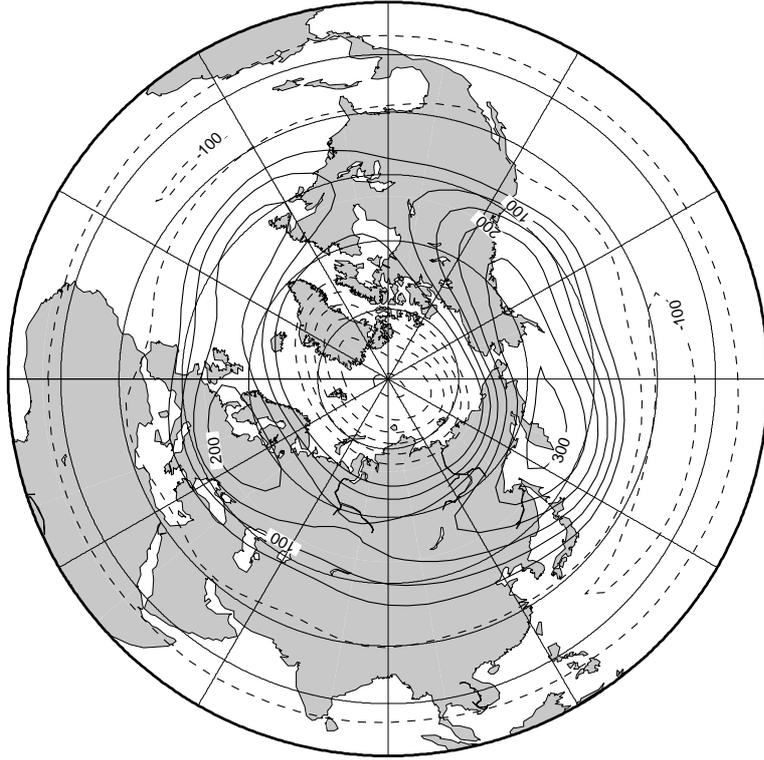
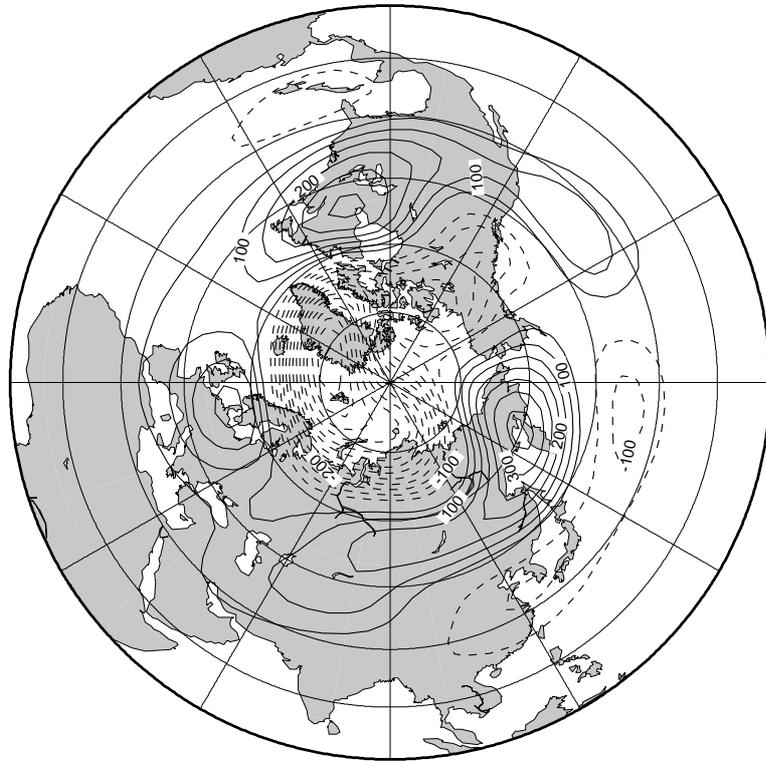


図 24: 図 23 と同様. ただし (左)JJA, (右)SON.

biharmonic diffusion

SVD-1 for MAM (CDFU=2.0E16)



SVD-1 for JJA (CDFU=2.0E16)

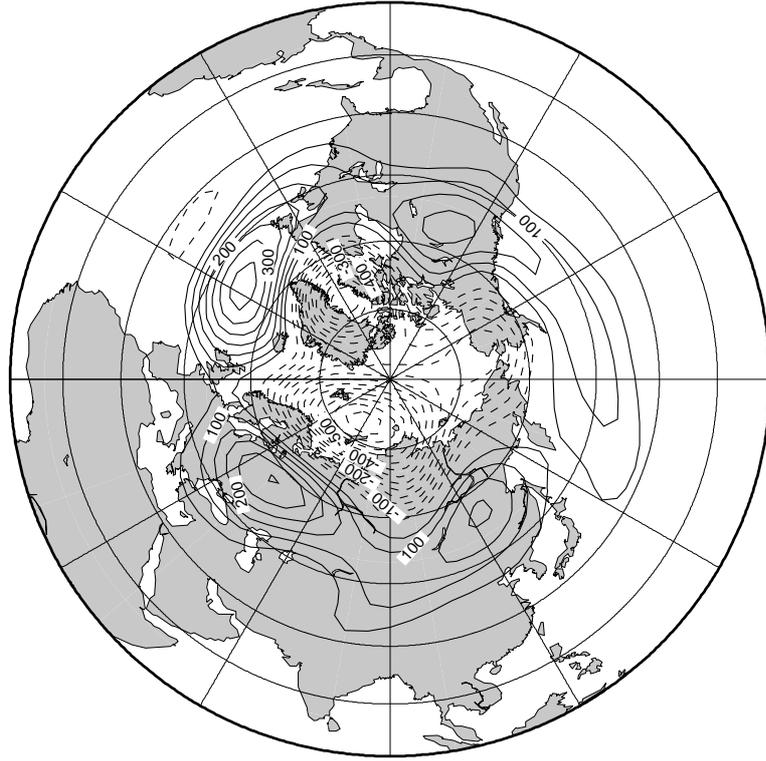
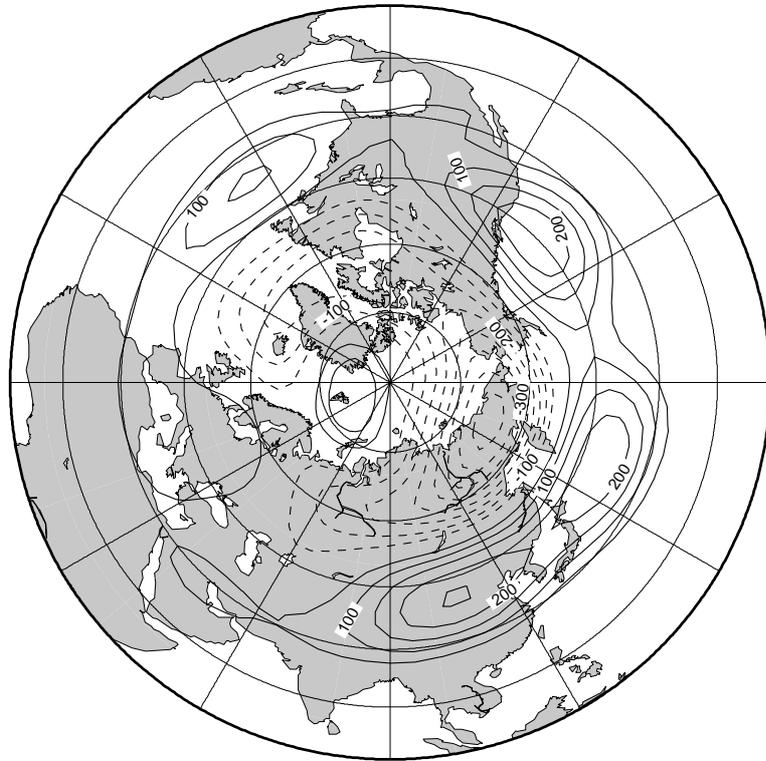


図 25: 図 23 と同様. ただし (左) MAM ($k_D = 2.0 \times 10^{16} \text{m}^4 \text{s}^{-1} / (2\Omega a^4)$), (右) JJA ($k_D = 2.0 \times 10^{16} \text{m}^4 \text{s}^{-1} / (2\Omega a^4)$).

biharmonic diffusion

SVD-1 for SON (CDFU=2.0E16)



SVD-1 for MAM (CDFU=1.0E16)

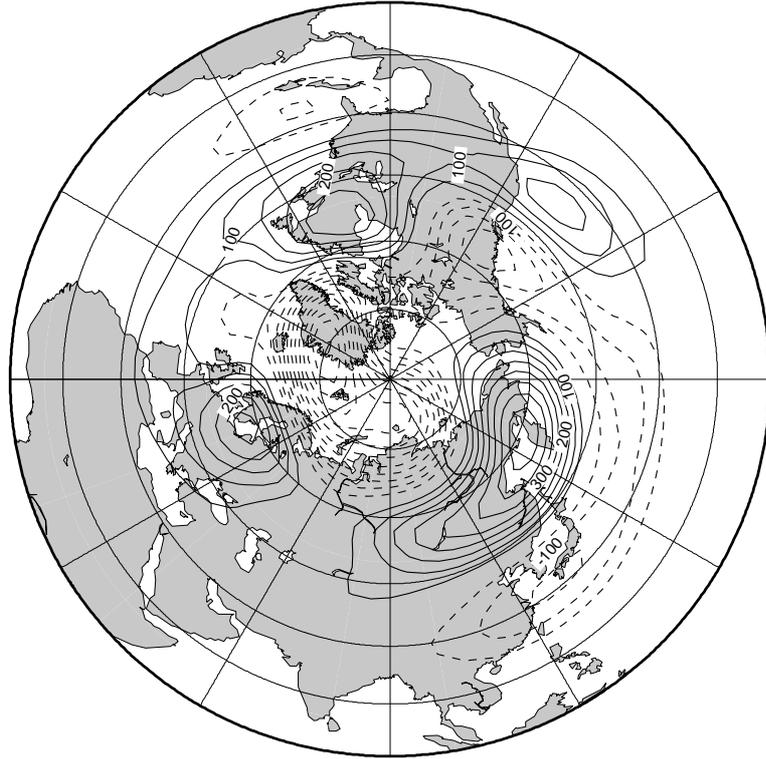
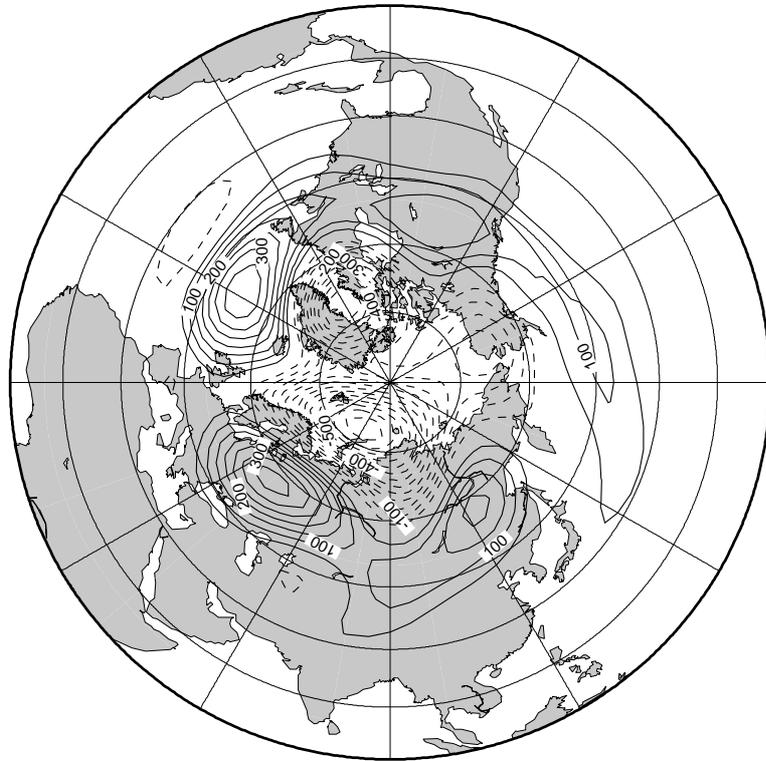


図 26: 図 23 と同様. ただし (左) $SON(k_D = 2.0 \times 10^{16} \text{m}^4 \text{s}^{-1} / (2\Omega a^2))$, (右) $MAM(k_D = 1.0 \times 10^{16} \text{m}^4 \text{s}^{-1} / (2\Omega a^4))$.

biharmonic diffusion

SVD-1 for JJA (CDFU=1.0E16)



SVD-1 for SON (CDFU=1.0E16)

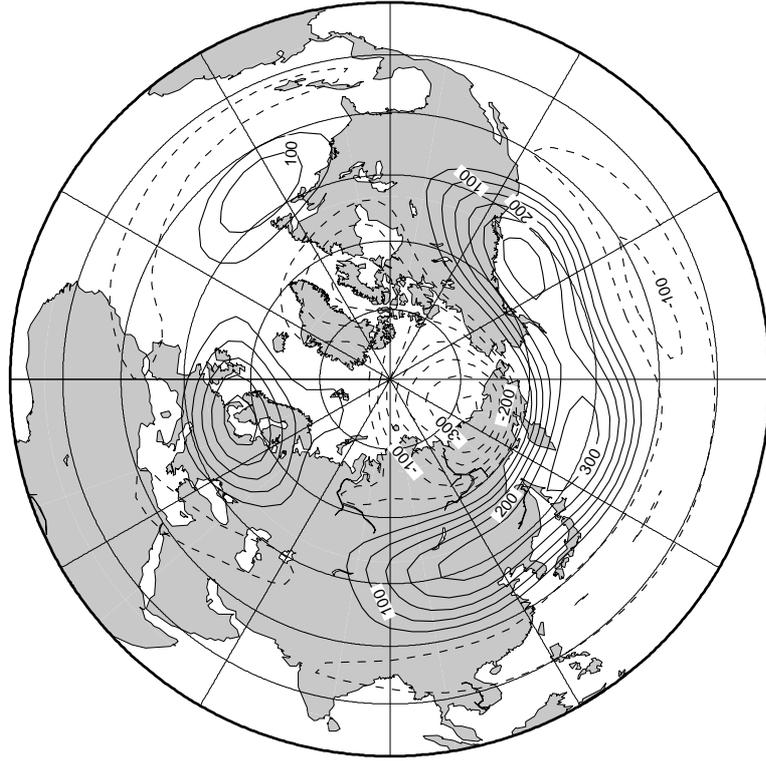
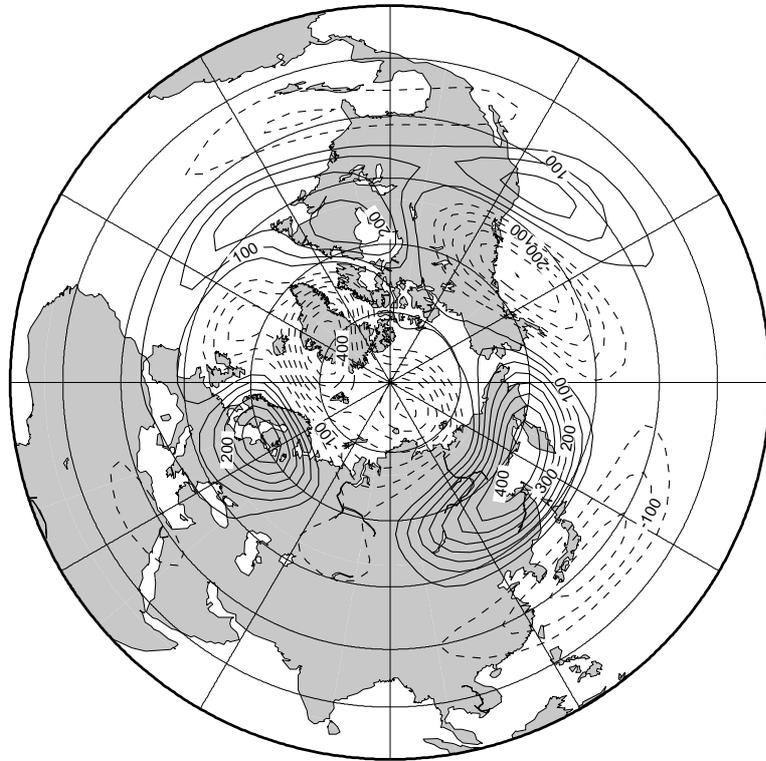


図 27: 図 23 と同様. ただし (左)JJA ($k_D = 1.0 \times 10^{16} \text{m}^4 \text{s}^{-1} / (2\Omega a^4)$), (右)SON ($k_D = 1.0 \times 10^{16} \text{m}^4 \text{s}^{-1} / (2\Omega a^4)$).

biharmonic diffusion

SVD-1 for MAM (CDFU=1.0E15)



SVD-1 for JJA (CDFU=1.0E15)

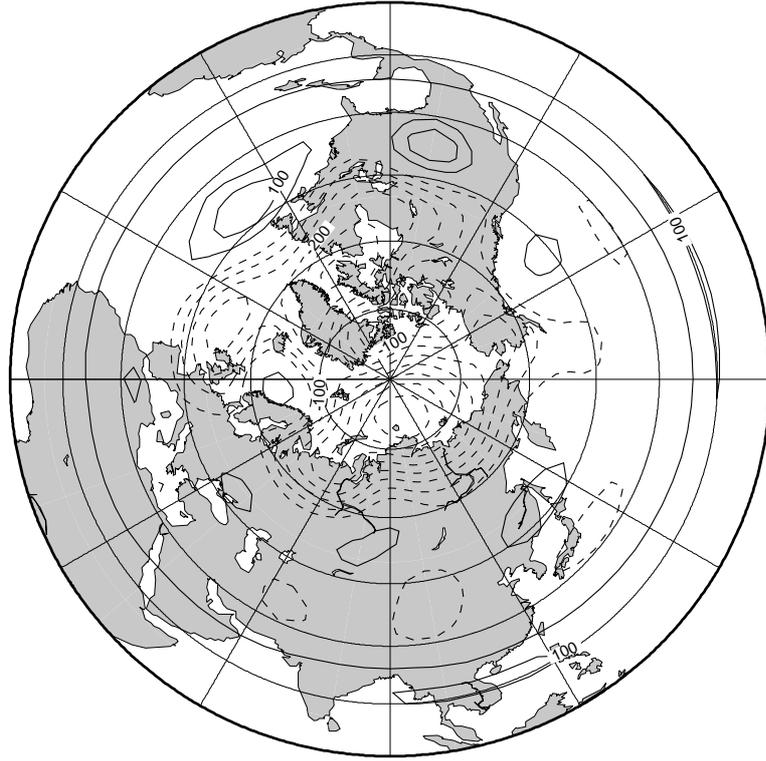
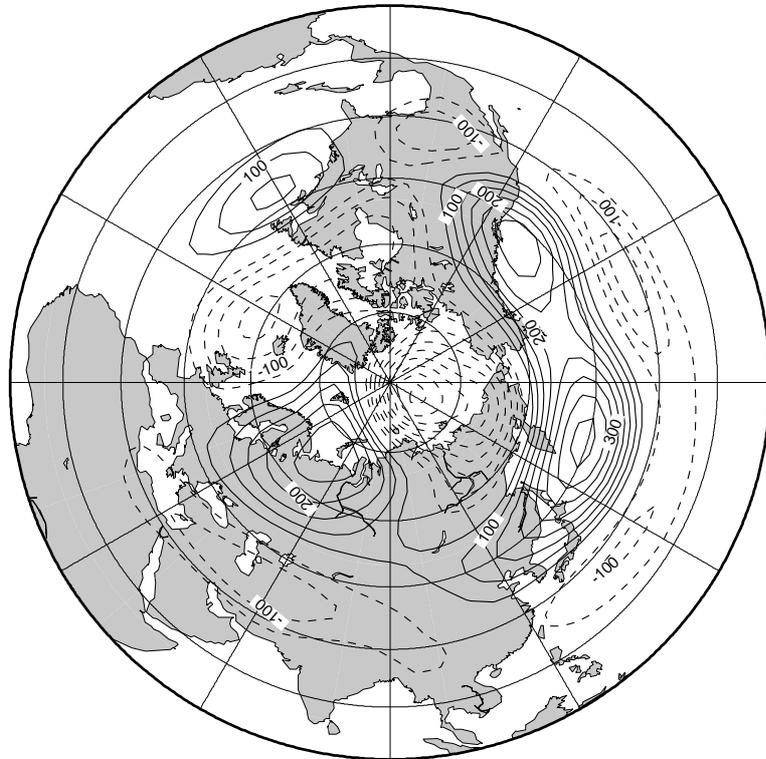


図 28: 図 23 と同様. ただし (左)MAM ($k_D = 1.0 \times 10^{15} \text{m}^4 \text{s}^{-1} / (2\Omega a^4)$), (右)JJA ($k_D = 1.0 \times 10^{15} \text{m}^4 \text{s}^{-1} / (2\Omega a^4)$).

biharmonic diffusion

SVD-1 for SON (CDFU=1.0E15)



SVD-1 for JJA (CDFU=5.0E14)

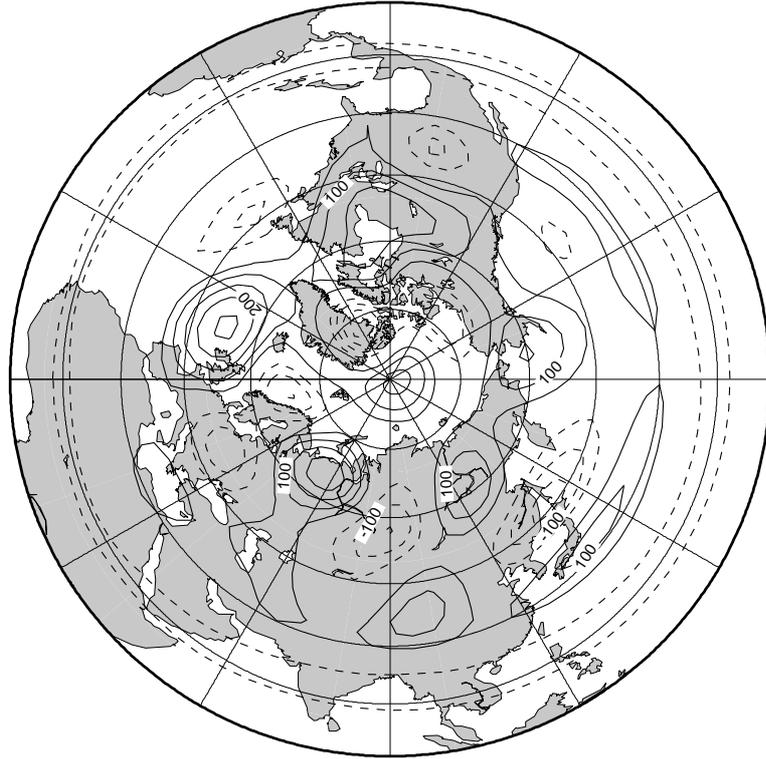


図 29: 図 23 と同様. ただし (左)SON ($k_D = 1.0 \times 10^{16} \text{m}^4 \text{s}^{-1} / (2\Omega a^4)$), (右)JJA ($k_D = 5.0 \times 10^{14} \text{m}^4 \text{s}^{-1} / (2\Omega a^4)$).