

順圧大気大循環モデルによる 北極振動(AO)の数値実験

筑波大学大学院
生命環境科学研究科

地球環境科学専攻

修士(理学)学位論文

岡田 亮

Numerical Experiment of the Arctic Oscillation by a Barotropic General Circulation Model of the Atmosphere

Ryo OKADA

Jan. 2003

Abstract

The Arctic Oscillation (AO) is one of the dominant atmospheric variabilities characterized as a seesaw pattern of air mass between the Arctic and the surrounding ring in the mid-latitudes. It attracts lots of attentions in recent years, though the physical mechanism is not well understood.

In this study, we conducted numerical experiments with a simple spectral barotropic model named "Barotropic S-model", in which the external forcing of the model is obtained from long-term observational data by a statistical method.

We first analyzed the barotropic expansion coefficients (w_i) for the NCEP/NCAR reanalysis data in order to compare with the the model atmosphere. Then we conducted empirical orthogonal function (EOF) analysis for w_i of observed and model atmospheres, and found that the AO appears as the leading EOF component for both of the atmospheres.

Next, we calculated the amount of energy supplied by each term of the dynamical processes considered in the model equations. The result suggested that stationary components of external forcing for zonal wavenumber 2 and 3 ($n = 2, 3$) represent topographic forcing. Then, we conducted numerical simulations with gradually reduced forcing at the planetary waves.

As a result of the experiments, it is found that the AO pattern weakened and disappeared as the stationary forcing at $n = 2$ or $n = 3$ is reduced, and another annular mode appeared from the higher order of the EOF components.

The result suggests that AO and NAM are not originally the same mode, but are different once influenced by the external force of the topography.

Key words: Arctic Oscillation (AO), Northern Hemisphere Annular Mode (NAM), 3D normal mode expansions, Barotropic spectral model

目 次

Abstract	i
表目次	iii
図目次	iv
1 はじめに	1
2 目的	3
3 手法	4
3.1 データ	4
3.2 解析方法	5
3.2.1 支配方程式	5
3.2.2 鉛直構造関数	7
3.2.3 水平構造関数	9
3.2.4 3次元ノーマルモード展開	14
3.3 経験的直交関数 (EOF) 解析	16
3.3.1 経験的直交関数 (EOF) 解析とは	16
3.3.2 EOF 解析における固有ベクトルの計算方法	18
3.3.3 ラグランジュの未定乗数法	21
4 結果	22
4.1 現実大気の EOF 解析	22
4.2 モデル実験	23
4.3 順圧大気のエネルギー解析	24
4.4 地形が AO に及ぼす影響	28
5 まとめと考察	31
Appendix A システム行列の導出	34
参考文献	35

表 目 次

1	p 座標系での大気上端から、地表までのガウシアングリッドをあてはめて得た鉛直 25 グリッドの全球平均温度場 (Kasahara (1984))	8
2	鉛直モード m ごとの等価深度 h_m (鉛直構造関数を求める際に変数分離して得られる)	9
3	モデルの各項がモデル大気 of 各東西波数成分に対するエネルギー供給量の時間平均値	26
4	アノマリーモデルの各項がモデル大気 of 各東西波数成分に対するエネルギー供給量の時間平均値	27

図 目 次

1	月平均 SLP の EOF-1 からの 1000hPa 回帰高度場	37
2	AO 時系列スコア	38
3	日々の NCEP/NCAR から計算した順圧大気場の EOF-1,2(通年)	39
4	日々の NCEP/NCAR から計算した順圧大気場の EOF-3,4(通年)	40
5	日々の NCEP/NCAR から計算した順圧大気場の EOF-1,2(DJF)	41
6	日々の NCEP/NCAR から計算した順圧大気場の EOF-3,4(DJF)	42
7	順圧 S-Model によるモデル大気の高圧場の EOF-1,2	43
8	順圧 S-Model によるモデル大気の高圧場の EOF-3,4	44
9	順圧 S-Model によるモデル大気の高圧場の EOF-1 の時系列	45
10	NCEP/NCAR 再解析データから計算した順圧大気場の AOI タイムスペクトル	46
11	順圧 S-Model によるモデル大気の高圧大気場の AOI タイムスペクトル	47
12	モデル実験 I,II の順圧大気場の EOF-1 の固有ベクトル分布図	48
13	モデル実験 III,IV の順圧大気場の EOF-1 の固有ベクトル分布図	49
14	モデル実験 I-20~80 の環状モードの変化(その 1)	50
15	モデル実験 I-20~80 の環状モードの変化(その 2)	51
16	モデル実験 I-20~80 の環状モードの変化(その 3)	52
17	モデル実験 I-20~80 の環状モードの変化(その 4)	53
18	モデル実験 II-20~80 の環状モードの変化(その 1)	54
19	モデル実験 II-20~80 の環状モードの変化(その 2)	55
20	モデル実験 II-20~80 の環状モードの変化(その 3)	56
21	モデル実験 III-20~80 の環状モードの変化(その 1)	57
22	モデル実験 III-20~80 の環状モードの変化(その 2)	58
23	モデル実験 IV-20~80 の環状モードの変化(その 1)	59
24	モデル実験 IV-20~80 の環状モードの変化(その 2)	60
25	モデル実験 IV-20~80 の環状モードの変化(その 3)	61

1 はじめに

Thompson and Wallace (1998、以下 TW98)、Wallace (2000) において提唱された北極振動 (AO: Arctic Oscillation) は、最近注目されている高緯度の長周期の変動モードで、このモードの経年変動が近年の気候変動に強い相関を有していることから、低緯度の ENSO (El Nino / Southern Oscillation) とならんで、多くの注目を集めている。このモードの経年変動は、1976 年や 1988/89 年の気候シフトを実際に捉えており、また、2000/01 年冬季日本において、年明けを境に寒冬から暖冬にシフトした大気状態もその変動の中に見る事ができる。

ただ、この AO の概念というのは、それほど新しいものではなく、Exner (1925) における、地上気圧解析より得られた相関分布図などにおいても同様の現象を見出すことができる。

AO は、北半球の海面更正気圧 (SLP: Sea-Level Pressure) の経験的直交関数 (EOF: Empirical Orthogonal Function) 解析により展開した第一位主成分として定義される。その構造は、北極海に作用中心を持ち、さらにそれを取り巻く北緯 60 度付近の北大西洋、北太平洋に逆符号の作用中心を持つ軸対象の構造が特徴的である。(図 1、図 2 参照)

AO は南半球で解析されている南極振動 (AAO: Anteractic Oscillation) (もしくは、南半球環状モード (SAM: Southern-Hemisphere Annular Mode)) と力学的には同様のものと考えられており、海陸分布および大規模山岳の影響で北大西洋、北太平洋の強い変動中心が現れる。ただし、その変動中心は、特に北大西洋側に偏って現れることが多いため、Deser (2000) や Ambaum et al. (2001) のように、物理的本質は北大西洋振動 (NAO: North Atlantic Oscillation) と同様のものをとらえていると考える研究者も少なくない。

また、AO の極と反対の変動成分を持つ北大西洋と、北太平洋の作用中心同士は一点相関を持たないため、AO というものの本質はその実を持たない単に統計的手法が生んだ虚像ではないかとの研究者に対し、Wallace and Thompson (2002) では、南半球の AAO の中緯度の強い変動中心との一点相関が、リング状に広がった他の中緯度の変動中心と強い相関がないことを示し反論している。

このように、AOはその気候学的な存在意義と、その存在の物理的が意味において激しく議論が交わされている。

ただ、TW98をはじめとしたAOの時系列(AOI: AO Index)のタイムスペクトル解析の結果、10年周期のスペクトルにおいて比較的高い値を示している以外は、とくに卓越周期を確認できず、AOがあらゆる時間スケールにおいて大気の主要な変動成分であることが見て取れる。これは、非常に興味深い事実であると同時に、仮にその実態が虚像であったとしても、AOの実態を掴むことは、大気物理学的にも、そして気候学的にも重要であることを示唆している。

物理学的なプロセスに関わる研究としては、これまで、Thompson and Wallace (1999a)において、北極域において、変則的に上方伝播する運動量と高緯度対流圏上層における赤道へと向かう運動量が、AOIの強化、すなわち極渦の強化と関連していることを明らかにした。また、Tanaka and Tokinaga (2001)では、北半球冬季の極渦が強い年と、弱い都市について傾圧不安定の解析を行っている。この不安定解析の結果、極渦が強い年に極渦の傾圧性によって、高緯度で励起する傾圧不安定 M_1 モードが検出されている。この傾圧不安定 M_1 モードと極渦との間には、正のフィードバックが存在し、これにより中緯度のインデックスサイクルに存在するような振動が極渦の傾圧性に伴って発生し、それがAOを形成するとの仮説を提唱している。

また、西澤、余田(2000)においては、環状モードが地形の影響を受けてどのように変化しているかを仮想的な地形をモデルに与えての実験を行っており、これによると地形の振幅だけでなく、地形の東西波数がAOの構造に影響を与えていることを示唆している。

2 目的

AOがどのような力学プロセスを経て生じているのかを明らかにするため、NCEP/NCAR再解析データから3次元ノーマルモード展開を用いて抽出した大気の順圧成分の変動の特徴を解析するとともに、より純粋な理解を得るため、簡素化した順圧大気場を予報する力学モデルを用い数値実験によりAOを再現し、そのモデル大気におけるAOを解析することで現象の理解を深める。

3 手法

3.1 データ

後節において述べるが、本研究において用いたモデルによる外力は、およそ 50 年にわたる現実大気場から線形回帰化し、その得られた結果を元により適切になるように与えている。したがって、線形回帰を行うにあたって、長期間かつ、なるべく均質なデータを用いるのが好ましい。

これをふまえて、今回の研究における解析、およびモデルの初期値、データはアメリカ環境予報センター (NCEP: National Center for Environmental Prediction) のアメリカ大気研究センター (NCAR: National Center for Atmospheric Research) による客観解析データである。

端的に、客観解析について述べると、時間的および空間的に、不規則で誤差特性が異なるデータを、同一の数値予報モデルとデータ同化手法を用いて過去数十年にわたってのデータ同化を行い、長期間にわたってできるだけ均質な大気のパラメータセットを作成することである。

客観解析データのような陰湿なデータセットは、気候変動の解明、大気大循環の解析とエネルギー循環の研究の際にはきわめて強力な武器となりうる。現在までに、NCEP / NCAR のほかにも、ヨーロッパ中期予報センター (ECMWF: European Centre for Medium-range Weather Forecasts) や、アメリカ航空宇宙局 (NASA: National Aeronautics and Atmospheric Administration) / ゴダード宇宙飛行センター (GSFC: Goddard Space Flight Center) / データ同化局 (DAO: Data Assimilation Office) の 2 期間が再解析を実施しているが、特に NCEP / NCAR では 50 年以上にわたる長期間の客観解析を行っていることから、今回はこのデータを用いた。

今回、解析に用いたデータは、NCEP/ NCAR による再解析データのうち、等圧面データで、北半球のデータのみを利用した。水平グリッド間隔は、経度、緯度方向とも 2.5° で、鉛直グリッドは、1000、925、850、700、600、500、400、300、200、100、70、50、30、20、10hPa の全 17 層を利用した。使用した気象要素は、水平風 $V(u, v)(\text{m/sec})$ および、ジオポテンシャル高度 $\phi(\text{m})$ の 3 要素で、データ期間は、1950 年～2000 年の 51 年間、データの時間間隔は 24 時間である。

3.2 解析方法

AOをはじめとして、テレコネクション、ブロッキング現象などの長周期的な変動は、総じて順圧的な構造を持つことから、解析対象を客観解析データより次のようにして、順圧成分のみを抽出し、解析を行った。さらに後節で述べるモデル実験についても同じように大気鉛直成分の予測を行うような順圧大気大循環モデルを用いた。

3.2.1 支配方程式

球面 p 座標系におけるプリミティブ方程式系は以下のように書くことができる。

$$\frac{\partial u}{\partial t} - 2\Omega \sin \theta v + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial \phi}{\partial \lambda} = \mathbf{V} \cdot \nabla u - \omega \frac{\partial u}{\partial p} + \frac{\tan \theta}{a} uv + F_u \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} - 2\Omega \sin \theta u + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} = \mathbf{V} \cdot \nabla v - \omega \frac{\partial v}{\partial p} + \frac{\tan \theta}{a} uv + F_v \quad (2)$$

$$\frac{\partial C_p T}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla C_p T + \omega \frac{\partial C_p T}{\partial p} = \omega \alpha + Q \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{V} + \frac{\partial \omega}{\partial p} = 0 \quad (4)$$

$$p\alpha = RT \quad (5)$$

それぞれ、式(1)、(2)は水平方向の運動方程式、式(3)は温度の保存則、式(4)は連続の式、式(5)は気体の状態方程式を示す。

なお、水平スケールが100kmを超える大気現象においては、より精度で静力学平衡が成り立っているため、さらに次の式を方程式系に加える。

$$\frac{\partial \phi}{\partial p} = -\alpha \quad (6)$$

ここで、式(3)において、両辺を C_p で除し整理すると次の式が得られる。

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla T = \frac{\omega}{p} \left(\frac{RT}{C_p} - p \frac{\partial T}{\partial p} \right) + \frac{Q}{C_p} \quad (7)$$

次に、以下のように静的安定度として γ を定義する。

$$\gamma \equiv \frac{RT}{C_p} - p \frac{\partial T}{\partial p} = \frac{RT}{C_p} - \frac{\partial T}{\partial \ln p} \quad (8)$$

全球平均の静的安定度を γ_0 とすると、これは、水平・時間一様で鉛直方向のみの関数となる。また温度 T と静力学平衡により結びつくジオポテンシャル ϕ は全球平均からの偏差であらわすことにする。式 (8) を式 (7) に代入し、両辺に p/γ_0 を掛け、 p で微分をすると、次の式が得られる。

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial}{\partial p} \frac{pT}{\gamma_0} \right) - \frac{\partial \omega}{\partial p} = \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{p}{\gamma_0} \mathbf{V} \cdot \nabla T \right) + \frac{\partial}{\partial p} \frac{pQ}{C_p \gamma_0} \quad (9)$$

この式を、式 (5) と、式 (6) を用いて変形すると、

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(-\frac{\partial}{\partial p} \frac{p^2}{\gamma_0 R} \right) \frac{\partial \phi}{\partial p} + \nabla \cdot \mathbf{V} = -\frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{p}{\gamma_0} \mathbf{V} \cdot \nabla T \right) + \frac{\partial}{\partial p} \frac{pQ}{C_p \gamma_0} \quad (10)$$

となる。地球回転の角速度で規格化した時間 $\tau = 2\Omega t$ を用いて、水平風速 $\mathbf{V} = (u, v)$ に関する熱力学方程式は、式 (1)、式 (2)、および式 (10) より、以下の行列形式で示される。

$$\mathbf{M} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \tau} + \mathbf{L} \mathbf{U} = \mathbf{N} + \mathbf{F} \quad (11)$$

この式における、角行列の要素は、

$$\mathbf{U} = (u, v, \phi)^T \quad (12)$$

$$\mathbf{M} = 2\Omega \text{diag} \left(1, 1, \frac{\partial}{\partial p} \frac{p^2}{R \gamma_0} \frac{\partial}{\partial p} \right) \quad (13)$$

$$\mathbf{L} = \begin{pmatrix} 0 & -2\Omega \sin \theta & \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \lambda} \\ 2\Omega \sin \theta & 0 & \frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial \theta} \cos \theta \\ \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \lambda} & \frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial \theta} \cos \theta & 0 \end{pmatrix} \quad (14)$$

$$\mathbf{F} = (F_u, F_v, \frac{\partial}{\partial \omega} \left(\frac{\omega Q}{C_p \gamma} \right))^T \quad (15)$$

3.2.2 鉛直構造関数

鉛直構造関数の導出は、上で得られた式 (11) を摂動化するために、基本成分と、そこからの摂動成分とに分けて記述することからはじめる (Kasahara (1984))。ここで、基本成分として静止大気を考えると、摂動成分だけの式となる。ここで、スケールアナリシスにより 2 次の項から移流項や曲率項が無視しても問題ない大きさであるということがわかるので、これを式から省き、さらに摩擦および非断熱過熱の項を無視することにより、式 (11) は、次のように簡素化することができる。' は、その文字があらわす変数の摂動成分を示すものとする。

$$\mathbf{M} \frac{\partial \mathbf{U}'}{\partial \tau} + \mathbf{L} \mathbf{U}' = 0 \quad (16)$$

上式での第 3 成分である熱力学成分に注目すると、次の式が書ける。

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \left(-\frac{\partial}{\partial p'} \frac{p^2}{\gamma_0 R} \right) \frac{\partial \phi'}{\partial p} = \nabla \cdot \mathbf{V}' = 0 \quad (17)$$

以下、簡素化のため、各従属変数の' を省いて書くことにする。ここで、鉛直方向に任意の関数を想定し、これを $G(p)$ とし、 (u, v, ϕ) を変数分離すると、

$$\begin{cases} u(\lambda, \theta, p) = G(p)U(\lambda, \theta) \\ v(\lambda, \theta, p) = G(p)V(\lambda, \theta) \\ \phi(\lambda, \theta, p) = G(p)\Phi(\lambda, \theta) \end{cases} \quad (18)$$

と表すことができ、この式を (17) に適用すると、次式が導かれる。

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(-\frac{\partial}{\partial p} \frac{p^2}{\gamma_0 R} \right) \frac{\partial G(p)\phi}{\partial p} + \nabla \cdot \mathbf{V} G(p) = 0 \quad (19)$$

さらに、この式を変形すると、

$$\frac{d\phi}{dt} \left(-\frac{\partial}{\partial p} \frac{p^2}{\gamma_0 R} \right) \frac{\partial G(p)}{\partial p} + G(p) \nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \quad (20)$$

という形になる。サ変の第 1 項は鉛直方向のみの関数、第 2 項は水平方向のみの関数で表記されえており、変数分離された形になっているので、式 (20) の左辺 = $(gh)^{-1}$ と定数として考えると、鉛直方向を注目したとき、次の式を導くことができる。

表 1: p 座標系での大気上端から、地表までのガウシアングリッドをあてはめて得た鉛直 25 グリッドの全球平均温度場 (Kasahara (1984))

Level	p [hPa]	T_o [K]	Level	p [hPa]	T_o [K]
1	2.4	253.78	14	603.3	267.89
2	12.8	226.08	15	666.1	272.26
3	31.3	215.39	16	726.2	275.92
4	57.5	211.41	17	782.8	279.03
5	91.2	206.01	18	834.8	281.71
6	131.6	208.23	19	881.4	284.04
7	178.2	216.04	20	921.8	286.03
8	230.2	223.23	21	955.5	287.66
9	286.8	231.44	22	981.7	288.94
10	346.9	240.42	23	1000.2	289.83
11	409.7	248.86	24	1010.6	290.33
12	474.1	256.31	25	1013.0	290.33
13	538.9	262.63			

$$-\frac{\partial}{\partial p} \frac{p^2}{\gamma_0 R} \frac{\partial G(p)}{\partial p} = \frac{G(p)}{gh} \quad (21)$$

この式を、 p についての微分方程式と考えると、

$$-(p^2 G'(p))' = \left(\frac{\gamma_0 R}{gh}\right) G(p) \quad (22)$$

と、2 階の微分方程式としてみるができる。したがって、

$$p^2 G''(p) + 2p G'(p) + \left(\frac{\gamma_0 R}{gh}\right) G(p) = 0 \quad (23)$$

と書き換えることができる。これをとくと、分離定数 $h = h_m$ ($m = 0, 1, 2, \dots$) ごとに、 $G(p) = G_m(p)$ ($m = 0, 1, 2, \dots$) を得ることができる。ここで、この h_m は等価深度とよばれ、これは Laplace の潮汐方程式において、浅水方程式の平均深度 h に対応するものである。本研究では、下の表 (3.2.2) のような、鉛直方向の全球平均温度場をあてはめて、鉛直構造関数を $m = 0, 1, 2, \dots, 11$ まで作成した。得られた等価深度は、表 (3.2.2) に示したとおりである。

表 2: 鉛直モード m ごとの等価深度 h_m (鉛直構造関数を求める際に変数分離して得られる)

m	$h_m[\text{m}]$	m	$h_m[\text{m}]$	m	$h_m[\text{m}]$
0	9728.3	5	46.9	10	1.2
1	3330.8	6	24.1	11	0.1
2	767.8	7	13.5		
3	268.9	8	7.7		
4	113.8	9	3.7		

m は、数値解において、 m 点の節があることを示している。そのため、 $m = 0$ は順圧モード (内部モード)、 $m \geq 1$ は傾圧モード (内部モード) である。なお、鉛直構造関数は、つぎの性質を満たすことがわかっている。

$$\int_1^0 G_m(p) G_n(p) dp = \delta_{mn} \quad (24)$$

$$f(p) = \sum_{m=0}^{\infty} f_m g_m(p) \quad (25)$$

$$f(p) = \int_1^0 f(p) G_m(p) dp \quad (26)$$

δ_{mn} はクロネッカーのデルタをあらわす、式 (24) は直交性を表し、式 (25)、(26) は鉛直変換および逆変換を表す、FGGE 全球温度に基づいて計算した鉛直構造関数を図に示す。この図からわかるように、対流圏下層と上層で収束発散が反転するような熱帯域の大規模な積雲対流活動などは $m = 4$ モードで表現でき、順圧的な現象は $m = 0$ で表現できる (Kasaara and Tanaka (1989))。

3.2.3 水平構造関数

水平構造関数の導出は、Swartztrauber and Kasahara(1985) に詳しく記されているが、計算は非常に煩雑であるため、ここではその方法ではなく各成分を書き下して記したのち、行列を用いて簡潔に書くこととする。

上述の鉛直構造関数の計算で等価深度 h_m を求めた後、Laplace の潮汐方程式を成分ごとに記すと、

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} - 2\Omega v \sin \theta + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial \phi}{\partial \lambda} = 0 \quad (27)$$

$$\frac{\partial v}{\partial \tau} + 2\Omega u \sin \theta + \frac{1}{a} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} = 0 \quad (28)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} + gh \left(\frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial v \cos \theta}{\partial \theta} \right) = 0 \quad (29)$$

ここで、 (u, v, ϕ) について時間 t 、東西方向 λ に波を仮定し、

$$\begin{cases} u = \bar{u} \exp\{-i\sigma t + is\lambda\} \\ v = \bar{v} \exp\{-i\sigma t + is\lambda\} \\ \phi = \bar{\phi} \exp\{-i\sigma t + is\lambda\} \end{cases} \quad (30)$$

このとき東西波数を s とした。この式(31)を式(28)(29)(30)に代入し、以降 $\bar{u}, \bar{v}, \bar{\phi}$ を省略して u, v, ϕ と書くことにすると、

$$-i\sigma u - iv \sin \theta + \frac{is\alpha}{\cos \theta} \phi = 0 \quad (31)$$

$$-i\sigma(-iv) + u \sin \theta + \alpha \frac{\partial \phi}{\partial \theta} = 0 \quad (32)$$

$$i\sigma \phi + \frac{\alpha}{\cos \theta} (-isu + \frac{\partial(-iv) \cos \theta}{\partial \theta}) = 0 \quad (33)$$

となり、これを整理すると、

$$\sigma u - v \sin \theta \frac{s\alpha}{\cos \theta} \phi = 0 \quad (34)$$

$$\sigma v - u \sin \theta - \frac{\partial \phi}{\partial \theta} = 0 \quad (35)$$

$$\sigma \phi + \frac{\alpha}{\cos \theta} (-su + \frac{\partial(v) \cos \theta}{\partial \theta}) = 0 \quad (36)$$

となる。ここで水平風、ジオポテンシャル (u, v, ϕ) を流線関数、速度ポテンシャルおよびジオポテンシャル高度 (ψ, χ, Z) に変換することで、

$$(\sigma \nabla^2 - s)(i\chi) + (\mu \nabla^2 + D)\psi = \nabla^2 Z \quad (37)$$

$$(\sigma \nabla^2 - s)\psi + (\mu \nabla^2 + D)(i\chi) = 0 \quad (38)$$

$$\sigma Z = -\frac{1}{\epsilon} \nabla^2 (i\chi) = 0 \quad (39)$$

ただし、上式の ∇, D, ϵ は次のように定義する。

$$\nabla^2 \equiv \frac{d}{d\mu} \left\{ (1 - \mu^2) \frac{d}{d\mu} \right\} - \frac{s^2}{1 - \mu^2} \quad (40)$$

$$\mu \equiv \sin \theta \quad (41)$$

$$D \equiv (1 - \mu^2) \frac{d}{du} \quad (42)$$

$$\epsilon \equiv \frac{4a^2 \Omega^2}{gh_m} \quad (43)$$

なお、 ϵ はラムパラメータとよばれる無次元量で、等価深度に関する。次に、 (ψ, χ, Z) をルシャンドル階関数で展開する。全波数を n とする。この波数は南北波数に対応する。

$$\begin{cases} \psi = \sum_{n=1}^N i A_n^s P_n^s(\mu) \\ \chi = \sum_{n=1}^N B_n^s P_n^s(\mu) \\ Z = \sum_{n=1}^N C_n^s P_n^s(\mu) \end{cases} \quad (44)$$

ここで、

$$\int_{-1}^1 P_n^s(\mu) P_{n'}^s(\mu) d\mu = \frac{4}{2n+1} \delta_{nn'} \quad (45)$$

$$\nabla^2 P_n^s(\mu) = -n(n+1) P_n^s(\mu) \quad (46)$$

$$D P_n^s(\mu) = \frac{n+1}{2n+1} a P_{n-1}^s(\mu) - \frac{n}{2n+1} b_{n+1}^s(\mu) \quad (47)$$

$$a \equiv \sqrt{n^2 - s^2} \quad (48)$$

$$b \equiv \sqrt{(n+1)^2 - s^2} \quad (49)$$

ここで、式(48)を変形して、

$$\mu p_n^s(\mu) = \frac{a}{2n+1} P_{n-1}^s(\mu) + \frac{b}{2n+1} P_{n+1}^s(\mu) \quad (50)$$

とした上で、式(38)(39)(40)を代入し、整理する。その後 $n = s$ と $n > s$ に場合分けしてからまとめると、以下のような固有値問題に帰着することができる。

$$K_n A_n^s - C_n^s + q_{n-1} B_{n-1}^s + p_{n+1} B_{n+1}^s = \sigma A_n^s \quad (51)$$

$$K_n B_n^s + q_{n-1} A_{n-1}^s + p_{n+1} A_{n+1}^s = \sigma B_n^s \quad (52)$$

$$\Gamma_n A_n^s = \sigma C_n^s \quad (53)$$

ただし、

$$K_n = -\frac{s}{n(n+1)} \quad (54)$$

$$p_n = \frac{\sqrt{n^2 - s^2}(n+1)}{(2n+1)n} \quad (55)$$

$$q_n = \frac{\sqrt{(n+1)^2 - s^2}n}{(2n+1)(n+1)} \quad (56)$$

$$\Gamma_n = -\frac{n(n+1)}{\epsilon} \quad (57)$$

である。式 (52)(53)(54) の各係数 A_n^s, B_n^s, C_n^s が決まれば、次のように水平方向に (u, v, ϕ) を展開できる。

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ \phi \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \psi \\ \chi \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} iA_n^s \\ B_n^s \\ C_n^s \end{pmatrix} P_n^s \exp\{is\lambda\} \quad (58)$$

以上の計算結果を行列を用いて完結に記すと、鉛直第 m モードの Laplace の潮汐方程式は、

$$\mathbf{M}_m \frac{\partial}{\partial \tau} \mathbf{U}_m + \mathbf{L} \mathbf{U}_m = 0 \quad (59)$$

ただし、

$$\mathbf{M}_m = 2\Omega \text{diag}(1, 1, \frac{1}{gh_m}) \quad (60)$$

さらに、スケール行列 $\mathbf{X}_m, \mathbf{Y}_m$ を次のように定義する。

$$\mathbf{X}_m \equiv \text{diag}(\sqrt{gh_m}, \sqrt{gh_m}, gh_m) \quad (61)$$

$$\mathbf{Y}_m \equiv 2\Omega \text{diag}(\sqrt{gh_m}, \sqrt{gh_m}, 1) \quad (62)$$

これらを用いて式 (61) を変形すると、

$$(\mathbf{Y}_m^{-1} \mathbf{M}_m \mathbf{X}_m) \frac{\partial}{\partial \tau} (\mathbf{X}_m^{-1} \mathbf{U}_m) + (\mathbf{Y}_m^{-1} \mathbf{L}_m \mathbf{X}_m) (\mathbf{X}_m^{-1} \mathbf{U}_m) = 0 \quad (63)$$

$(\mathbf{Y}_m^{-1} \mathbf{M}_m \mathbf{X}_m) = \text{diag}(1, 1, 1)$ であるから、

$$\frac{\partial}{\partial \tau} (\mathbf{X}_m^{-1} \mathbf{U}_m) + (\mathbf{Y}_m^{-1} \mathbf{L}_m \mathbf{X}_m) (\mathbf{X}_m^{-1} \mathbf{U}_m) = 0 \quad (64)$$

この式は固有値問題に帰着でき、

$$i\sigma_{slm} \mathbf{H}_{slm} + (\mathbf{Y}_m^{-1} \mathbf{L}_m \mathbf{X}_m) \mathbf{H}_{slm} = 0 \quad (65)$$

とできる。ここで、 s, l, m はそれぞれ、東西、南北、鉛直モードであり、この \mathbf{H}_{slm} を水平構造関数 (Hough 調和関数) という。固有値問題でえられた固有ベクトル、固有振動数がそれぞれ、水平波動の構造、波動周期をあらわす。このとき波動は西向き慣性重力波モード、西向きロスビー波モードに分離できる固有振動数は実数でえられる。

水平構造関数は、次の式で示されるとおり、

$$\mathbf{H}_{slm}(\lambda, \theta) = \Theta_{lm}(\theta) \exp\{is\lambda\} = (U, -iV, Z)_{lm}^T \exp\{is\lambda\} \quad (66)$$

南北構造を記述する Hough ベクトル関数 Θ_{lm} と、東西波動をあらわす複素三角関数に変数分離することができる。水平構造関数の奇数番号の南北モードは赤道をはさんで南北対称なモードである。

さらに、水平構造関数は以下の性質を満たすことが知られている。

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2\pi} \mathbf{H}_{slm} \cdot \mathbf{H}_{s'l'm'}^* \cos \theta d\lambda d\theta = \delta_{ss'} \delta_{ll'} \quad (67)$$

$$\mathbf{A}_m(\lambda, \theta) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{s=-\infty}^{\infty} a_{slm} \mathbf{H}_{slm}(\lambda, \theta) \quad (68)$$

$$a_{slm} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2\pi} \mathbf{A}_m(\lambda, \theta) \cdot \mathbf{H}_{s'l'm'}^*(\lambda, \theta) \cos \theta d\lambda d\theta \quad (69)$$

式 (67) は直交性を、式 (68), (69) は水平変換、逆変換をあらわす。

3.2.4 3次元ノーマルモード展開

3次元ノーマルモード関数展開 (以下、3D-NMFs) Π_{slm} は、上述の鉛直構造関数 G_m と水平構造関数 H_{slm} を結合させて定義される。すなわち、下式に示すとおりである。

$$\Pi_{slm}(\lambda, \theta, \sigma) \equiv G_m(\sigma)H_{slm}(\lambda, \theta) = G_m(\sigma)\Theta_{lm} \exp\{is\lambda\} \quad (70)$$

この3D-NMFs は、以下の性質を満たすことがわかっている。

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\frac{1}{2\pi}}^{\frac{1}{2\pi}} \int_0^{2\pi} \int_1^0 \Pi_{slm} \cdot \Pi_{s'l'm'} \cos \theta \, d\sigma \, d\lambda \, d\theta = \delta_{ss'} \delta_{ll'} \delta_{mm'} \quad (71)$$

$$U(\lambda, \theta, \omega, \tau) = \sum_{s=-\infty}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} w_{slm}(\tau) X_m \Pi_{slm}(\lambda, \theta, \omega) \quad (72)$$

$$w_{slm}(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\frac{1}{2\pi}}^{\frac{1}{2\pi}} \int_0^{2\pi} \int_1^0 U(\lambda, \theta, \omega, \tau) \cdot X_m^{-1} \Pi_{slm}^*(\lambda, \theta, \omega) \cos \theta \, d\sigma \, d\lambda \, d\theta \quad (73)$$

式(71)は直交性を、式(72)および式(73)は、それぞれ3D-NMFsによる変換逆変換を示している。

今回実験に用いたモデルは、上記の3D-NMFsにより展開したプリミティブ方程式系を順圧成分 (鉛直波数0) のみで方程式を閉じたものである。

式(11)は、ベクトル表記されたプリミティブ方程式系であるが、これと3D-NMFsの内積を取ると次のようになる。

$$\langle M \frac{\partial}{\partial \tau} U + LU - N - F, Y_m^{-1} \Pi_{slm} \rangle = 0 \quad (74)$$

ここで、式(73)の性質を用いて、次の式を得る。

$$\frac{dw_{nlm}}{d\tau} + iw_{nlm}w_{nlm} = -i \sum_{jk} r_{(nlm)jk} w_j w_k + f_{nlm}, \quad (i = 1, 2, 3, \dots) \quad (75)$$

この3次元スペクトルモデルを、鉛直波数 $m=0$ のみで方程式系を閉じると、数式そのものはまったく同じであるが、次元が大幅に圧縮された順圧モデルとなる。

$$\frac{dw_i}{d\tau} + iw_i w_i = -i \sum_{jk} r_{ijk} w_j w_k + f_i, \quad (i = 1, 2, 3, \dots)(m = 0) \quad (76)$$

このモデルは、3D-NMFs の一部である Hough 関数展開を行っていることから、長周期変動には大きな影響を有していない重力波を切断することを行っているので、長周期変動の研究にとって重要な Rossby モードのみを抽出されている。鉛直波数 0 のみで表記されたこのモデルは、大気の鉛直成分を予報するモデルであり、 s_i で示された外力項に対して、傾圧順圧相互作用の項をパラメータとして与える必要がある。Tanaka (1998) においては、この s_i の項として、地形による外力、傾圧不安定による wave-breaking、粘性摩擦、地表摩擦を物理的に定式化し、組み込んだモデルで、AO と同じく大気の長周期変動であるブロッキング高気圧のライフサイクルの再現実験を行っている。

しかし、Tanaka (1998) のモデルにおいては、モデル実験の結果 AO を再現するに至らなかった。これは外力項の各物理過程が線形的にパラメタリゼーションされているため、モデル大気の気候値がバイアスを有しているからと考えられる。そこで、今回の実験においては、定式化された外力項の代わりに、観測データから統計的に最適な外力を求めるモデル (Tanaka and Nohara (2001)) を基にしてモデル実験を行った。このモデルで与える外力は次の式を用いて計算する。

$$s_i = \tilde{s}_i + \mathbf{A}_{ij}w_j + \mathbf{B}_{ij}w_j^* + \epsilon_i \quad (77)$$

上式の \tilde{s}_i は s_i の気候値、アスタリスクは複素共役を表す。右辺第四項の ϵ_i のノルムを最小にするように、行列 \mathbf{A}_{ij} 、 \mathbf{B}_{ij} を観測データから重回帰により算出する。詳しくは、Appendix A に記すことにする。

本研究では、この行列 \mathbf{A}_{ij} 、 \mathbf{B}_{ij} を求めるにあたって、観測データは 1950～1999 年の 50 年間の NCEP/NCAR 客観解析データを用いた。以降、求められた 2 つの行列をシステム行列と呼ぶ。したがって、このモデルにおいては、外力は次のように与えられる。

$$s_i = \tilde{s}_i + \mathbf{A}_{ij}w_j + \mathbf{B}_{ij}w_j^* \quad (78)$$

Tanaka (1998) のモデルは、ブロッキングのライフサイクルの再現のためのモデルであることから B-Model と、また Tanaka and Nohara (2001) のモデルは統計的 (Statistic) に外力項を求めたモデルであることから S-Model と呼ぶことにする。

S-Model の詳細については、Tanaka and Nohara (2001) に書かれているが、現実大気の傾圧成分の予報を行った結果、このモデルは平均で 8 日の予報能力を持つことを記しておく。

ところが、このモデルでは、統計的処理のためか傾圧不安定波の増幅が弱く抑えられてしまっている。そのため、このままの S-Model では AO の再現はできなかった。そこで、B-Model で与えられる傾圧不安定を再導入した。それに伴い、波動のエネルギーシンクとしての地形以外の物理過程、粘性摩擦項、帯状の地表摩擦、エクマン摩擦を表現する項をエネルギースペクトルが不合理な値にならないように、傾圧不安定項とバランスするように再導入した。まとめると、本研究においての、モデル外力は次のように与えたことになる。

$$s_i = \tilde{s}_i + A_{ij}w_j + B_{ij}w_j^* + (BC)_{ij}w_i + (DF)_{ij}w_i + (DZ)_{ij}w_i + (DE)_{ij}w_i \quad (79)$$

右辺第三項以降は、 $(BC)_{ij}w_i$ が傾圧不安定、 $(DF)_{ij}w_i$ が粘性摩擦、 $(DZ)_{ij}w_i$ が帯状の地表面摩擦、そして $(DE)_{ij}w_i$ がエクマン摩擦を示す項である。

3.3 経験的直交関数 (EOF) 解析

3.3.1 経験的直交関数 (EOF) 解析とは

AO は北半球における海面更正気圧 (SLP) を経験的直交関数 (EOF) 解析 (主成分解析) したものの第一主成分により定義される。

経験的直交関数展開 (以下、EOF 解析) は、いくつかの地点における時系列データの主要な変動パターンを見るために有効な手法であり、北半球における大気の変動パターンを見るためにこれを行うが、本研究においては、AO の定義である SLP に対しての EOF 解析ではなく、 (u, v, ϕ) の 3 要素を表現する 3 次元ノーマルモード展開により得られた展開係数 w_i に対して EOF 解析を行った。

EOF 解析は、データの主要な変動を抽出して変動の特徴を把握するための統計的手法である。

一般に何らかの相関関係がある p 個の地点でのデータ $x_1, x_2, \dots, x_p (p \geq 2)$ で、時系列方向に n 個のデータ $x_{1\lambda}, x_{2\lambda}, \dots, x_{p\lambda} (\lambda = 1, 2, \dots, N)$ が得られたとする。これ

らの N 個の時系列データは、それぞれ p 個の地点で気象要素が相互に関連のある変動を示しているとみなせるので、個の変動を説明する関数として、 p 個の変量の一時的結合で示すことができ、これを

$$z = l_1 x_1 + l_2 x_2 + \cdots + l_p x_p \quad (80)$$

と仮定し、 l_1, l_2, \dots, l_p を変化させ、

$$\sum_{i=1}^p l_i^2 = 1 \quad (81)$$

の条件のもとで、 z の分散が最大になるときの z を第一主成分という。このときの係数を $l_{1i} (i = 1, 2, \dots, p)$ で表すと、

$$z_1 = l_{11} x_1 + l_{12} x_2 + \cdots + l_{1p} x_p \quad (82)$$

となる。

次に z_1 とは無相関な z のうちで、(81) 式を満たす最大の分散を持つ z_2 が決定できる。この z_2 を第二主成分という。この時の係数を $l_{2i} (i = 1, 2, \dots, p)$ とすると z_2 は、

$$z_2 = l_{21} x_1 + l_{22} x_2 + \cdots + l_{2p} x_p \quad (83)$$

と表わすことができる。以下同様にして第 m 成分 z_m までで全変動の大部分が説明できればこれ以上を求める必要はない。ここで、 z_m を

$$z_m = l_{m1} x_1 + l_{m2} x_2 + \cdots + l_{mp} x_p \quad (84)$$

と書く、したがって、各係数は、

$$l_{\alpha 1}^2 + l_{\alpha 2}^2 + \cdots + l_{\alpha p}^2 = \sum_{k=1}^p l_{\alpha k}^2 = 1 \quad (85)$$

を満たし、各主成分は、以下の条件を満たすように定まる。

1. 第一主成分 z_1 の分散が最大である。

2. 第 α 成分 z_α は第 $(\alpha - 1)$ 成分と無相関で分散が最大である。

$$(\alpha = 2, 3, \dots, m)$$

実際には各主成分の計算は、 $p \times p$ の分散共分散の固有値問題に帰着する。これについては次節に記すこととする。

再解析全球データの各要素は、直接 EOF 解析することはできない。なぜなら、全解析全球データではどの緯度帯でも、緯度方向に同じ数のグリッドが存在するからである。実際には地球は球型であるので、再解析全球データのままだでは、高緯度ほどグリッドの距離の間隔は短くなる。そのために、当然各グリッド間の変動パターンの相関が強くなり、実際に変動を特徴付けるパターンとは異なるパターンが現れる恐れがある。

このグリッド間隔の偏りを修正するために、再解析全球データを新規のグリッド上に投影して、そのデータに対して EOF 解析を行うことで、高緯度のグリッド間の強い相関を抑えることができる。理想的な投影法としては、Octagonal Projection があげられる。

しかし、本研究で EOF 解析を行ったのはグリッドデータではなく 3 次元ノーマルモード展開によって、波数空間に展開した展開係数 w_i に対してである。各展開係数 w_i の間に空間的な偏りはなく、そのまま EOF 解析をかけても問題なく変動の成分を抽出することができる。

3.3.2 EOF 解析における固有ベクトルの計算方法

一般に、 p 変数データ、すなわち N 個の各標本について、 p 種類の変数 x_1, x_2, \dots, x_p が測定されたとし、そのデータに基づき、主成分 $z_1, z_2, \dots, z_m (m \leq p)$ を求める方法について以下で述べる。

まず、得られたデータより各変量の分散共分散 σ_{ij} を求め、それを

$$S = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1p} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \cdots & \sigma_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{p1} & \sigma_{p2} & \cdots & \sigma_{pp} \end{bmatrix} \quad (86)$$

と、表す。ここでの σ_{ij} は各変量の分散共分散の不偏推定値であり、

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{N-1} \left\{ \sum_{\lambda=1}^n (x_{i\lambda} - \bar{x}_i)(x_{j\lambda} - \bar{x}_j) \right\} \quad (87)$$

$$\bar{x}_i = \frac{1}{N} \sum_{\lambda=1}^N x_{i\lambda} \quad (88)$$

とし、さらに相関行列を求め、それを

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1p} \\ r_{21} & r_{22} & \cdots & r_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{p1} & r_{p2} & \cdots & r_{pp} \end{bmatrix} \quad (89)$$

$$(r_{ii} = 1; i = 1, 2, \dots, p)$$

と表す。

ここで、 p 個の変量 x_1, x_2, \dots, x_p からなるベクトル変量を

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_p \end{bmatrix} \quad (90)$$

とする。ここで、 \mathbf{X} のとりうる値は、

$$\begin{bmatrix} x_{11} \\ x_{21} \\ \vdots \\ x_{p1} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} x_{12} \\ x_{22} \\ \vdots \\ x_{p2} \end{bmatrix}, \dots, \begin{bmatrix} x_{1N} \\ x_{2N} \\ \vdots \\ x_{pN} \end{bmatrix}$$

また、各主成分を式 (80) の形で求めるために各主成分の変量 x_i の係数をそれぞれベクトル

$$\mathbf{l}_1 = \begin{bmatrix} l_{11} \\ l_{21} \\ \vdots \\ l_{p1} \end{bmatrix}, \mathbf{l}_2 = \begin{bmatrix} l_{12} \\ l_{22} \\ \vdots \\ l_{p2} \end{bmatrix}, \dots, \mathbf{l}_m = \begin{bmatrix} l_{1m} \\ l_{2m} \\ \vdots \\ l_{pm} \end{bmatrix}$$

で表し、 \mathbf{l}_α の置換行列を \mathbf{l}_α^T で表すと主成分は

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{l}_1^T \\ \mathbf{l}_2^T \\ \vdots \\ \mathbf{l}_m^T \end{bmatrix} \mathbf{X} \quad (91)$$

と書くことができる。ただし、各 l_α^T は単位ベクトル ($l_\alpha^T \cdot l_\alpha = 1$) とする。

これより、各主成分 z_α が条件 (85) を満たすように係数を求めればよい。したがって、

$$V\{z_1\} = v\{l_1^T X\} = l_1^T V\{X\} l_1 = l_1^T S l_1 \quad (92)$$

z_1 の分散 V_{z_1} が最大になるような l_1 を求めるために、ラグランジュの未定乗数法を用いる (次節参照)。ここで、ラグランジュの未定乗数を λ として、

$$v = l_1^T S l_1 - \lambda(l_1^T l_1 - 1) \quad (93)$$

の両辺を l_1^T で微分すると、微分方程式

$$\frac{\partial v}{\partial l_1^T} = (S - \lambda I) l_1 \quad (94)$$

I : p 次の単位行列

が得られ、ラグランジュの未定乗数法よりこの微分方程式が 0 になるときに z_1 の分散 $V\{z_1\}$ は最大になる。すなわち、以下の連立方程式

$$(S - \lambda I) l_1 = 0 \quad (95)$$

を解けばよい。ここで、式 (91) のベクトル l_1 の要素がすべて 0 以外の解を持つためには λ が固有方程式

$$|S - \lambda I| = 0 \quad (96)$$

の解 (固有値) でなければならない。また、 z_1 の分散 $V\{z_1\}$ を最大にするものが存在するとすれば、式 (94) より

$$V\{z_1\} = \lambda \quad (97)$$

であり、式 (96) の固有値に等しくなるので、 z_1 における係数ベクトル l_1 としては、式 (96) の最大の固有値 λ_1 に対応する単位固有ベクトルとして第一主成分 z_1 を決定することができる。一方、式 (96) の固有値を展開すると λ についての p 次方程式になるので、 p 個の固有値 (重複するものを含めて数えると) が存在し、しかも S は非負の対称行列であるから固有値はすべて非負の実数である。その中の最大のものを

λ_1 として l_1 を求める。さらに大きさの順に $\lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_m$ を抽出し、 $\lambda_k (1 \leq k \leq m)$ に対応する単位固有ベクトルを第 k 主成分 z_k における係数ベクトル l_k として、全部で m 個の主成分を求めるとこれらは条件 $x \cdot x = 1$ を満たす。

3.3.3 ラグランジュの未定乗数法

関数 $y = f(x_1, x_2, \dots, x_p)$ について、条件 $h(x_1, x_2, \dots, x_p) = 0$ のもとで、その極大、もしくは極小を求めるために、以下の関数を導入する。

$$z = y = f(x_1, x_2, \dots, x_p) + \lambda h(x_1, x_2, \dots, x_p) \quad (98)$$

この仮定した関数において、 z を最大にすることは、 y を $h = 0$ の条件のもとで極大、もしくは極小にすることと同値である。したがって、

$$\frac{\partial z}{\partial x_1} = \frac{\partial z}{\partial x_2} = \dots = \frac{\partial z}{\partial x_p} = 0 \quad (99)$$

を解いて、 x_1, x_2, \dots, x_p を求めると、この x_1, x_2, \dots, x_p に対する y の値が極大、もしくは極小となる。さらに、条件が次のように 2 個以上あるときにおいても、

$$h_1(x_1, x_2, \dots, x_p) = 0, h_2(x_1, x_2, \dots, x_p) = 0, h_p(x_1, x_2, \dots, x_p) = 0 \quad (100)$$

上記の場合と同じように、次の関数について、

$$z = y = f(x_1, x_2, \dots, x_p) + \lambda_1 h_1(x_1, x_2, \dots, x_p) + \lambda_2 h_2(x_1, x_2, \dots, x_p) + \dots + \lambda_p h_p(x_1, x_2, \dots, x_p) \quad (101)$$

上記の場合と同じように式 (99) を解くことにより y を極大、もしくは極小にすることができる。

4 結果

4.1 現実大気の EOF 解析

モデル実験を行うにあたって、その前に、現実大気の順圧成分について解析を行った。式 (72) で得られる 3D-NMFs 展開係数を NCEP/NCAR 客観解析データから、1950～2000 年までの 51 年間にわたって算出した後、1 日移動平均を施し、日スケール以下の現象を取り除き、51 年間の大気の順圧成分を抽出した。

TW98 では、月平均 SLP に対する EOF 解析で得られた第一位主成分をもって AO と定義しているが、本研究においては、大気場を鉛直平均してえられる順圧成分のみを見ているという制約はあるものの、気圧場だけでなく、水平風速を含んだ 3 変数を内包した大気の変動に対して、解析を行った。

Combined EOF 解析などを用いて、3 次元大気について解析を行って得られた結果が順圧的な構造を有していれば、はじめから順圧成分を解析しても同義であると著者は考える。これまでの先行研究によると、多くの研究者から AO をはじめとした長周期変動においては、順圧成分の変動が 3 次元大気における卓越した変動成分であるということが報告されている。したがって、著者はこれらの報告をもって順圧大気への解析を行うほうがより AO の本質を捉えていると考えた。

図 3,4 は、展開係数を EOF 解析して得られた波数空間での固有値問題の第 1 主成分から第 4 主成分の結果を、逆 3D-NMFs を行いジオポテンシャル高度場に回帰した図である。

第 1 主成分は、北極域において負の変動中心を持ち、それを取り巻く北太平洋と北大西洋領域にそれとは逆の正の作用中心が見られ、AO の基本的構造を有している。TW98 において報告された結果は、第一位主成分の寄与率が 19% と本研究に比べかなり大きな値となっているが、著者らが行った解析は、日平均のデータに対して行ったものであり、数日周期の卓越モードであると考えられる総観規模擾乱をその解析対象に含んでいることを特記しておく。そのような中でも総観規模擾乱の変動を上回って AO が卓越変動として現れるのは、注目すべき事項であり、AO が統計処理の際に副次的に現れる実態を持たないモードであるという説も存在するが、仮にそうであるとしても、AO の実態を掴むことがいかに重要であることを示唆して

いる。

第1主成分の時系列スコアは、図2において実線で示されている。SLPと w_i と
の間のEOF-1時系列スコアの比較をしても、そのスコア同士は、つおい正の相関を
持って変動している事が言える。

冬季にのみそのEOF解析の対象を絞り込むと(図5,6)、この第1主成分の寄与率
は、21.0%に上昇する。AOに特徴的な変動成分の3つ玉構造そのものは変化して
いない。これも、TW98など数多くの研究で報告されている結果と矛盾しておらず、
SLPの場の変動で表現されたAOの本質は、順圧大気場のそのものの変動と相違が
ないことを示している。

主成分2位以下の高度場にも注目すると、通年、冬季のみに関わらず、寄与率が
異なることを除けば同一のモードを捉えていると考えてよい。

具体的には、EOF-2の構造は北大西洋に正の変動中心があり、北太平洋に負の中
心がある構造、EOF-3は、太平洋に正の変動中心があり、PNA的な構造を見て取れ
ると同時に、NAOの変動も一部見受けられる。

4.2 モデル実験

現実大気における3D-NMFs展開係数 w_i の卓越変動がSLPのそれと同じように
AO的な構造をしていることから、これを再現すべく順圧S-Modelを用いてAOの
再現を試みた。

このモデルを走らせるに当たって、より顕著にその特徴を掴むために、AOの特
徴が強く現れる時期である冬季(1月1日)にモデル外力の気候値を固定し、1950年
1月1日のデータを初期値にして、51年間の時間積分を行った。そこで得られた結
果を観測大気に対して行ったのと同じ手法でEOF解析を行い、モデル大気の卓越
モードを調べた。その結果が図7,8である。EOF-1の構造は、極域で負、中緯度で
正の変動成分を有し、正の作用中心は北太平洋と北大西洋に存在する。この構造は、
図3,5で示したEOF-1すなわちAOと同じものである。寄与率が現実大気よりも高
い値を示しているが、これは外力の気候値を冬季に固定したこと、このモデルで再
現される総観規模擾乱が観測よりも弱いことに起因していると思われる。EOF-2～

4についても細部に若干の違いを認められるも、その構造は観測大気と同一のものと示している。

次にモデル大気の EOF-1 の時系列を示すが、図 2 では見る事ができた 10 年周期の気候変動を示すような変動は見られなかった(図 9)。また、モデルの気候値を 1 月 1 日に固定しているため、AOI に季節的な変化も見られない。観測大気場と比較すると、周期は短く、振幅が大きい傾向があるものの、この変動は順圧大気の内部モードにより生じた AOI の自然変動を説明するに十分な振幅を持っている。

この違いをより詳しく見るために、観測大気と、モデル大気の二つの AOI のタイムスペクトルを計算した。観測大気の AOI のタイムスペクトル(図 10)を見ると、およそ周期約 4ヶ月を境に短周期側がレッドノイズ、長周期側がホワイトノイズを見る事ができるが、特に顕著なスペクトルピークは、見受けられない。ただし、弱い約 10 年周期に顕著ではないが、弱いスペクトルピークが見ることができる。モデル大気の AOI タイムスペクトルについては、10 年周期の弱いピークが見受けられないこと以外は、観測大気のそれとほぼ同じである。

4.3 順圧大気のエネルギー解析

北極振動の特徴は、60N°を境界とする、軸対称な大気質量の南北振動であるから、東西波数 0 のアノマリーがどのように形成・維持されるかを理解する事が重要である。ノーマルモード展開係数 w_i で示された大気での全エネルギー E (運動エネルギー K と有効位置エネルギー A の和) は、次の式の各波数の総和で与えられる (tanaka (1985))。

$$E_i = \frac{1}{2} p_s h_m |w_i|^2 \quad (102)$$

上のエネルギー定義式を時間微分し、その時間変化項にモデル式 (76) を代入することで、順圧大気の外力項によりエネルギーがどのように授受しているか見ることができる (Tanaka and Kung (1998))。そこで、東西波数 0 に対するエネルギーの供給がどのように行われているかを知るために、この手法を用いてエネルギーの時間変化を以下の式に示される項に分けて解析を行った。

$$\frac{dE_i}{dt} = NL_i + AB_i + BC_i + DF_i + DS_i \quad (103)$$

ここで、 NL_i は非線形相互作用、 AB_i は統計的に求めたシステム行列と気候値、 BC_i は傾圧順圧相互作用、 DF_i は拡散、そして DS_i は表面摩擦によるエネルギーの授受を示す。

モデル大気のエネルギー収支結果は表 3 のとおりである。

計算結果より、東西波数 0 を除けば、そのエネルギーのピークは波数 1 と 3 に存在し、波数が増えるに従いそのエネルギーレベルは低下する。

また、 AB_i の項に注目すると、波数 0 がエネルギーシンクとなっていると同時に、波数 2,3 へとエネルギー供給が見られ、前者は地形による帯状風の減速、後者は大規模地形および海陸分布によるプラネタリー波の励起と考えられる。さらに BC_i からは、総観規模のエネルギー供給があり、この二つが主に、非線形相互作用を介して波数 0 および 1 に伝播されていく。

したがって、AO の励起に必要な波数 0 へのエネルギー供給は、主に地形効果と傾圧波動が重要であると考えられるわけだが、実際に AO は大気の非定常成分の変動の卓越モードであるため、AO の励起に寄与しない定常的なエネルギーを抜いて考える必要がある。

モデル式 (76) から、気候値を差し引いてアノマリーの式を導き、

$$E'_i = \frac{1}{2} p_s h_m |w'_i|^2 \quad (104)$$

上式のアノマリーのエネルギーの定義式 ($w'_i \equiv w_i - \bar{w}_i$) を時間積分した結果に代入して、エネルギーのアノマリー成分の収支式を得、同様の計算を行った。その結果は表 4 に示すとおりである。

全体のエネルギー量のアノマリーは東西波数 0 を除けば波数 1 にピークを有し、波数の増加に伴い、エネルギーレベルは低下する。注目すべきは、 AB_i の項であり、アノマリーでは、この項の波数 2,3 はエネルギーソースとして機能していないという事がわかる。すなわち、地形によるエネルギー供給は定常的なものであり、プラネタリー波のアノマリーのエネルギーソースは、総観規模擾乱のエネルギーを逆カ

表 3: 順圧 S モデルを 1 年積分した際におけるモデル大気 of 各東西波数成分に与えられた総エネルギーの時間平均値 (Jm^{-2}) と、モデル各項によるエネルギー交換量の時間平均値 (Wm^{-2})。EN は総エネルギー量である。また、AB はシステム行列項および外力の気候値の項、BC は傾圧不安定項、NL は非線の波の相互作用による項、DS は表面摩擦の項、DF は拡散項によるエネルギー交換量、FN は外力項の総和。

n	EN	AB	BC	NL	DS	DF	FN
0	1208261	-114	0	235	-86	-36	-236
1	115707	16	0	76	-60	-32	-75
2	70069	169	1	-109	-39	-22	109
3	108319	141	0	-50	-56	-33	53
4	24646	30	7	0	-14	-16	8
5	29521	5	54	-11	-15	-18	25
6	24069	34	56	-37	-11	-18	62
7	19117	16	77	-26	-10	-20	64
8	11316	17	55	-17	-6	-18	49
9	4794	6	23	0	-2	-10	16
10	2989	5	12	3	-1	-9	7
11	1376	2	4	5	-1	-6	0
12	794	0	1	6	0	-4	-3
13	436	1	0	4	0	-3	-2
14	235	0	0	3	0	-2	-2
15	153	0	0	2	0	-2	-1
16	99	1	0	1	0	-1	-1
17	66	0	0	1	0	-1	-1
18	45	0	0	1	0	-1	-1
19	28	0	0	1	0	-1	-1
20	19	0	0	0	0	-1	0

表 4: 順圧成分のアノマリーを予報する S-Model を 1000 日積分した際におけるモデル大気各東西波数成分に与えられた総エネルギーの時間平均値 (Jm^{-2}) と、モデル各項によるエネルギー交換量の時間平均値 (Wm^{-2})。EN は総エネルギー量である。また、AB はシステム行列項および外力の気候値の項、BC は傾圧不安定項、NL は非線の波の相互作用による項、DS は表面摩擦の項、DF は拡散項によるエネルギー交換量、FN は外力項の総和。

n	EN	AB	BC	NL	DS	DF	FN
0	31639	-17	0	44	-19	-7	-43
1	36634	-19	0	56	-20	-14	-53
2	31125	-5	1	37	-17	-13	-34
3	22917	-3	0	32	-13	-12	-28
4	21333	5	6	23	-12	-13	-14
5	23153	8	50	-15	-12	-16	30
6	19586	15	59	-22	-10	-17	47
7	15806	21	69	-32	-8	-17	66
8	8716	14	43	-14	-4	-13	39
9	4367	5	20	0	-2	-9	13
10	2380	2	9	5	-1	-7	3
11	1169	0	3	6	-1	-5	-2
12	633	1	1	4	0	-3	-2
13	362	1	0	3	0	-2	-2
14	198	0	0	2	0	-2	-2
15	118	0	0	2	0	-1	-1
16	78	0	0	1	0	-1	-1
17	47	0	0	1	0	-1	-1
18	33	0	0	1	0	-1	-1
19	21	0	0	1	0	0	0
20	14	0	0	0	0	0	0

スケードによりプラネタリー波および帯状成分へのエネルギーとしている NL_i の項であるということがわかる。

4.4 地形が AO に及ぼす影響

AO を励起するのが、 NL_i 項を介した総観規模擾乱のみだとすると、地形効果や海陸分布に代表される AB_i 項は、AO の励起に対しては何の寄与もしていないことになるが、地形の効果がない場合、その場合の大気の変動はどうなるかについてモデル実験を行った。

モデルの積分時間はこれ以降は 20 年で行った。積分時間以外の、初期値、パラメータ等の条件は第 4.2 節でのモデル実験 (以下、コントロールラン) と等しい条件で行った。AB 項で示される外力のうち、 AB_i で示される項のうち、特定の波数の定常成分のみを与えモデルの積分を行った。その条件は、以下のとおりである。

- AB_i 項のうち、 \bar{s} の東西波数 0 のみを AB_i 項として与えた (実験 I とする)
- AB_i 項のうち、 \bar{s} の東西波数 0, 2 のみを AB_i 項として与えた (実験 II とする)
- AB_i 項のうち、 \bar{s} の東西波数 0, 3 のみを AB_i 項として与えた (実験 III とする)
- AB_i 項のうち、 \bar{s} の東西波数 0, 2, 3 のみを AB_i 項として与えた (実験 IV とする)

実験 I~IV のモデル大気を EOF 解析して得られた第一主成分の結果が、図 12, 13 である。

実験 I においては、東西数 3 が卓越してしまい、EOF-1 には AO 的な構造を見ることはできなかった。実験 IV においては、ほぼコントロールランの結果と同じ構造を得る事ができたが、実験 IV から \bar{s} の波数 2,3 のいずれかを取り去った実験 II および III においては、環状の構造を見ることはできるが、その変動の節は、これまで観測大気およびコントロールランの結果よりも南方に存在するため、これを AO と短絡的に呼ぶことはできない。

そこで、段階的な卓越モードの構造の変化を見るために、コントロールランで与える外力と、実験 I～IV で与える外力の中間の外力を、与えたモデル実験を行った。実験の名前については、与える外力によって次のとおりに名づけた。

$$AB_i = \tilde{s}_i(\text{東西波数 } 0 \text{ のみ}) + 20\% \times \{\tilde{s}_i(\text{波数 } 0 \text{ 以外}) + A_{ij}w_j + B_{ij}w_j^*\} \quad (105)$$

この実験を I-20 と呼ぶことにする。もう二つ例を挙げると、

$$AB_i = \tilde{s}_i(\text{東西波数 } 0, 2 \text{ のみ}) + 80\% \times \{\tilde{s}_i(\text{波数 } 0, 2 \text{ 以外}) + A_{ij}w_j + B_{ij}w_j^*\} \quad (106)$$

$$AB_i = \tilde{s}_i(\text{東西波数 } 0, 2, 3 \text{ のみ}) + 0\% \times \{\tilde{s}_i(\text{波数 } 0, 2, 3 \text{ 以外}) + A_{ij}w_j + B_{ij}w_j^*\} \quad (107)$$

式 (106) で与えられる外力でのモデル実験は実験 II-80 と呼び、式 (107) の場合は、実験 IV-0 すなわち、実験 IV そのものである。

特定波数以外の AB_i 項による外力は、コントロールランの 20%, 40%, 60%, 80% の 4 種類ずつで、それを実験 I～IV まで行ったので、全部で 16 通りの実験を行ったことになる。

コントロールランから、実験 I へと、 AB_i 項の東西波数 0 の \tilde{s} 以外を段階的にモデル外力を減らしていった結果、実験 I-80 においては、そのモデル大気 EOF-1 に AO 的な構造が現れたが、外力が減少していくに従い、その軸対象の構造が卓越モードではなくなった (図 14～17)。これらの図では、主成分に関わらずその構造が東西波数 0 の特徴を持ったモードを図示にした。

I-60 においては、環状モードの形がやや崩れ、波数 1 の特徴も合わせて持っている変動モードが EOF-3 に現れた。ここで卓越モードとして現れたのは波数 2 の特徴を持つ変動であった (図示せず)。

I-40 になると、上位主成分には総関規模擾乱が卓越してしまい、I-60 における EOF-3 で示された成分は、構造的な特徴は保ちながらも、EOF-8 へとその主成分順位を落としている。ところが、EOF-9 に EOF-8 とは別の環状的な構造を有するモードが

現れた。このモードは、環状の構造を有するも、その変動の節はより AO のそれよりもより低緯度にある事が見て取れる。ここで現れた 2 つの環状のモードは、I-20 では、EOF-2 と 3、I-0 では EOF-9 と 10 に見て取る事ができる。

次に、実験 II の一連の結果を見ると、II-100, 80 で AO 構造を有していたモードが、II-60, 40 で波数 1 の成分が重なってその構造を変形させている事がわかる (II-60 では EOF-1、II-40 では EOF-2)。ところが、II-40 においては、EOF-1 以外に EOF-8 にも環状のモードが存在し、II-20 ではその環状モードが卓越モードとなっていると思われる (II-40 と似た構造が II-20 の EOF-2 に存在するため)。そして、II-0 においては、極側が広がった環状構造が卓越モードとなる。(図 18~20, 図 12)

実験 III については、外力の減少に伴って、元の AO は、その構造を波数 0 から 1 に変化させているのは見て取れるが、これまでの I, II に見られるような「もうひとつの」環状モードは見られなかったが、III-20 の EOF-1 と、III-0 の EOF-1 の変動モードの構造は外力の変化にそって変化した、同一のモードとして見れないほど形状が異なっている (図 21, 22, 13)。

実験 IV については、IV-0 では最終的に AO 的な構造が卓越モードとして、現れているが、それと平行して、IV-20 では極の変動中心の面積が異なる二つの環状モードが EOF-1 と EOF-4 に現れ、IV-0 ではそれぞれ EOF-2 と EOF-1 として現れている (図 23~25, 13)。

5 まとめと考察

本研究において、北極振動が、どのような力学的なプロセスから生じているかの理解を深める目的で、NCEP/NCAR 再解析データから3次元ノーマルモード展開により抽出し、観測大気の順圧成分に対する解析を行った上で、Tanaka and Nohara (2002) の順圧モデルを元に、観測されるものと同じAOの再現を試みた。

その結果、簡単な順圧モデルにおいても、観測大気で得られた特性を十分に再現する事ができた。

また、観測大気とモデル大気のAOIのタイムスペクトルの比較により、AOが約4ヶ月程度のメモリーしか有しないこと、また、昨今話題になっている気候の10年周期変動だが、AOの自然変動成分がこれに寄与していないと推測される。

次に行ったモデル各項によるエネルギー収支の解析より、AOを励起しているのは、傾圧不安定擾乱が非線形相互作用を経て起こるエネルギーの逆カスケードであり、これにはプラネタリースケールの波に定常的なエネルギーの供給を行っている地形効果や海陸分布が影響を及ぼしていないと考えられる。

そこで、地形により与えられる外力項がAOの形状等に対して、どのような影響を与えているかを知るために、段階的に地形による外力を取り除いた上でのモデル実験を行った。

この結果、実験IIIを除いて、外力が低下していくにしたがって、はじめにAOとして存在していたモードは形状を歪ませ、その寄与率、主成分順位を下げると同時に、AOとは別の環状のモードが同時に生じる事がわかった。この環状モードがAOと別の意味で使うNAMのモードに相当するかについては、議論できるほどの情報がないが、地形効果が減少するにしたがって、元のAOがその形を波数1が重なった形に歪めるということについては、西澤・余田(2002)の報告と矛盾していない。

彼らの研究においては、卓越モードについてのみの議論であったが、地形効果が低いときに現れる環状モードは、高いときに現れるそれと別のものであるかもしれないと示唆している。これもNAMとAOが区別できるものであるという議論に直接つながることはないが、北半球の環状モードが二つの側面を持ちうるという可能性を暗示するものである。

今回は、AO とは別の環状モードが存在することを指摘したが、あくまでこれは定性的な議論であり、今回実験を行ったモデル大気のエネルギー解析を含めて、その実態を定量的に掴むことは、AO の実態を解明するにあたって必要な課題と考えられる。

謝辞

本研究を進めるにあたり、筑波大学地球科学系の田中 博助教授には、指導担当教官として、本研究の動機となる論文の紹介、研究手法、力学理論、考察など終始丁寧なご指導、ご鞭撻を賜り感謝しております。

また、名古屋大学地球水循環研究センターの安成哲三教授、筑波大学地球科学系の木村富士男教授、植田宏昭講師、日本学術振興会の長谷川聡研究員、環境研究所の早崎将光支援研究員、筑波大学大学環境科学研究科の堀 E. 正岳準研究員、同大学水理実験センターの野原大輔準研究員には、多数のご助言を頂きありがとうございます。

同大学地球科学研究科の梶川義幸氏、渡来靖氏、寺尾有希夫氏、阿部学氏の諸先輩方からは、解析手法、考察に関して多くのご助言、ご助力を頂いたことに感謝いたします。

最後に、共に修士論文執筆に励んできた筑波大学生命環境科学研究科地球環境科学専攻および同大学環境科学研究科大気科学研究室の友人たちを始め、この論文を書くにあたって関わっていただいた方すべてに感謝の意を表します。

Appendix A システム行列の導出

システム行列を求めるにあたり、はじめに観測データ (本研究では、NCEP/NCAR 客観解析データ) を 3D-NMFs により展開係数 w_i に変換しておく。

$$s_i = \tilde{s}_i + A_{ij}w_j + \delta_i \quad (108)$$

次に、上式を用いて未知の行列 A_{ij} を最小二乗法により残差項 δ_i が最小になるように求める。したがって、行列 A_{ij} は次の式で表される。

$$A_{ij} = \overline{f'_i w_k^H (w_k w_j^H)^{-1}} \equiv \overline{f'_i w_j^+} \quad (109)$$

ここで、上付き文字 H は、complex conjugate transpose を示し、上付き文字 $+$ は、上式で定義される逆行列を示す。また、 $\overline{\quad}$ は時間平均をしめす。

さらに、最小化した δ_i について次の操作を行う。

$$\delta_i = B_{ij}w_j^* + \epsilon_i \quad (110)$$

先ほどと同様に、式 (108) の残差項に対して回帰を行い、 ϵ_i が最小になるように、未知の行列 B_{ij} を求める。ここで、上付き文字 $*$ は複素共役をしめす。すると、求める行列 B_{ij} は次の式で表される。

$$B_{ij} = \overline{\epsilon_i w_j^{*+}} \quad (111)$$

こうして、求めた 2 つの行列を用いて、外力 s_i を w_i の関数として表記する。

$$s_i = \tilde{s}_i + A_{ij}w_j + B_{ij}w_j^* \quad (112)$$

S-Model におけるシステム行列として、上式で与えられる s_i を利用する。この式でのシステム行列を含む項の物理的な意味は、 A_{ij} を含む項は、低周波の波から高周波の波へのエネルギー伝播を意味し、それとは逆に B_{ij} を含む項では逆カスケードのエネルギー伝播を示す。

参考文献

- Akahori, K. and S. Yoden, 1997 : Zonal flow vacillation and bimodality of baroclinic eddy life cycles in a simple global circulation model. *J. Atmos. Sci.*, **54**, 2349-2361
- Ambaum, M. H. P., B. J. Hoskins, and D. B. Stephenson, 2001: Arctic oscillation or North Atlantic oscillation? *J. Clim.*, **14**, 3495-3507.
- Deser, C., 2000: On the teleconnectivity of the Arctic oscillation. *Geophys. Res. Lett.*, **27**, 779-782.
- Exner, F. M., 1925: *Dynamische Meteorologie*. Wien Verlag von Julius Springer. 415pp. (Translated by T. Sato, 1998, Iwanami Books, 338pp, in Japanese)
- Feldstein, S. B., 2002: The recent trend and variance increase of the annular mode. *J. Clim.*, **15**, 88-94.
- Kasahara, A., 1984: The linear response of a stratified global atmosphere to tropical thermal forcing. *J. Atmos. Sci.*, **41**, 2217-2237.
- Kasahara, A. and H. L. Tanaka, 1989: Application of vertical normal mode expansion to problems of baroclinic instability. *J. Atmos. Sci.*, **46**, 489-510.
- Tanaka, H. L., 1985: Global energetics analysis by expansion into three dimensional normal mode functions during the FGGE winter. *J. Meteor. Soc. Japan*, **68**, 461-471.
- Tanaka, H. L., 2003b: Analysis and modeling of the Arctic oscillation using a simple barotropic model with baroclinic eddy forcing. *J. Atmos. Sci.*, (in press)
- Tanaka, H. L. and D. Nohara, 2001: A study of deterministic predictability for the barotropic component of the atmosphere. *Science Report, inst. Geosci., Univ. of Tsukuba*, **22A**, 1-21.
- Tanaka, H. L. and H. Tikiyaga, 2002: Baroclinic instability in high latitudes induced by polar vortex: A connection to the Arctic oscillation. *J. Atmos. Sci.*, **59**, 69-82.
- Tanaka, H. L., and E. C. Kung, 1988: Normal mode energetics of the general circulation during the FGGE year. *J. Atmos. Sci.*, **45**, 3723-3736.
- Tanaka, H. L., and E. C. Kung, 1989: A study of low-frequency unstable planetary

- waves in realistic zonal and zonally varying basic states. *Tellus*, 41A, 179-199.
- Thompson, D. W. J. and J. M. Wallace, 1998: The arctic oscillation signature in the wintertime geopotential height and temperature fields. *Geophys. Res. Lett.*, 25, 1297-1300
- Thompson, D. W. J. and J. M. Wallace, 2000: Annular modes in the extratropical circulation. Part I: Month-to-month variability. *J. Clim.*, 13, 1000-1016.
- Wallace, J. M., 2000: North Atlantic oscillation / annular mode: two paradigms – one phenomenon. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 126, 791-805.
- Wallace, J. M. and D. W. J. Thompson, 2002: The Pacific center of action of the Northern Hemisphere annular mode: Real or artifact? *J. Clim.*, 15, 1987-1991.
- Yamazaki, K. and Y. Shinya, 1999: Analysis of the arctic oscillation simulated by AGCM. *J. Meteor. Soc. Japan*, 77, 1287-1298.
- Yu, J. Y. and D. L. Hartmann, 1993: Zonal flow vacillation and eddy forcing in a simple GCM of the atmosphere. *J. Atmos. Sci.*, 77, 3244-3259.
- 岡田亮, 2001: 順圧 S-Model による北極振動の数値実験. 平成 12 年度筑波大学第一学群自然科学類卒業論文, 61pp
- 田中博, 2002: 順圧大気大循環モデルによる北極振動の数値実験およびその力学的固有解の解析. *グロースベッター*, 40, 1-18.
- 西澤誠也・余田成男, 2002: 環状変動における地形の役割. *グロースベッター*, 40, 19-27.

Leading EOF (19%) shown as
regression map of 1000mb height (m)

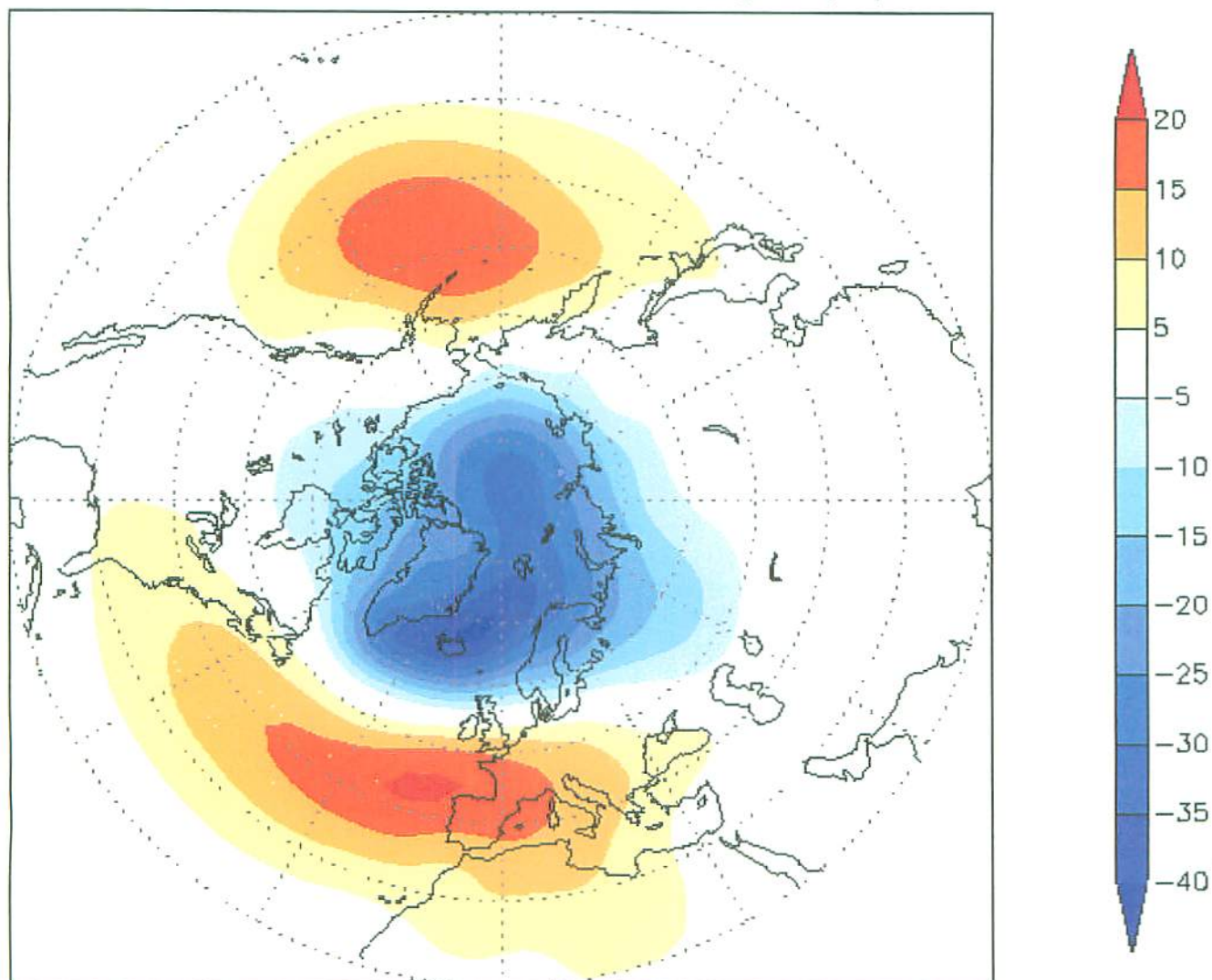


図 1: NCEP/NCAR の月平均 SLP の EOF-1 の結果から、回帰させた 1000hPa 高度
場図 (1979-2000 年) (NCEP ホームページより)

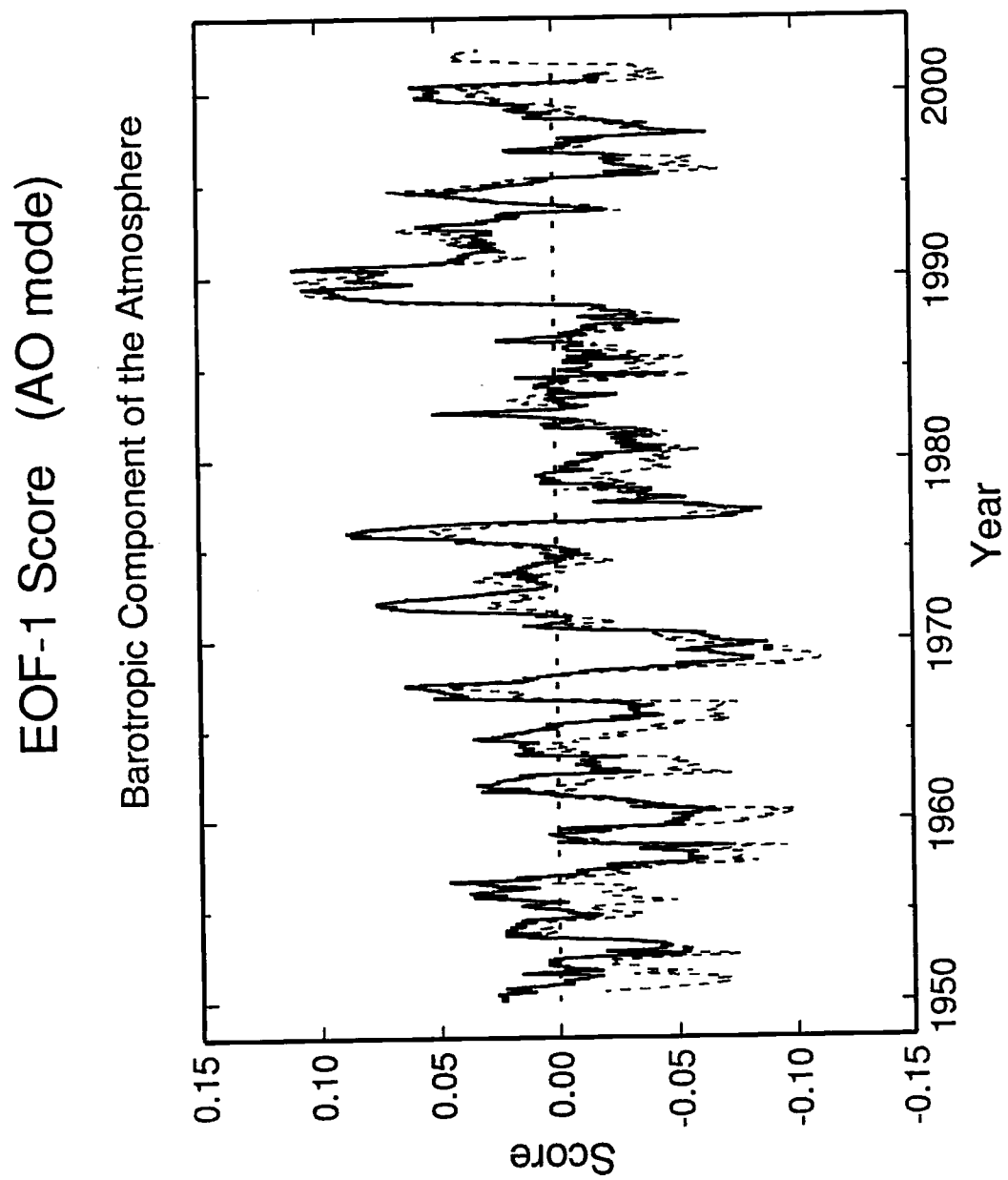
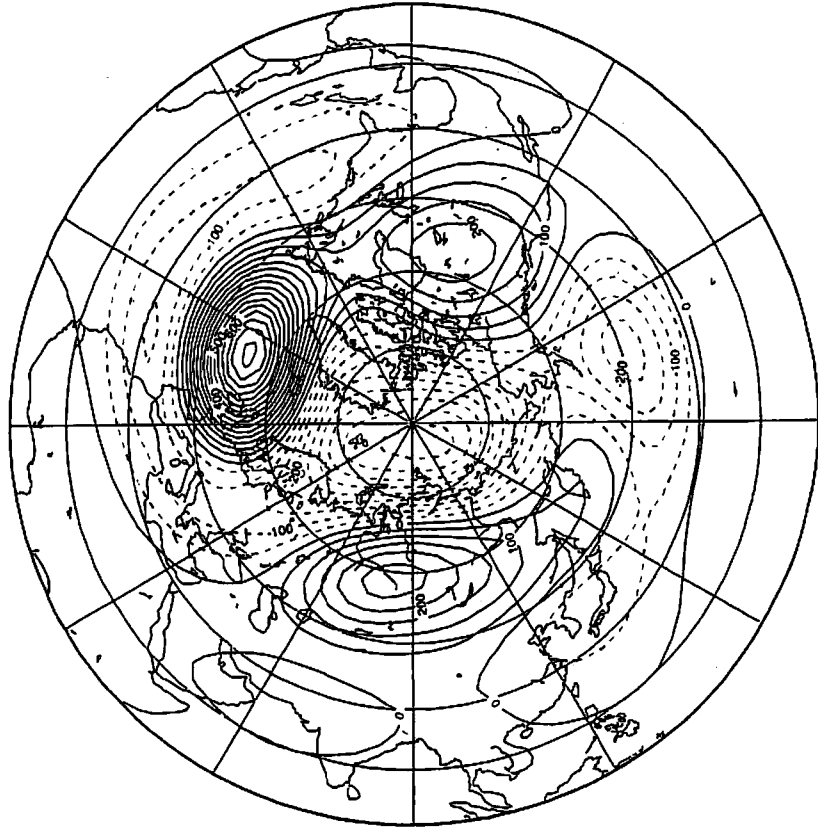


図 2: NCEP/NCAR の SLP の EOF-1(破線) と、NCEP/NCAR より計算した 3D-NMFs 展開係数の EOF-1(実線) の時系列スコアの 13ヶ月平均値 (1950-2000 年)

Barotropic Component of Geopotential Height

EOF-2 (4.3%)



Barotropic Component of Geopotential Height

EOF-1 (5.7%)

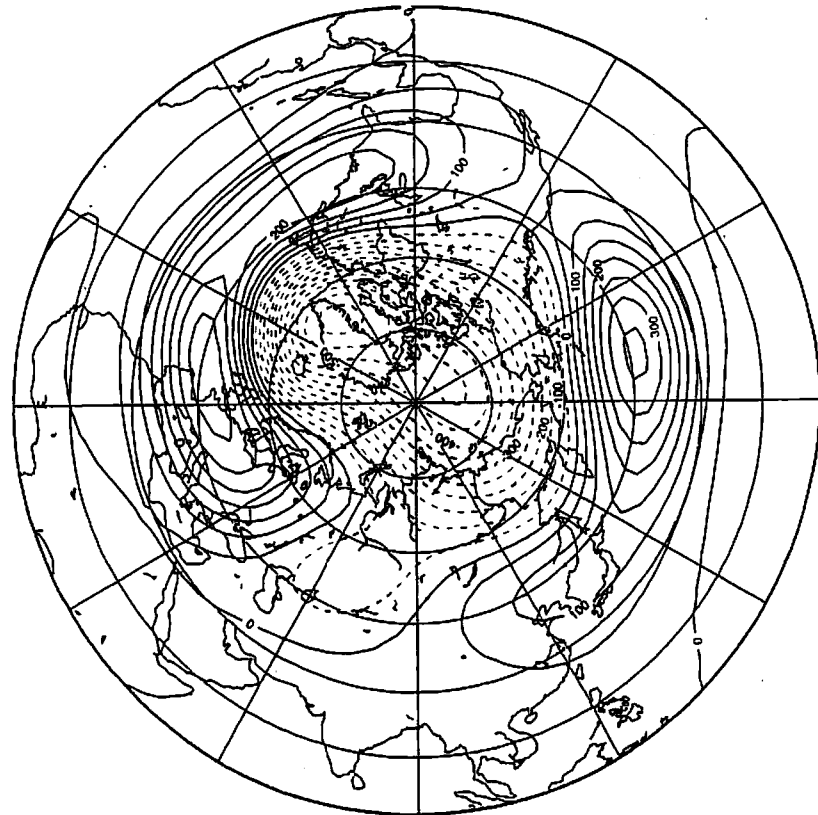
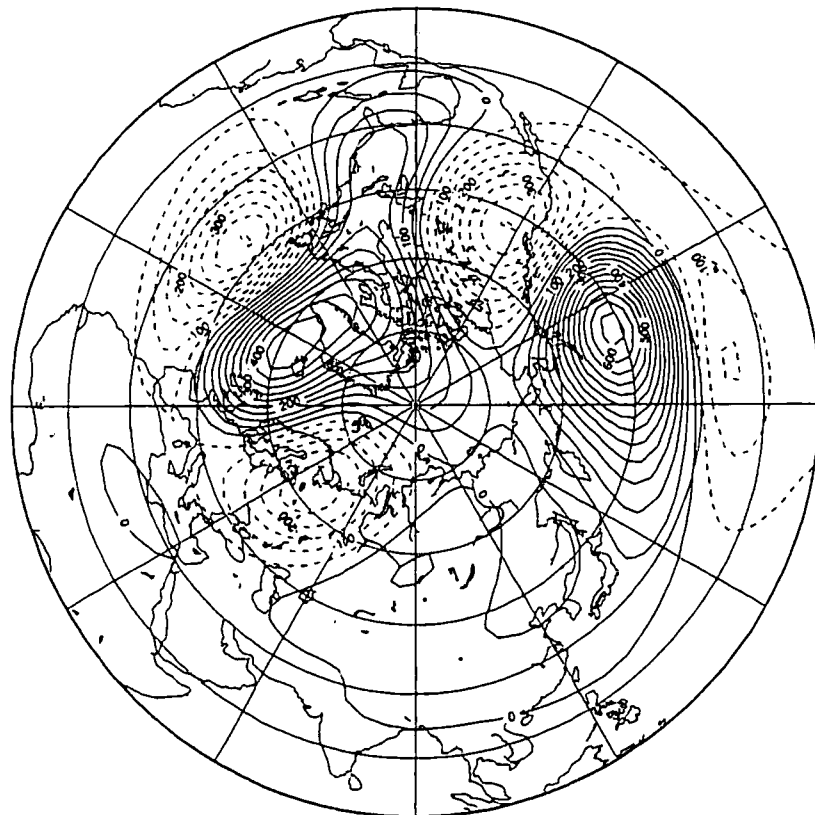


図 3: 日々のNCEP/NCAR再解析データから3D-NMFsを用いて計算した大気の順圧成分に対する EOF-1,2(1950-2000年)

Barotropic Component of Geopotential Height

EOF-3 (4.0%)



Barotropic Component of Geopotential Height

EOF-4 (3.6%)

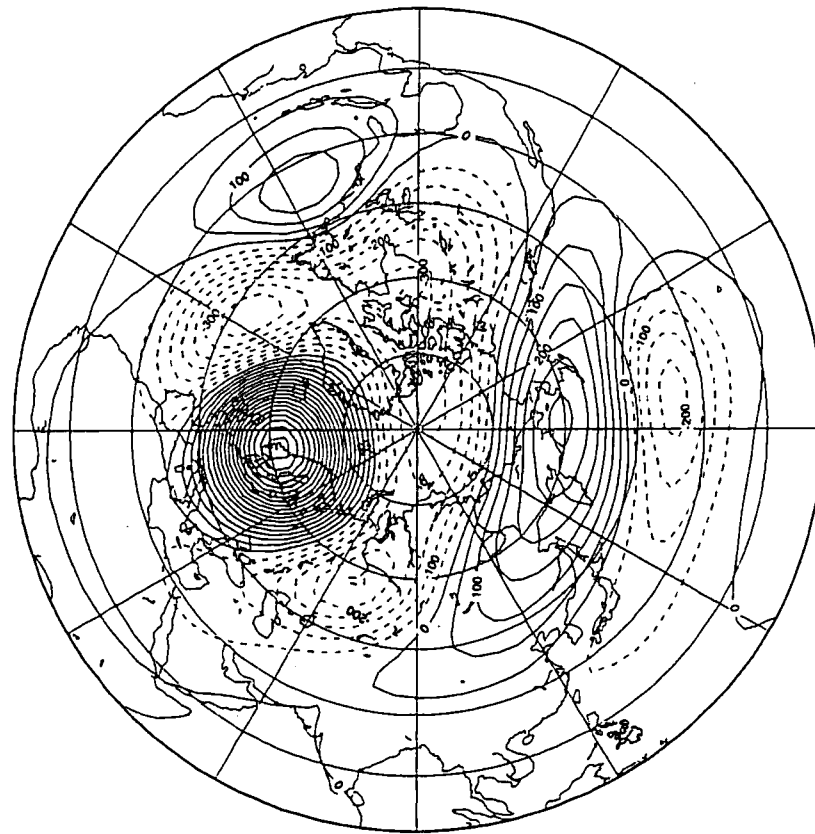
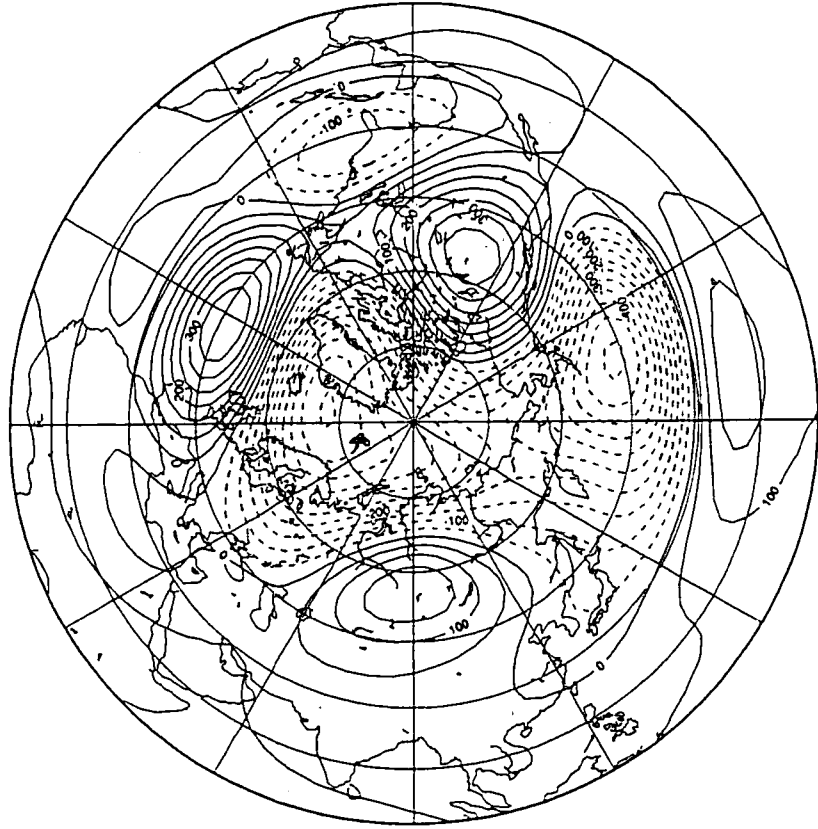


図 4: 日々の NCEP/NCAR 再解析データから 3D-NMFs を用いて計算した大気の順圧成分に対する EOF-3,4(1950-2000 年)

Barotropic Component of Geopotential Height

EOF-2 (10.3%)



Barotropic Component of Geopotential Height

EOF-1 (21.0%)

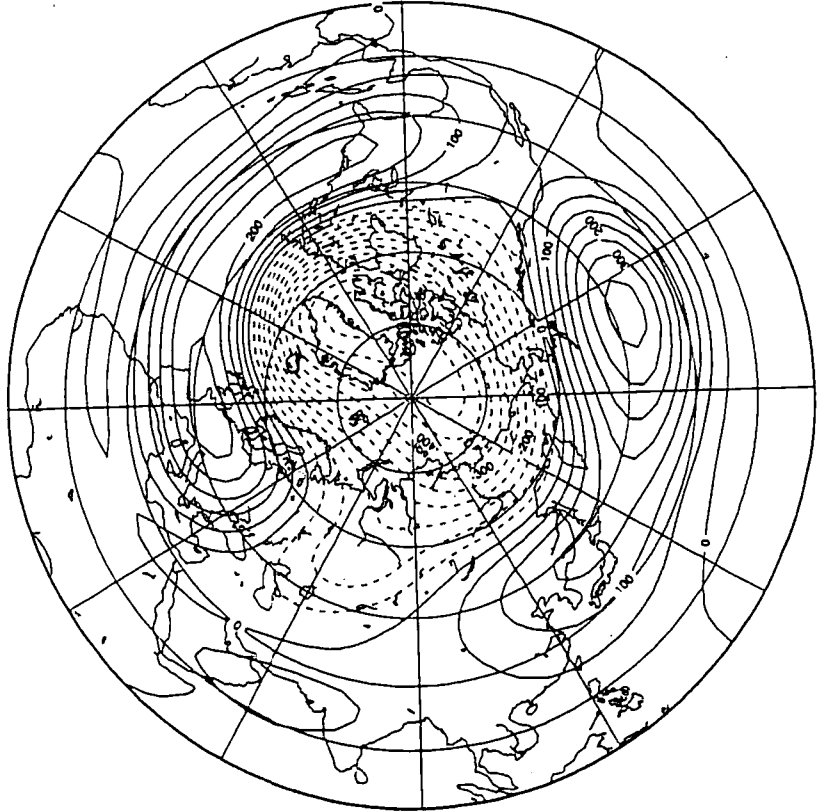


図 5: 冬季 DJF の日々の NCEP/NCAR 再解析データから 3D-NMFs を用いて計算した大気の高圧成分に対する EOF-1,2(1950-2000 年)

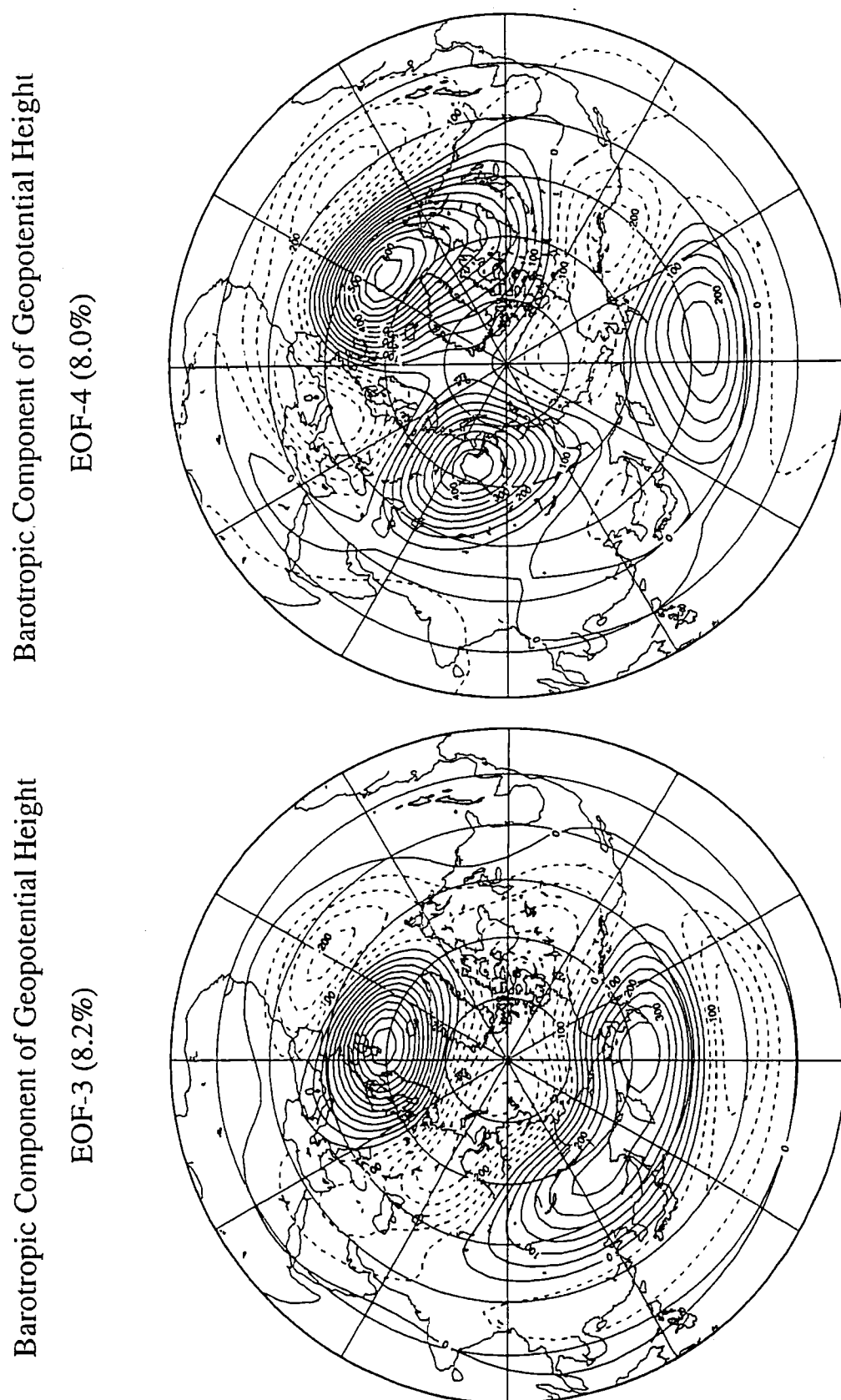
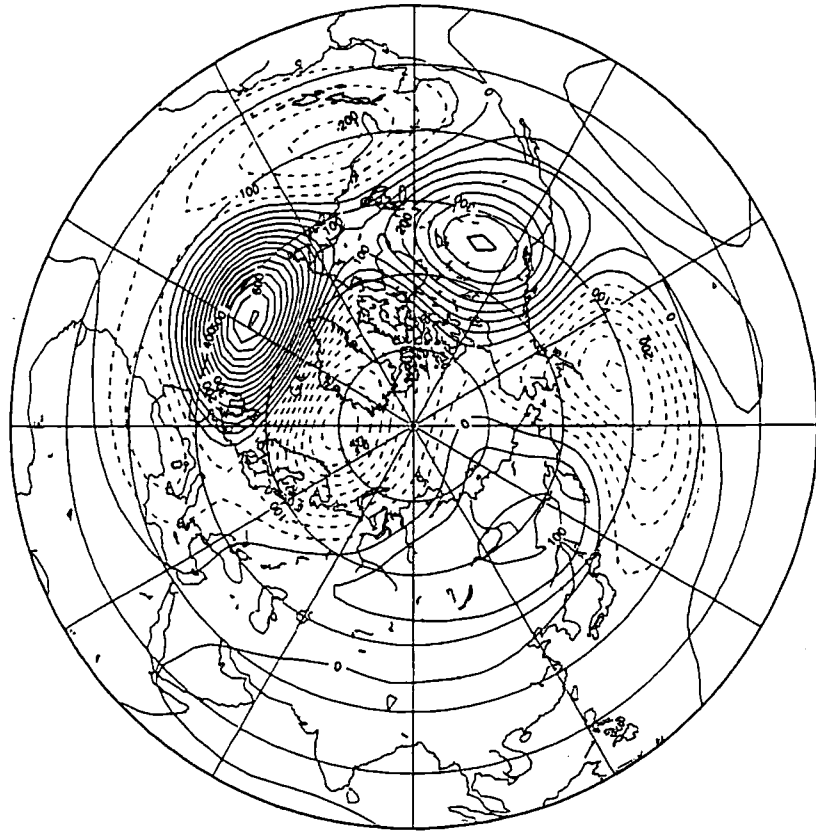


図 6: 冬季 DJF の日々の NCEP/NCAR 再解析データから 3D-NMFs を用いて計算した大気の順圧成分に対する EOF-3,4(1950-2000 年)

Barotropic Component of Geopotential Height

EOF-2 (7.9%)



Barotropic Component of Geopotential Height

EOF-1 (15.6%)

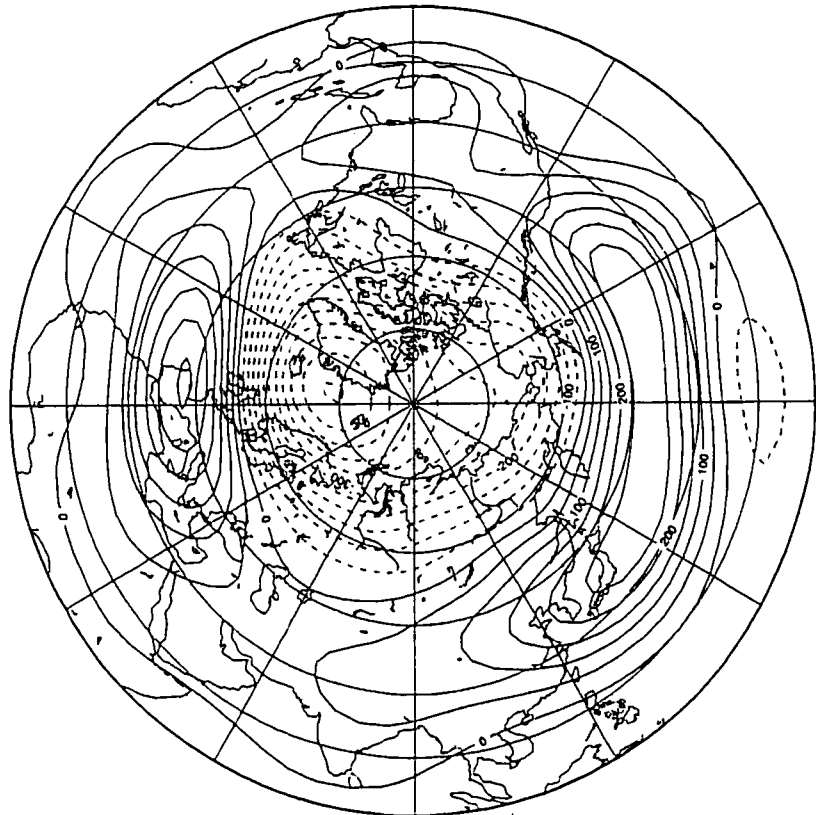
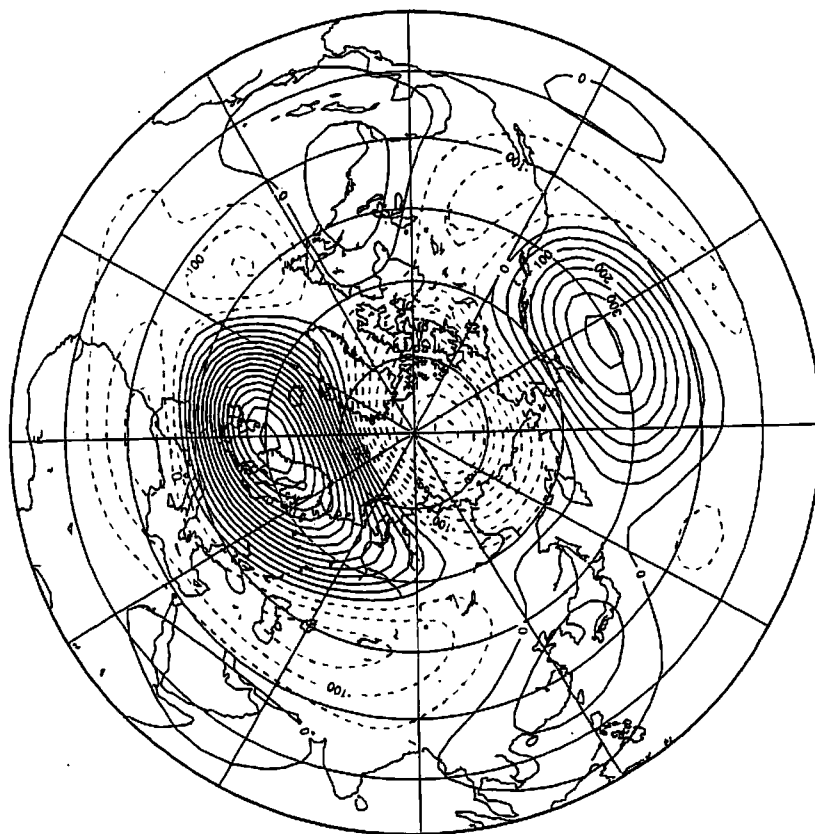


図 7: 1950 年 1 月 1 日 00Z を初期値とした、順圧 S-Model の 50 年ラン (外力の気候値は 1 月 1 日固定) により得られたモデル大気の順圧場に対する EOF-1,2

Barotropic Component of Geopotential Height

EOF-4 (5.3%)



Barotropic Component of Geopotential Height

EOF-3 (6.6%)

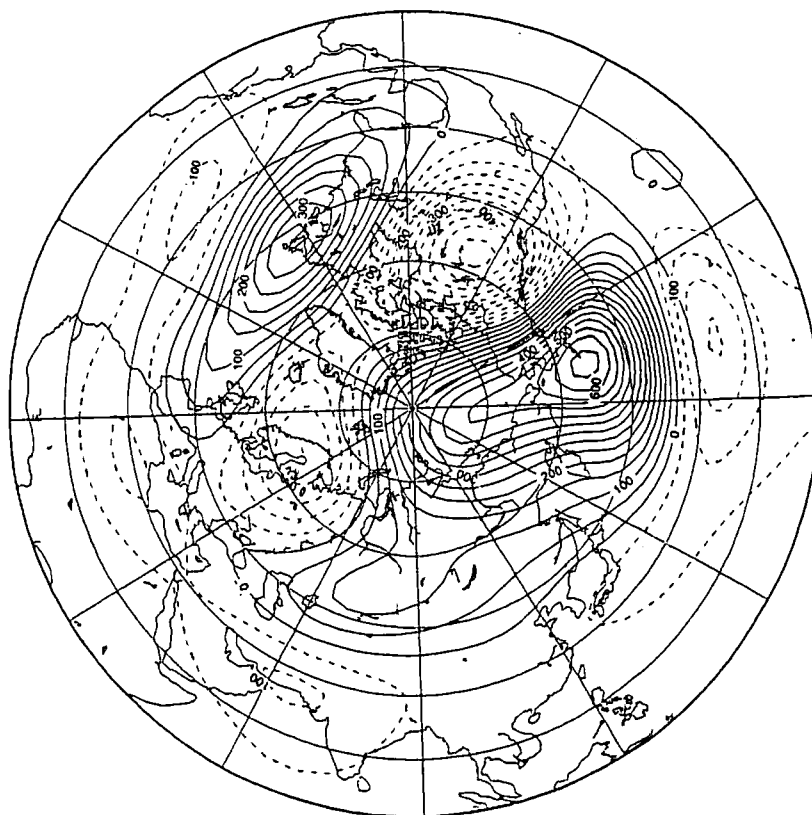


図 8: 1950 年 1 月 1 日 00Z を初期値とした、順圧 S-Model の 50 年ラン (外力の気候値は 1 月 1 日固定) により得られたモデル大気の順圧場に対する EOF-3,4

Barotropic Component of the Atmosphere

EOF-1 (15.6%)

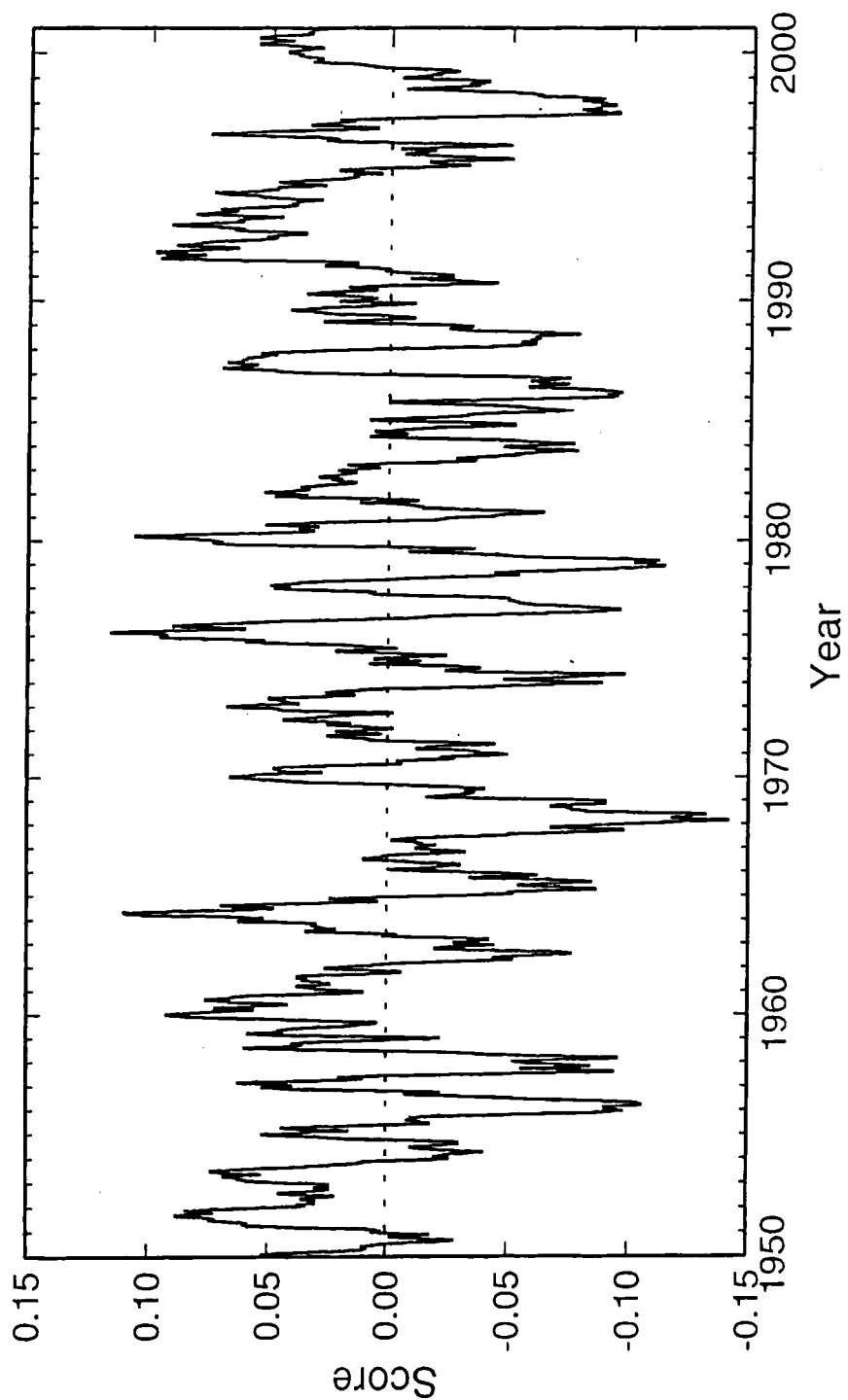


図 9: 1950 年 1 月 1 日 00Z を初期値とした、順圧 S-Model の 50 年ラン (外力の気候値は 1 月 1 日固定) により得られた EOF-1 の時系列スコア。13ヶ月移動平均を施してある。

Barotropic Component

Time Spectrum of AO Index

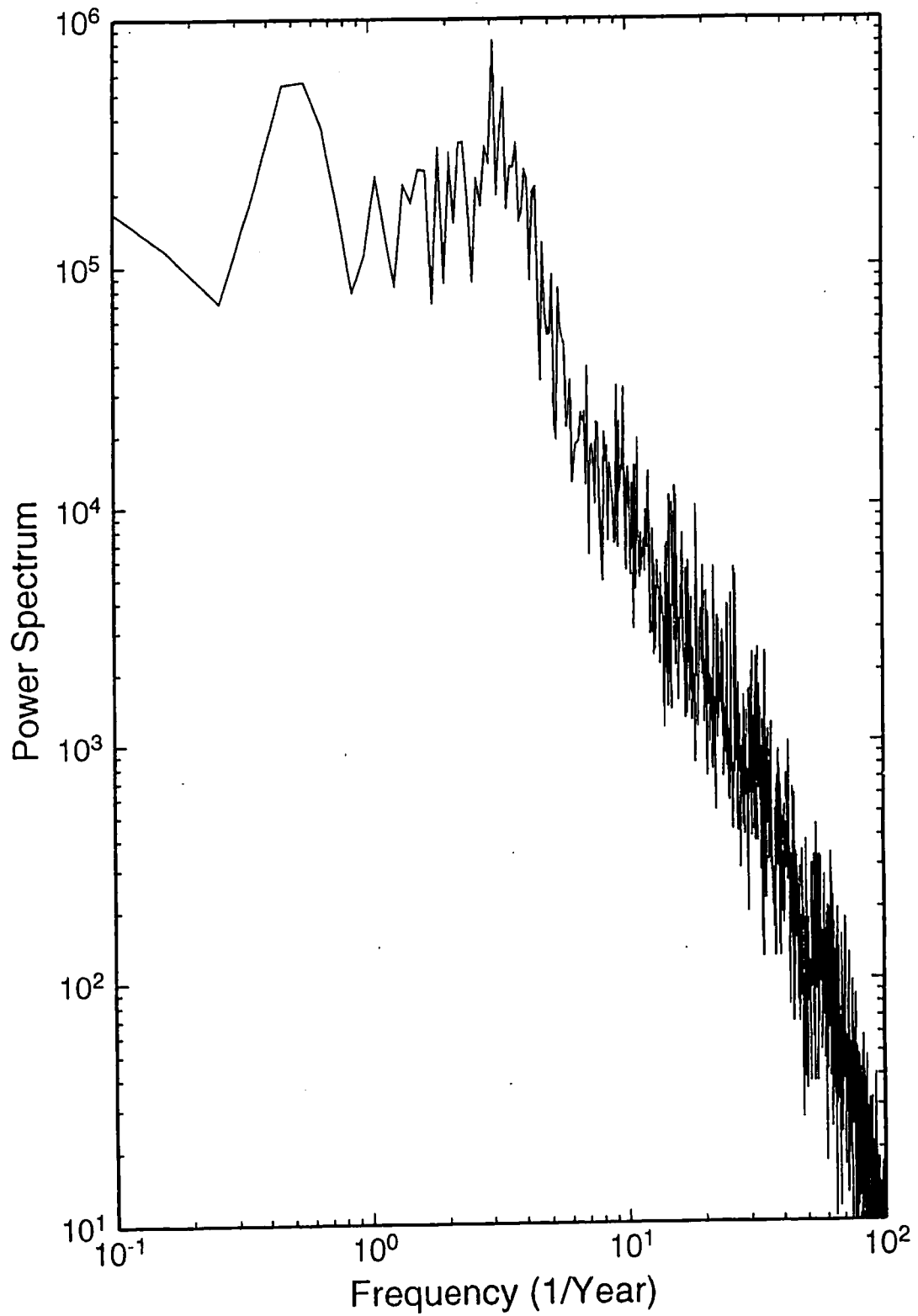


図 10: NCEP/NCAR から計算した順圧大気場の AOI タイムスペクトル

Barotropic Component

Time Spectrum of AO Index

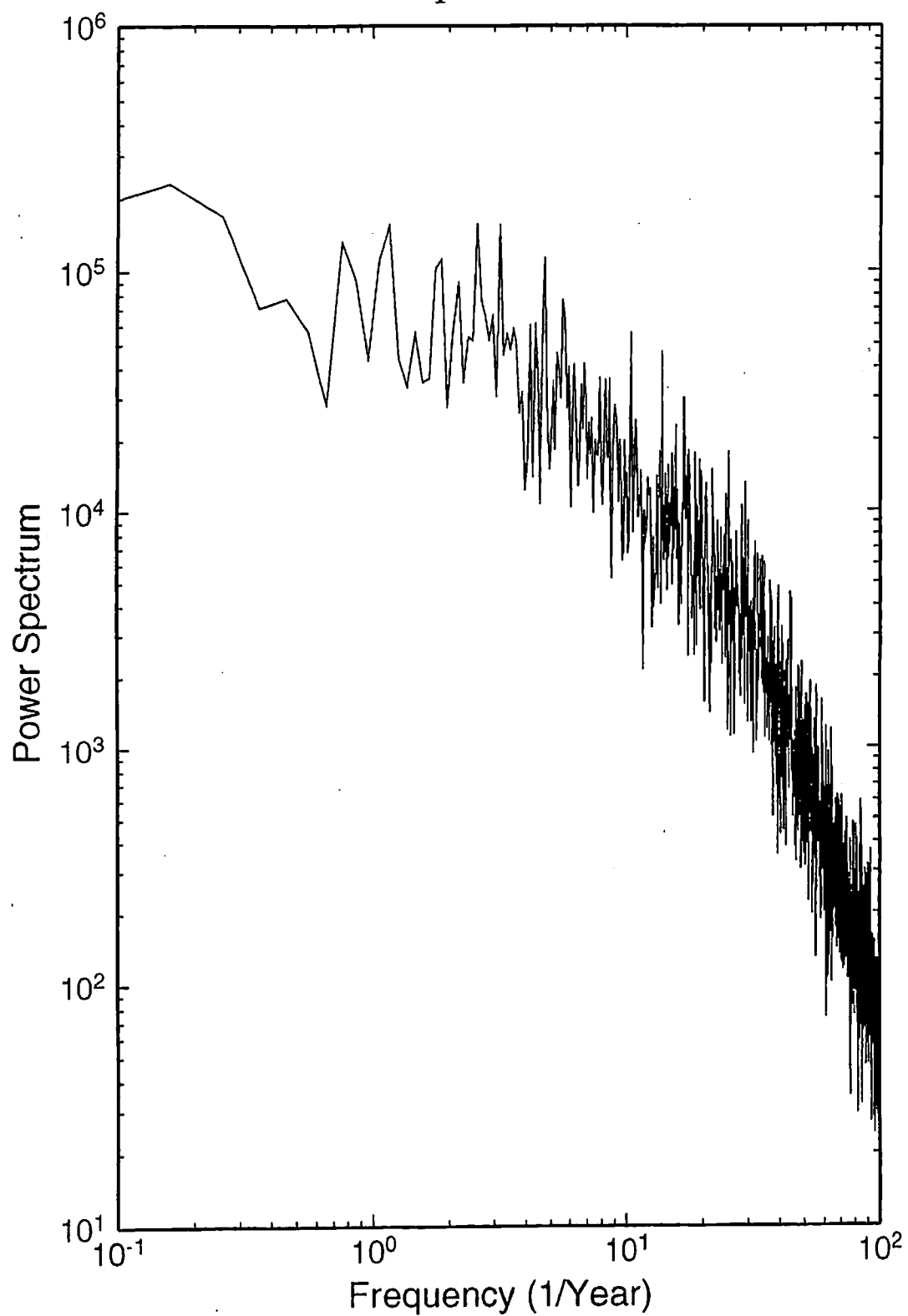
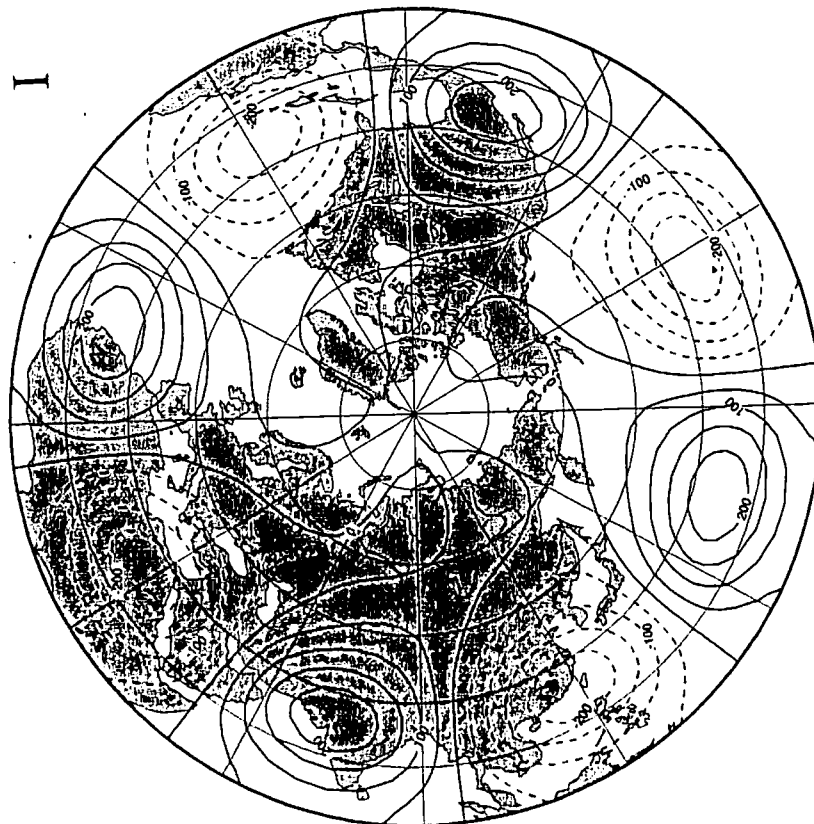


図 11: 順圧 S-Model によるモデル大気の順圧大気場の AOI タイムスペクトル

Barotropic Component of Geopotential Height
 EOF-1 (20.2%)



Barotropic Component of Geopotential Height
 EOF-1 (13.7%)

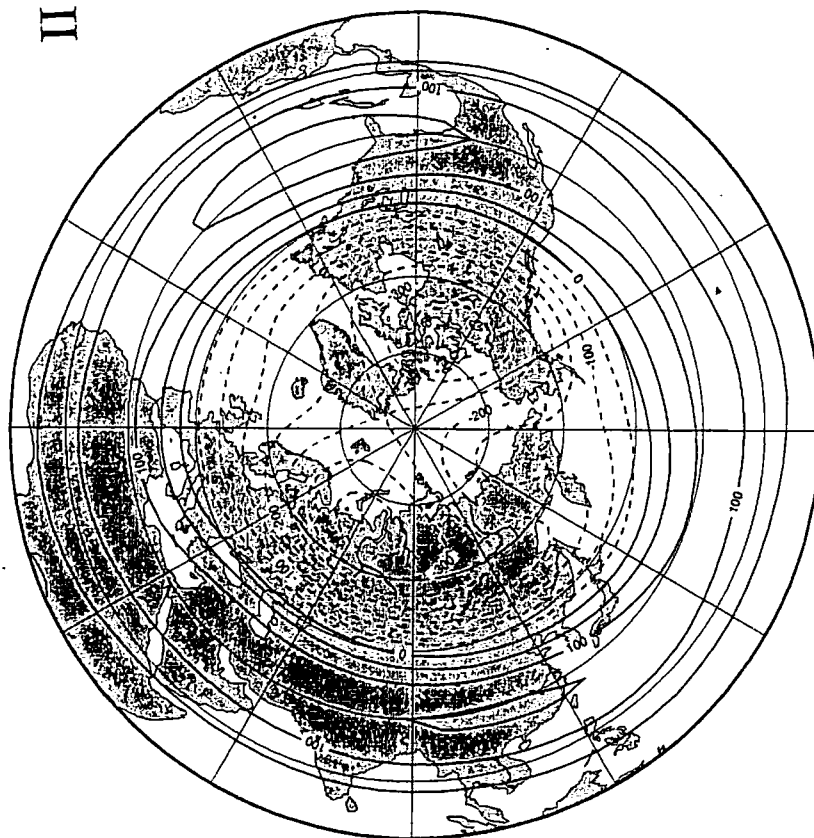
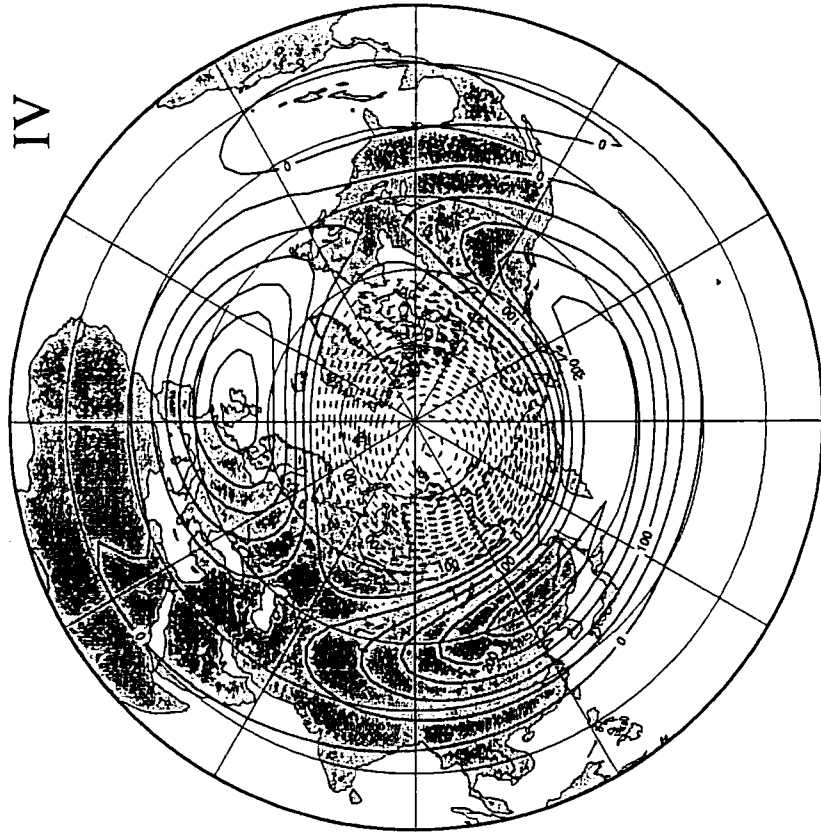


図 12: モデル実験 I,II の順圧大気場の EOF-1 の固有ベクトル分布図

Barotropic Component of Geopotential Height

EOF-1 (15.6%)



Barotropic Component of Geopotential Height

EOF-1 (66.5%)

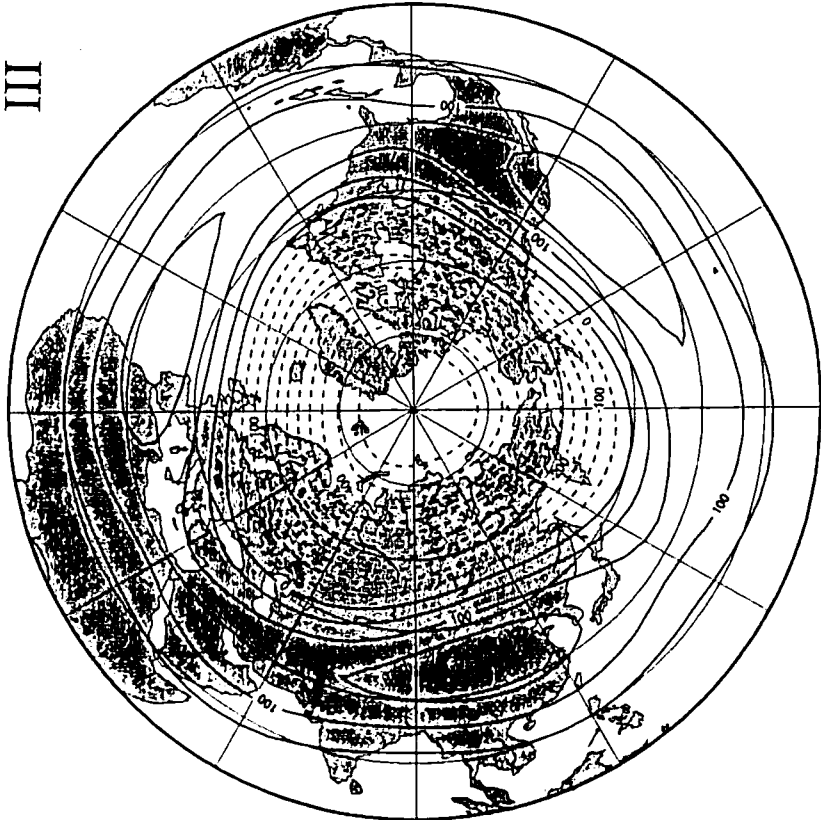
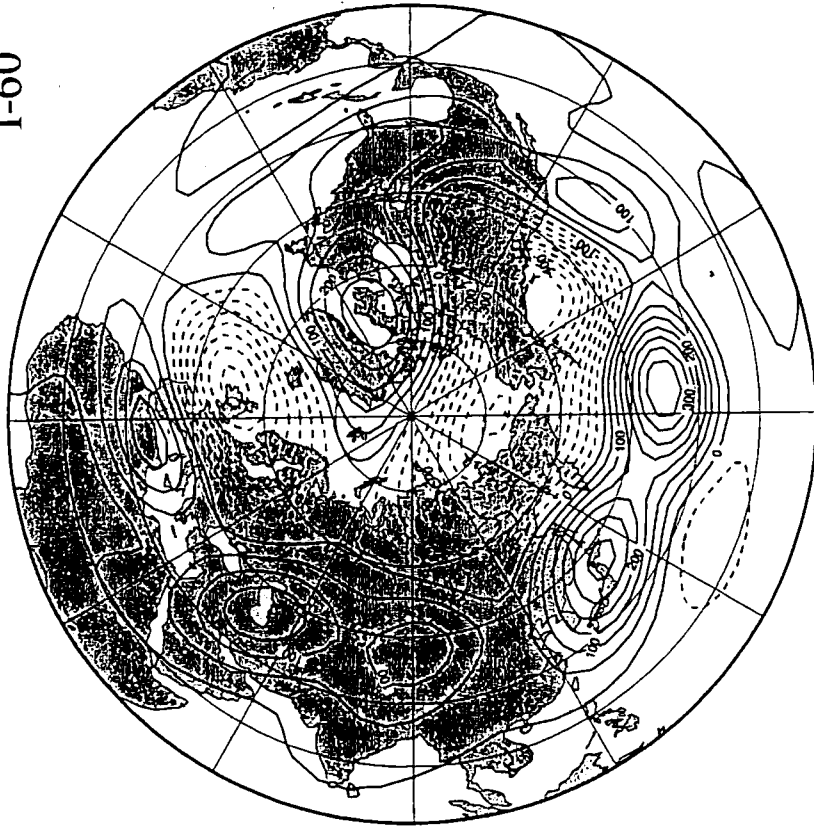


図 13: モデル実験 III,IV の順圧大気場の EOF-1 の固有ベクトル分布図

Barotropic Component of Geopotential Height

EOF-3 (6.8%)

I-60



Barotropic Component of Geopotential Height

EOF-1 (19.2%)

I-80

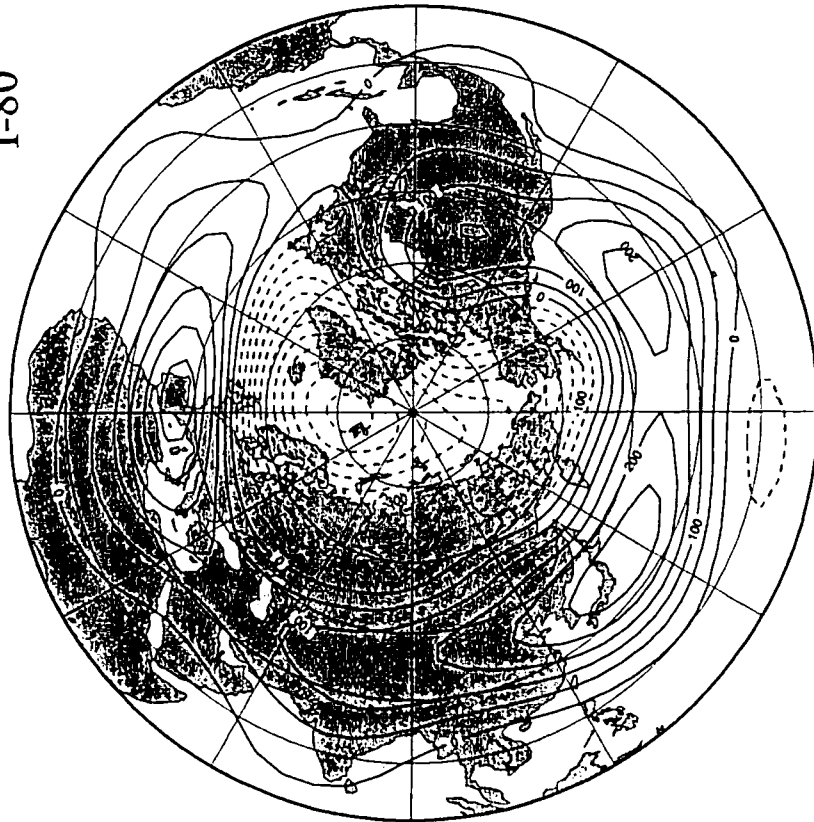
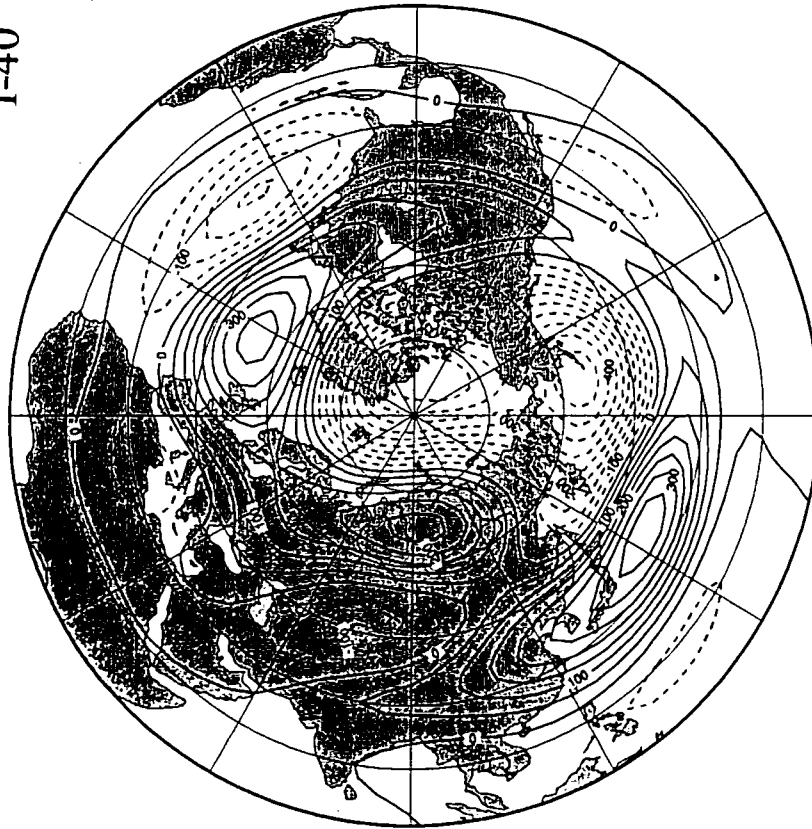


図 14: モデル実験 I-20~80 の環状モードの変化 (その 1)。モデル実験 I-20, 40, 60, 80 において、主成分第 10 位までに、現れた東西波数 0 に近い特徴を持つ変動モード。各図の右肩にどのモデル実験で得られた変動成分かを記してある。

Barotropic Component of Geopotential Height

EOF-9 (3.5%)

I-40



Barotropic Component of Geopotential Height

EOF-8 (4.1%)

I-40

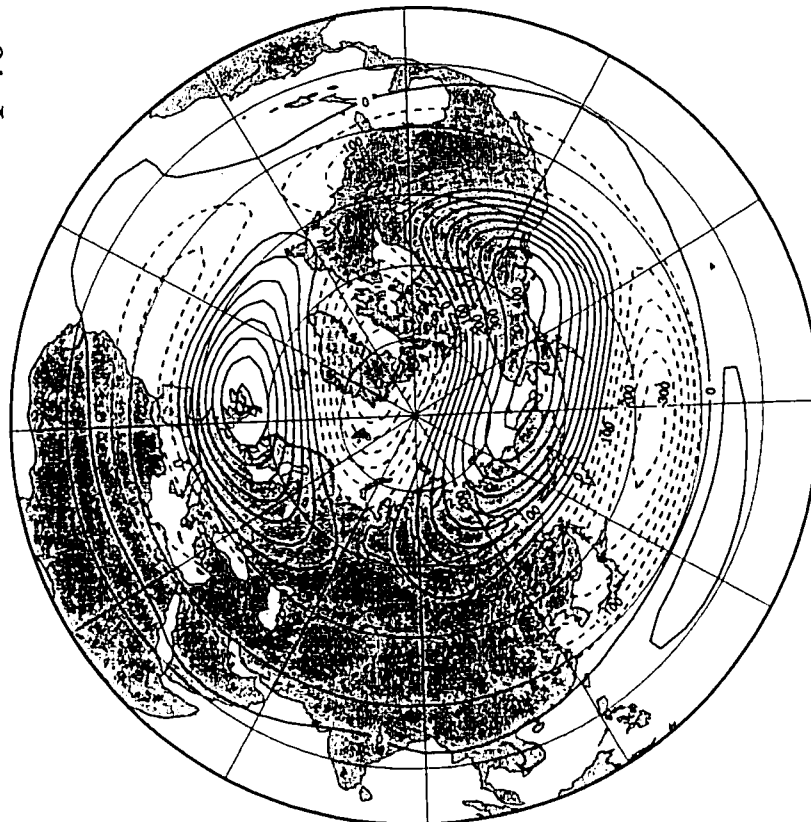
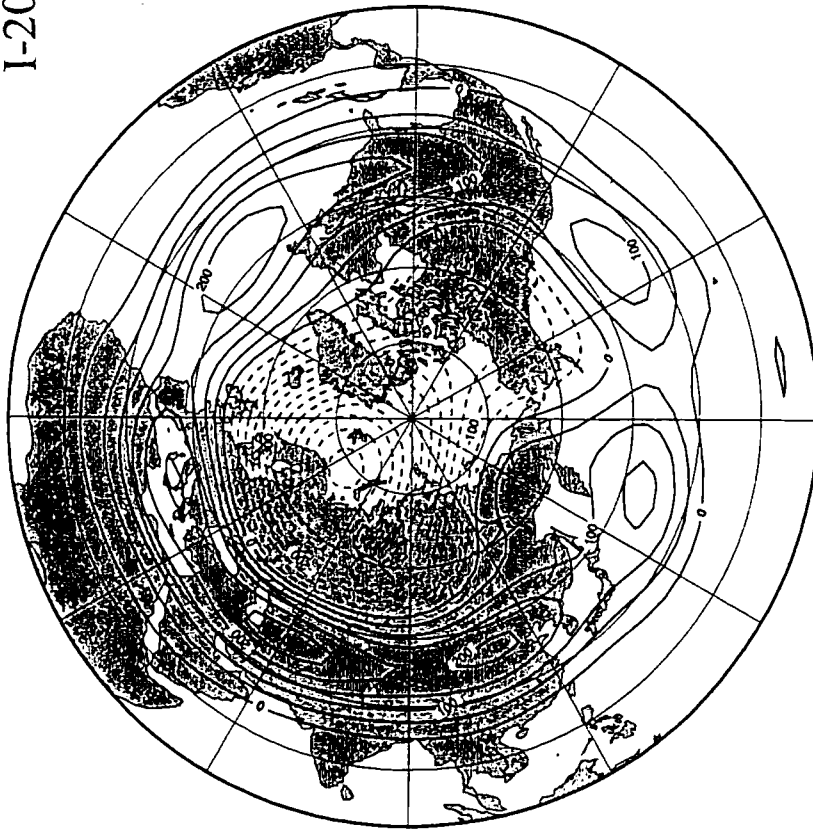


図 15: モデル実験 I-20~80 の環状モードの変化 (その 2)。モデル実験 I-20, 40, 60, 80 において、主成分第 10 位までに、現れた東西波数 0 に近い特徴を持つ変動モード。各図の右肩にどのモデル実験で得られた変動成分かを記してある。

Barotropic Component of Geopotential Height

EOF-3 (4.8%)

I-20



Barotropic Component of Geopotential Height

EOF-2 (6.9%)

I-20

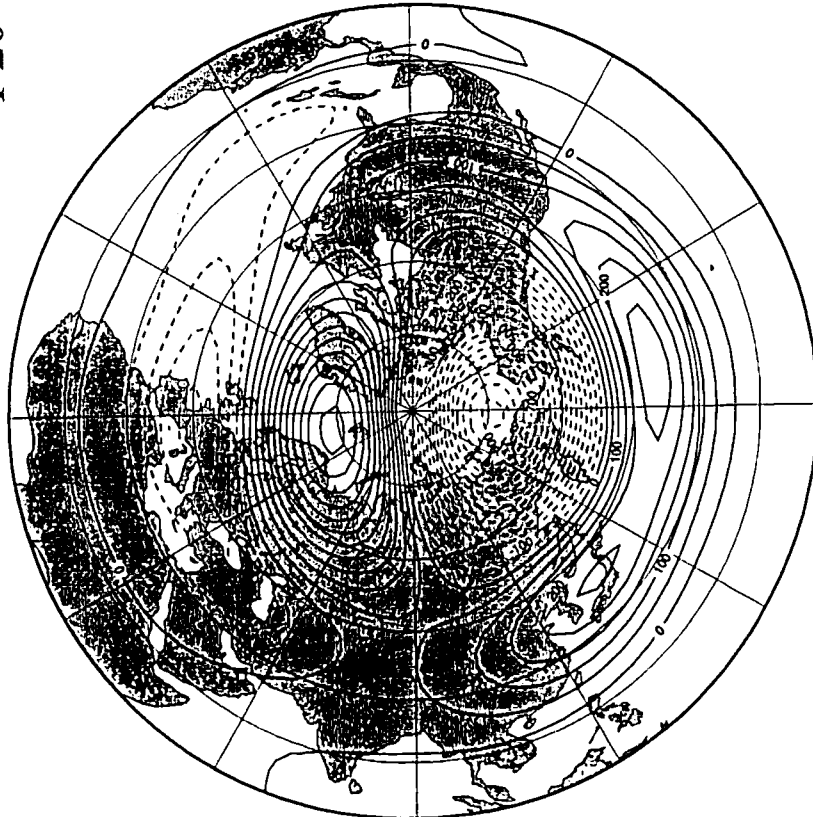


図 16: モデル実験 I-20~80 の環状モードの変化 (その 3)。モデル実験 I-20, 40, 60, 80 において、主成分第 10 位までに、現れた東西波数 0 に近い特徴を持つ変動モード。各図の右肩にどのモデル実験で得られた変動成分かを記してある。

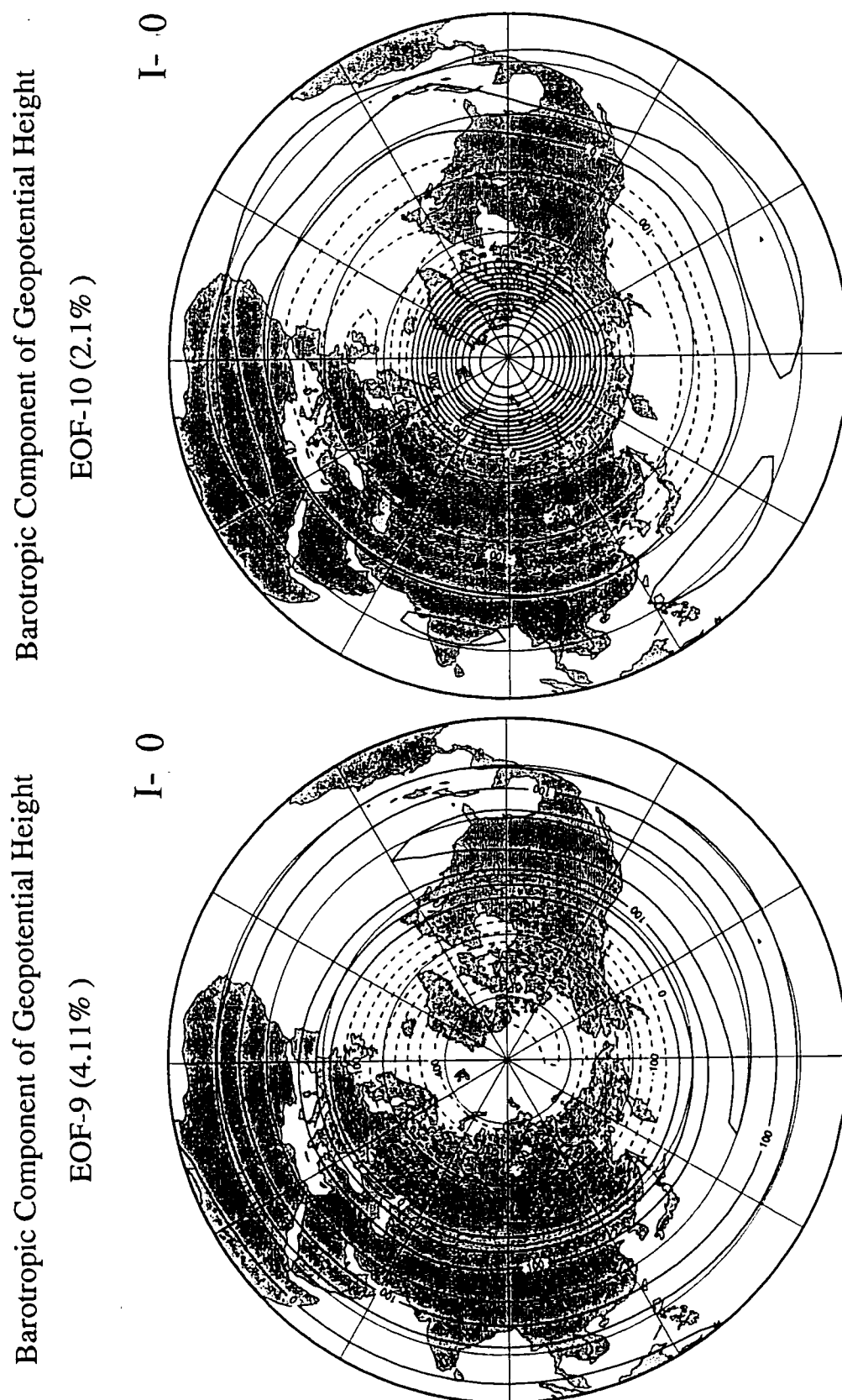
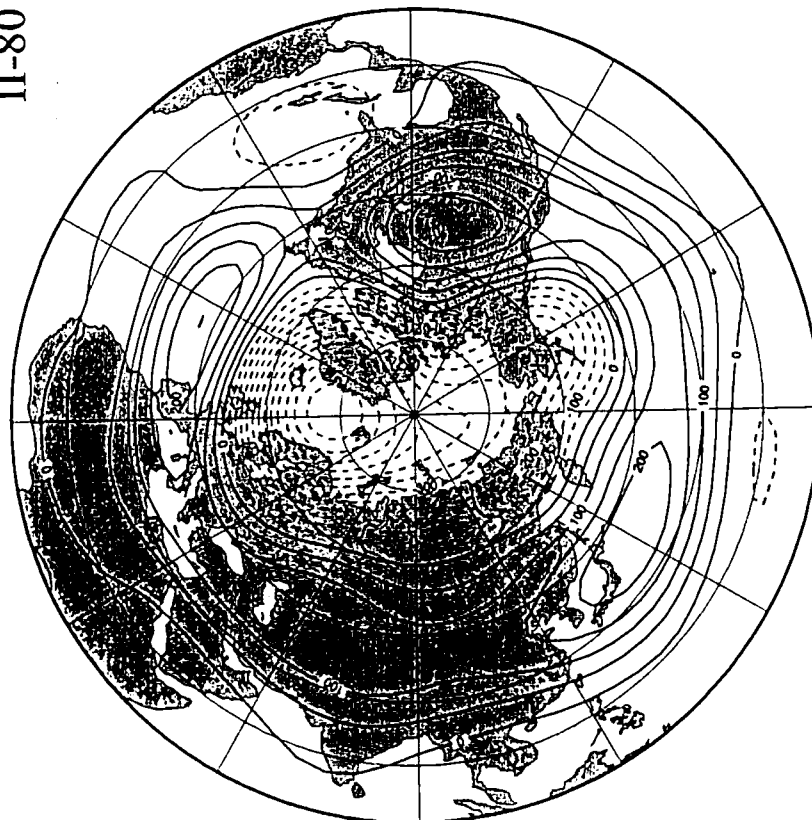


図 17: モデル実験 I-20~80 の環状モードの変化 (その 4)。モデル実験 I-20, 40, 60, 80 において、主成分第 10 位までに、現れた東西波数 0 に近い特徴を持つ変動モード。各図の右肩にどのモデル実験で得られた変動成分かを記してある。

Barotropic Component of Geopotential Height

EOF-1 (15.7%)

II-80



Barotropic Component of Geopotential Height

EOF-1 (9.0%)

II-60

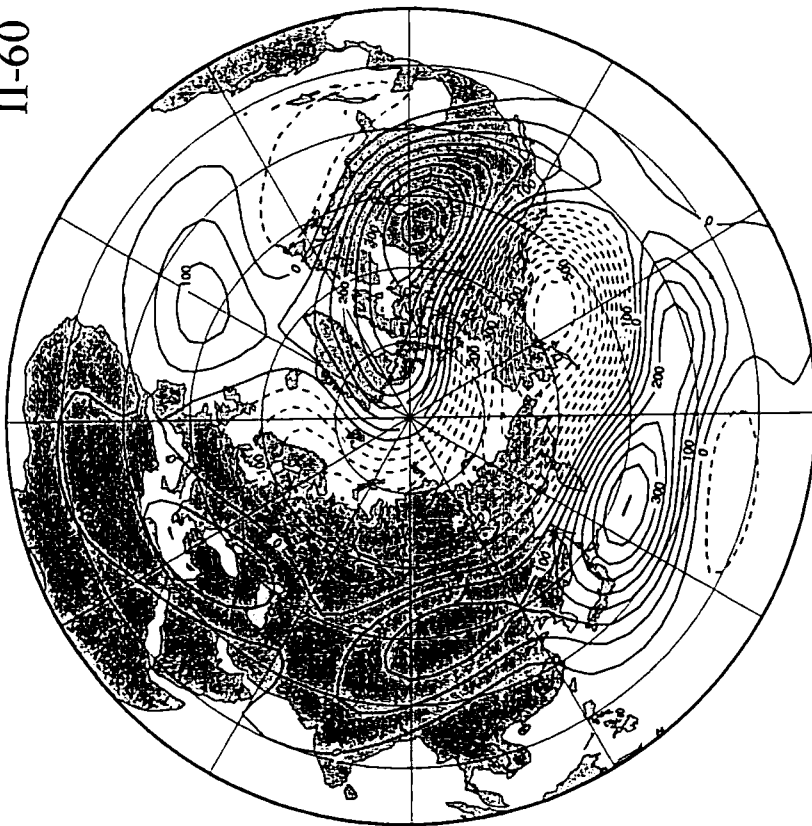
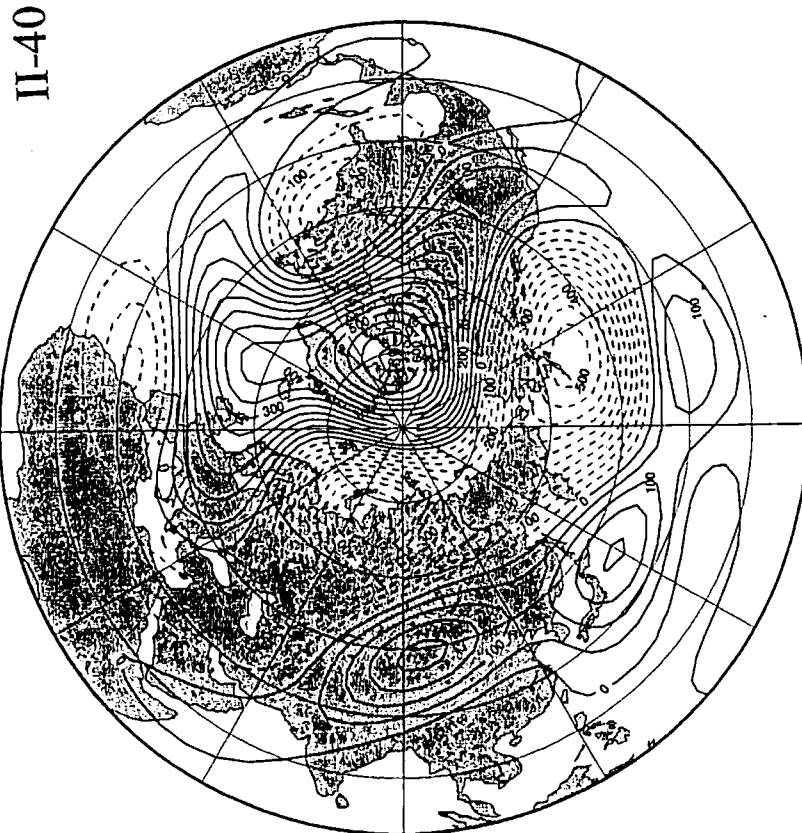


図 18: モデル実験 II-20~80 の環状モードの変化 (その 1)。モデル実験 II-20, 40, 60, 80 において、主成分第 10 位までに、現れた東西波数 0 に近い特徴を持つ変動モード。各図の右肩にどのモデル実験で得られた変動成分かを記してある。

Barotropic Component of Geopotential Height

EOF-1 (8.7%)



Barotropic Component of Geopotential Height

EOF-8 (4.4%)

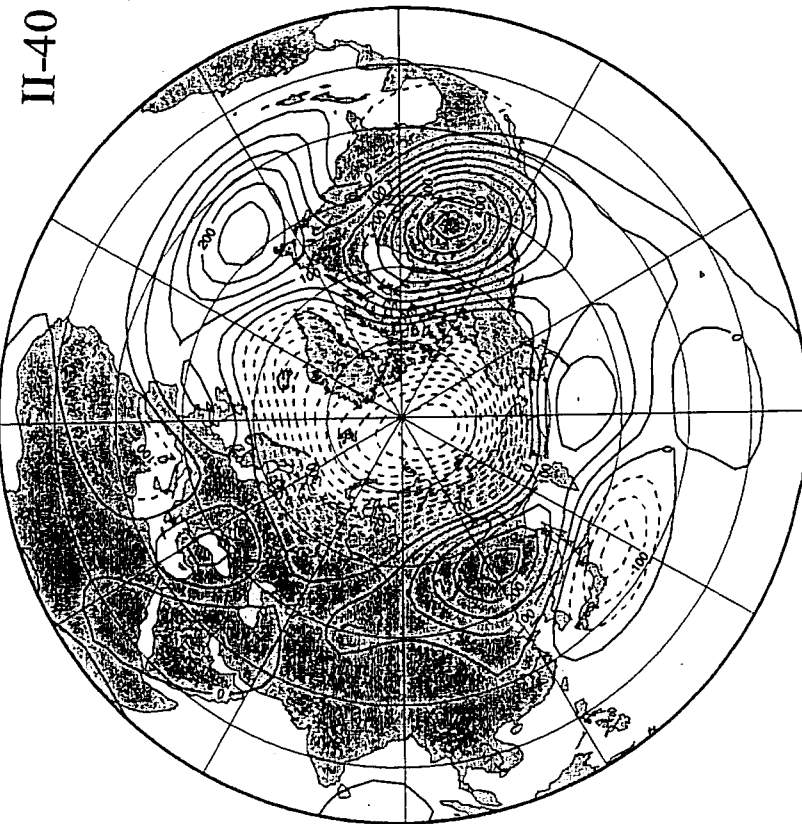


図 19: モデル実験 II-20~80 の環状モードの変化 (その 2)。モデル実験 II-20, 40, 60, 80 において、主成分第 10 位までに、現れた東西波数 0 に近い特徴を持つ変動モード。各図の右肩にどのモデル実験で得られた変動成分かを記してある。

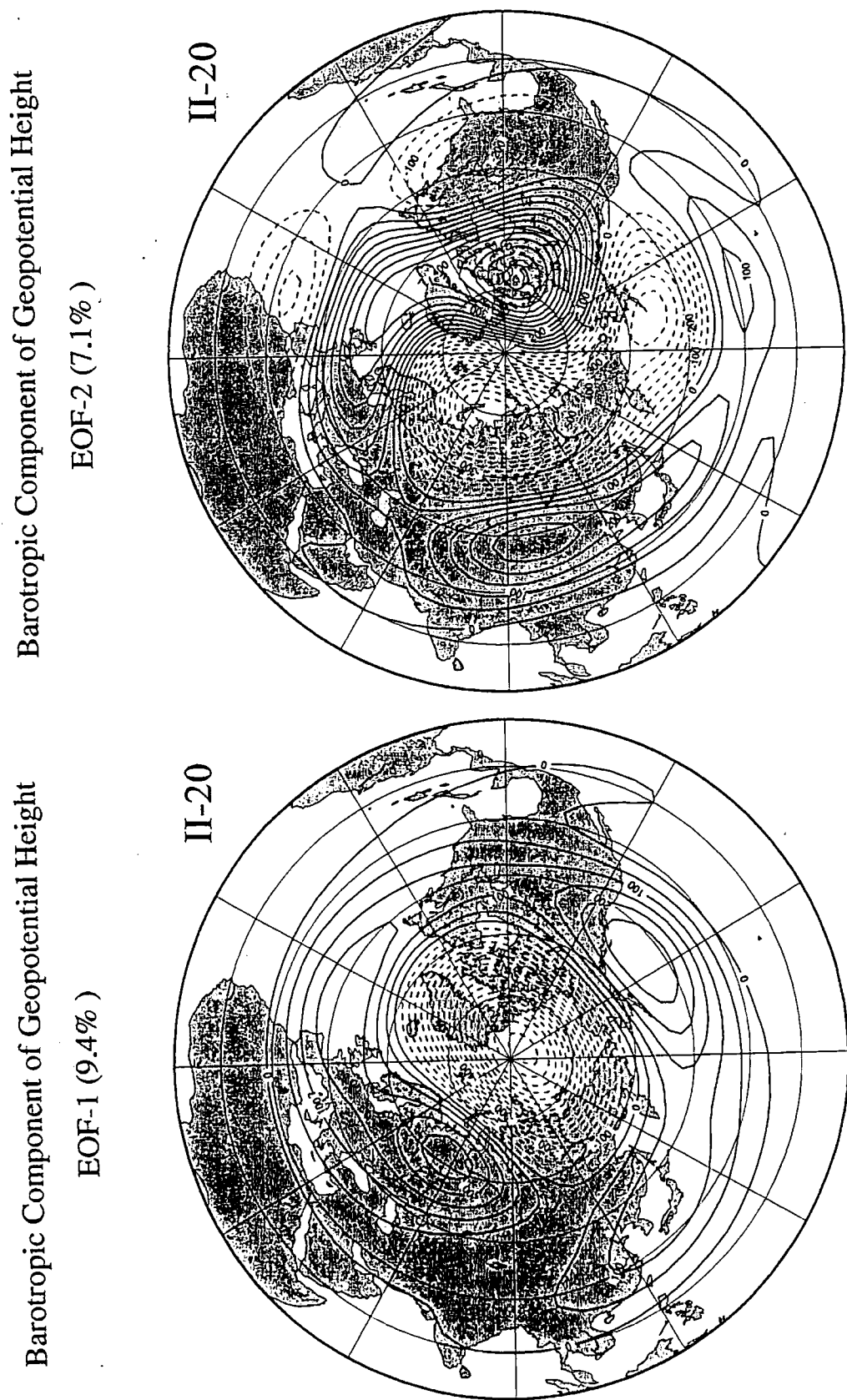
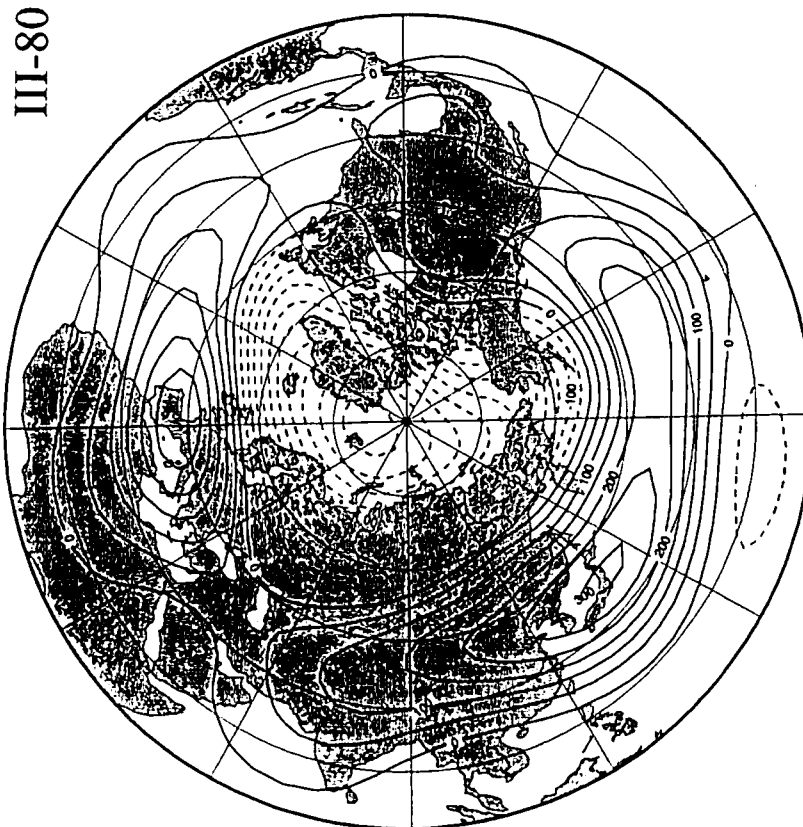


図 20: モデル実験 II-20~80 の環状モードの変化 (その 3)。モデル実験 II-20, 40, 60, 80 において、主成分第 10 位までに、現れた東西波数 0 に近い特徴を持つ変動モード。各図の右肩にどのモデル実験で得られた変動成分かを記してある。

Barotropic Component of Geopotential Height

EOF-1 (19.0%)



Barotropic Component of Geopotential Height

EOF-1 (6.6%)

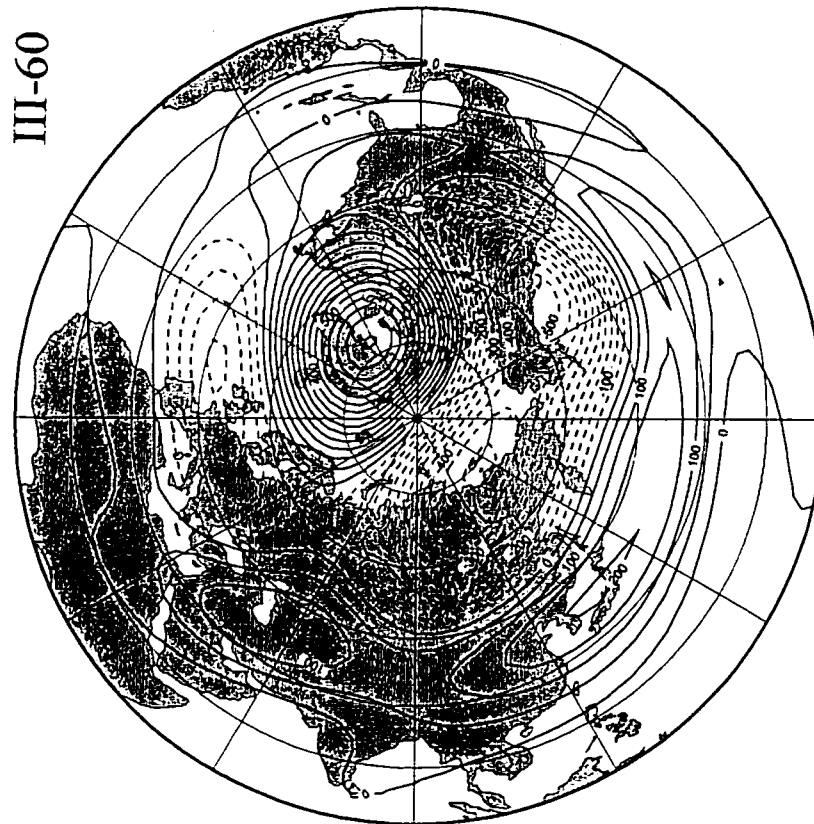
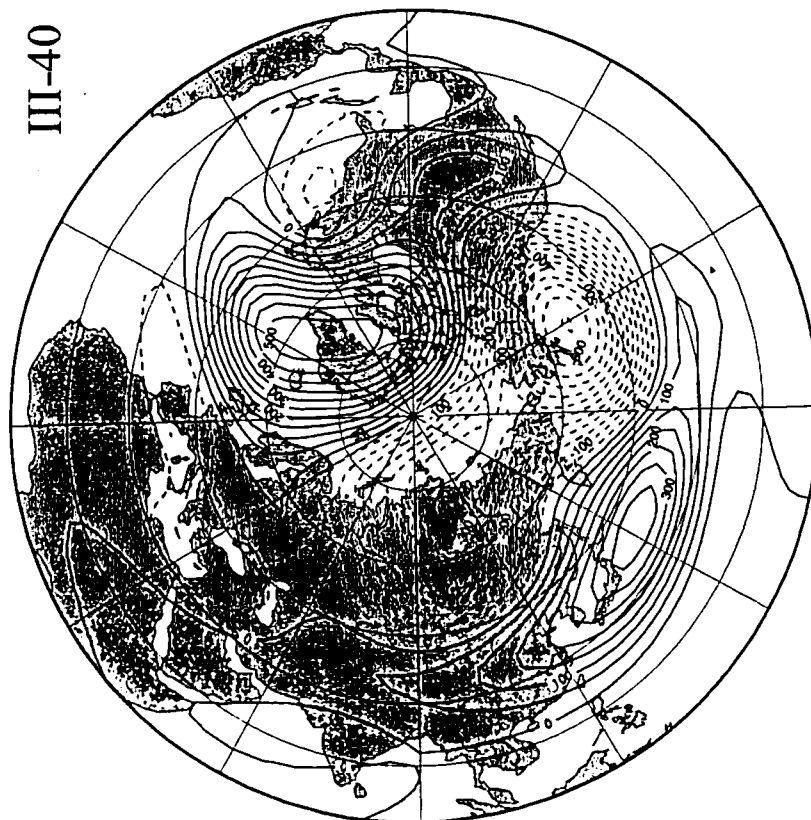


図 21: モデル実験 III-20~80 の環状モードの変化 (その 1)。モデル実験 III-20, 40, 60, 80 において、主成分第 10 位までに、現れた東西波数 0 に近い特徴を持つ変動モード。各図の右肩にどのモデル実験で得られた変動成分かを記してある。

Barotropic Component of Geopotential Height

EOF-2 (5.9%)



Barotropic Component of Geopotential Height

EOF-1 (6.6%)

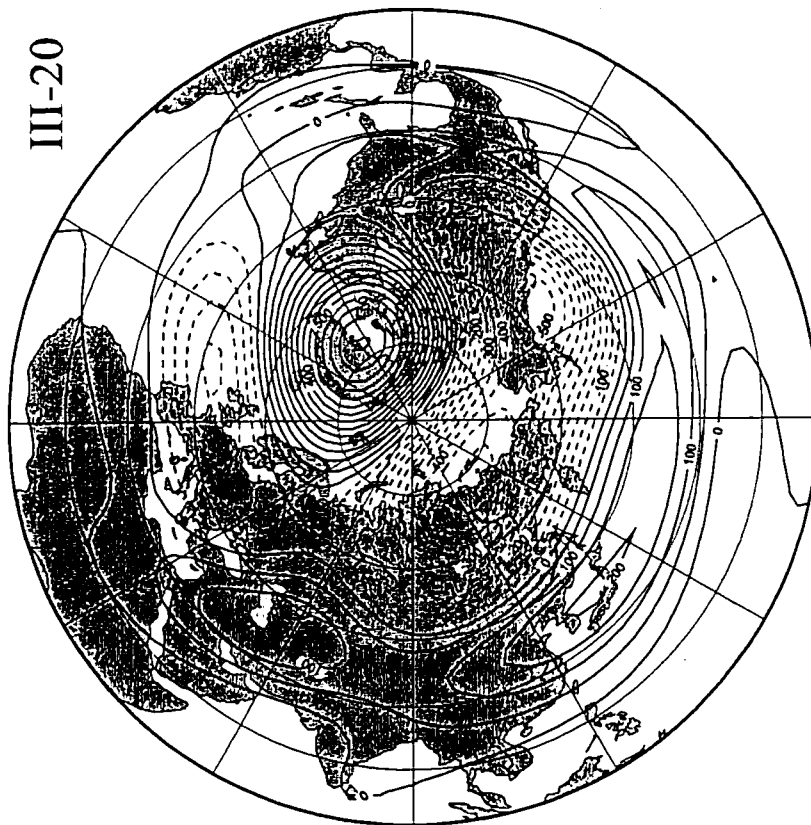
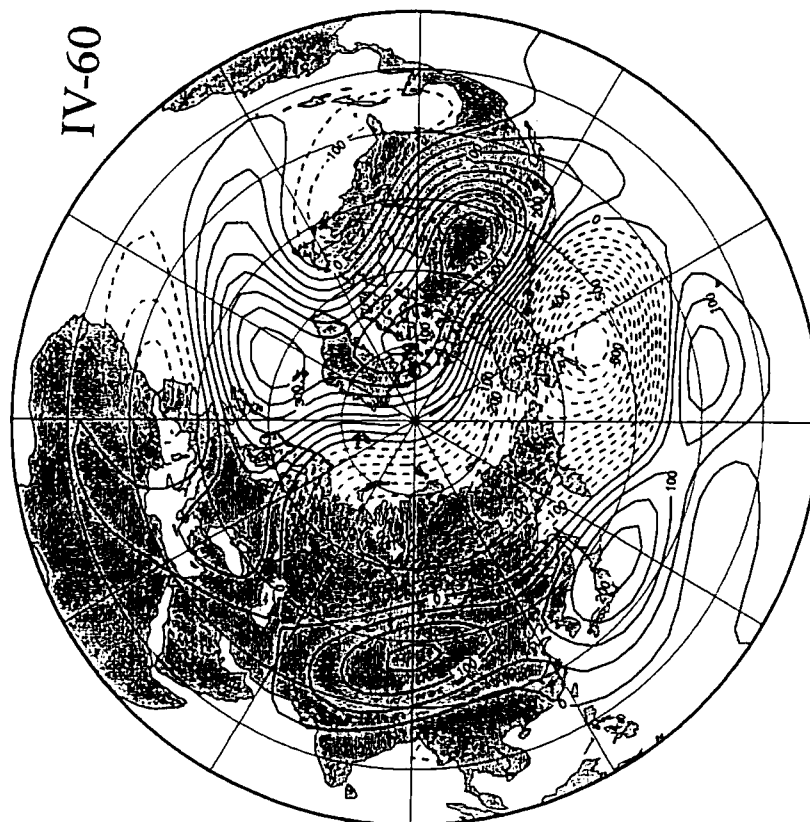


図 22: モデル実験 III-20~80 の環状モードの変化 (その 2)。モデル実験 III-20, 40, 60, 80 において、主成分第 10 位までに、現れた東西波数 0 に近い特徴を持つ変動モード。各図の右肩にどのモデル実験で得られた変動成分かを記してある。

Barotropic Component of Geopotential Height

EOF-1 (8.8%)



Barotropic Component of Geopotential Height

EOF-1 (13.7%)

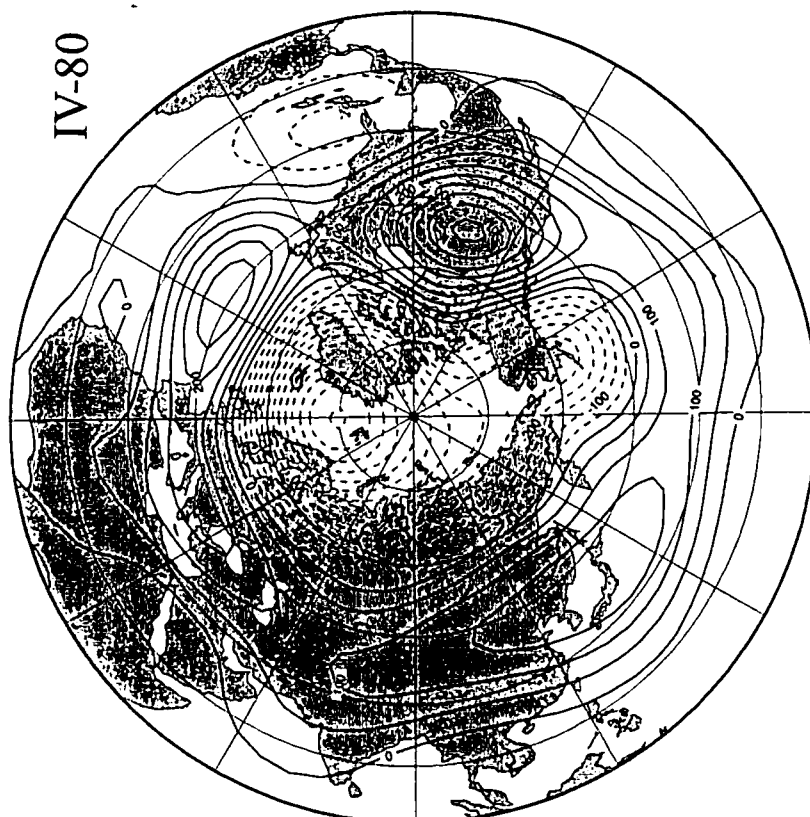
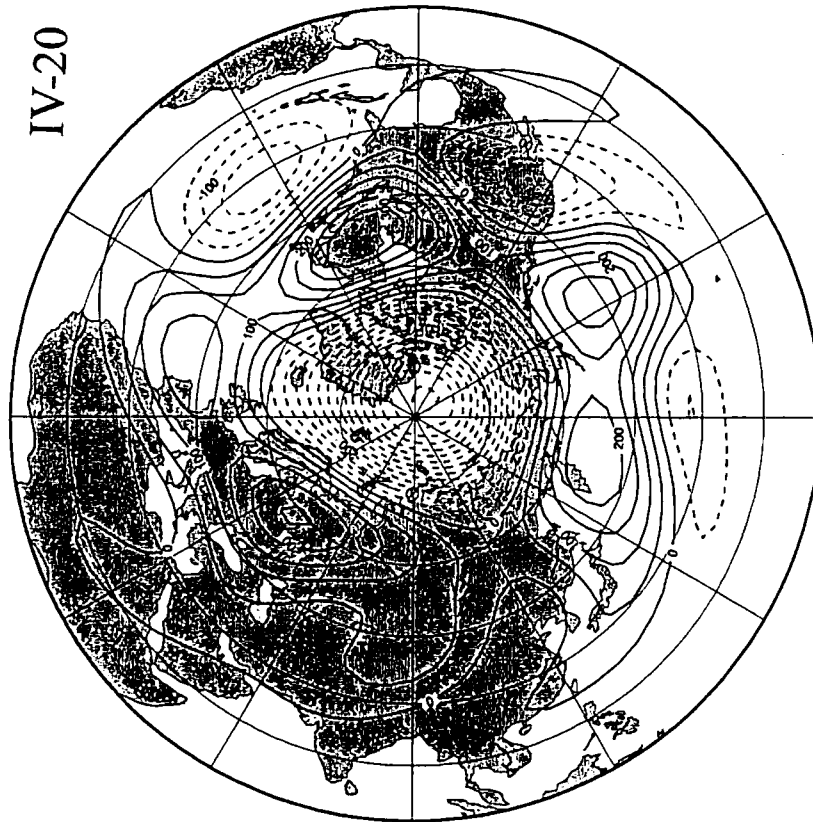


図 23: モデル実験 IV-20~80 の環状モードの変化 (その 1)。モデル実験 IV-20, 40, 60, 80 において、主成分第 10 位までに、現れた東西波数 0 に近い特徴を持つ変動モード。各図の右肩にどのモデル実験で得られた変動成分かを記してある。

Barotropic Component of Geopotential Height

EOF-4 (6.4%)



Barotropic Component of Geopotential Height

EOF-1 (8.9%)

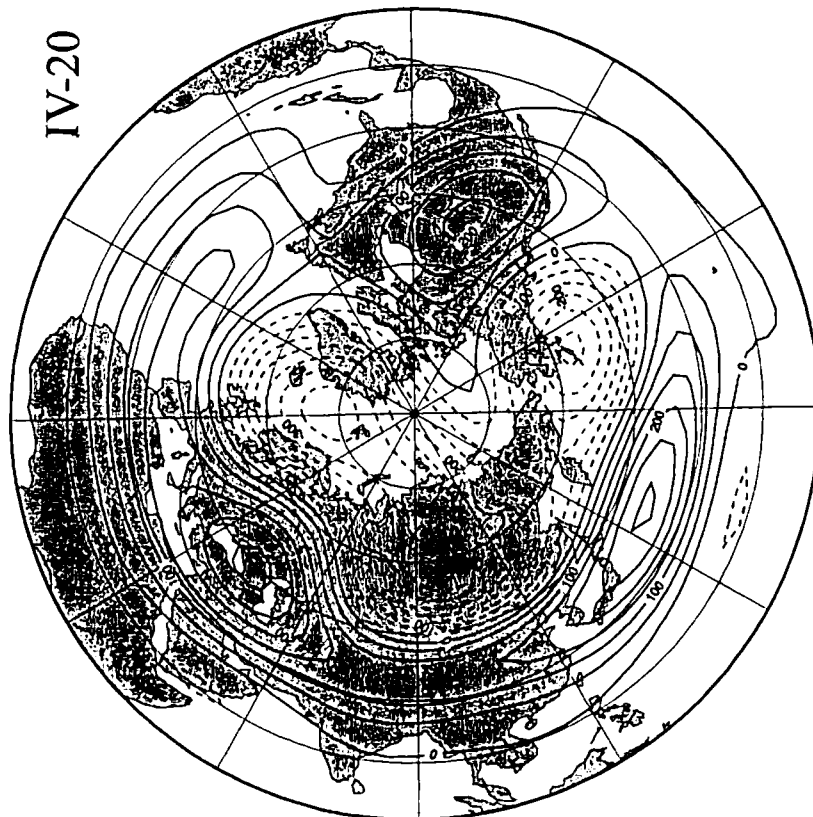


図 24: モデル実験 IV-20~80 の環状モードの変化 (その 2)。モデル実験 IV-20, 40, 60, 80 において、主成分第 10 位までに、現れた東西波数 0 に近い特徴を持つ変動モード。各図の右肩にどのモデル実験で得られた変動成分かを記してある。

Barotropic Component of Geopotential Height

EOF-2 (10.0%)

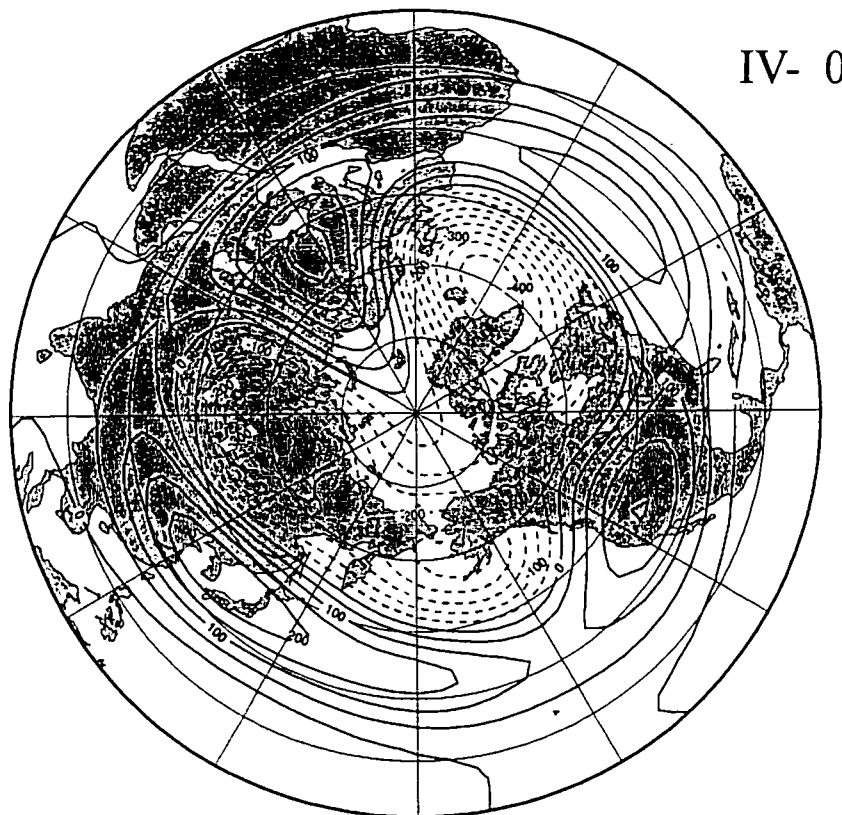


図 25: モデル実験 IV-20~80 の環状モードの変化 (その 3)。モデル実験 IV-20, 40, 60, 80 において、主成分第 10 位までに、現れた東西波数 0 に近い特徴を持つ変動モード。各図の右肩にどのモデル実験で得られた変動成分かを記してある。