

平成 27 年度 卒業論文

北極振動指数の正負と
ブロッキング高気圧の発生頻度の関係

筑波大学 生命環境学群 地球学類
地球環境学主専攻

201210742

大塚 崇晴

2016 年 1 月

目次

目次	i
要旨	iii
Abstract	iv
表目次	v
図目次	vi
1 はじめに	1
2 目的	3
3 使用データ	4
4 方法	5
4.1 ブロッキングインデックス	5
4.2 大気大循環モデル	6
4.2.1 基礎方程式系	7
4.2.2 プリミティブスペクトル方程式の導出	11
4.2.3 大気の順圧成分の抽出	18
4.2.4 順圧 S-model	19
4.3 アノマリー相関	21
5 結果	22
5.1 ブロッキングの軌道と北極振動指数の関係	22
5.2 事例解析【1989年1月27日 北極振動指数:2.60】	22
5.2.1 現実大気の順圧高度場と S-model の順圧高度場	22
5.2.2 渦位	23
5.2.3 アノマリー相関	23
5.3 事例解析【1993年12月27日 北極振動指数:2.03】	24
5.3.1 現実大気の順圧高度場と S-model の順圧高度場	24
5.3.2 渦位	25
5.3.3 アノマリー相関	25
5.4 事例解析【1969年12月20日 北極振動指数:-2.21】	25
5.4.1 現実大気の順圧高度場と S-model の順圧高度場	25

5.4.2	渦位	26
5.4.3	アノマリー相関	26
5.5	事例解析 【2010年12月3日 北極振動指数:-2.62】	26
5.5.1	現実大気の順圧高度場と S-model の順圧高度場	26
5.5.2	渦位	27
5.5.3	アノマリー相関	28
5.6	事例解析 【1977年1月20日 北極振動指数:-2.04】	28
5.6.1	現実大気の順圧高度場と S-model の順圧高度場	28
5.6.2	渦位	29
5.6.3	アノマリー相関	29
6	考察	30
6.1	ブロッキング高気圧の持続メカニズム	30
6.2	S-model の予測可能性とアノマリー相関	30
6.3	ブロッキングの発生と北極振動の関係	31
7	結論	33
	謝辞	34
	参考文献	35

北極振動指数の正負と ブロッキング高気圧の発生頻度の関係

大塚 崇晴

要旨

北半球中緯度の中・長期予報に影響を与える現象として、北極振動 (Arctic Oscillation: AO) やブロッキングなどが知られている。AO とブロッキングには相関があるといわれているが、明確な相関は依然として見つかってない。AO 負の場合、寒帯前線ジェットが弱まり、波数の大きな波でもブロッキングが発生しやすくなるため、頻度が高くなると言われているが、Hayasaki and Tanaka(2001) によると AO 正、AO 負ともにブロッキングの発生が増えるとの結果が出ており、池田 (2010) によって再検証されている。

一方、Tanaka and Nohara(2001) が開発した大気の大気鉛直平均量 (順圧成分) のみを予測する順圧モデルでは、通常の 3 次元大循環モデルと比べて、初期値に含まれる誤差の増幅が抑えられるため、最大 8 日程度の予測精度を持っており、カオスの壁を超える中・長期予報を行うことができるのではないかと期待されている。

そこで本研究では北極振動とブロッキングの関係を調べるために池田 (2010) で用いられたブロッキングインデックスを再計算し、1960 年～2014 年までのブロッキングを検出した。その結果、AO 正負でブロッキングは同数程度発生していた。また、AO が正の時、中緯度太平洋東部と中緯度大西洋東部にブロッキングが発生し、AO が負の時、中・高緯度太平洋と中・高緯度大西洋にブロッキングが発生していることが分かった。

次に AO が変化した時、ブロッキングの発生前と形成中と終了前の日付で予測精度は変化するかどうかをアノマリー相関を用いて確認した。すると、ブロッキングの発生前の予測限界は、AO が正の時予測限界は 5～6 日、AO が負の時は 4～5 日という結果になった。しかし、AO が負の時でも予測限界が伸びた事例もあった。したがって、予測精度はジェットの蛇行が少ない AO 正の時高く、蛇行が多い AO 負の時低い。例外として、AO が負でもジェットの蛇行が少ない時精度は高くなる。

Keyword

(ブロッキング高気圧、北極振動、偏西風の強弱、予測限界)

A Relationship between Arctic Oscillation Index and Outbreak Frequency of the Blocking Anticyclone

Takaharu Otsuka

Abstract

It is known that Arctic Oscillation (AO) and blocking are phenomena to affect the medium-and-long range forecast of the Northern Hemisphere. There is a correlation between AO and blocking, but it is not still found. In the case of AO(-), because polar jet weakens and blocking becomes easy to generate even the large wave number, it is said that it becomes frequent. But, according to Hayasaki and Tanaka (2001), a result that outbreak of the blocking increases by AO(+) and AO(-), and it is investigated again by Ikeda (2010).

On the other hand, Tanaka and Nohara (2001) developed the barotropic models predicting only an atmospheric barotropic component, for the amplification of the error included in the initial value has suppress, the prediction precision for up to around eight days in comparison with normal 3D circulation model and is expected when I may forecast it for the medium-and-long range beyond the walls of chaos.

In this study, I calculated the blocking index which was used in Ikeda (2010) to check relations between AO and blocking again and detected blocking from 1960 through 2014. As a result, at the time of AO(+), blocking occurred in the eastern part of mid-latitude Atlantic and in the eastern part of mid-latitude Pacific, and at the time of AO(-), it occurred in midhigh-latitude Atlantic and in midhigh-latitude Pacific.

Next, when AO changed, I confirmed it using anomaly correlation whether the prediction precision changed by a date before outbreak, during outbreak, and before the end of the blocking. Then, in the case of AO(+), the predictability limit before the outbreak of the blocking become 5-6 days and in the case of AO(-), it become 4-5 days. However, the example that a predictability limit lengthened at the time of AO(-). Therefore, the prediction precision is high at the time of the AO(+) that is a basically stable state and is low at the time of the AO(-) that is an unstable state. As an exception, the precision becomes higher at time when a synoptic scale is stable in AO(-).

Keyword

(Blocking anticyclone, Arctic Oscillation, strength of prevailing westerlies, prediction precision

表 目 次

1	シミュレーションの設定と各種スキーム	4
2	ブロッキングの時系列 (太平洋)	39
3	ブロッキングの時系列続き (太平洋)	40
4	ブロッキングの時系列 (大西洋)	41
5	ブロッキングの時系列続き (大西洋)	42
6	北極振動指数正負時のブロッキングの発生個数	42
7	AO(≥ 1) の時の予測精度	43
8	AO(≤ -1) の時の予測精度	43
9	AO($\geq -1, \leq 1$) の時の予測精度	43
10	緯度帯ごとの C_{WBI} 値	43
11	緯度帯ごとの C_{HGT} 値	44

目 次

1	AO 指数正負の構造	36
2	ブロッキングの構造 (a) Ω 型,(b) 南北分流型	36
3	AO の構造と時系列変化	37
4	ブロッキングの経路と北極振動指数の関係	38
5	AO 指数の時系列とブロッキングの発生個数	44
6	NCEP/NCAR 再解析データ 順圧高度場の時系列変化	45
7	NCEP/NCAR 再解析データ 順圧高度場の時系列変化	46
8	NCEP/NCAR 再解析データの初期値から予測されたモデルの時系列変化	47
9	NCEP/NCAR 再解析データの初期値から予測されたモデルの時系列変化	48
10	NCEP/NCAR 再解析データの初期値から予測されたモデルの時系列変化	49
11	NCEP/NCER 再解析データ 順圧高度場内の渦位の時系列変化	50
12	NCEP/NCER 再解析データ 順圧高度場内の渦位の時系列変化	51
13	ブロッキング発生前、発生中、終了前の再解析値と予測値のアノマリー相関	52
14	NCEP/NCAR 再解析データ 順圧高度場の時系列変化	53
15	NCEP/NCAR 再解析データ 順圧高度場の時系列変化	54
16	NCEP/NCAR 再解析データの初期値から予測されたモデルの時系列変化	55
17	NCEP/NCAR 再解析データの初期値から予測されたモデルの時系列変化	56
18	NCEP/NCAR 再解析データの初期値から予測されたモデルの時系列変化	57
19	NCEP/NCER 再解析データ 順圧高度場内の渦位の時系列変化	58
20	NCEP/NCER 再解析データ 順圧高度場内の渦位の時系列変化	59
21	ブロッキング発生前、発生中、終了前の再解析値と予測値のアノマリー相関	60
22	NCEP/NCAR 再解析データ 順圧高度場の時系列変化	61
23	NCEP/NCAR 再解析データ 順圧高度場の時系列変化	62
24	NCEP/NCAR 再解析データの初期値から予測されたモデルの時系列変化	63
25	NCEP/NCAR 再解析データの初期値から予測されたモデルの時系列変化	64
26	NCEP/NCAR 再解析データの初期値から予測されたモデルの時系列変化	65
27	NCEP/NCER 再解析データ 順圧高度場内の渦位の時系列変化	66
28	NCEP/NCER 再解析データ 順圧高度場内の渦位の時系列変化	67
29	ブロッキング発生前、発生中、終了前の再解析値と予測値のアノマリー相関	68
30	NCEP/NCAR 再解析データ 順圧高度場の時系列変化	69
31	NCEP/NCAR 再解析データ 順圧高度場の時系列変化	70
32	NCEP/NCAR 再解析データの初期値から予測されたモデルの時系列変化	71
33	NCEP/NCAR 再解析データの初期値から予測されたモデルの時系列変化	72

34	NCEP/NCAR 再解析データの初期値から予測されたモデルの時系列変化	73
35	NCEP/NCAR 再解析データ順圧高度場内の渦位の時系列変化	74
36	NCEP/NCAR 再解析データ順圧高度場内の渦位の時系列変化	75
37	ブロッキング発生前、発生中、終了前の再解析値と予測値のアノマリー相関	76
38	NCEP/NCAR 再解析データ順圧高度場の時系列変化	77
39	NCEP/NCAR 再解析データ順圧高度場の時系列変化	78
40	NCEP/NCAR 再解析データの初期値から予測されたモデルの時系列変化	79
41	NCEP/NCAR 再解析データの初期値から予測されたモデルの時系列変化	80
42	NCEP/NCAR 再解析データの初期値から予測されたモデルの時系列変化	81
43	NCEP/NCAR 再解析データ順圧高度場内の渦位の時系列変化	82
44	NCEP/NCAR 再解析データ順圧高度場内の渦位の時系列変化	83
45	ブロッキング発生前、発生中、終了前の再解析値と予測値のアノマリー相関	84

1 はじめに

北半球中緯度の中・長期予報に影響を与える現象としては、北極振動 (Arctic Oscillation:AO) やブロッキングなどが知られている。北極振動 (Arctic Oscillation:AO) とは、Thompson and Wallace (1998) により、北半球冬季の月平均海面更正気圧の第一経験直交関数 (EOF-1) として提唱されたもので、北半球冬季の循環で最も卓越する変動パターンである。経験的直行関数 (Empirical Orthogonal Function:EOF) とは、ある複数の変数の共分散行列を固有値展開し、その固有値を大きい順に並べた時、最も大きい固有値をとるときのモードが現象に最も寄与する状態として、EOF-1 と呼ばれる。

図3はAOの基本的な構造と時系列変化を示したものである。田中(2007)の図1によると、AO正の時、北極の地上気圧が平年より低くなり、その低気圧性の循環が寒帯前線ジェットを強めるので帯状の流れになり、寒気が極域に留まるため、北半球中緯度では温暖で高気圧性な場をとりやすくなる。AO負の時、北極の地上気圧が平年より高くなり、その高気圧性の循環が寒帯前線ジェットを弱めると、ジェットの蛇行を伴うようになり寒気が中緯度に漏れ出してくることで、中緯度では寒冷で低気圧性の場を作りやすくなる。

ブロッキングとは中高緯度に形成される背の高い高気圧である。ブロッキング高気圧は停滞性を持っており、長い時には数週間持続することもある。ひとたびブロッキング高気圧が発生すると、中高緯度を流れるジェット気流の流れがブロッキング高気圧を迂回する形で南北に分流することになる。すると、この背の高いブロッキング高気圧がジェット気流に乗って流れる前線や高・低気圧の東進をブロックしてしまい、似たような天気図が続くことでしばしば気象災害を引き起こしている。図2はブロッキングの持続メカニズムを表したものである(山崎(2015))。これは、渦位の概念において、高気圧性循環は移動性高気圧を、低気圧性循環は低気圧を選択し成長するというものである。この図によるとブロッキング高気圧は移動性高気圧から低渦位を受け取って持続するというメカニズムが考えられている。

ブロッキング高気圧の発生の原因として、ロスビー波の砕波があげられる。温帯低気圧の傾圧不安定が指数関数的に増大すると、やがてロスビー波の砕波条件を満たし、高気圧の渦対が反時計回りに転倒する。それと同時に、スケールの拡大に伴って、ロスビー波の西進速度が増大し、偏西風の流れと釣り合うことで停滞性をもつようになる。ロスビー波の砕波条件とは波のエネルギーが $E = mc^2$ のラインズスケールの飽和振幅を超えて増大し、低緯度側の低渦位領域が高緯度に侵入してポテンシャル渦位の南北勾配が逆転することである(Tanaka and Watarai(1999))。

以上の現象は日本を含む中・高緯度の中・長期予報に大きな影響を及ぼす。そこで問

題になるのがそれらの現象の関係性と予測である。近年のモデル開発やデータ同化手法の進歩で2,3日程度の短期予報の精度は格段に上がった。

しかし、一週間を超えるような中・長期予報における決定論的な予測を行う事は、非線形流体のカオスの効果により困難である。AOとブロッキングには相関があるといわれているが、明確な相関は依然として見つかってない。AO負の場合、寒帯前線ジェットが弱まり、波数の大きな波でもブロッキングが発生しやすくなるため、頻度が高くなると言われているが、Hayasaki and Tanaka (2001)によるとAO正、AO負ともにブロッキングの発生が増えるとの結果が出ている。

一方、Tanaka and Nohara (2001)が開発した大気鉛直平均量(順圧成分)のみを予測する順圧モデルでは、通常の3次元大循環モデルと比べて、初期値に含まれる誤差の増幅が抑えられるため、最大8日程度の予報精度を持っており、カオスの壁を超える中・長期予報を行うことができるのではないかと期待されている。ただし、この順圧モデルによる予測精度が、AOの正負にどのように依存するかはいまだに明らかにされていない。また、ブロッキングのスケールや発生頻度がAOの正負にどのように依存しているかも明らかではない。

2 目的

ブロッキングや北極振動は下層から上層まで鉛直方向に一貫した順圧的な構造を持っている。したがって大気鉛直成分のみを取り出すことで構造を調べることが可能となる。そこで本研究では、ブロッキングの経路を抽出し、AO正負での発生位置や発生頻度の違いについて池田(2010)を再検証する。また、再解析データから順圧成分を取り出した値と、その初期値をもとに予測モデルを走らせた値で相関をとることでブロッキングの発生前、発生中、発生後の予測精度の確認を行う。そして予測精度は北極振動指数の正負によって変わるのかの考察を行い、ブロッキングと北極振動の関係について調べる。

3 使用データ

本実験では、アスマンとピラムを用いて風速・風向・気温・湿度を8カ所の定点観測で観測し、4つのAWSと10個のマイクロロガーを用いて風穴周辺の観測をした。また、NECサーモやFLIRサーモを用いた移動観測を行い風穴の存在を確認した。

図の作成にはTHE GMT-SYSTEM Ver3.4.5 (Wessel et al.2000)を使用している。ピラムとかロガーを置いた場所の地図とか

表 1: シミュレーションの設定と各種スキーム

使用データ	: NCEP/NCAR 再解析データ (再解析値、気候値、偏差値)
時間間隔	: 6時間
期間	: 1960年1月1日-2015年1月1日
グリッド間隔(東西)	: 5°
グリッド間隔(南北)	: ガウス緯度(約3°間隔・30個・北半球のみ)
気象要素	: フーリエ展開係数 $w(u, v, \phi)$

4 方法

本研究では、池田 (2010) によって開発されたブロッキングインデックスを再計算し、そのブロッキングインデックスによって得られたブロッキングの発生時系列に関して再解析と予報値の二つのデータの相関をとることで北極振動指数が正負の時とブロッキングの関係について調べる。

4.1 ブロッキングインデックス

本研究では池田 (2010) で導入されたブロッキングインデックスの条件から持続性の条件と内挿の方法変更することでブロッキングの検出結果がどの程度変わるかを調べるため以下のように変更した。

- (1) ブロッキングに伴う擾乱の水平スケールが大きい
- (2) 周囲にロスビー波の碎波条件を満たす領域を伴っている
- (3) ロスビー波の碎波条件を満たす領域での渦位の南北勾配の絶対値が大きい
- (4) ブロッキング高気圧の中心気圧が高い
- (5) 移動速度が遅い（停滞性がある）
- (6) 7 日以上持続する

ノーマルモード展開係数 w_i より浅水方程式系の渦位を求める。この時、 $G_0(p)$ は鉛直方向にほぼ一様であるため、 $G_0(p)$ を定数で近似する。まず、展開係数 w_i からの逆変換を行う際に (1) の条件を満たすため、以下のように波数切断によってローパスフィルターを施した。

$$U(\lambda, \theta, t) = \sum_{n=-8}^8 \sum_{l=0}^8 w_{nl0}(t) X_0 \Pi_{nl0}(\lambda, \theta) \quad (1)$$

n : 東西鉛直波数, l : 南北鉛直波数, また浅水方程式系の渦度方程式

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + u \frac{\partial (f + \zeta)}{\partial x} + v \frac{\partial (f + \zeta)}{\partial y} + (f + \zeta) \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0 \quad (2)$$

と連続の式

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} + h \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0 \quad (3)$$
$$h = h_m + z$$

によりポテンシャル渦度を計算する。

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{f + \zeta}{h} \right) + u \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{f + \zeta}{h} \right) + v \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{f + \zeta}{h} \right) = 0 \quad (4)$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{f + \zeta}{h}\right) = 0 \quad (5)$$

ここで、 $f = 2\Omega \sin \theta$ はコリオリパラメータ、 z は順圧高度である。式 (5) は惑星渦度 f と相対渦度 ζ の和を流体の厚さ h で割った量である渦位は保存すること意味している。順圧モードのときの等価深度 h_m は 9746.47 m である。

式 (6) から定義される渦位 $Q = (f + \zeta) / h$ の南北勾配を計算し、各グリッドにおいて以下のような Wave Breaking Index (WBI) を導入する。

$$WBI(\lambda, \theta) = \begin{cases} \left| \frac{\partial Q}{\partial y} \right| & \text{at } \frac{\partial Q}{\partial y} \leq C_{WBI}(\theta) \\ 0 & \text{at } \frac{\partial Q}{\partial y} > C_{WBI}(\theta) \end{cases} \quad (6)$$

ここでの定数 C_{WBI} は、(3) の仮定を考慮して、各緯度帯ごとに作成した $\partial Q / \partial y$ の確率密度分布の 95 パーセンタイル値を参考にして決定した。各緯度帯ごとの C_{WBI} の値は表 1 に示す。

次に、(2) の仮定を満たすため、ロスビー波の碎波条件を満たす領域の近くで高気圧の中心を探す。以下の式で、ノーマルモード展開係数 w_i より順圧高度を求める。

$$\phi(\lambda, \theta, p, t) = \sum_{nl} w_{nl0}(t) g h_0 G_0(p) Z_{nl0}(\theta) \exp(in\lambda) \quad (7)$$

式 (6) より求めた WBI の重心から、半径 2000 km の範囲で、順圧高度のアノマリが極大かつ、閾値 C_{HGT} を超える位置を高気圧の中心とする。このとき、高気圧中心の座標を格子点上から任意の点に移し、より詳細に最大値をとる座標を得るため、最大値をとる格子点の周囲 24 個の格子点を用いてスプライン補間をし、疑似的な関数を生成し、その関数の勾配が最小となる点を準ニュートン法で求め、その最小になった点を最大値をとる座標とした。 C_{HGT} は C_{WBI} と同じように、各緯度帯ごとの順圧高度アノマリの確率密度分布の 95 パーセンタイル値を参考にして決定した (表 2)。 C_{HGT} を定義することで、(4) の仮定も満たすとする。

最後に、時間方向に高気圧の中心位置を比べてゆき、6 時間で高気圧の移動距離が 600km 以内であり、かつ、7 日間以上持続するものをブロッキング高気圧として定義し、この期間を『ブロッキング』が起こっている期間とする。以上により (5) と (6) の仮定も満たされる。

4.2 大気大循環モデル

本章では、まず第 1 節で基礎方程式系を示し、第 2 節で順圧大循環モデルの基礎となるプリミティブスペクトル方程式を導く。第 3 節ではプリミティブスペクトル方程式から順圧成分を抽出する方法、第 4 節では順圧 S-Model の構築方法を解説する。

4.2.1 基礎方程式系

本研究で使われる大気大循環モデルの基礎方程式系は、球座標表現（緯度 θ 、経度 λ 、気圧 p ）で表したプリミティブ方程式系であり、3つの予報方程式と3つの診断方程式から成り立つ。

・水平方向の運動方程式（予報方程式）

$$\frac{\partial u}{\partial t} - 2\Omega \sin \theta \cdot v + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial \phi}{\partial \lambda} = -V \cdot \nabla u - \omega \frac{\partial u}{\partial p} + \frac{\tan \theta}{a} uv + F_u \quad (8)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + 2\Omega \sin \theta \cdot u + \frac{1}{a} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} = -V \cdot \nabla v - \omega \frac{\partial v}{\partial p} - \frac{\tan \theta}{a} uv + F_v \quad (9)$$

・熱力学の第一法則（予報方程式）

$$\frac{\partial C_p T}{\partial t} + V \cdot \nabla C_p T + \omega \frac{\partial C_p T}{\partial p} = \omega \alpha + Q \quad (10)$$

・質量保存則（診断方程式）

$$\frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial v \cos \theta}{\partial \theta} + \frac{\partial \omega}{\partial p} = 0 \quad (11)$$

・状態方程式（診断方程式）

$$p\alpha = RT \quad (12)$$

・静力学平衡近似の式（診断方程式）

$$\frac{\partial \phi}{\partial p} = -\alpha \quad (13)$$

ただし、水平移流に関しては

$$V \cdot \nabla () = \frac{u}{a \cos \theta} \frac{\partial ()}{\partial \lambda} + \frac{v}{a} \frac{\partial ()}{\partial \theta} \quad (14)$$

上記の方程式系で用いられている記号は以下のとおりである。

{	θ : 緯度	ω : 鉛直 p 速度 ($\equiv dp/dt$)
	λ : 経度	F_u : 東西方向の摩擦力
	p : 気圧	F_v : 南北方向の摩擦力
	t : 時間	Q : 非断熱加熱率
	u : 東西風速度	Ω : 地球の自転角速度 ($7.29 \times 10^{-5} [rad/s]$)
	v : 南北風速度	a : 地球の半径 ($6371.22 [km]$)
	ϕ : ジオポテンシャル	C_p : 定圧比熱 ($1004 [JK^{-1}kg^{-1}]$)
	T : 気温	R : 乾燥空気の気体定数 ($287.04 [JK^{-1}kg^{-1}]$)
	α : 比容	

Tanaka (1991) によると、熱力学の第一法則の式 (10) に、質量保存則の式 (11)、状態方程式 (12)、静力学平衡近似の式 (13) を代入することで、基礎方程式系を 3 つの従属変数 (u, v, ϕ) のそれぞれの予報方程式で表すことができる。

まずはじめに、気温 T と比容 α とジオポテンシャル高度 ϕ について、以下のような摂動を考える。

$$T(\theta, \lambda, p, t) = T_0(p) + T'(\theta, \lambda, p, t) \quad (15)$$

$$\alpha(\theta, \lambda, p, t) = \alpha_0(p) + \alpha'(\theta, \lambda, p, t) \quad (16)$$

$$\phi(\theta, \lambda, p, t) = \phi_0(p) + \phi'(\theta, \lambda, p, t) \quad (17)$$

ここで、 T_0, α_0, ϕ_0 はそれぞれの全球平均量で p のみの関数である。また、 T', α', ϕ' はそれぞれの摂動を表し、全球平均量からの偏差量である。

これにより、診断方程式 (12), (13) も以下のように、基本場（全球平均）に関する式と、摂動に関する式とに分けることができる。

<基本場>

$$p\alpha_0 = RT_0 \quad (18)$$

$$\frac{\partial \phi_0}{\partial p} = -\alpha_0 \quad (19)$$

<摂動>

$$p\alpha' = RT' \quad (20)$$

$$\frac{\partial \phi'}{\partial p} = -\alpha' \quad (21)$$

以上の式 (15)~(21) を用いて、熱力学第一法則の式 (10) を変形する。

$$\frac{\partial C_p T}{\partial t} + V \cdot \nabla C_p T + \omega \frac{\partial C_p T}{\partial p} = \omega \alpha + Q \quad (22)$$

右辺第一項を左辺へ移項して、

$$C_p \frac{\partial T}{\partial t} + C_p V \cdot \nabla T + C_p \omega \left(\frac{\partial T}{\partial p} - \frac{\alpha}{C_p} \right) = Q \quad (23)$$

式 (15), (16) より、

$$C_p \frac{\partial}{\partial t} (T_0 + T') + C_p V \cdot \nabla (T_0 + T') + C_p \omega \left(\frac{\partial}{\partial p} \right) (T_0 + T') - \frac{\alpha_0}{C_p} - \frac{\alpha'}{C_p} = Q \quad (24)$$

T_0 は p のみの関数であるので、

$$C_p \frac{\partial T'}{\partial t} + C_p V \cdot \nabla T' + C_p \omega \left(\frac{dT_0}{dp} + \frac{\partial T'}{\partial p} - \frac{\alpha_0}{C_p} - \frac{\alpha'}{C_p} \right) = Q \quad (25)$$

$$\frac{\partial T'}{\partial t} + V \cdot \nabla T' + \omega \left(\frac{dT_0}{dp} - \frac{\alpha_0}{C_p} \right) + \omega \left(\frac{\partial T'}{\partial p} - \frac{\alpha'}{C_p} \right) = \frac{Q}{C_p} \quad (26)$$

式 (18), (20) より、

$$\frac{\partial T'}{\partial t} + V \cdot \nabla T' + \omega \left(\frac{dT_0}{dp} - \frac{RT_0}{pC_p} \right) + \omega \left(\frac{\partial T'}{\partial p} - \frac{RT'}{pC_p} \right) = \frac{Q}{C_p} \quad (27)$$

ここで、全球平均気温 T_0 と、そこからの偏差量 T' との間には、 $T_0 \gg T'$ が成り立つので、左辺第 4 項における、気温の摂動の断熱変化項は無視することができる。つまり、

$$\left| \omega \frac{RT_0}{pC_p} \right| \gg \left| \omega \frac{RT'}{pC_p} \right| \quad (28)$$

である。このような近似は、下部成層圏においてよく成り立つことが示されている (Holton, 1975)。よって、

$$\frac{\partial T'}{\partial t} + V \cdot \nabla T' + \omega \left(\frac{dT_0}{dp} - \frac{RT_0}{pC_p} \right) + \omega \frac{\partial T'}{\partial p} = \frac{Q}{C_p} \quad (29)$$

また、左辺第 3 項に関して、全球平均気温 T_0 を用いることで、以下のような大気の静的安定度パラメータ γ を導入することができる (Tanaka, 1985)。

$$\gamma(p) \equiv \frac{RT_0}{C_p} - p \frac{dT_0}{dp} \quad (30)$$

よって、

$$\frac{\partial T'}{\partial t} + V \cdot \nabla T' + \omega \frac{\partial T'}{\partial p} - \frac{\omega \gamma}{p} = \frac{Q}{C_p} \quad (31)$$

となる。ここで、式 (20), (21) より、

$$T' = \frac{p\alpha'}{R} = -\frac{p}{R} \cdot \frac{\partial \phi'}{\partial p} \quad (32)$$

なので、

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(-\frac{p}{R} \cdot \frac{\partial \phi'}{\partial p} \right) + V \cdot \nabla \left(-\frac{p}{R} \cdot \frac{\partial \phi'}{\partial p} \right) + \omega \frac{\partial}{\partial p} \left(-\frac{p}{R} \cdot \frac{\partial \phi'}{\partial p} \right) - \frac{\omega \gamma}{p} = \frac{Q}{C_p} \quad (33)$$

両辺に p/γ をかけると、

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(-\frac{p^2}{\gamma R} \cdot \frac{\partial \phi'}{\partial p} \right) - \frac{p^2}{\gamma R} V \cdot \nabla \frac{\partial \phi'}{\partial p} - \frac{\omega p}{\gamma} \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{p}{R} \cdot \frac{\partial \phi'}{\partial p} \right) - \omega = \frac{pQ}{C_p \gamma} \quad (34)$$

となる。式 (34) によって、熱力学の第一法則の式 (10) を従属変数 ϕ' のみで表すことができた。これで、方程式系 (8), (9), (34) は、閉じることができたが、質量保存則の式 (11) を組み込むために、さらに式 (34) の両辺を p で微分する。

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[-\frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{p^2}{\gamma R} \cdot \frac{\partial \phi'}{\partial p} \right) \right] - \frac{\partial}{\partial p} \left[\frac{p^2}{\gamma R} V \cdot \nabla \frac{\partial \phi'}{\partial p} - \frac{\omega p}{\gamma} \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{p}{R} \cdot \frac{\partial \phi'}{\partial p} \right) \right] - \frac{\partial \omega}{\partial p} = \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{pQ}{C_p \gamma} \right) \quad (35)$$

ここで、式 (35) の第 3 項に、質量保存則 (11) を代入して、

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left[-\frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{p^2}{\gamma R} \cdot \frac{\partial \phi'}{\partial p} \right) \right] + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial v \cos \theta}{\partial \theta} = \\ \frac{\partial}{\partial p} \left[\frac{p^2}{\gamma R} V \cdot \nabla \frac{\partial \phi'}{\partial p} - \frac{\omega p}{\gamma} \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{p}{R} \cdot \frac{\partial \phi'}{\partial p} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{pQ}{C_p \gamma} \right) \end{aligned} \quad (36)$$

以上のように、熱力学第一法則の式 (10) から、気温 T と比容 α を消去し、摂動ジオポテンシャル ϕ に関する予報方程式 (36) を導くことができた。これで、3つの従属変数 (u, v, ϕ') に対して、3つの予報方程式 (8), (9), (36) が存在するので、解を一意的に求めることができる。

これら 3つの予報方程式 (8), (9), (36) を、以下のような簡単な行列表示でまとめておく (Tanaka, 1991)。

$$M \frac{\partial U}{\partial t} + LU = N + F \quad (37)$$

式 (37) の各項の意味は以下のとおりである。

U : 従属変数ベクトル

$$U = \begin{pmatrix} u \\ v \\ \phi' \end{pmatrix} \quad (38)$$

M : 線形演算子

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial p} \frac{p^2}{\gamma R} \frac{\partial}{\partial p} \end{pmatrix} \quad (39)$$

L : 線形演算子

$$L = \begin{pmatrix} 0 & -2\Omega \sin \theta & \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \lambda} \\ 2\Omega \sin \theta & 0 & \frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial \theta} \\ \frac{1}{a \cos \theta} & \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial(\cos \theta)}{\partial \theta} & 0 \end{pmatrix} \quad (40)$$

N : 非線形項からなるベクトル

$$N = \begin{pmatrix} -V \cdot \nabla u - \omega \frac{\partial u}{\partial p} - \frac{\tan \theta}{a} uv \\ -V \cdot \nabla v - \omega \frac{\partial v}{\partial p} - \frac{\tan \theta}{a} uv \\ \frac{\partial}{\partial p} \left[\frac{p^2}{\gamma R} V \cdot \nabla \frac{\partial \phi'}{\partial p} + \frac{\omega p}{\gamma} \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{p}{R} \frac{\partial \phi'}{\partial p} \right) \right] \end{pmatrix} \quad (41)$$

F : 外部強制項からなるベクトル

$$F = \begin{pmatrix} F_u \\ F_v \\ \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{pQ}{c_p \gamma} \right) \end{pmatrix} \quad (42)$$

モデルの基礎方程式系は式 (37) のようなベクトル方程式で構成されていて、時間変化項に含まれる従属変数ベクトル U を、他の 3つの項 (線形項 : LU、非線形項 : N、外部強制項 : F) のバランスから予測するようなモデルであるといえる。

4.2.2 プリミティブスペクトル方程式の導出

1, 線形方程式と変数分離

プリミティブ方程式系 (37) は非線形連立偏微分方程式である。はじめに、静止大気を基本場を選び、そこに微小擾乱が重なっているものとして方程式を摂動法により線形化すると、式 (41) は 2 次以上の摂動項が無視できて、結局 $N = 0$ となる。次に、摩擦・非断熱加熱項の外部強制項がないとすると $F = 0$ である。こうして方程式系 (37) は、以下の線形微分方程式になる。

$$M \frac{\partial U}{\partial t} + LU = 0 (= N + F) \quad (43)$$

ここで、変数ベクトルを

$$U = U_m(\lambda, \theta, t) G_m(p) \quad (44)$$

のように鉛直方向のみに依存した関数 $G_m(p)$ と水平方向と時間に依存した変数 $U_m(\lambda, \theta, t)$ に変数分離する。添え字の m は、後述の鉛直モード番号を意味する。式 (43) に代入すると

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial p} \frac{p^2}{\gamma R} \frac{\partial}{\partial p} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial t} u_m(\theta, \lambda, t) G_m(p) \\ \frac{\partial}{\partial t} v_m(\theta, \lambda, t) G_m(p) \\ \frac{\partial}{\partial t} \phi'_m(\theta, \lambda, t) G_m(p) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -2\omega \sin \theta & \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \lambda} \\ 2\omega \sin \theta & 0 & \frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial \theta} \\ \frac{1}{a \cos \theta} & \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial(\cdot) \cos \theta}{\partial \theta} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_m(\theta, \lambda, t) G_m(p) \\ v_m(\theta, \lambda, t) G_m(p) \\ \phi'_m(\theta, \lambda, t) G_m(p) \end{pmatrix} \quad (45)$$

<第一成分>

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} u_m G_m(p) - 2\omega \sin \theta \cdot v_m G_m(p) + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \lambda} \phi'_m G_m(p) &= 0 \\ \frac{\partial u_m}{\partial t} - 2\omega \sin \theta \cdot v_m + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial \phi'_m}{\partial \lambda} &= 0 \end{aligned} \quad (46)$$

<第二成分>

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} v_m G_m(p) + 2\omega \sin \theta \cdot u_m G_m(p) + \frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial \theta} \phi'_m G_m(p) &= 0 \\ \frac{\partial v_m}{\partial t} - 2\omega \sin \theta \cdot u_m + \frac{1}{a} \frac{\partial \phi'_m}{\partial \theta} &= 0 \end{aligned} \quad (47)$$

<第三成分>

$$\begin{aligned} -\frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{p^2}{\gamma R} \frac{\partial}{\partial p} \phi'_m G_m(p) \right) \right] + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \lambda} u_m G_m(p) + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} v_m G_m(p) \cos \theta &= 0 \\ -\frac{\partial \phi'_m}{\partial t} \left[\frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{p^2}{\gamma R} \frac{\partial}{\partial p} G_m(p) \right) \right] + \frac{G_m(p)}{a \cos \theta} \frac{\partial u_m}{\partial \lambda} + \frac{G_m(p)}{a \cos \theta} \frac{\partial v_m \cos \theta}{\partial \theta} \end{aligned}$$

両辺を $G_m(p)$ 、 $\frac{\partial \phi'_m}{\partial t}$ で割って

$$-\frac{1}{G_m(p)} \frac{\partial}{\partial p} \left[\left(\frac{p^2}{\gamma R} \frac{\partial}{\partial p} G_m(p) \right) \right] + \frac{1}{\frac{\partial \phi'_m}{\partial t}} \left(\frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial u_m}{\partial \lambda} + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial v_m \cos \theta}{\partial \theta} \right) = 0$$

$$-\frac{1}{G_m(p)} \frac{\partial}{\partial p} \left[\left(\frac{p^2}{\gamma R} \frac{\partial}{\partial p} G_m(p) \right) \right] = -\frac{1}{\frac{\partial \phi'_m}{\partial t}} \left(\frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial u_m}{\partial \lambda} + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial v_m \cos \theta}{\partial \theta} \right) \quad (48)$$

式 (48) の左辺は p のみの関数、右辺は θ, λ, t の関数である。よって、式 (48) が成り立つのは、両辺が定数のときのみに限られる。そこで、等価深度 h_m (equivalent height) を用いて

$$-\frac{1}{G_m(p)} \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{p^2}{\gamma R} G_m(p) \right) = \frac{1}{gh_m} \quad (49)$$

とすると、

$$\frac{1}{gh_m} + \frac{1}{\frac{\partial \phi'_m}{\partial t}} \left(\frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial u_m}{\partial \lambda} + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial v_m \cos \theta}{\partial \theta} \right) = 0$$

つまり、

$$\frac{\partial \phi'_m}{\partial t} + gh_m \left(\frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial u_m}{\partial \lambda} + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial v_m \cos \theta}{\partial \theta} \right) = 0 \quad (50)$$

等価深度とは浅水方程式系の平均深度に対応するもので、高さの次元をもつ。それぞれの鉛直モードについて等価深度が存在することになる。このようにして、水平方向と鉛直方向に変数分離することで、線形プリミティブ方程式系から鉛直構造方程式 (49) と水平構造方程式 (46)、(47)、(50) を導くことができる。鉛直構造方程式の解は鉛直構造関数、水平構造方程式の解は水平構造関数という。以下、その詳細について説明する。

2. 鉛直構造関数

鉛直構造方程式 (49) を解くには上下の境界条件が必要であるが、それらは以下で与えられる。

$$\omega \rightarrow 0 \quad \text{as} \quad p \rightarrow 0 \quad (51)$$

$$(u, v, w) = 0, \quad \text{at} \quad p = p_s \quad (52)$$

ここで、 $w = dz/dt$ である。式 (52) は下部境界において物理的な速度がゼロであるという条件を、式 (51) は上部境界において質量が保存されるという条件を表している。これらの境界条件を鉛直構造関数に関する境界条件に置き換える。まず、熱力学の第一法則の式 (33) を線形化すると

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{p^2}{\gamma R} \frac{\partial \phi'_m}{\partial p} \right) + \omega = 0 \quad (53)$$

となる。式 (53) に対して上部境界条件 (51) を考慮し、式 (44) を代入すると

$$\frac{dG_m(p)}{dp} \rightarrow 0 \quad \text{as} \quad p \rightarrow 0 \quad (54)$$

という上部境界条件が得られる。

次に、下部境界条件 (52) を

$$gw = \frac{d\phi'_m}{t} \Big|_{p=p_s} = \left[\frac{\partial\phi'_m}{\partial t} + V \cdot \nabla \phi'_m + \omega \frac{\partial\phi'_m}{\partial p} \right] \Big|_{p=p_s} \quad (55)$$

として、これに状態方程式 (12)、静力学平衡近似の式 (13) を考慮すると

$$\frac{d\phi'_m}{dt} \Big|_{p=p_s} - \omega \frac{RT_s}{p_s} = 0 \quad (56)$$

となる (ただし、 T_s は地表気圧 P_s に対する気温)。ここで式 (53) と式 (56) を使って ω を消去し、式 (44) を代入すると

$$\frac{dG_m(p)}{dp} + \frac{\gamma}{p_s T_s} G_m(p) = 0 \quad \text{at} \quad p = p_s \quad (57)$$

という下部境界条件が得られる。これにより、鉛直構造方程式 (49) は Sturm-Liouville タイプの境界値問題となり、有限要素法、あるいはガラーキンの法 (Galerkin method) により解くことができる (Tanaka, 1985)。解法については、例えば Kasahara (1984) などがある。その際、式 (30) 中の静的安定度パラメータ γ を決定する必要がある。

本実験では、1978年12月から1979年11月までの、第1回 GARP (Global Atmospheric Research Program) 全球実験 (First GARP Global Experiment, FGGE) 期間中の平均気温データをもとに算出した (Tanaka and Kung, 1989)。

鉛直構造方程式 (49) の第 m モードの固有値は実数で等価深度 h_m 、固有解は $G_m(p)$ で以下の内積の下で正規直交系をなす。

$$\langle G_m(p), G_n(p) \rangle = \frac{1}{p_s} \int_0^{p_s} G_m(p) G_n(p) dp = \delta_{mn} \quad (58)$$

ここで、添字 m, n は異なる固有ベクトルを意味し、 δ_{mn} はクロネッカーのデルタ、 p_s は平均地表気圧を示す。このような鉛直構造関数 $G_m(p)$ の正規直交性を利用することで、気圧 p の任意の関数 $f(p)$ に関して、次の鉛直変換 (vertical transform) を導くことができる。

$$\begin{aligned} f(p) &= \sum_{m=0}^{\infty} f_m G_m(p) \\ &= f_0 G_0(p) + f_1 G_1(p) + \cdots + f_m G_m(p) + \cdots \end{aligned} \quad (59)$$

ここで、 f_m は第 m 鉛直モードの鉛直展開係数である。両辺に $G_m(p)$ をかけて、 p について 0 から p_s まで積分すると、

$$\begin{aligned} \int_0^{p_s} f(p) G_m(p) dp &= \int_0^{p_s} (f_0(p) G_0(p) G_m(p) + f_1(p) G_1(p) G_m(p) \\ &\quad + \cdots + f_m(p) G_m(p) G_m(p) + \cdots) dp \end{aligned} \quad (60)$$

と書ける。ここで、

$$M_m = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{gh_m} \end{pmatrix} \quad U_m = \begin{pmatrix} u_m \\ v_m \\ \phi'_m \end{pmatrix} \quad (69)$$

である。

また、従属変数 U_m と方程式系全体に次元をもたせるために、以下のようなスケール行列 X_m と Y_m を導入する。

$$X_m = \begin{pmatrix} \sqrt{gh_m} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{gh_m} & 0 \\ 0 & 0 & gh_m \end{pmatrix} \quad Y_m = \begin{pmatrix} 2\omega\sqrt{gh_m} & 0 & 0 \\ 0 & 2\omega\sqrt{gh_m} & 0 \\ 0 & 0 & 2\omega \end{pmatrix} \quad (70)$$

これらを用いて式 (68) を変形すると

$$(Y_m^{-1}M_mX_m)M_m\frac{\partial}{\partial t}(X_m^{-1}U_m) + (Y_m^{-1}LX_m)(X_m^{-1}U_m) = 0 \quad (71)$$

ここで、

$$Y_m^{-1}M_mX_m = \frac{1}{2\Omega} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (72)$$

なので、無次元時間 $\tau (\equiv 2\Omega t)$ を導入することで

$$\frac{\partial}{\partial \tau}(X_m^{-1}U_m) + (Y_m^{-1}LX_m)(X_m^{-1}U_m) = 0 \quad (73)$$

となる。

式 (73) は、水平構造方程式、またはラプラス潮汐方程式と呼ばれる。この解は、水平構造関数、またはこの問題を最初に解いた研究者の名前をとってハフ調和関数と呼ばれ H_{nlm} と表す。

ここで、 H_{nlm} は、第 m 鉛直モードに相当する水平ノーマルモード（つまり自由振動）を表し、添字の n は東西波数 (zonal wave number)、 l は南北波数 (meridional wave number) を意味する。

式 (73) の解 H_{nlm} は、振動モード nlm に対応する無次元化固有振動数 σ_{nlm} とともに、固有値問題を解くことで求められる。

Kasahara and Puri (1981) によると、式 (73) の解 U_m は、 H_{nlm} を用いることで、次のように水平方向の成分と時間成分とに変数分離することができる。

$$U_m(\lambda, \theta, \tau) = X_m H_{nlm}(\lambda, \theta) \exp(-i\sigma_{nlm}\tau) \quad (74)$$

この式を水平構造方程式 (73) に代入すると、

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \tau} [X_m^{-1}(X_m H_{nlm} \exp(-i\sigma_{nlm}\tau))] + (Y_m^{-1} L X_m)(X_m^{-1}(X_m H_{nlm} \exp(-i\sigma_{nlm}\tau))) = 0 \\ -i\sigma_{nlm} H_{nlm}(\lambda, \theta) + (Y_m^{-1} L X_m) H_{nlm}(\lambda, \theta) = 0 \end{aligned} \quad (75)$$

ここで、水平構造関数 $H_{nlm}(\lambda, \theta)$ は、南北構造を記述するハフベクトル関数 Θ_{nlm} と、東西波動を表す複素三角関数 $\exp(in\lambda)$ とのテンソル積として、以下のように表される。

$$H_{nlm}(\lambda, \theta) = \Theta_{nlm}(\theta) \exp(in\lambda) = \begin{pmatrix} U_{nlm}(\theta) \\ -iV_{nlm}(\theta) \\ Z_{nlm}(\theta) \end{pmatrix} \exp(in\lambda) \quad (76)$$

水平構造関数 H_{nlm} は次の直交条件を満たす。

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2\pi} H_{nlm} \cdot H_{n'l'm}^* \cos \theta d\lambda d\theta = \delta_{mn'} \delta_{ll'} \quad (77)$$

ここで、アスタリスクは複素共役を意味し、また、 nlm と $n'l'm$ は異なるモードを意味する。この関係から、次のフーリエハフ変換 (Fourier-Hough transform) が導かれる。第 m 鉛直モードに相当する物理空間における任意のベクトル関数を $W_m(\lambda, \theta, \tau)$ とすると、

$$W_m(\lambda, \theta, \tau) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} w_{nlm}(\tau) H_{nlm}(\lambda, \theta) \quad (78)$$

と書くことができる。ここで、 w_{nlm} は、フーリエハフ変換係数である。式 (78) の両辺に $H_{nlm}^*(\lambda, \theta)$ をかけ、以下で定義される内積

$$\langle W_m, H_{nlm} \rangle \equiv \frac{1}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2\pi} (W_m \cdot H_{nlm}^*) \cos \theta d\lambda d\theta \quad (79)$$

を作用させることで、

$$w_{nlm}(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2\pi} W_m(\lambda, \theta, \tau) \cdot H_{nlm}^*(\lambda, \theta) \cos \theta d\lambda d\theta \quad (80)$$

を導くことができる。

式 (73) に、このフーリエハフ変換を施すと、

$$\frac{d}{d\tau} w_{nlm}(\tau) + i\sigma_{nlm} w_{nlm}(\tau) = 0 \quad (81)$$

となる。この式によると、固有振動数 σ_{nlm} は実数なので、左辺第 2 項目の線形項は波動の位相のみを表現し、波の振幅は変化させないことを示している。

4, 3次元ノーマルモード関数展開

ここまでで、鉛直構造関数 $G_m(p)$ と水平構造関数 $H_{nlm}(\lambda, \theta)$ が導かれたが、それらを結合させ、静止大気を基本状態とした3次元ノーマルモード関数 $\Pi_{nlm}(\lambda, \theta, p)$ を構成し、3次元ノーマルモード関数展開を用いて、プリミティブ方程式 (37) の3次元スペクトル表記を導く。

$\Pi_{nlm}(\lambda, \theta, p)$ は、 $G_m(p)$ と $H_{nlm}(\lambda, \theta)$ とのテンソル積で定義される。

$$\Pi_{nlm}(\lambda, \theta, p) = G_m(p)H_{nlm}(\lambda, \theta) \quad (82)$$

$$= G_m(p)\Theta_{nlm}(\theta) \exp(in\lambda) \quad (83)$$

この3次元ノーマルモード関数は、以下で定義される内積のもとで直交条件を満たすことが示されている (Tanaka and Sun, 1990)。

$$\langle \Pi_{nlm}, \Pi_{n'l'm'} \rangle = \frac{1}{2\pi p_s} \int_0^{p_s} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2\pi} \Pi_{nlm} \Pi_{n'l'm'}^* \cos \theta d\lambda d\theta dp \quad (84)$$

$$= \delta_{nn'} \delta_{ll'} \delta_{mm'} \quad (85)$$

この3次元ノーマルモード関数の直交性を利用することで、式 (37) におけるベクトル U, F に関して、次のように波数展開することができる (Tanaka and Kung, 1989)。

$$U = (\lambda, \theta, p, \tau) = \sum_{n=-N}^N \sum_{l=0}^L \sum_{m=0}^M w_{nlm}(\tau) X_m \Pi_{nlm}(\lambda, \theta, p) \quad (86)$$

$$F = (\lambda, \theta, p, \tau) = \sum_{n=-N}^N \sum_{l=0}^L \sum_{m=0}^M f_{nlm}(\tau) Y_m \Pi_{nlm}(\lambda, \theta, p) \quad (87)$$

ここで、 $w_{nlm}(\tau), f_{nlm}(\tau)$ はそれぞれ、従属変数ベクトル U と、外部強制項ベクトル F に関しての展開係数 (3次元ノーマルモード展開係数) であり、時間 τ のみの関数である。添字の nlm は、順に東西波数 n 、南北波数 l 、鉛直波数 m を表しており、それぞれ、波数 N, L, M で切断されている。

式 (30) と $\Pi_{nlm}(\lambda, \theta, p)$ の内積をとると

$$\langle M \frac{\partial U}{\partial t} + LU - N - F, Y_m^{-1} \Pi_{nlm} \rangle = 0 \quad (88)$$

この式に、式 (86), (87) の関係式を用いると、

$$\begin{aligned} & \langle M \frac{\partial U}{\partial t} + LU - N - F, Y_m^{-1} \Pi_{nlm} \rangle \\ &= \langle M \frac{\partial U}{\partial t}, Y_m^{-1} \Pi_{nlm} \rangle + \langle LU, Y_m^{-1} \Pi_{nlm} \rangle \\ & - \langle N, Y_m^{-1} \Pi_{nlm} \rangle - \langle F, Y_m^{-1} \Pi_{nlm} \rangle = 0 \end{aligned} \quad (89)$$

よって、

$$\frac{d}{d\tau}w_{nlm} + i\sigma_{nlm}w_{nlm} = -i \sum_{n'l'm'}^K \sum_{n''l''m''}^K r_{nlmn'l'm'n''l''m''} w_{nlmn'l'm'n''l''m''} + f_{nlm} \quad (90)$$

となる。ここで、

$$\begin{cases} nlm & \rightarrow i \\ n'l'm' & \rightarrow j \\ n''l''m'' & \rightarrow k \end{cases}$$

とすると、

$$\frac{d}{d\tau}w_i + i\sigma_i w_i = -i \sum_j^K \sum_k^K r_{ijk} w_j w_k + f_i, \quad i = 1, 2, 3, \dots, K \quad (91)$$

と書くことができる。

以上のように、外部強制項を伴った連立常微分方程式として、スペクトル表示によるプリミティブ方程式を記述することができる。なお、式 (91) 中の記号の意味は、以下のとおりである。

$$\left(\begin{array}{l} K : \text{全波数} (= (2N + 1)(L + 1)(M + 1)) \\ \sigma_i : \text{静止大気を基本状態とした水平構造方程式 (ラプラス潮汐方程式)} \\ \quad (66) \text{の固有値問題より得られる無次元の固有振動数であり、} \\ \quad \text{潮汐振動数と呼ばれる} \\ r_{ijk} : \text{非線形の波-波相互作用 (wave-wave interaction) あるいは、} \\ \quad \text{帯状-波相互作用 (zonal-wave interaction) に関する} \\ \quad \text{相互作用係数 (interaction coefficients) であり、} \\ \quad \text{すべての波数間の相互作用を示した係数であり、実数である} \end{array} \right.$$

以上により、順圧成分と傾圧成分からなる鉛直構造関数 $G_m(p)$ 、ロスビー波と重力波モードからなる水平構造関数 $H_{nlm}(\lambda, \theta)$ の両方を用いることで、プリミティブ方程式系をスペクトル表示 (91) で表すことができる。

4.2.3 大気の順圧成分の抽出

本研究で用いた順圧スペクトルモデル (Tanaka, 1991) は、大気の順圧成分のみを取り出したモデルである。大気の順圧成分は、式 (91) において、プリミティブ方程式 (37) と鉛直モード $m = 0$ の 3 次元ノーマルモード関数の内積をとることで抽出できる。

$$\left\langle M \frac{\partial U}{\partial t} + LU - N - F, Y_0^{-1} \Pi_{nl0} \right\rangle = 0 \quad (92)$$

これをスペクトル表示すると、

$$\frac{d}{d\tau}w_i + i\sigma_i w_i = -i \sum_{j=1}^K \sum_{k=1}^K r_{ijk} w_j w_k + f_i, \quad i = 1, 2, 3, \dots, K \quad (93)$$

となる。ここで、 K はモデルにおける全波数を意味する。本研究では、東西波数は $n = 0, 1, \dots, 20$ で、南北波数は $l = 1, 3, \dots, 19$ (赤道対称のモードのみ) で切断し、方程式系を構成する。

式 (92) において、プリミティブ方程式の線形項は、鉛直構造関数 G_m の直交性により順圧成分のみが残る。ここで、非線形項 N の ω を含む項は、便宜上外部強制項 F に含める。また、順圧-傾圧相互作用も F に含まれる。よって、順圧成分のプリミティブ方程式 (92) を成分表示すると

$$\frac{\partial u}{\partial t} - 2\Omega \sin \theta \cdot v + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial \phi'}{\partial \lambda} = -V \cdot \nabla u + \frac{\tan \theta}{a} uv + F_u \quad (94)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + 2\Omega \sin \theta \cdot u + \frac{1}{a} \frac{\partial \phi'}{\partial \theta} = -V \cdot \nabla v - \frac{\tan \theta}{a} uv + F_v \quad (95)$$

$$\frac{\partial \phi'}{\partial t} = -V \cdot \nabla \phi' - gh_0 \nabla \cdot V + F_z \quad (96)$$

となる。ただし、右辺の発散項はスケーリングにより線形化した。以上より、大気の順圧成分に関するプリミティブ方程式として、式 (94), (95), (96) が得られた。

4.2.4 順圧 S-model

以上より、式 (93) を時間積分することで、ある時刻の予報変数 w_i を求めることができるようになった。その際に物理過程としての外力 f_i を見積もらなくてはならない。本研究で用いる順圧 S-Model では、豊富にある観測データを統計的に、以下の式で重回帰して、外力 f_i を状態変数 w_i の変数として求めている。

$$f_i = \tilde{f}_i + A_{ij} w_j + B_{ij} w_j^* + \epsilon_i \quad (97)$$

ここで、 \tilde{f}_i は f_i の気候値で時間のみの周期関数、また、アスタリスクは複素共役であり、残差 ϵ_i のノルムを最小化するように、未知のシステム行列 A_{ij} , B_{ij} を決めなくてはならない。その方法は以下のとおりである。まず、システム行列 A , B を

$$A = A_R + iA_I \quad w = w_R + iw_I \quad (98)$$

$$B = B_R + iB_I \quad w = w_R - iw_I \quad (99)$$

という形で分ける。ここで R(Real) は実数部, I(Imaginary) は虚数部を示す。

また、 f'_i を f_i のアノマリーとして、

$$f'_i = A_w + B_w^* + \epsilon \quad (100)$$

としておく。(97),(98),(99) より

$$\begin{aligned} f'_i &= A_w + B_w^* + \epsilon \\ &= (A_R + iA_I)(w_B + iw_I) + (B_R + iB_I)(w_R - iw_I) + \epsilon_R + i\epsilon_I \\ &= A_R w_R - A_I w_I + B_R w_R + B_I w_I + iA_I w_R + iB_I w_R - iB_R w_I + \epsilon_R + i\epsilon_I \end{aligned}$$

となり、

$$\begin{pmatrix} f'_R \\ f'_I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_R + B_R & -A_I + B_I \\ A_I + B_I & A_R - B_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_R \\ w_I \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \epsilon_R \\ \epsilon_I \end{pmatrix} \quad (101)$$

$$= \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_R \\ w_I \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \epsilon_R \\ \epsilon_I \end{pmatrix} \quad (102)$$

となる。ここで、

$$\begin{aligned} A_R + B_R &= a & A_I + B_I &= b \\ -A_I + B_I &= c & A_R - B_R &= d \end{aligned}$$

とおくと、

$$\begin{aligned} A_R &= (a + d)/2 & A_I &= (b - c)/2 \\ B_R &= (a - d)/2 & B_I &= (b + c)/2 \end{aligned}$$

となる。(102) のシステム行列を求めるためにフーリエ展開係数の転置行列をかけ、時間平均をとると

$$\overline{\begin{pmatrix} f_R \\ f_I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_R \\ w_I \end{pmatrix}^T} = \overline{\begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_R \\ w_I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_R \\ w_I \end{pmatrix}^T} + \overline{\begin{pmatrix} \epsilon_R \\ \epsilon_I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_R \\ w_I \end{pmatrix}^T}$$

ゆえにシステム行列は

$$\begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix} = \overline{\begin{pmatrix} f_R \\ f_I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_R \\ w_I \end{pmatrix}^T} \cdot \overline{\begin{pmatrix} w_R \\ w_I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_R \\ w_I \end{pmatrix}^T}^{-1}$$

で求めることができる。用いる観測データは、3章で述べたとおりである。順圧 S-Model の詳細については Tanaka and Nohara (2001) に書かれているが、現実大気の順圧成分の予報を行った結果、このモデルは月平均で約 8 日の予報能力を持つことが示され、長周期変動の力学的解明に充分使える順圧大気大循環モデルであるということが言えた。ところがこのモデルでは、統計的処理のためか、予報誤差の最大要因となる傾圧

不安定波の増幅が弱いという特徴がある。そこで本研究では、順圧 B-Model のように、傾圧不安定などの物理過程を再導入し、以下のように外力 f_i をパラメタライズした (加藤、2009)。

$$f_i = \tilde{f}_i + A_{ij}w_i + B_{ij}w_i^* + (BC)_{ij}w_i + (DF)_{ij}w_i + (DZ)_{ij}w_j + (DE)_{ij}w_i \quad (103)$$

上式の右辺第三項以下は次のとおりである。

$$\left(\begin{array}{ll} (BC)_{ij}w_i & : \text{傾圧不安定} \\ (DF)_{ij}w_i & : \text{粘性摩擦} \\ (DZ)_{ij}w_j & : \text{帯状地表摩擦} \\ (DE)_{ij}w_i & : \text{エクマン摩擦} \end{array} \right.$$

このようにして、外力 f_i を状態変数 w の関数として表現することができた。予報の各ステップにおいて、 w に応じて f_i が決定し、次のステップの w_i を求めることができる。これを繰り返すことで、初期時刻からある時間後の w_i を求めることができる。

4.3 アノマリー相関

モデルの予報精度を検証するひとつの指標として、アノマリー相関 (AnomalyCorrelation) があり、本研究ではこれを用いることにする。アノマリー相関は以下の式で表される。

$$AC = \frac{\sum_i^N \overline{(Z_i^p - Z_i^c)} \cdot \overline{(Z_i^a - Z_i^c)}}{\sqrt{\sum_i^N \overline{(Z_i^p - Z_i^c)}^2} \cdot \sqrt{\sum_i^N \overline{(Z_i^a - Z_i^c)}^2}} \quad (104)$$

ただし、

$$\begin{array}{ll} Z_p : \text{順圧高度場の予測値} & Z_a : \text{順圧高度場の解析値} \\ Z_c : \text{順圧高度場の気候値} & (\overline{\quad})_i : \text{考えている領域の面積平均} \end{array}$$

とし、本研究で考えている領域 ($i=1,2,\dots,N$) は北半球全球に関してとする。

アノマリー相関は -1 から 1 の値を示す。一般にアノマリー相関の値が 0.6 以上あれば目視で予測図は解析値に類似しているとみなされ、実用性があるとされる。そこで、本研究ではアノマリー相関がはじめて 0.6 になる時を予測限界とした。アノマリー相関は、予測図と解析図のそれぞれの気候値からのずれがどれほど似ているかを指す指標である。またアノマリー相関のアンサンブル予報を行うため、50 個のアンサンブルメンバーを予測値の初期値に異なる微小の誤差を加えて作成した。アンサンブル予報は予報の確からしさをはかる指標になる。

5 結果

この節では、まずブロッキングインデックスによって抽出されたブロッキングイベントを示し、ブロッキングの経路を示すことでAOとブロッキングの関係を調べた。次に、ブロッキングインデックスによって得られた日付を参考に、現実大気内での順圧高度場と予報モデル内での順圧高度場を比較し、渦位の南北勾配の逆転を見ることでブロッキングの発生を確認する。次に、現実大気と予報モデル内での順圧高度場の値の相関をとることでAO正負による予測精度の差異を見る。

5.1 ブロッキングの軌道と北極振動指数の関係

ブロッキングインデックスによって抽出されたブロッキングイベントを表2、表4に示す。図4によると、暖色系のAO正が強い時、ブロッキングの発生位置は中緯度太平洋東部と中緯度大西洋東部に寄る傾向が見られた。逆にAO負が強いとき、ブロッキングの発生位置は中・高緯度太平洋と中・高緯度緯度大西洋に発生していた。AOが正のとき極域の低気圧循環により寒帯前線ジェットは強化されるが、対となる亜熱帯ジェットは弱くなる。ブロッキングはジェットが弱化しているところで発生しやすいので、AO正の時中緯度で発生しやすい。AO正の時西側で発生しているブロッキング高気圧に関して、発生してもジェットによって東に流されてしまい、その先で発達するため結局、主要となる活動場所は東部に落ち着く。逆にAO負の時は寒帯前線ジェットが弱化するため、ブロッキングの西進速度と西風速度がすぐに釣り合い、中・高緯度緯度の様々なところで発生が確認される。

5.2 事例解析【1989年1月27日 北極振動指数：2.60】

5.2.1 現実大気の高圧高度場とS-modelの高圧高度場

本事例は北極振動指数が大きく正に振れた期間である。その結果極域でのジェットが加速し、強い極渦が発生している。まず、現実大気の高圧高度場(図7)を見たとき、+00hの時、強いAO正の環境場の影響を受けてジェットは帯状である。+48h～+144hにかけて経度180度周辺からジェットが立ち上がり、偏西風はアラスカに及ぶまで蛇行している。その結果、蛇行の西側で南の暖かい空気がアラスカまで輸送されて、アラスカでは雪ではなく雨が降り、蛇行の東側では北の冷たい空気がアメリカ西岸に輸送され寒波が到来した。+192hになると、ジェットから渦が分流して完全に閉じたブロッキングが形成された。発生したブロッキングはそのまま持続して存在し、+240h前後で最盛期を迎え、+288h、+336hとかけて衰退していった。この巨大なブロッキングが存在している

間大西洋でも偏西風の蛇行が発生しており、全球で波数2の波となっており背景としての場は非常に安定していた。

次に S-model の傾圧高度場を確認する。図8はブロッキングの発生前を初期値にしたもので、+00hは再解析データの初期値をもとに作成しているため再解析値と一致している。+48hをみると経度180度上の偏西風の蛇行やその東部にある低気圧性循環、大西洋のジェットのスラックスの蛇行などよく再現している。+96hでは再解析の値と比べて予測モデルの方がジェットのスラックスの蛇行を過小評価している。その結果が+144h後にも影響を与えて、予測モデルでは再解析のように大きく膨らんだ巨大なブロッキングを再現できていなかった。図9はブロッキング発生中の S-model になる。+96hや+144hを見ると、発生前初期値よりブロッキングが大きく成長している。再解析で大西洋に見られた偏西風の蛇行は確認することができなかった。図10はブロッキング終了前を初期値にしたもので、太平洋のブロッキングの形成や大西洋の偏西風の蛇行は再現できている。しかし、再解析の+336hでは太平洋のブロッキングは衰退を始めているが、予測モデルの方だと勢力を維持している。これは、1989年はブロッキングが連続して発生した年であり、予測モデルの方では複数のブロッキングを一つの連続したブロッキングと予測したためと考えられる。

5.2.2 渦位

ブロッキングを検出する要素の一つとして渦位を見るという考え方がある。渦位の南北勾配が負となった時、つまり高緯度側に低渦位、低緯度側に高渦位の渦位配置になった時がロスビー波の砕波が見られブロッキングの確認ができる。図12の+00h、+48h、+96hの経度150-210度周辺を見ると低渦位と高渦位が交互に並んでいる。これはジェットのスラックスが強い状態を示しており、傾圧性が高く傾圧不安定からのエネルギー供給が盛んで、波が今まさに増幅している状態である。+144hになると、経度210度で渦位の南北勾配が逆転しているのがわかる。この振幅まで増幅するとジェットから離れ渦を巻くようになり、波の増幅は止まる。この渦位の南北勾配の逆転は波のエネルギーが $E = mc^2$ となることと同値である。+192h、+240hも渦位の南北勾配の逆転している状態が続き、+288h、+336hで徐々に解消されていった。

5.2.3 アノマリー相関

本研究ではアノマリー相関をブロッキングの発生前、発生中、終了前に分けて計算を行った。図13をみると、形成前の予測精度は低い(6日)が、形成中の相関が最も高い(8.5日)結果が出た。形終了前の精度は少し落ちているが形成中と同じ程度の結果を得

られた(8日)。北極振動指数が大きく正に振れていると、ジェットが強い帯状流となるため、ブロッキングが存在していないときの相関は非常に高くなるが、傾圧不安定波の増幅に伴ってジェットが大きく蛇行を始めると全球で帯状流が崩れ、精度は低下する。ブロッキングの発生を予測することはこのエネルギーの増幅を予測することになるので精度が落ちる。ブロッキングが形成されジェットの流れが停滞しだすと、エネルギーの増幅は止まるので予測がしやすい状態になる、したがってブロッキングの形成中やブロッキングの終了前などの精度は上がった。ブロッキングの終了前は衰退の過程を考慮しなければいけなくなるので、発生中より精度が下がったと考えられる。

5.3 事例解析 【1993年12月27日 北極振動指数:2.03】

5.3.1 現実大気の順圧高度場と S-model の順圧高度場

本事例は北極振動指数が正に振れていた期間で、1989年ほどではないがジェットは帯状な事例である。まず現実大気の順圧高度場(図15)を見ると、+00hには経度230度で偏西風の蛇行が見られている。それらの移動は+48hにはますます強くなり、その蛇行の東部では深い谷が形成されている。+96hになると蛇行の部分はブロッキングに、その東部では巨大な低気圧性の渦が見られる。そのため、アラスカ上空のブロッキングと低気圧性の渦の間の等値線は非常に密な状態となっている。+144hにはブロッキングの下部に切離低気圧が形成されており、ジェットの流れは南北に大きく分断されている。それ以降もブロッキングは極域に存在し続け、AO負のような構造をとるようになる。しかし、背景としてのジェットはそれほど乱れていないため、ブロッキングが発生していた太平洋を除いて比較的安定していたと思われる。

ブロッキング発生前の予測値(図16)を見ると+48hのジェットの蛇行や大西洋の微妙な蛇行など非常によく表現されている。しかし、96hのアラスカ上空の偏西風の蛇行は再解析ほど渦の形態をなしていない。そして+144hになるにつれて偏西風の蛇行は落ち着き、再解析のような長寿命のブロッキングの予測をすることはできなかった。ブロッキング発生中(図17)は、再解析の+144hを初期値にモデルを走らせたものである。再解析の+240hに見られるような南北分流型の切離低気圧は予測では見られないが、ブロッキング高気圧の再現はよくできている。ブロッキング発生後(図18)は再解析の+336hを初期値にしたものである。このブロッキングは1月12日に消滅したという結果が出ているが、この図を見ると依然勢力を保ち続けているように思われる。このことからブロッキングの終了を予測することも難しいという結果が得られる。

5.3.2 渦位

渦位 (図 20) をみると、+0h では経度 240 度や経度 0 度で低渦渦位の北上がみられる。経度 0 度の低渦位はすぐ消滅しているが、240 度の渦位はそのまま極域にまで侵入している。+96h 以降ではいったん極域で形成された低渦位の塊はもとあった経度 240 度の蛇行からではなく、経度 180 度の蛇行から低渦位を受け取って持続しているように思われた。180 度上で低渦位の北上が明瞭にみられる時間は+144h や+240h であり、どちらも南北分流型のブロッキングの状態になっている時である。南北分流型のブロッキングが発生している時、東進する低渦位は高緯度にある低渦位のブロッキングに吸収され、高渦位は中緯度にある切離低気圧に吸収されている様子が見られた。

5.3.3 アノマリー相関

今回の事例 (図 21) ではブロッキング形成前の予測精度は 4 日、ブロッキングが形成されてからの予測精度は 8 日、ブロッキングの終了前だと 5 日という結果になった。形成前の予測だと偏西風の蛇行が渦に成長することなく長寿命のブロッキングが予測できなかった。ブロッキングが形成されたからの予測精度が高くなったのは、背景の場がそれほど乱れていなかった影響と思われる。

5.4 事例解析 【1969 年 12 月 20 日 北極振動指数：-2.21】

5.4.1 現実大気の順圧高度場と S-model の順圧高度場

本事例は北極振動指数が負に振れたときについての解析である。全球的にジェットが蛇行している様子がよく見える。現実大気の順圧高度場 (図 23) を見たとき、経度 240 度高緯度側に大きな順圧高度場の北上が見られる。AO が負となったことで寒帯前線ジェットが弱まり、その帯域下でブロッキングが発生しやすくなった。また今までの AO 正の状態よりジェットが蛇行しており、入り組んだ形となっている。+48h にかけて、ジェットは北上し徐々にブロッキングの形が見られるようになった。+96h と 144h ではブロッキングはジェットとくっついたり分流したりを繰り返しているが、+192h になり、ジェットから分流してヨーロッパの方へ流れていった。太平洋のブロッキングが落ち着いた+240h あたりで経度 330 度上の大西洋で大きなジェットの蛇行が見られる。これは+288h と+336h にかけてブロッキングのようなものに成長した。短寿命ブロッキングのため今回のブロッキング発生事例から漏れているが、大西洋に何かしらの影響を残したと考えられる。

S-model による発生前予測 (図 24) を見ると+48h の偏西風の蛇行の北上はよく再現されているが、+96h でのブロッキングの形成は明瞭ではない。また+144h のをみても大

西洋経度 330 度上にある偏西風の蛇行を再現することはできなかった。ブロッキングが発生していた再解析の+144h を初期値にモデルを走らせたもの (図 25) をみると、再解析ではジェットから分流して大西洋に流れていったブロッキング高気圧が予測モデルでは移動をしていない。+48h の経度 210 度付近の蛇行は分流することなく+96h にかけて衰退していった。再解析+288h のブロッキング終了前を初期値にすると (図 26)、ブロッキングは一度弱まったが、また同じ位置で偏西風の蛇行が強まりブロッキングの構造が見られた。しかし、持続時間が短かったため本研究では検出されなかった。

5.4.2 渦位

渦位 (図 28) は+0h で経度 240 度上に低渦位の北上が見られる。渦位の北上は+48h には分流し、極付近にまで及んでいる。極に到達した低渦位は 180 度付近からの渦位の蛇行から低渦位の成分を補給し持続するメカニズムをとっている。+144h になってまた経度 240 度上の渦位の蛇行から低渦位を受け取り成長した。+144h の極周辺 180 度上にある低渦位の塊はこのあと大西洋に抜けていった。

5.4.3 アノマリー相関

同じように、ブロッキングの形成前、形成中、終了前のアノマリー相関を計算した。図 29 をみると、ブロッキングの形成前と形成中の予測精度が低く (4 日)、ブロッキングの終了前の精度は高かった (5 日)。今回の場合、AO 指数が負なこともあり全球的にジェットが蛇行していてブロッキングが同時に発生していた。その結果、ブロッキングが発生しているにもかかわらず、ジェットの蛇行が起きていたため、発生中の予測精度は思ったより上がらなかった。終了前の予測に関しても AO 正のような高い予測精度は得られなかった。

5.5 事例解析 【2010 年 12 月 3 日 北極振動指数:-2.62】

5.5.1 現実大気の順圧高度場と S-model の順圧高度場

2010 年 12 月以降の冬季は大西洋でブロッキングが発生しやすい状態が長期にわたって続いていた。現実大気の高気圧高度場 (図 31) をみると、大西洋と太平洋でブロッキングの発生を確認できる。+0h では経度 330 度で南北分流型のブロッキングが発生しており、経度 180 度付近で偏西風の蛇行が起こっている。+48h 後になると、大西洋上の南北

分流型のブロッキングは発達し切離低気圧がなくなって Ω 型のブロッキングに成長しようとしている。太平洋上の偏西風の蛇行はリッジを深め、またリッジの東部側ではトラフも南下しており蛇行が強まっている。+96hでは大西洋のブロッキングは大西洋の西部に移動を始めている。世界各地で偏西風の蛇行が見られ、明瞭な波数5の状態を確認できる。太平洋上のブロッキングも南北分流型のブロッキングに成長している。+144hでは経度330度付近にまたブロッキングが勢力を強めて存在している。これは先ほどまでのブロッキングに偏西風の蛇行による低渦位の供給によってブロッキングの構造が維持され再発達したものである。太平洋の南北分流型のブロッキングは Ω 型になることはなく衰退したが、偏西風の蛇行として残り、月の後半に発生するブロッキングの要因となった。

発生前予測モデル(図32)をみると、+48hでは南北分流型のブロッキングが依然として形を残しており太平洋の偏西風の蛇行も過小評価している。+96h以降をみても大西洋でのブロッキングの発生は確認できるが、太平洋の方は全く予測ができていなかった。再解析値の+96hを初期値にした発生中の予測モデル(図33)をみると、+48hの段階で経度330度の偏西風の蛇行を再現しているが、経度180度の蛇行は再現しているが規模は小さい。+96h以降も太平洋のブロッキングの大きさは再解析値より小さい。再解析の+240hを初期値にした終了前予測(図34)では、再解析で見られるような太平洋のブロッキングの南部に発生した切離低気圧を再現できていなかった。しかし、大西洋側ではジェットの蛇行などよく再現できている。これは2010年以降大西洋でブロッキングが発生しやすい状態になっており、ブロッキングに場が固定化され、太平洋側の予測より精度が高くなったことが要因として考えられる。

5.5.2 渦位

渦位(図36)を見ると経度330度と経度180度に低渦位の北上が見られる。330度の方では渦位の値が転倒し、渦位の南北勾配が転倒している様子を確認することができる。+48hになると大西洋上の低渦位は一旦切り離され、さらに北上を続けている。太平洋上の低渦位は経度150度あたりでわずかに西側に転倒を始めていて、ブロッキングの開始を示唆している。+96hでは、大西洋上の経度330度付近で再び低渦位が北上し、低渦位を先のブロッキングに供給している。太平洋上では180度付近で渦位の南北勾配が逆転している。+144h後には、大西洋、太平洋のブロッキングともに低渦位領域が北に大きく侵入し、ブロッキングが維持できるよう低渦位を供給し続けている。

5.5.3 アノマリー相関

図 37 ではブロッキングの発生前が 4 日、発生中が 6 日、終了前が 4 日という極端な結果が得られた。こちらの事例も AO 負であったため複数カ所でジェットのスネ行が発生していた。予測精度がよくなる時はジェットのスネ行が少なく大きく成長するときなので、AO 負で多岐にわたりジェットのスネ行が発生していると予測は難しくなる。この事例ではブロッキングの終了の予測の段階で格段に精度が落ちている。

5.6 事例解析 【1977 年 1 月 20 日 北極振動指数:-2.04】

5.6.1 現実大気のスネ圧高度場と S-model のスネ圧高度場

本事例は大きな AO 負であったが、環境場としてのジェットが安定していた事例であり、大西洋起源のブロッキングが発達し極域までに侵入してきたのち経度 240 度上の偏西風のスネ行から低渦位を供給され続けブロッキングが 2 週間にわたって発生していた。現実大気のスネ圧高度場 (図 39) をみると、+0h の段階で大西洋由来のジェットから大きな渦が極域周辺に存在していることがわかる。これを見ると偏西風のスネ行が極域まで北上していたことがわかる。+48h になると渦は完全にジェットから分流して渦として存在している。期間を通じてこの高スネ圧高度な領域が極域に存在していて、停滞していた。+96h から経度 240 度付近でジェットが立ち上がっているのが見られるが、このジェットのスネ行は場所を変えることなく、期間中常に卓越し、そのスネ行の先端から分流した渦が先のブロッキングと合流することで、ブロッキングの長寿命をもたらした。この期間は強い AO 負の期間であったが、240 度上のスネ行と、極域のブロッキング以外に大きな崩れは起きておらず、安定していた。

発生前予測モデル (図 40) によるときれいな渦が移動する様子がよく見える。+48h を見ても渦が極域まで大きく侵入して偏西風の流をかき乱している。+96h になってもその渦は存在している。再解析と異なるのは、先に発生していたブロッキングが停滞することなく大西洋に抜けてしまっており、ジェットのスネ行から低渦位を供給されなかったことで長寿命のブロッキングにまで成長しなかった。再解析の+96h を初期値にモデルを走らせた結果が図 41 である。この図を見ると期間を通して経度 220 度付近のスネ行があり、それを除いた全球に帯状流が流れている。再解析との差はほとんど見られない。再解析の+240h を初期値にモデルを走らせた結果 (図 42) では経度 220 度のスネ行がブロッキング高気圧に向かって伸びている。長寿命のブロッキングの予測ができています。

5.6.2 渦位

渦位 (図 44) をみると、まず極域に低渦位領域が侵入している。この低渦位領域は経度 45 度付近に伸びている低渦位の北上から分流したものである。このほかの地点でも低渦位の北上は発生しており、とくに経度 210~240 度あたりの領域では卓越していて、期間を通じて連続的な低渦位の北上が発生しており、低渦位をブロッキングに供給し、ブロッキングを持続させた。その結果今回のブロッキングは断続的にはあるが 2 月 10 日まで偏西風をブロックし続けた。

5.6.3 アノマリー相関

図 45 によると、ブロッキング発生前とはいえ、大きな Ω 型の偏西風の蛇行によりジェットの流れはだいぶ失速して場は膠着していた。それもあってブロッキングの発生前の予測精度は 6~7 日と非常に精度の良いものとなっている。19 日のアノマリー相関を見ると 7 日となっており発生中予測の精度もとても高い。このブロッキングの終了付近を予測する 25 日のアノマリーを見ると 7 日となっている。このブロッキングのすぐ後にまたブロッキングが続いているので、大まかに場が一定であったため、精度は高くなったと考えられる。

6 考察

6.1 ブロッキング高気圧の持続メカニズム

本研究のブロッキングインデックスは池田 (2010) のブロッキングインデックスから持続時間に関して主に改変した。ブロッキングの持続時間が増えるということはその分スケールの大きいブロッキングが発生し、日々の天気を与える影響力も大きくなる。ブロッキングが持続性を持つということはその構造に原因がある。ブロッキングの構造は Ω 型と切離低気圧を伴う南北分流型があるが、南北分流型のブロッキングは波と波の相互作用により、二次元乱流化し高渦位は高渦位を励起し、低渦位は低渦位を励起することで自分自身を大きく成長させる逆カスケードを引き起こす。それが北にブロッキング高気圧、南に切離低気圧をもつ南北分流型のブロッキングである。南にある切離低気圧は成長を続けると三次元乱流化してカスケードし消滅するが、高気圧は渦の強度に限界があるためスケールを増大し続ける。それが Ω 型のブロッキングである。本研究を通じてブロッキングの持続メカニズムとしてブロッキングが低渦位を吸収し形を維持するという様子を確認することができた。それはまさしく山崎 (2015) の図2に見られるような選択的吸収メカニズムであった。ブロッキングの渦が発生している時、それに向かってジェットの蛇行が起きるとジェットの蛇行の先端から低渦位がブロッキングに供給され、衰退を始めていたブロッキングが再び勢力を強める過程を幾度と確認した。本研究では解析的な研究しか行っていないため、概要を確認するだけにとどまったが、ブロッキングが発生したとき、どういったときにどこの場所でジェットが励起され低渦位が供給されるのかを調べるのがブロッキングの持続性の解明につながる。

6.2 S-modelの予測可能性とアノマリー相関

表7は、本研究で用いた事例とAO指数が1以上の事例をいくつか選択し、ブロッキングの形成前を初期値にアノマリー相関をとったものである。表より予測限界を下回るのは約5~6日程度であるとみられる。これはAO正という環境場がジェットの帯状化を促進し、場を安定させていることで大きな乱れを発生させず、予測限界を伸ばしている結果である。逆に、表9は、本研究で用いた事例とAO指数が-1以下の事例でアノマリー相関をとったものである。表によると予測限界が4~5日とAO正より短い結果となった。これはAO負という環境場がジェットを弱め、その結果ジェットを蛇行しやすい状態とするため、予測が難しくなり、予測限界が短くなる。しかし、AO負でも1977年の事例などでは予測限界が伸びることがある。1977年は太平洋、大西洋ともにブロッキングが連続的に発生した年であり、極域を通過するブロッキングが偏西風の流れを分断して

しまったことでジェットが停滞し、背景としての環境場があまり変化することなく、AO負の状態であっても蛇行があまり発生しなかった。その結果、予測精度がAO負にも関わらず7日という長い結果が得られた。同じダブルブロッキングの例として2010年のブロッキングについて検証を行っているがこちらの事例の精度は4日と低い結果となった。2010年の事例はダブルブロッキングとなっても1977年のようにジェットは分断されておらず、波数6の蛇行をしている。また1977年のように蛇行の位置は同じ場所で卓越していたわけではなく、移動していたため2010年の予測精度は1977年の予測精度にまで至らなかった。

6.3 ブロッキングの発生と北極振動の関係

表2、表4で、本研究で作成されたブロッキングインデックスによって検出されたブロッキングの全事例を示し、その結果を作図したが図4である。これらによると、持続時間が1週間を超えるような規模の大きいブロッキングは1年に1回ペースで発生していることがわかる。

ブロッキングとは傾圧不安定からのエネルギーの逆カスケードで成長をする高気圧といわれているので、まずブロッキングの形成には温帯低気圧などの傾圧不安定を含むものと、偏西風による運動量輸送が必要になってくる。温帯低気圧は温度勾配の大きい海洋上で多く発達するのでそれに伴って多くのブロッキング高気圧も海洋上で発生していた。ブロッキングが発生し、その場で停滞するためには西風と東進するロスビー波の位相速度が同程度になる必要がある。つまり、同じ偏西風下でも速度の遅いジェット下で発生しやすいといえる。AO正の時は極域の低気圧性循環により寒帯前線ジェットが強められ代わりに亜熱帯ジェットが弱められる。なので、AO正のときは中緯度側の亜熱帯ジェット下でブロッキングが発生しやすい。逆に、AO負の時は極域の高気圧性循環によって、寒帯前線ジェットは弱められる代わりに亜熱帯ジェットが強まる。なので、AO負の時は高緯度の寒帯前線ジェット下でブロッキングが発生しやすい。また、本研究ではAO正の時、中緯度太平洋東部と中緯度大西洋東部に発生のピークが見られた。これは強いAO正の背景場がジェットを加速させていたため、ロスビー波の東進速度がなかなか釣り合うことができず、時間と距離を要した結果である。AOが強い負の時に太平洋西部と大西洋西部にピークがあるのも同様の理由で、AO負により弱体化した寒帯前線ジェットは海上にですぐロスビー波の位相速度と釣り合い、ブロッキングが形成された。AO負では全球的にジェットが弱まっているので比較的様々な場所でブロッキングの発生が確認された。

ブロッキングの発生事例(表2、表4)とAO指数とブロッキングの関係(表6)より、発生数に関していえば太平洋と大西洋のブロッキングの発生個数はほぼ同じであり、発生

時期の関係もあまり見られなかったことからそれぞれのブロッキングは独自のメカニズムで発生しているものと考えられる。また AO は負の時の方がジェットが弱化しているためブロッキングが発生しやすいといわれていたが、AO 正負で変化した時の発生個数を調べたところほぼ同数だったことからブロッキングは AO の正負に関係なく発生することが確認できた。そこで、AO 指数の時系列変化の絶対値とブロッキングの発生個数のグラフ (図 5) をみると、AO 指数の大きさによって発生事例が比例している傾向が見られた。AO 指数の大きさはジェットの強さとも言い換えることができるが、大きくなりすぎた AO 指数は異常なジェットの状態を表しており、その異常性を抑制するためにブロッキングが多発しているのかという結果が得られたが、それは本研究で結論付けることはできないので今後の課題としていきたい。

7 結論

ブロッキング高気圧は AO が負の時に発生しやすいということが言われていたが、Hayasaki and Tanaka や池田の先行研究では AO の正負に関係なく発生するといわれており、本研究でもブロッキングは AO の正負に関係なく同数程度検出された。またブロッキングの発生数はその AO インデックスの大きさに比例し多くなる傾向が見られた。ブロッキングの発生場所は AO 正の時は中緯度太平洋東部と中緯度大西洋東部、AO 負の時は中・高緯度太平洋と中・高緯度大西洋に見られた。発生場所の違いにはジェットの強弱が関係していて、AO 正の時は寒帯前線ジェットが強化されているので中緯度帯で発生しやすく、AO 負の時は寒帯前線ジェットが弱化しているので中・高緯度の広範囲にわたって発生が見られる。

AO とブロッキングの予測精度の差を調べてみると、AO 正の時の方が AO 負の時より 1 日長く予測することができた。これは背景場としてのジェットの安定度が重要となっており、AO 正の時ジェットは帯状となりカオスの原因となる傾圧性が少なくなる。逆に AO 負の時は蛇行が盛んになり、傾圧性が増すので予測精度が下がる。しかし、AO 負でも 1977 年 1 月の事例のように、強い AO 負で蛇行も発生しているが、蛇行の位置はほとんど動かず、背景としてのジェットも比較的帯状の時は予測精度が上がり、AO 正の時に匹敵するぐらいの精度になることがある。発生前、発生中、終了前で比較すると発生前と終了前の予測精度が低く、発生中の予測精度が高い。発生中はジェットの流れが停滞しているため予測がしやすいが、発生前や終了前のような傾圧性が増加するようときは予測精度が下がる。ブロッキングの発生中でも蛇行が盛んな時は予測精度が下がった。

ブロッキングが持続するためには渦を巻き続けることが必要であり、そのためにはジェットから分流した後も低渦位を供給され続けられる必要がある。本事例では継続時間が 7 日以上と規模の大きいブロッキングのみを抽出したが、どれも大きな偏西風の蛇行が発生していた。偏西風の蛇行は低緯度から低渦位を高緯度側に輸送し中・高緯度に発生しているブロッキングに低渦位を供給する。大きくなったブロッキングは偏西風の蛇行を励起する。この一連のプロセスの繰り返しがブロッキングの形成・維持に大きな役割を果たしており、まずきっかけである偏西風の蛇行を予測することが中・長期予報の発展につながる。

謝辞

本研究を遂行するにあたり指導教員である筑波大学計算科学研究センター田中博教授には、終始適切で親切なご指導を頂きました。

大循環ゼミに所属する松枝未遠助教授、大学院生の皆さま、同期の友人などから適切なアドバイスを頂きました。また、同大学生命環境科学研究科植田宏昭教授、上野健一准教授、日下博幸准教授、若月泰孝助教授から中間発表、最終発表の場で貴重なご意見を頂きました。その他、筑波大学大気科学分野の皆様からも貴重な指摘を頂きました。卒業論文を共に進めた4年生の皆様とは、本番前に予行演習などを行い、発表の構成や他分野目線からの指摘など多くの助言を頂き、また辛い時は心の支えとして相談に乗っていただき、本当に頼もしい限りでした。また、家族の皆様からは研究を行う環境を最大限提供して頂きました。本論文は、以上の皆様の多大な支援により成されました。ここで、心より感謝の意を表します。

参考文献

- C.H.Greene, 2013:温暖化で寒くなる冬 , 日経サイエンス, **Volume 43, Issue 2**, 51-56 pp.
- David W. J. Thompson and John M. Wallace ,1998:The Arctic Oscillation signature in the wintertime geopotential height and temperature fields, *Geophys. Res. Lett.*,**25**,1297-1300
- E. Tyrlis and B. J. Hoskins, 2008: The Morphology of Northern Hemisphere Blocking. *American Meteorological Society*, **65, 5**,1653-1665.
- Hayasaki, M., H. L. Tanaka, 2001: Relationships between Arctic Circulation Anomaly and Mid-latitude Transient Eddy Activity during NH Winter, *Second Wadati Conference – on Global Change and the Polar Climate*, 179-180.
- Tanaka, H.L. and D. Nohara, 2001: A study of Deterministic Predictability for the Barotropic Component of the Atmosphere. *Science Report*, Inst. Geosci., Univ. of Tsukuba, **22A**, 1–21.
- H. L. TANAKA and YASUSHI WATARAI,1999,Breaking Rossby waves in the barotropic atmosphere withparameterized baroclinic instability. *Tellus*,**51A**,552-573.
- 池田正樹, 2010: ブロッキングと北極振動の関係, 筑波大学生命環境科学研究科 修士論文, 51 pp.
- 田中博:2007:偏西風の気象学、174pp, 成山堂書店
- 山崎哲, 2015 :渦と渦の相互作用によるブロッキング持続メカニズム, 天気, **Volume62, No.6**,491-509 pp.



図 1: AO 指数正負の構造

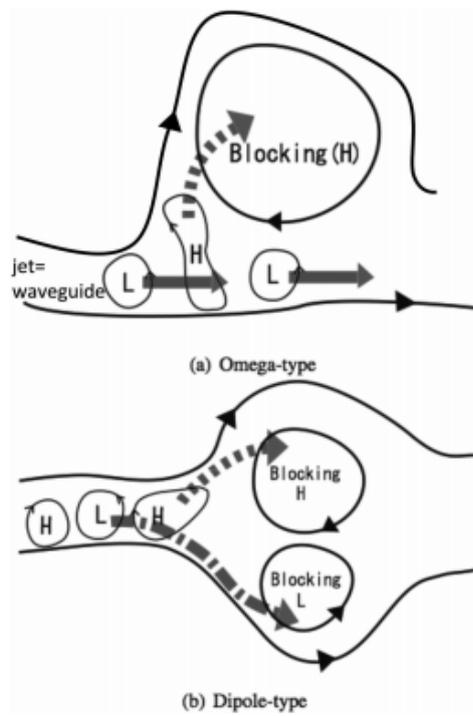
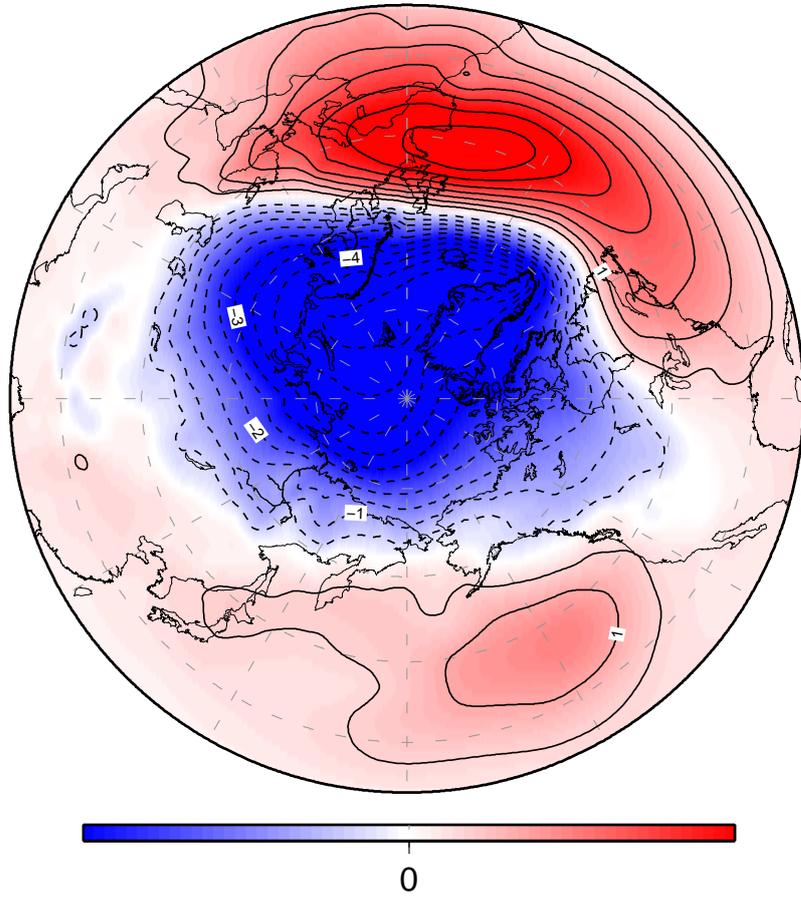


図 2: ブロッキングの構造 (a) Ω 型,(b)南北分流型

JRA55 SLP EOF1
1958/59–2012/13, DJF



Time series (33.0%)

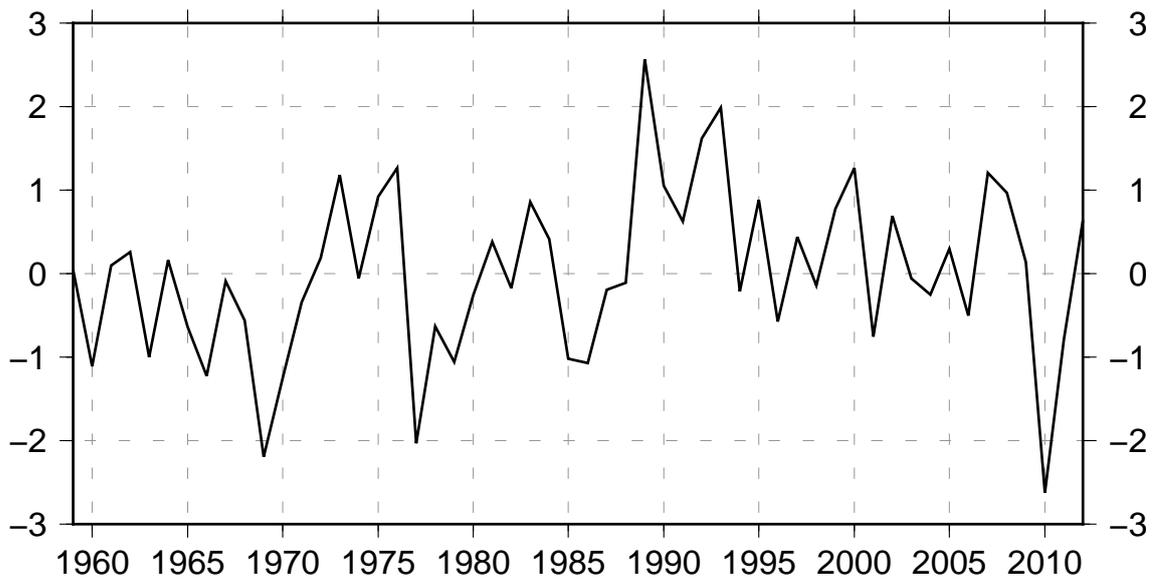
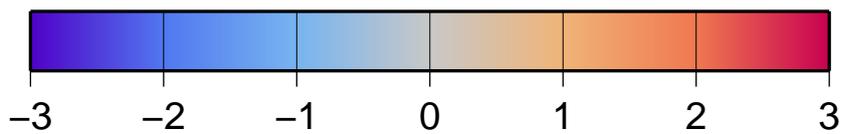
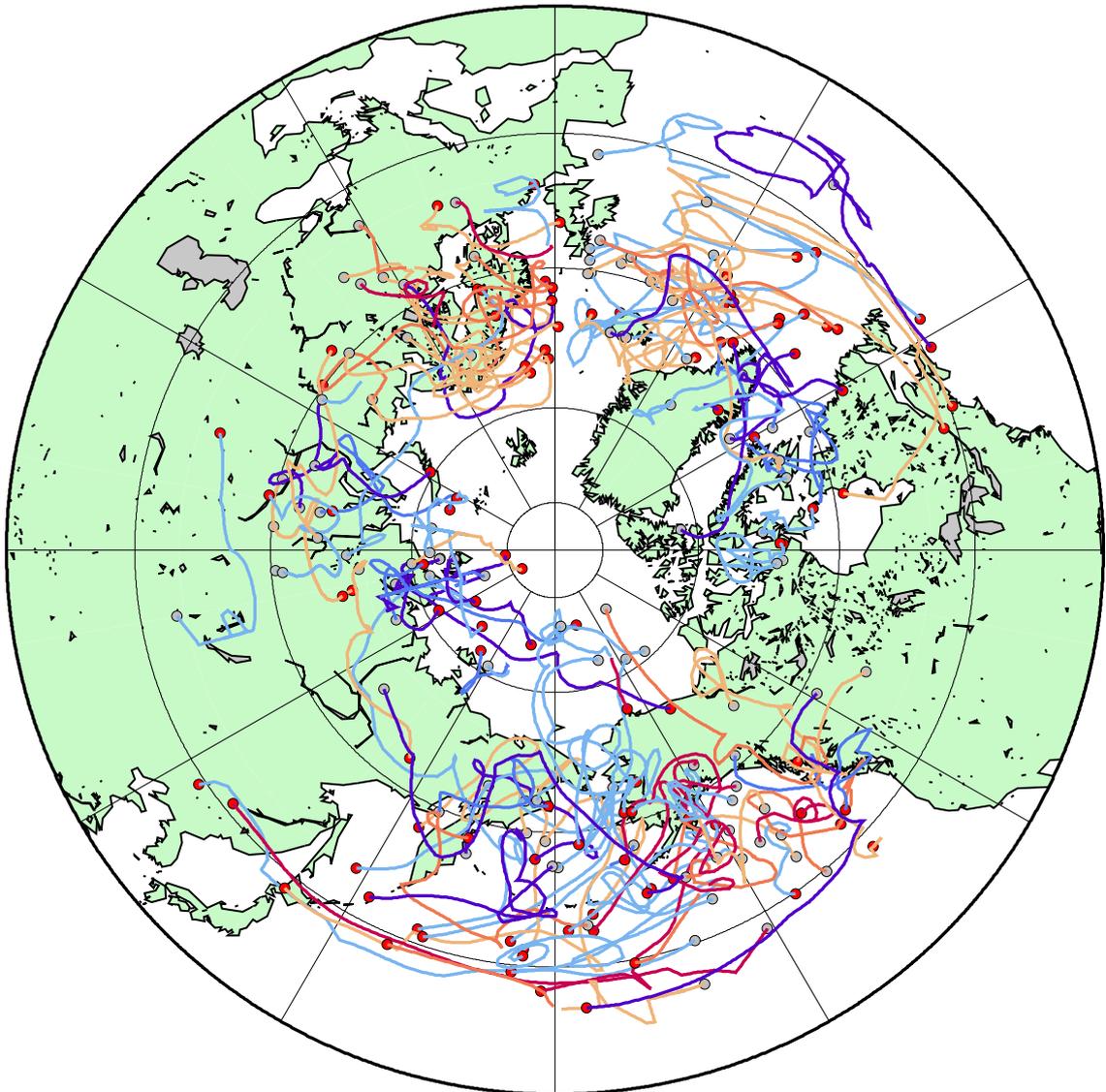


図 3: AO の構造と時系列変化

Blocking Route

'1960–2014(December–February)'



AOindex

図 4: ブロッキングの経路と北極振動指数の関係

表 2: ブロッキングの時系列 (太平洋)

発生時刻	終了時刻	持続時間	AO 指数	発生場所	
1961/1/18 6:00	1961/1/26 0:00	7.75 日	0.11	E225-235 °	N55-69 °
1961/12/13 12:00	1961/12/22 6:00	8.75 日	0.11	E155-170 °	N58-69 °
1962/1/15 0:00	1962/1/23 0:00	8.0 日	0.27	E180-215 °	N48-60 °
1963/1/7 12:00	1963/1/18 0:00	10.5 日	-0.97	E205-215 °	N46-66 °
1963/1/25 18:00	1963/2/5 18:00	11.0 日	-0.97	E200-170 °	N58-63 °
1964/2/7 0:00	1964/2/15 6:00	8.25 日	0.17	E85-100 °	N60-68 °
1965/12/23 12:00	1966/1/1 18:00	8.25 日	-0.63	E175-195 °	N49-58 °
1967/2/19 12:00	1967/2/29 6:00	9.75 日	-0.08	E125-200 °	N43-46 °
1968/12/17 00:00	1968/12/28 12:00	11.5 日	-0.5	E170-225 °	N43-78 °
1969/2/11 0:00	1969/2/19 18:00	8.75 日	-2.21	E165-100 °	N73-82 °
1969/12/20 18:00	1969/12/30 18:00	10.0 日	-2.21	E100-215 °	N69-75 °
1970/2/14 0:00	1970/2/23 0:00	9.0 日	-1.24	E95-195 °	N71-81 °
1971/1/22 6:00	1971/2/8 12:00	17.25 日	-0.34	E105-175 °	N46-72 °
1971/12/15 18:00	1971/12/26 12:00	10.75 日	-0.34	E175-210 °	N43-52 °
1972/1/31 6:00	1972/2/11 6:00	11.0 日	0.18	E165-180 °	N46-60 °
1972/2/12 18:00	1972/2/28 18:00	16.0 日	0.18	E140-180 °	N43-63 °
1973/12/30 18:00	1974/1/8 12:00	9.75 日	1.21	E200-210 °	N52-60 °
1976/1/30 0:00	1976/2/7 6:00	8.25 日	1.29	E220-235 °	N44-54 °
1977/1/20 18:00	1977/1/30 6:00	9.5 日	-2.04	E105-120 °	N74-78 °
1977/1/30 18:00	1977/2/8 0:00	8.25 日	-2.04	E155-170 °	N58-69 °
1977/12/4 12:00	1977/12/12 18:00	11.25 日	-2.04	E160-180 °	N56-65 °
1978/2/7 18:00	1978/2/16 18:00	9.5 日	-0.60	E250-255 °	N63-72 °
1980/1/31 6:00	1980/2/7 18:00	7.5 日	-0.23	E80-95 °	N60-67 °
1980/12/2 12:00	1980/12/10 6:00	7.75 日	-0.23	E150-175 °	N49-63 °
1981/12/4 6:00	1981/12/13 18:00	9.5 日	0.42	E255-260 °	N66-75 °
1982/2/5 6:00	1982/2/16 0:00	10.75 日	-0.15	E165-210 °	N52-60 °
1985/12/16 12:00	1985/12/26 12:00	11.0 日	-1.03	E220-240 °	N49-60 °
1986/2/10 12:00	1986/2/25 12:00	15.0 日	-1.05	E220-150 °	N58-69 °
1986/12/24 12:00	1987/1/2 6:00	8.75 日	-1.05	E150-160 °	N72-75 °
1987/2/16 0:00	1987/2/25 18:00	9.25 日	-0.18	E275-280 °	N62-68 °
1989/1/8 6:00	1989/1/15 12:00	7.25 日	2.60	E130-205 °	N43-46 °
1989/1/30 12:00	1989/2/9 00:00	10.5 日	2.60	E195-215 °	N55-63 °

表 3: ブロッキングの時系列続き (太平洋)

発生時刻	終了時刻	持続時間	AO 指数	発生場所
1989/2/11 6:00	1989/2/19 0:00	7.75 日	2.60	E185-210 ° N49-63 °
1989/2/19 12:00	1989/2/27 0:00	7.5 日	2.60	E180-210 ° N43-52 °
1989/12/9 18:00	1989/12/17 18:00	8.0 日	2.60	E215-225 ° N49-52 °
1990/12/21 12:00	1990/12/29 6:00	7.75 日	1.06	E200-210 ° N48-58 °
1992/12/31 0:00	1993/1/11 12:00	12.5 日	1.66	E190-210 ° N46-58 °
1993/12/29 12:00	1994/1/12 12:00	13.25 日	2.03	E175-210 ° N46-58 °
1996/2/15 18:00	1996/2/29 6:00	13.5 日	-0.54	E215-225 ° N49-52 °
1998/12/21 18:00	1998/12/29 6:00	7.5 日	-0.11	E185-200 ° N58-77 °
2000/1/2 0:00	2000/1/13 6:00	11.25 日	1.28	E165-185 ° N46-58 °
2004/1/2 18:00	2004/1/11 12:00	8.75 日	-0.22	E165-195 ° N60-77 °
2004/12/27 12:00	2005/1/5 0:00	8.5 日	-0.22	E180-220 ° N49-58 °
2005/12/1 12:00	2005/12/12 12:00	11 日	0.31	E105-145 ° N63-69 °
2006/1/16 18:00	2006/1/25 6:00	8.5 日	-0.50	E102-107 ° N72-74 °
2007/1/26 0:00	2007/2/4 0:00	9.0 日	1.22	E220-230 ° N55-71 °
2007/12/29 12:00	2008/1/6 6:00	7.75 日	1.22	E160-200 ° N40-43 °
2009/1/9 18:00	2009/1/21 0:00	11.25 日	0.13	E226-250 ° N43-54 °
2009/1/25 0:00	2009/2/1 12:00	7 日	0.13	E135-160 ° N63-72 °
2010/12/3 0:00	2010/12/13 18:00	10.75 日	-2.62	E150-180 ° N49-58 °
2010/12/24 0:00	2011/1/1 0:00	8.25 日	-2.62	E130-165 ° N55-63 °
2011/2/9 6:00	2011/2/18 0:00	8.75 日	-0.78	E175-205 ° N46-49 °
2011/12/1 12:00	2011/12/8 6:00	7.25 日	0.78	E215-225 ° N46-52 °
2012/1/13 12:00	2012/1/23 18:00	10.25 日	0.64	E160-200 ° N52-60 °
2013/12/4 12:00	2013/12/12 0:00	7.5 日	-0.83	E205-195 ° N58-63 °
2014/1/10 12:00	2014/1/18 12:00	8.0 日	0.07	E185-240 ° N41-58 °

表 4: ブロッキングの時系列 (大西洋)

発生時刻	終了時刻	持続時間	AO 指数	発生場所
1961/2/19 6:00	1961/2/27 6:00	8 日	0.11	E0-30° N55-60°
1962/12/25 12:00	1963/1/12 18:00	7.25 日	0.27	E315-330° N63-66°
1964/2/7 18:00	1964/2/16 0:00	8.25 日	0.17	E75-100° N60-67°
1965/1/25 6:00	1965/2/1 18:00	7.5 日	-0.63	E325-350° N60-67°
1965/2/13 0:00	1965/2/25 18:00	12.75 日	-0.63	E315-365° N58-72°
1966/1/15 0:00	1966/1/27 18:00	12 日	-1.24	E295-305° N58-66°
1966/12/4 0:00	1966/12/22 6:00	18.25 日	-1.24	E55-70° N63-80°
1967/1/5 6:00	1967/1/15 0:00	9.75 日	-0.08	E325-355° N58-60°
1967/12/5 6:00	1967/12/13 12:00	8.25 日	-0.08	E315-355° N55-60°
1969/12/2 18:00	1969/12/10 12:00	7.75 日	-2.21	E55-80° N59-62°
1972/12/12 6:00	1972/12/25 0:00	12.75 日	0.18	E0-35° N49-63°
1972/12/26 0:00	1973/1/3 6:00	8.25 日	0.18	E15-30° N49-63°
1975/12/11 0:00	1975/12/19 0:00	8 日	0.94	E105-345° N52-58°
1976/2/7 12:00	1976/2/15 12:00	8 日	1.29	E15-50° N60-69°
1977/1/16 12:00	1977/2/5 6:00	20.75 日	-2.04	E65-70° N75-80°
1977/12/1 12:00	1977/12/13 0:00	11.5 日	-2.04	E0-30° N58-72°
1978/2/7 12:00	1978/2/16 12:00	8.75 日	-0.60	E277-280° N63-75°
1978/2/17 6:00	1978/2/25 0:00	7.75 日	-0.60	E70-105° N49-54°
1978/12/18 12:00	1978/12/27 18:00	9.25 日	-0.60	E150-175° N49-63°
1979/1/21 0:00	1979/2/3 18:00	13.75 日	-1.07	E295-320° N58-66°
1980/1/28 0:00	1978/2/7 6:00	10.25 日	-0.23	E65-75° N58-63°
1983/2/2 12:00	1983/2/12 18:00	10.25 日	0.90	E295-335° N46-60°
1984/1/13 18:00	1984/1/21 12:00	7.75 日	0.43	E50-70° N58-63°
1985/12/5 12:00	1985/12/14 0:00	8.5 日	-1.03	E95-110° N70-82°
1988/12/26 6:00	1989/1/4 12:00	9.25 日	-0.10	E0-15° N49-58°
1991/1/31 12:00	1991/2/10 12:00	10 日	0.64	E5-35° N69-72°
1992/12/28 0:00	1993/1/5 18:00	9.75 日	1.66	E0-35° N55-60°
1994/1/18 00:00	1994/1/29 6:00	11.25 日	-0.21	E305-355° N40-46°
1994/12/1 12:00	1994/12/11 12:00	10.0 日	-0.21	E15-90° N61-70°
1995/12/1 18:00	1995/12/9 6:00	7.75 日	0.92	E10-35° N62-70°

表 5: ブロッキングの時系列続き (大西洋)

発生時刻	終了時刻	持続時間	AO 指数	発生場所
1996/2/13 0:00	1996/2/20 12:00	7.5 日	-0.54	E315-335 ° N49-55 °
1996/12/26 6:00	1997/1/5 12:00	10.5 日	-0.54	E325-355 ° N58-66 °
1999/1/22 0:00	1999/1/30 18:00	8.75 日	0.78	E280-345 ° N44-60 °
2000/1/11 12:00	2000/1/19 0:00	7.5 日	1.28	E310-345 ° N52-60 °
2005/1/12 18:00	2005/1/21 18:00	9.0 日	0.31	E290-340 ° N43-60 °
2005/1/22 6:00	2005/2/11 0:00	9.75 日	0.31	E330-340 ° N57-60 °
2005/2/11 18:00	2005/2/22 0:00	10.25 日	0.31	E320-340 ° N49-66 °
2005/12/26 6:00	2006/1/2 12:00	7.25 日	0.31	E0-55 ° N60-70 °
2006/1/16 6:00	2006/1/24 6:00	8 日	-0.50	E60-70 ° N75-78 °
2007/1/21 6:00	2007/1/29 18:00	8.5 日	1.22	E315-350 ° N55-60 °
2007/12/11 12:00	2007/11/22 0:00	10.5 日	1.22	E0-20 ° N58-63 °
2007/12/31 0:00	2008/1/7 18:00	7.75 日	1.22	E5-45 ° N60-72 °
2009/12/29 6:00	2010/1/6 6:00	8 日	0.13	E315-320 ° N58-63 °
2010/2/15 0:00	2010/2/25 0:00	10.0 日	-2.62	E300-320 ° N60-68 °
2010/12/1 12:00	2010/12/13 18:00	12.25 日	-2.62	E300-345 ° N55-66 °
2010/12/17 6:00	2010/12/26 0:00	8.75 日	-2.62	E275-300 ° N66-75 °
2010/12/31 6:00	2011/1/12 0:00	11.5 日	-2.62	E287-310 ° N64-67 °
2012/1/31 6:00	2012/2/7 18:00	7.5 日	0.64	E65-70 ° N63-72 °
2014/1/14 6:00	2014/1/30 6:00	16 日	0.07	E300-325 ° N38-46 °

表 6: 北極振動指数正負時のブロッキングの発生個数

太平洋 (E90-270)		大西洋 (E0-90,E270-360)	
56 個		49 個	
AO 正	AO 負	AO 正	AO 負
26	30	24	25

表 7: AO(≥ 1) の時の予測精度

初期値	ブロッキング開始	AO 指数	予測限界
1973/12/28/0:00	1973/12/30/18:00	+1.21	5 日
1989/12/ 8/0:00	1989/12/9/18:00	+2.60	5 日
1992/12/30/0:00	1992/12/31/0:00	+1.66	6 日
1993/12/29/0:00	1993/12/29/12:00	+2.03	4 日
2000/ 1/ 1/0:00	2000/ 1/ 2/0:00	+1.28	5 日

表 8: AO(≤ -1) の時の予測精度

初期値	ブロッキング開始	AO 指数	予測限界
1963/ 1/ 6/0:00	1963/ 1/ 7/12:00	-0.97	4 日
1985/12/15/0:00	1985/12/16/12:00	-1.05	5 日
1986/ 2/ 9/0:00	1986/ 2/10/12:00	-1.03	4 日
2010/12/23/0:00	2010/12/24/0:00	-2.62	5 日
1977/ 1/15/0:00	1977/ 1/20/18:00	-2.04	7 日

表 9: AO($\geq -1, \leq 1$) の時の予測精度

初期値	ブロッキング開始	AO 指数	予測限界
1963/ 1/ 6/0:00	1963/ 1/ 7/12:00	-0.97	4 日
1985/12/15/0:00	1985/12/16/12:00	-1.05	5 日
1986/ 2/ 9/0:00	1986/ 2/10/12:00	-1.03	5 日
2010/12/23/0:00	2010/12/24/0:00	-2.62	4 日
1977/ 1/15/0:00	1977/ 1/20/18:00	-2.04	5 日

表 10: 緯度帯ごとの C_{WBI} 値

Latitude	$C_{WBI} (10^{-10} s^{-1} m^{-1})$
30~45 ° N	-1.0
45~60 ° N	-11.0
60~75 ° N	-9.0
75~90 ° N	-10.0

表 11: 緯度帯ごとの C_{HGT} 値

Latitude	$C_{HGT}(m)$
30~45° N	120.0
45~60° N	180.0
60~75° N	230.0
75~90° N	230.0

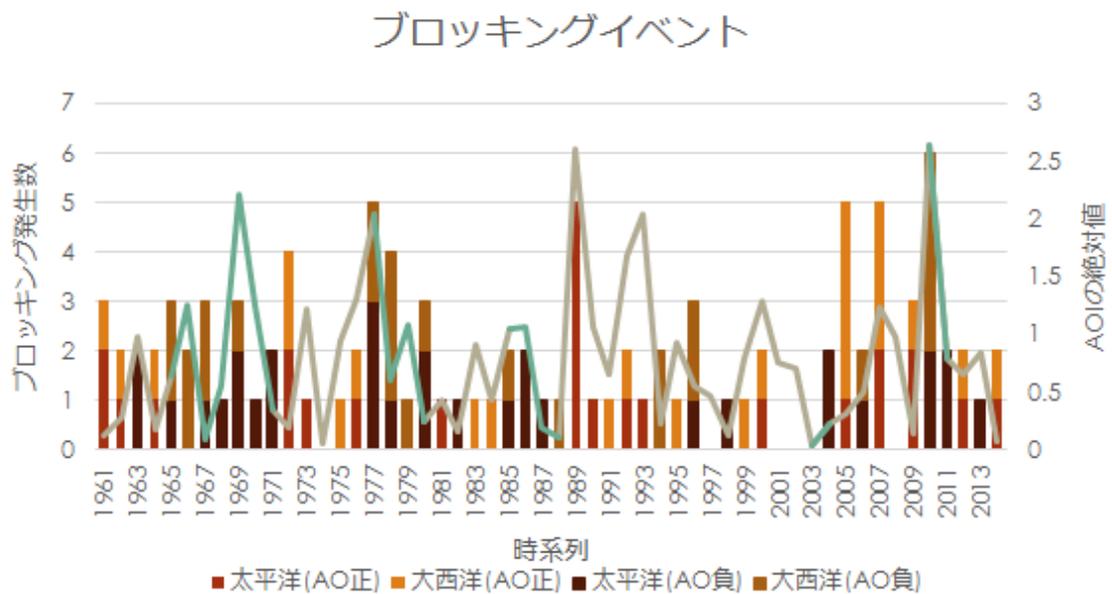


図 5: AO 指数の時系列とブロッキングの発生個数

Barotropic Height (ANALYSIS)

19890127

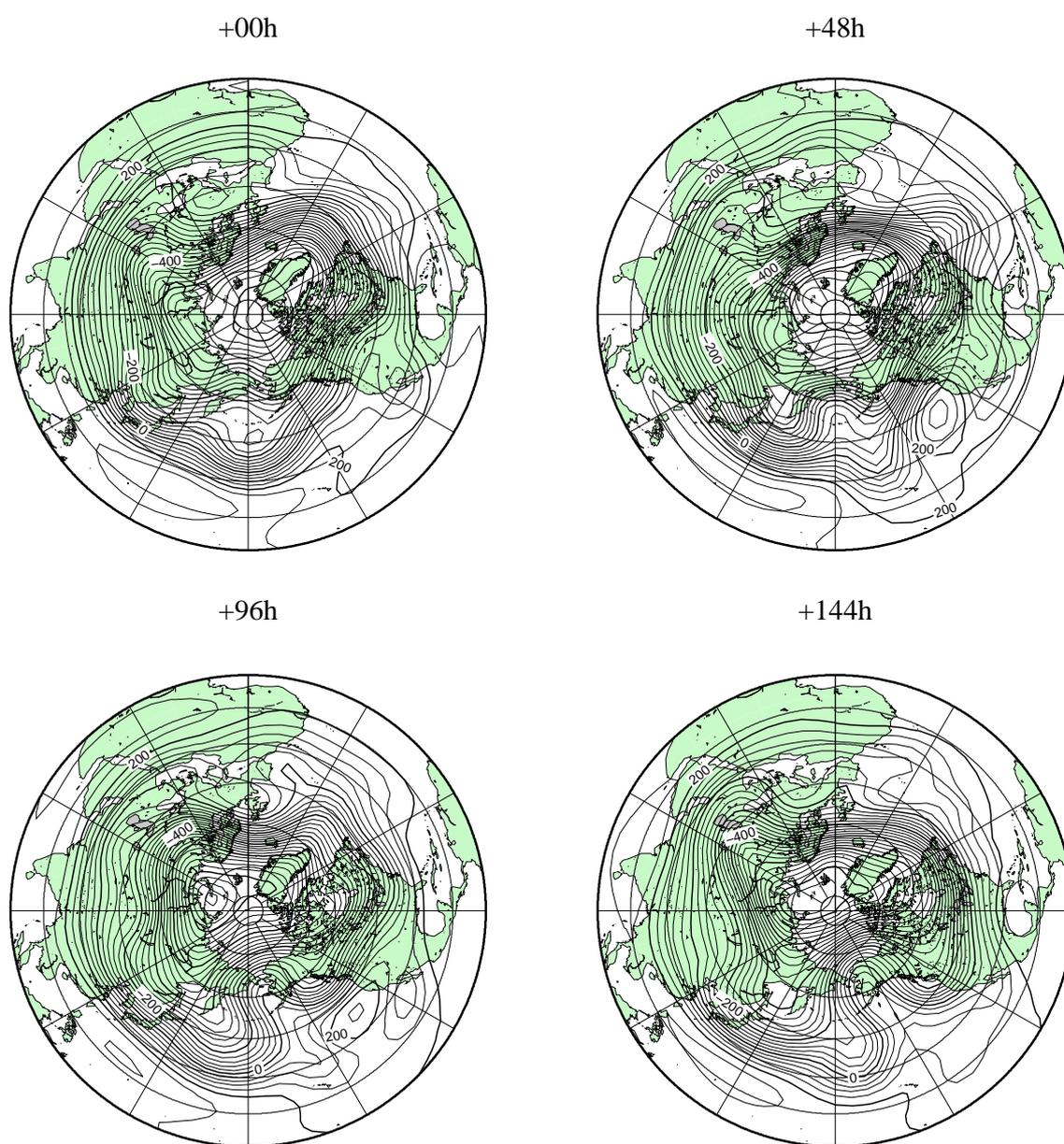


図 6: NCEP/NCAR 再解析データ順圧高度場の時系列変化

Barotropic Height (ANALYSIS)

19890127

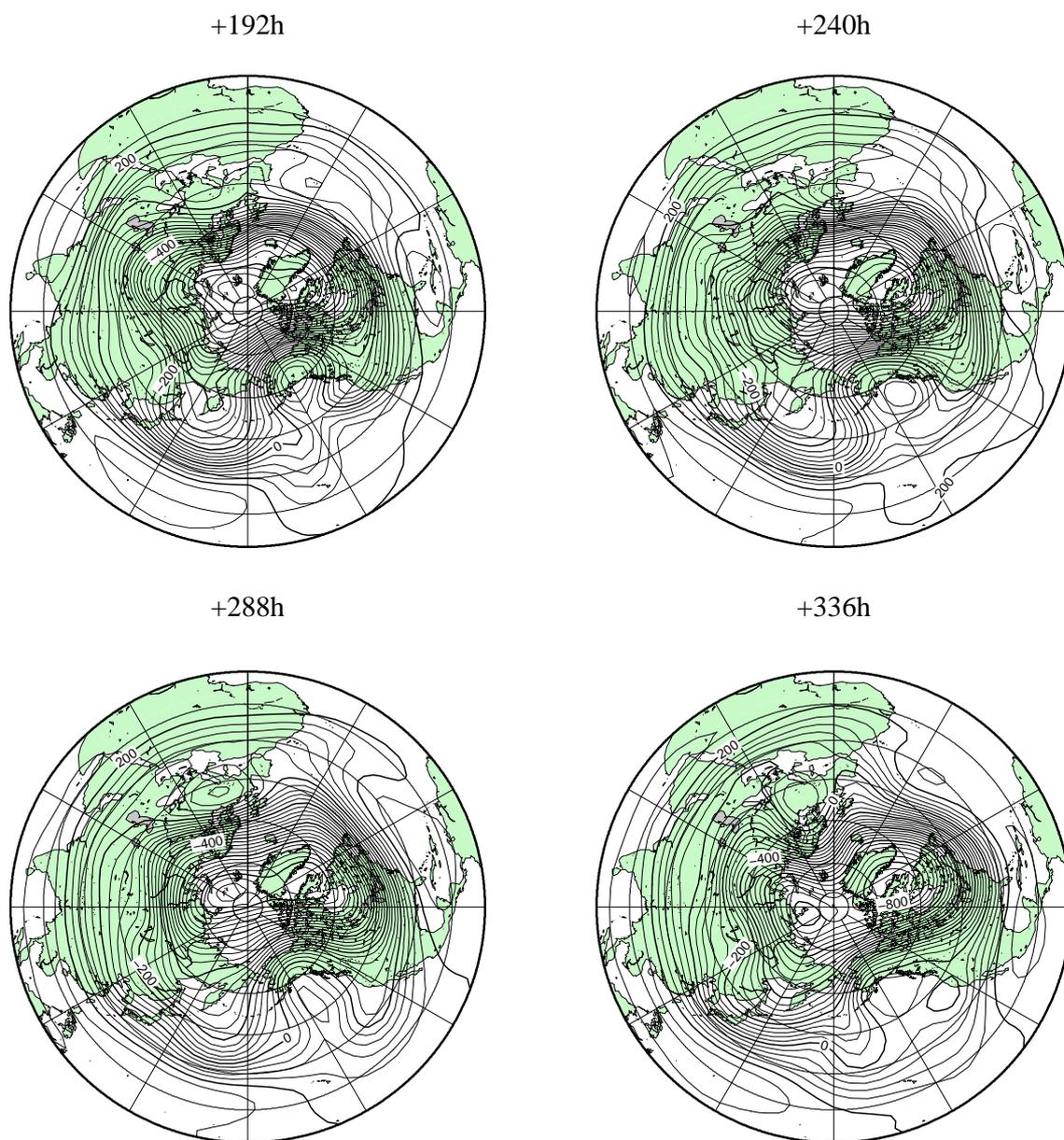


図 7: NCEP/NCAR 再解析データ順圧高度場の時系列変化

Barotropic Height (PREDICTION)

19890127

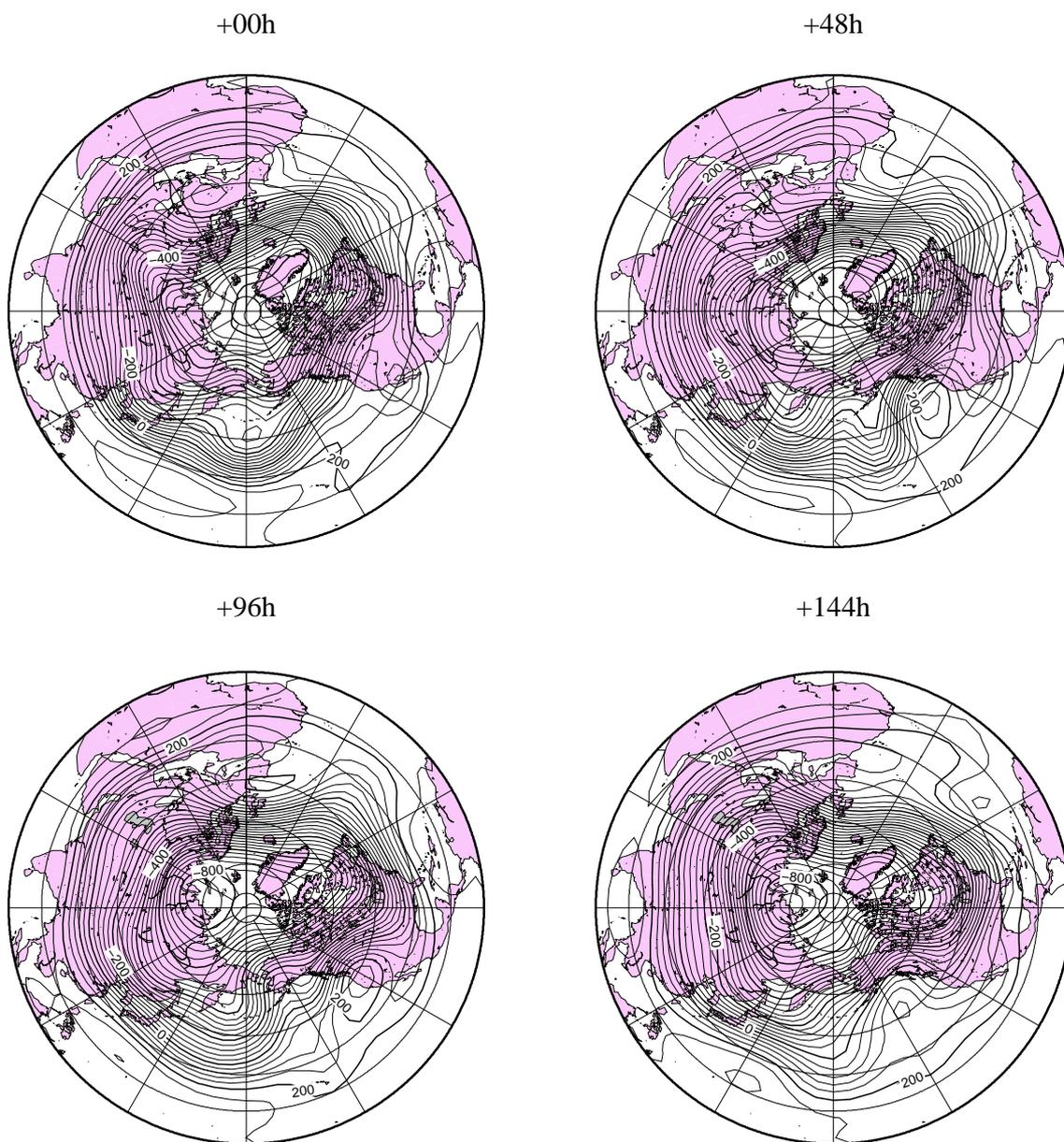


図 8: NCEP/NCAR 再解析データの初期値から予測されたモデルの時系列変化

Barotropic Height (PREDICTION)

19890131

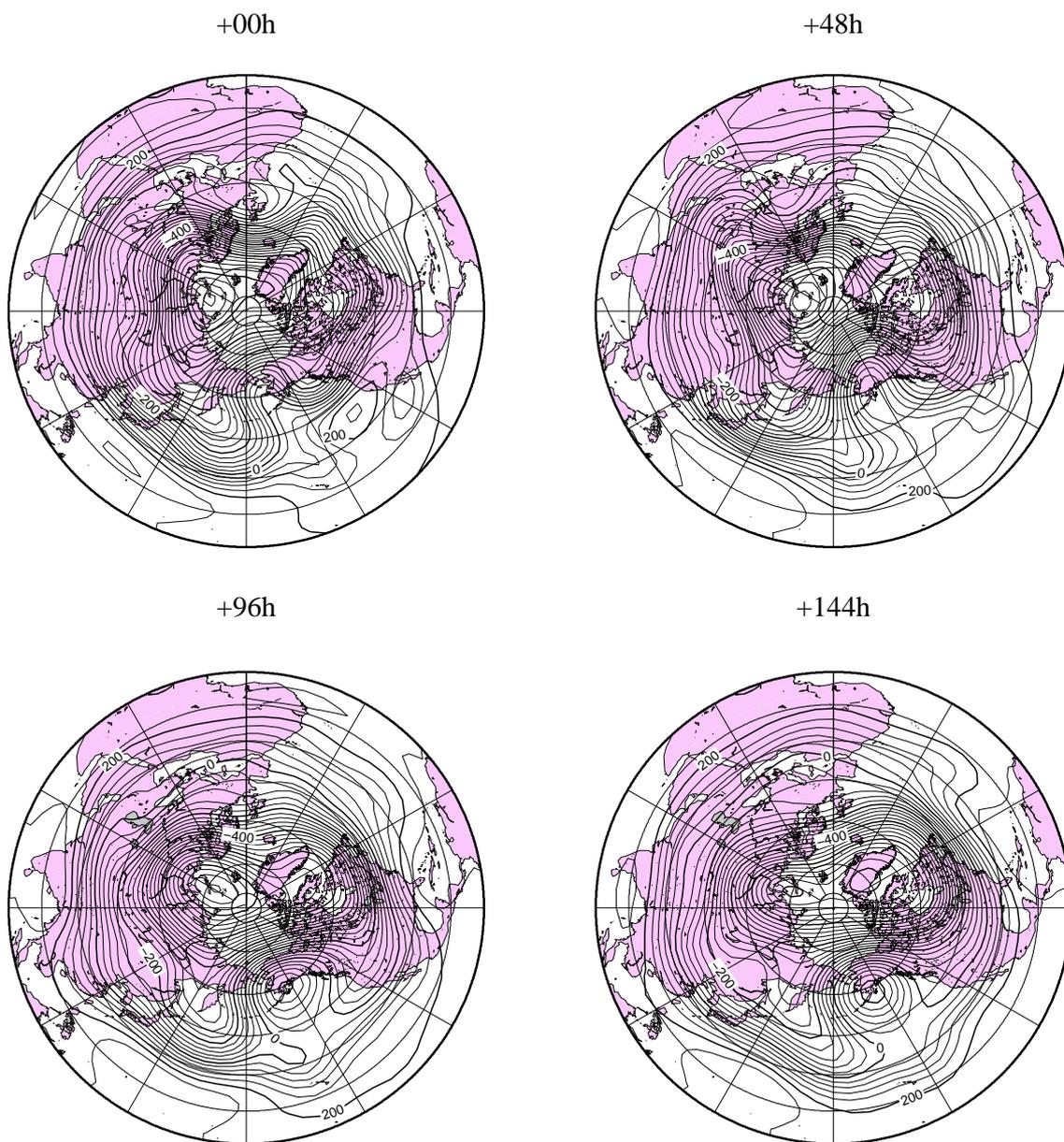


図 9: NCEP/NCAR 再解析データの初期値から予測されたモデルの時系列変化

Barotropic Height (PREDICTION)

19890205

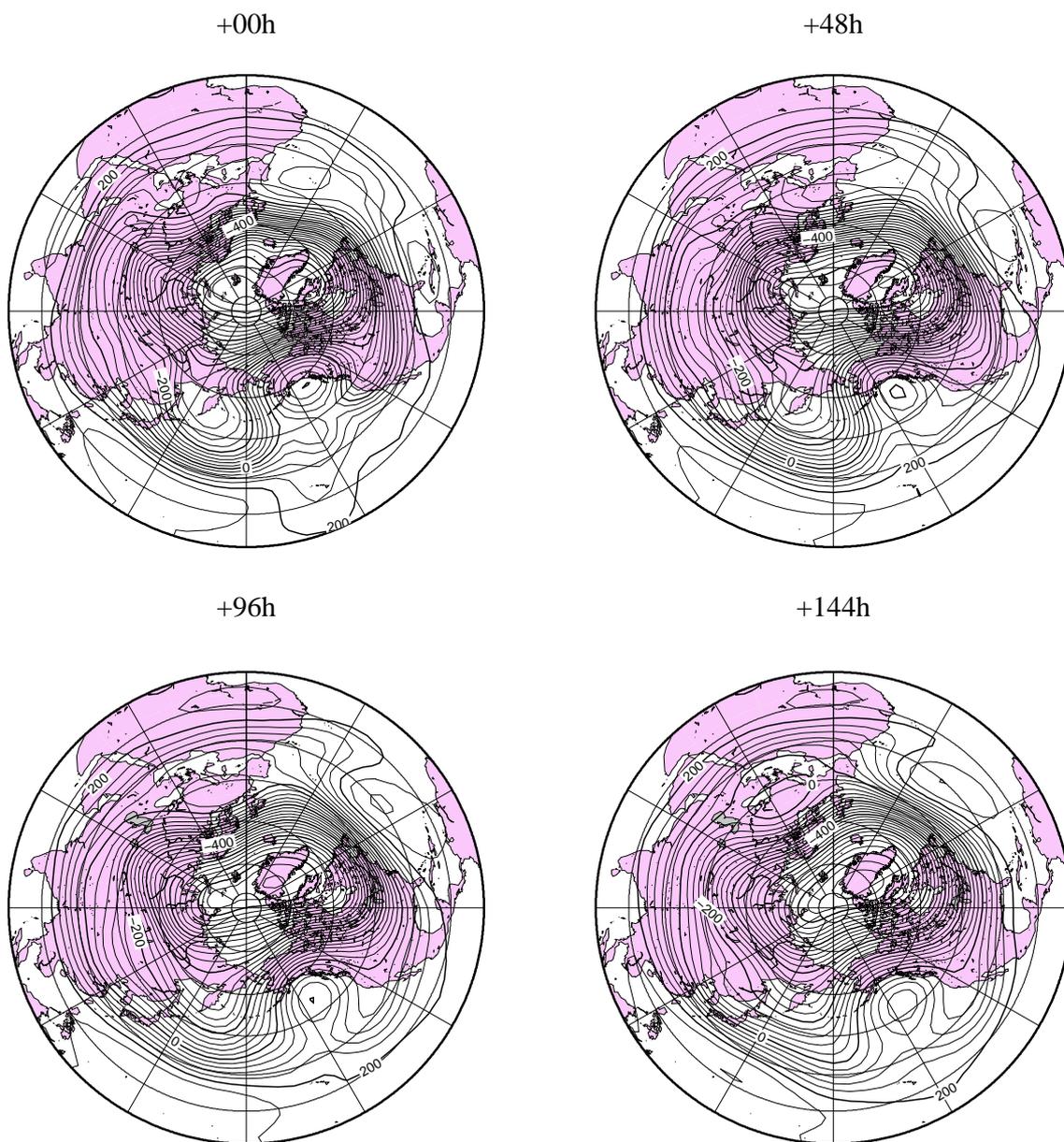


図 10: NCEP/NCAR 再解析データの初期値から予測されたモデルの時系列変化

Potential Vorticity

19890127

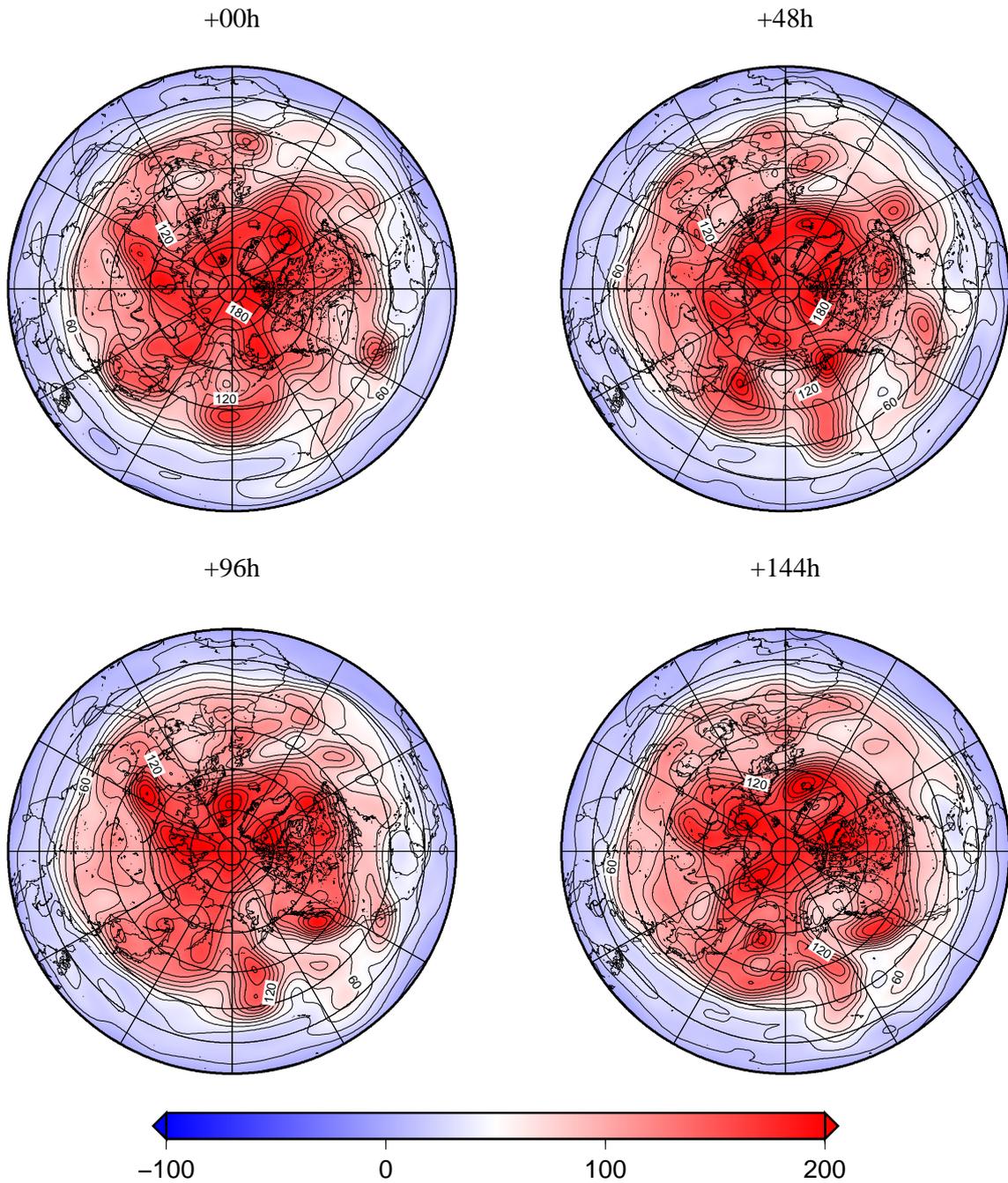


図 11: NCEP/NCER 再解析データ順圧高度場内の渦位の時系列変化

Potential Vorticity

19890127

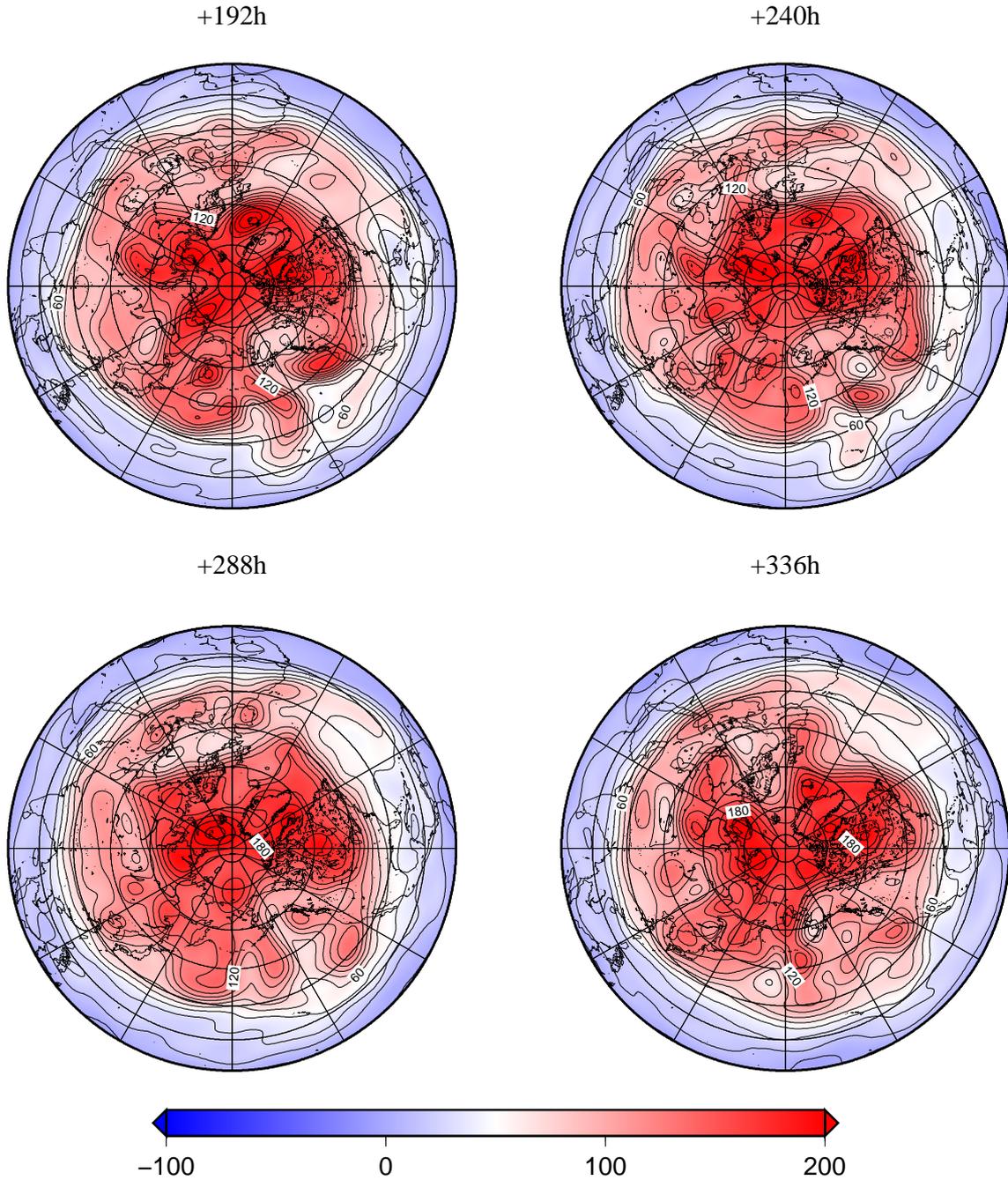
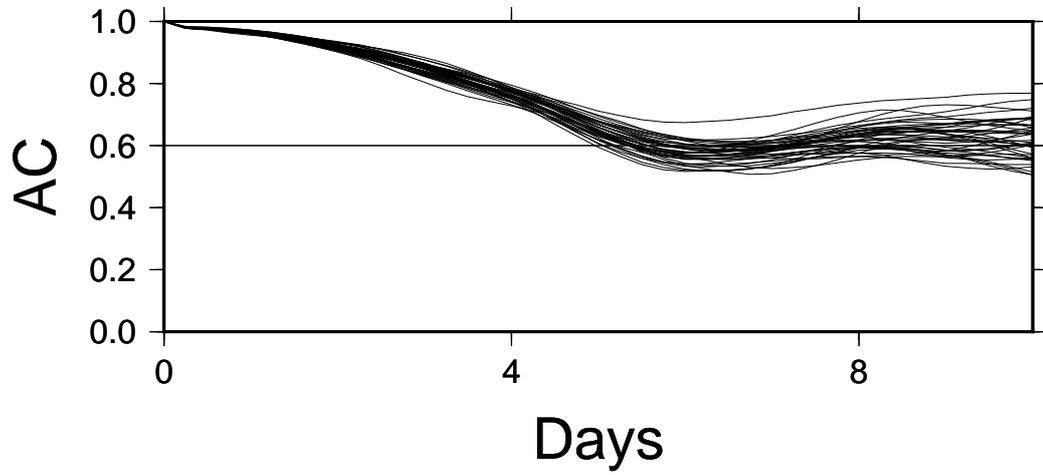


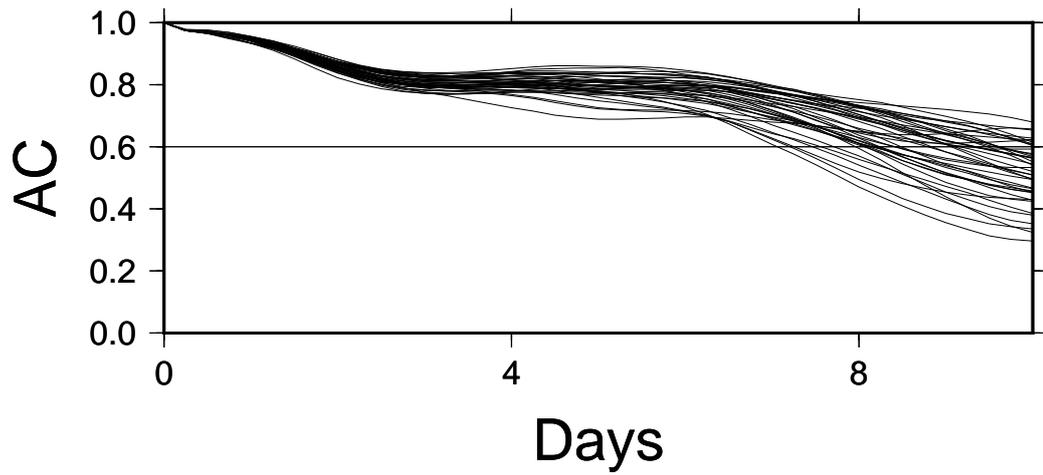
図 12: NCEP/NCER 再解析データ順圧高度場内の渦位の時系列変化

Anomaly Correlation

before BLOCKING(19890127)



BLOCKING(19890131)



after BLOCKING(19890205)

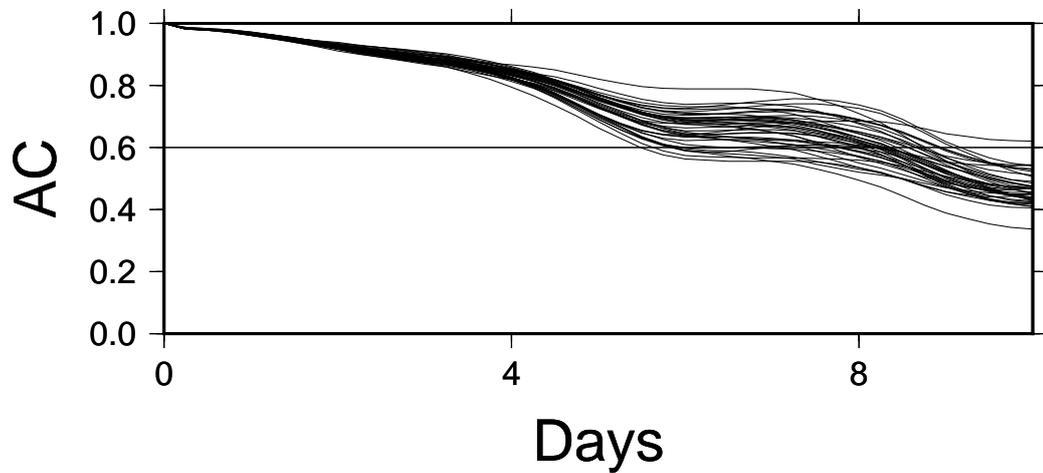


図 13: ブロッキング発生前、発生中、終了前の再解析値と予測値のアノマリー相関

Barotropic Height (ANALYSIS)

19931227

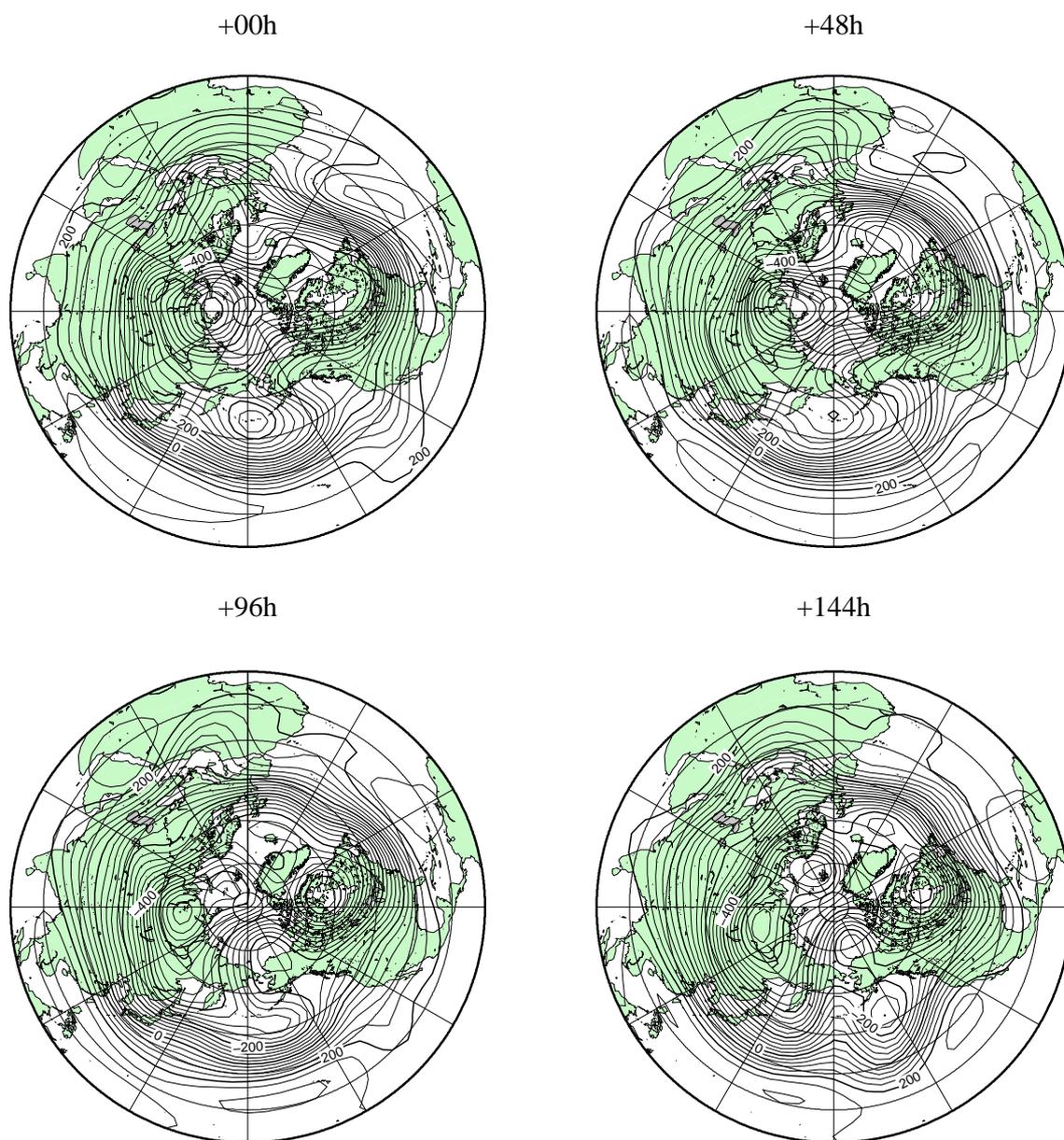


図 14: NCEP/NCAR 再解析データ順圧高度場の時系列変化

Barotropic Height (ANALYSIS)

19931227

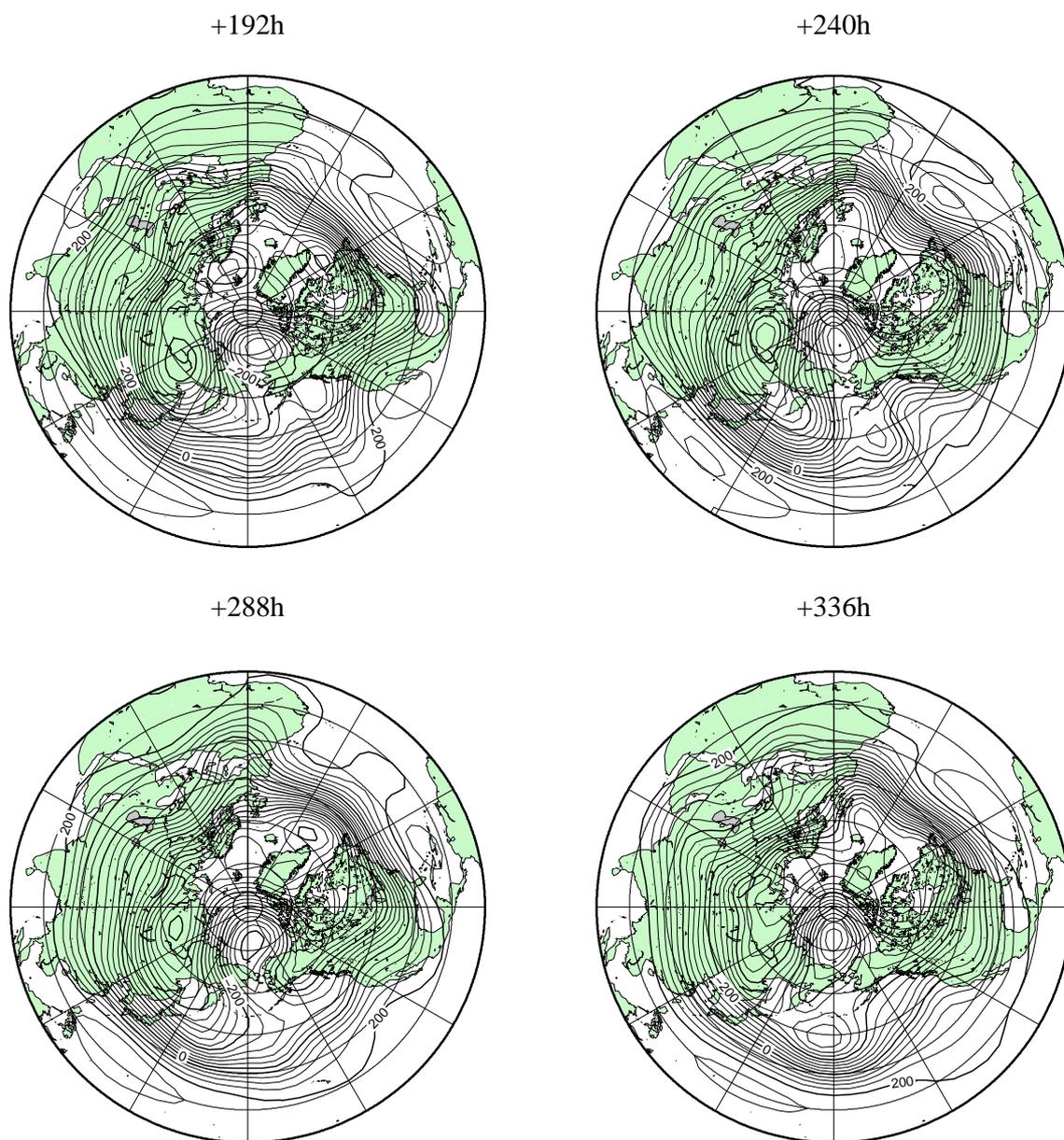


図 15: NCEP/NCAR 再解析データ順圧高度場の時系列変化

Barotropic Height (PREDICTION)

19931227

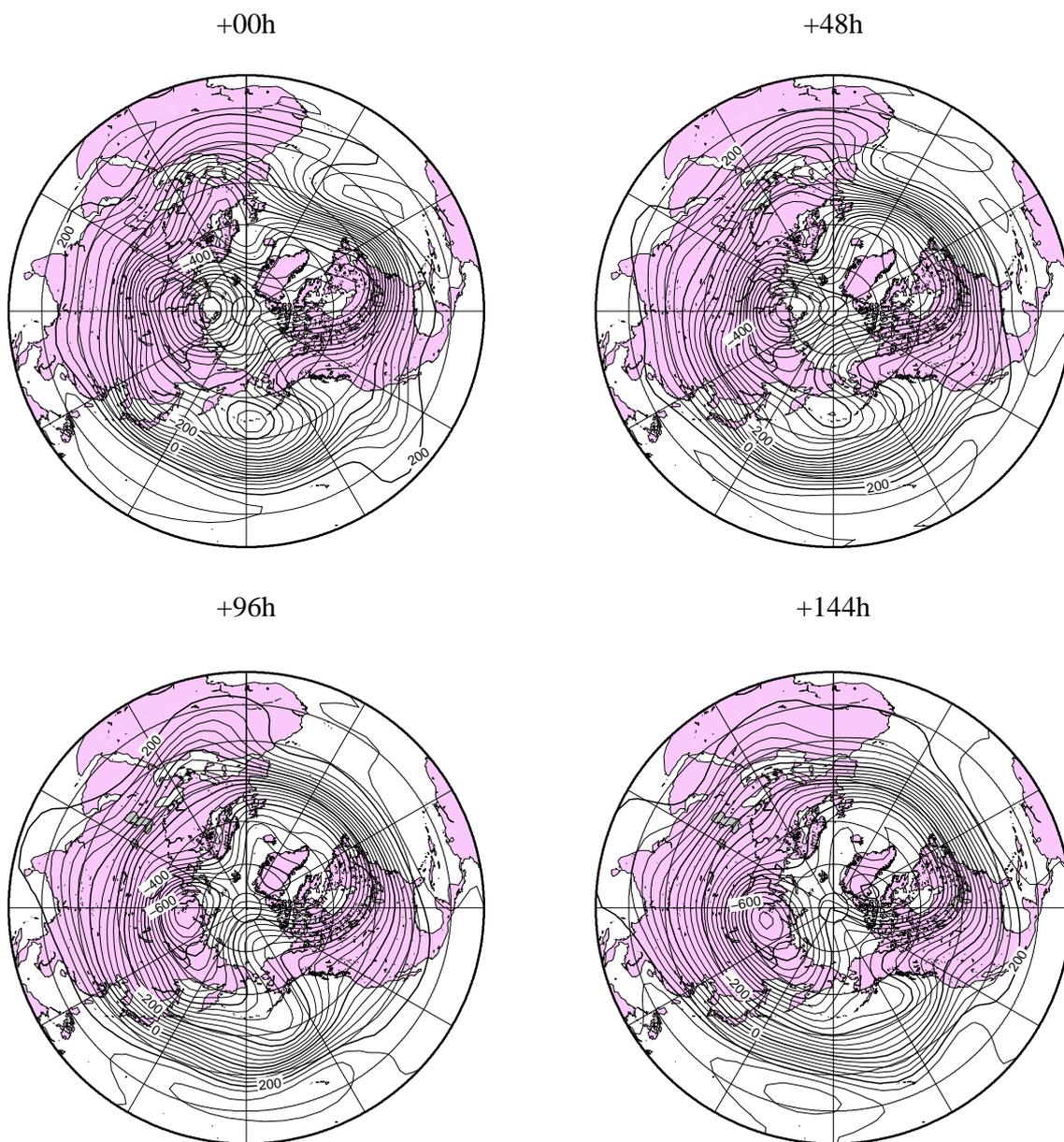


図 16: NCEP/NCAR 再解析データの初期値から予測されたモデルの時系列変化

Barotropic Height (PREDICTION)

19940103

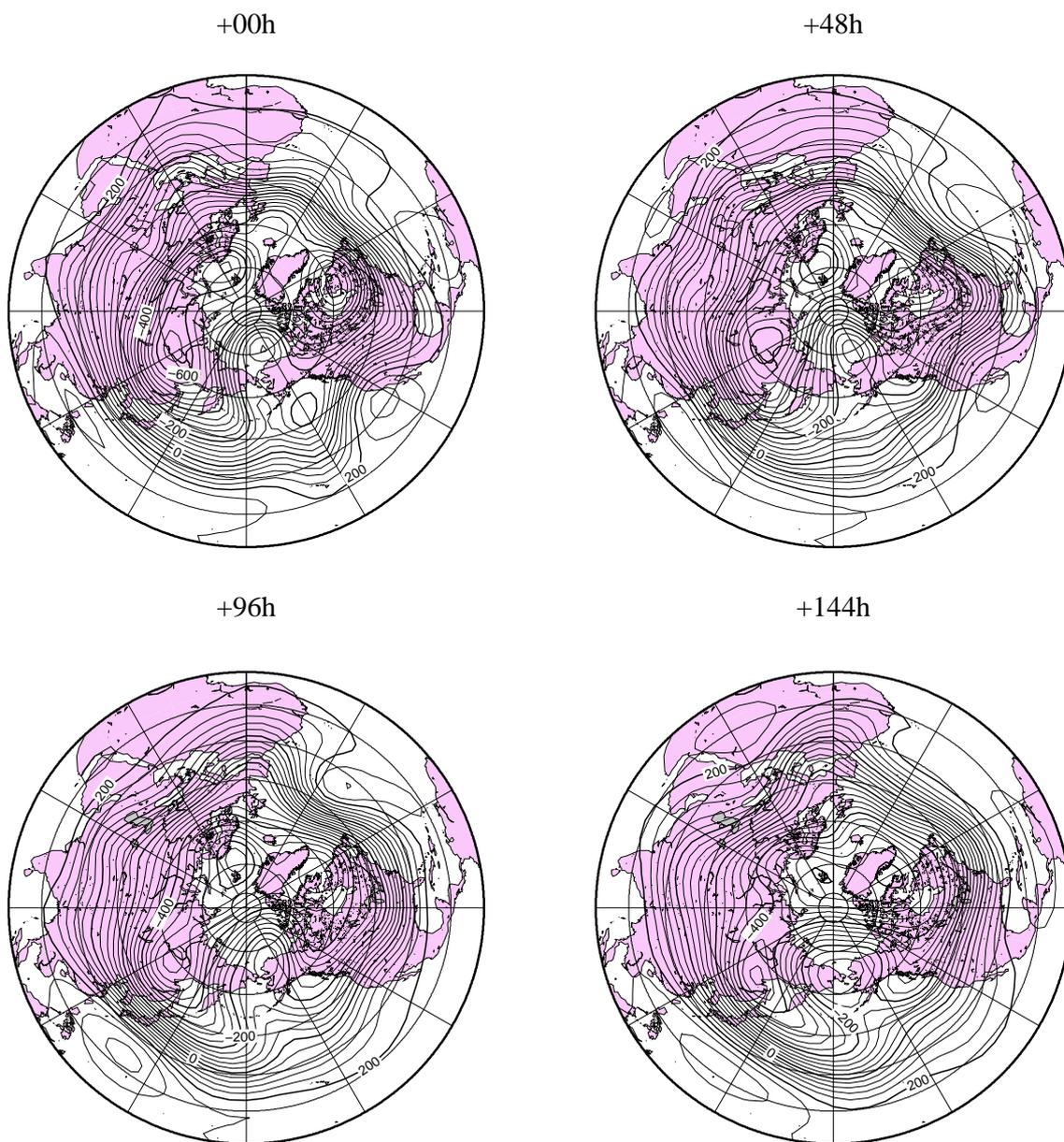


図 17: NCEP/NCAR 再解析データの初期値から予測されたモデルの時系列変化

Barotropic Height (PREDICTION)

19940110

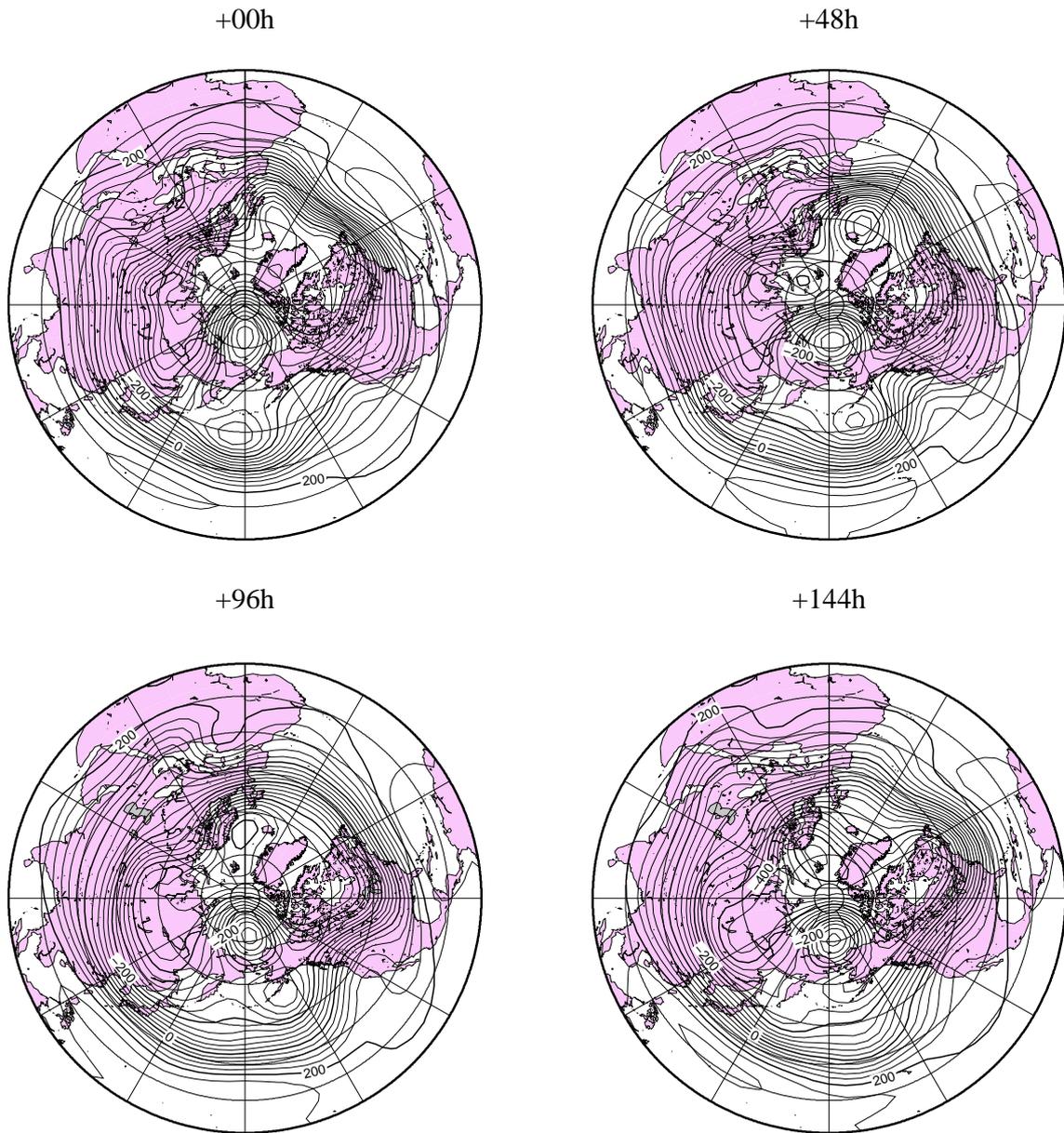


図 18: NCEP/NCAR 再解析データの初期値から予測されたモデルの時系列変化

Potential Vorticity

19931227

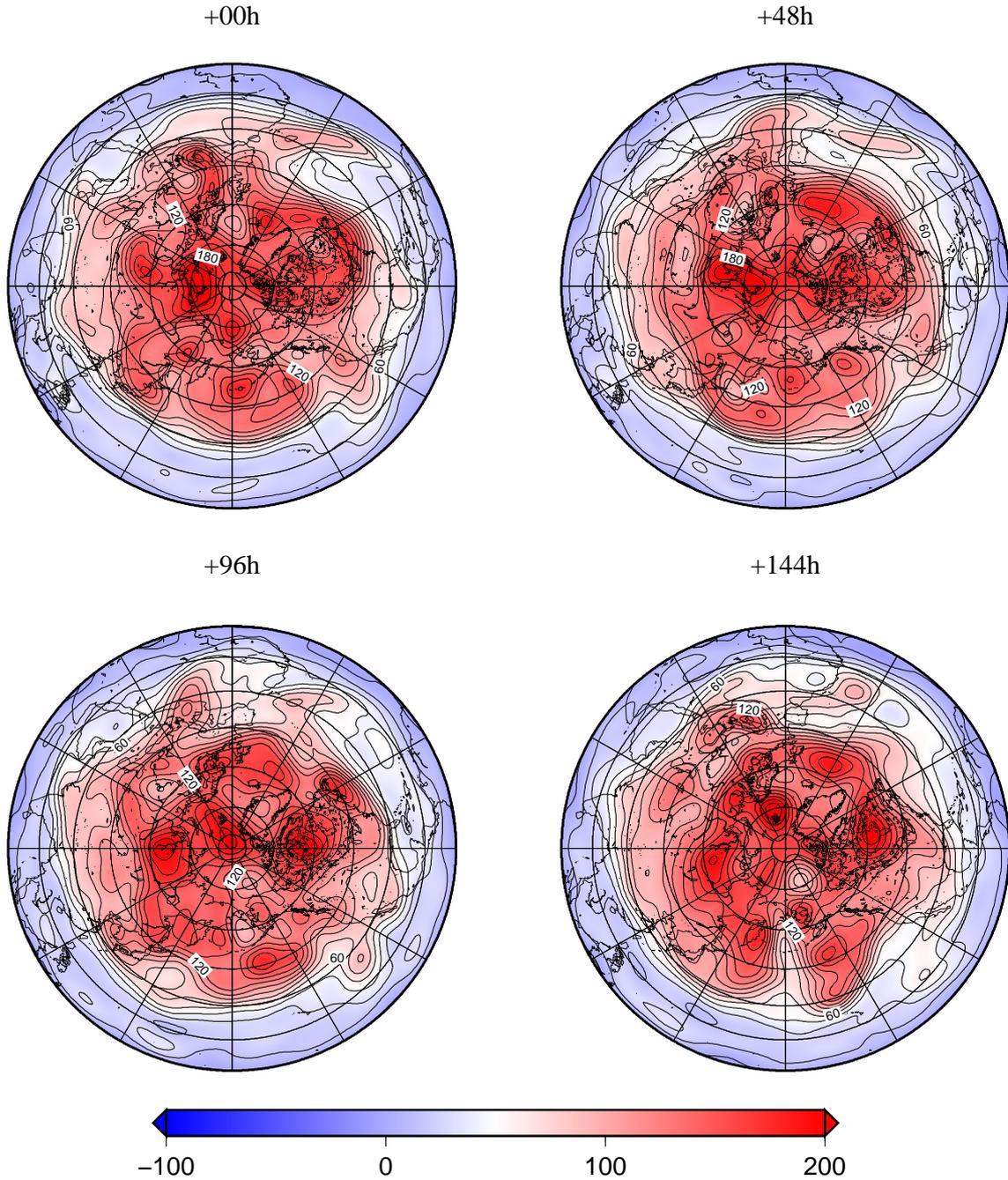


図 19: NCEP/NCER 再解析データ順圧高度場内の渦位の時系列変化

Potential Vorticity

19931227

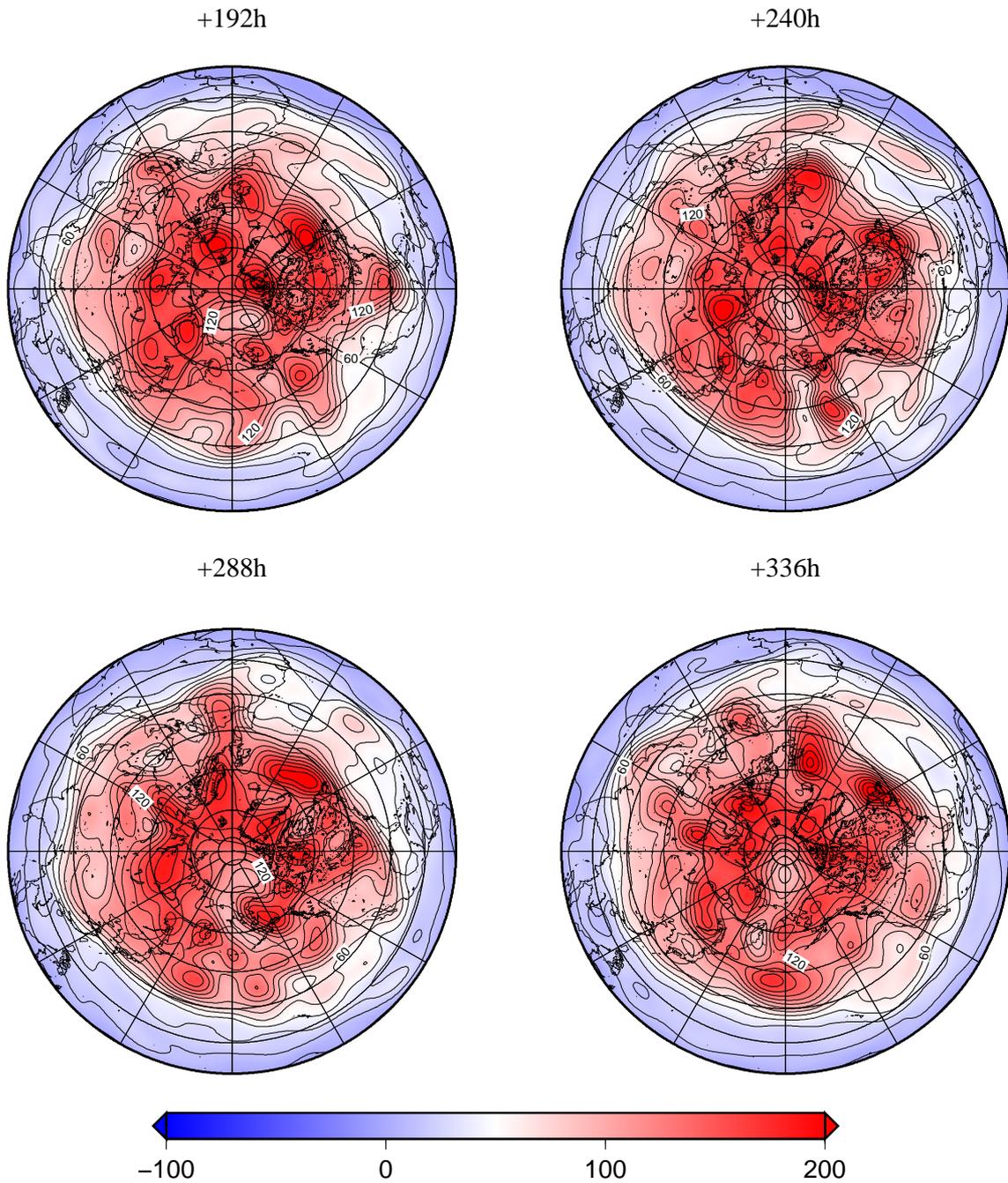
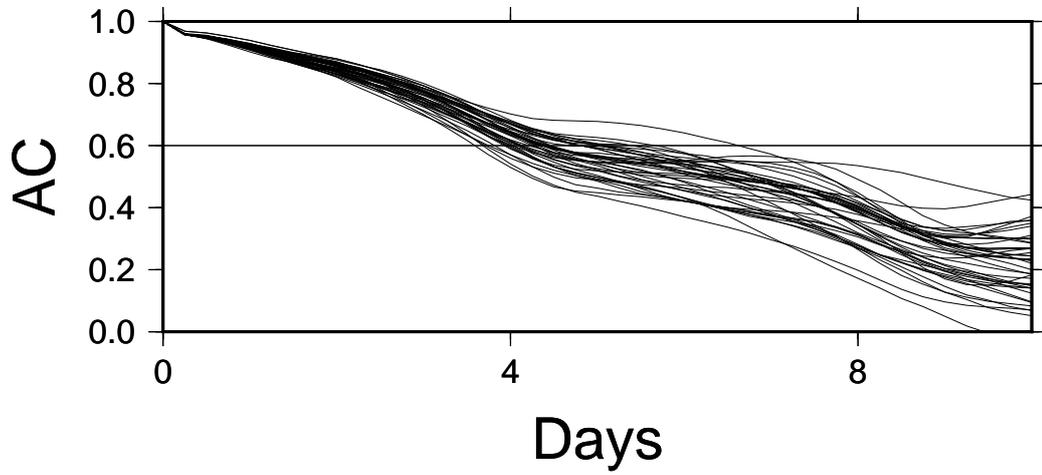


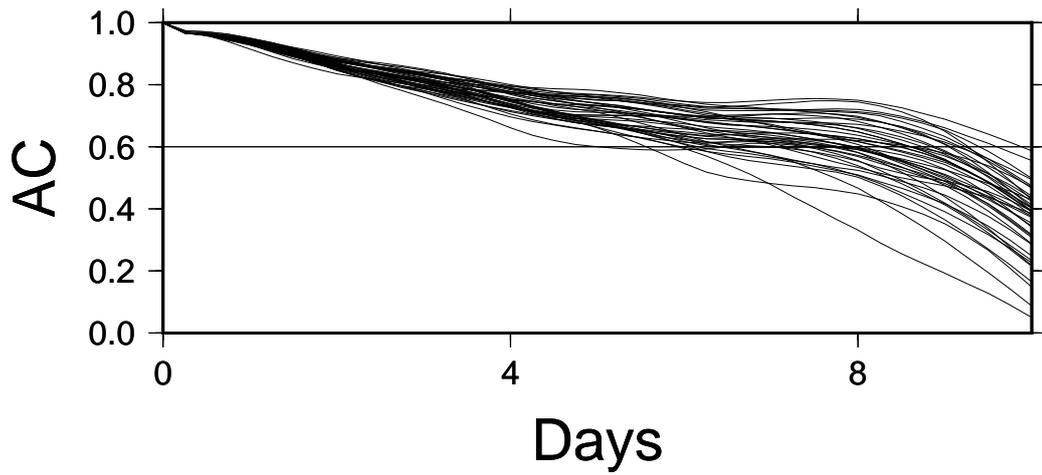
図 20: NCEP/NCER 再解析データ順圧高度場内の渦位の時系列変化

Anomaly Correlation

before BLOCKING(19931227)



BLOCKING(19940103)



after BLOCKING(19940110)

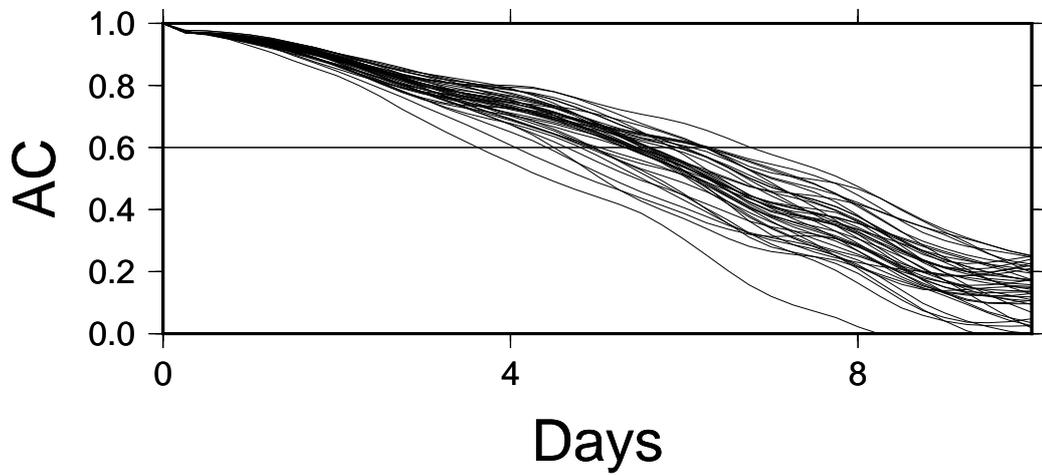


図 21: ブロッキング発生前、発生中、終了前の再解析値と予測値のアノマリー相関

Barotropic Height (ANALYSIS)

19691220

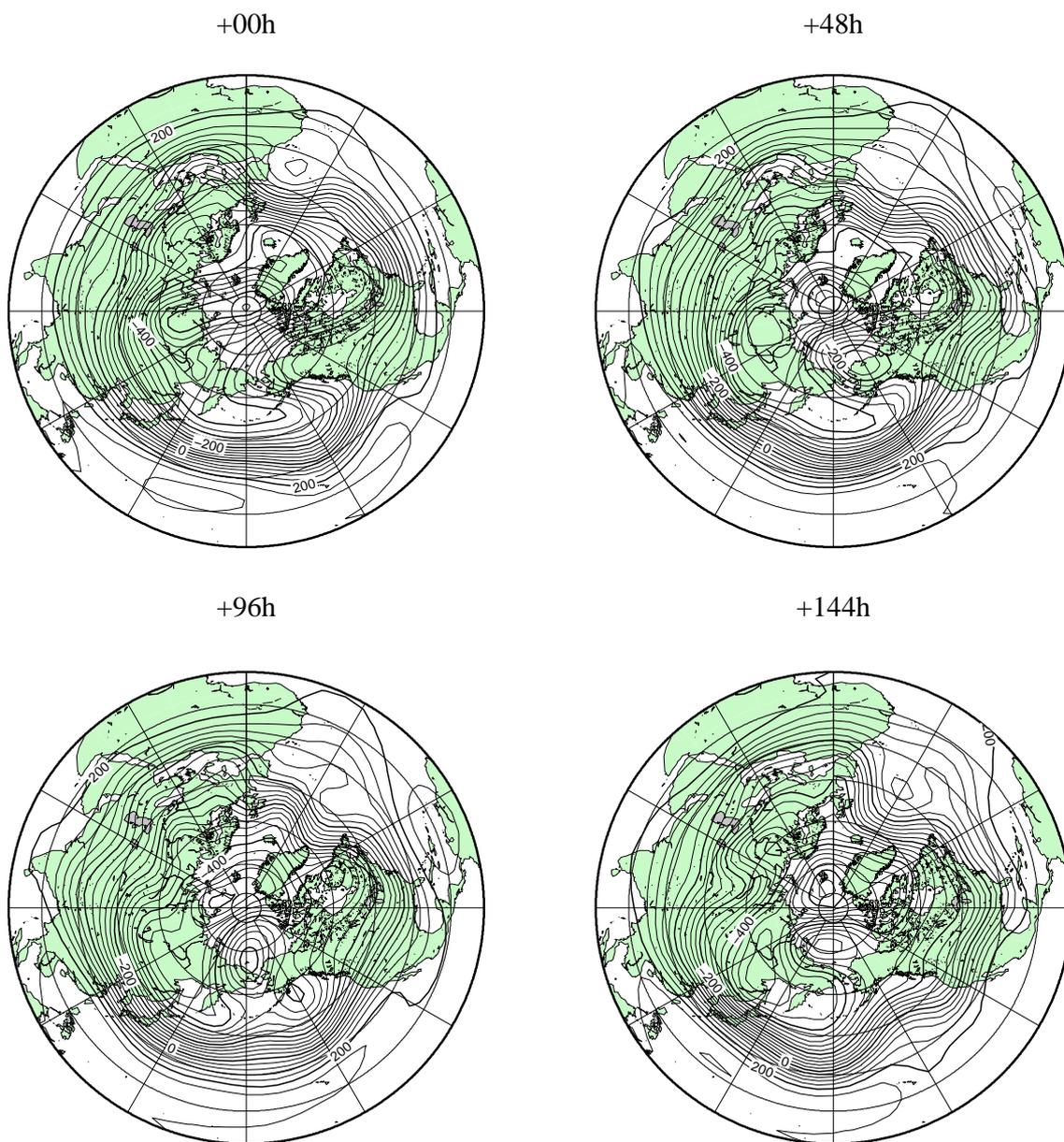


図 22: NCEP/NCAR 再解析データ順圧高度場の時系列変化

Barotropic Height (ANALYSIS)

19691220

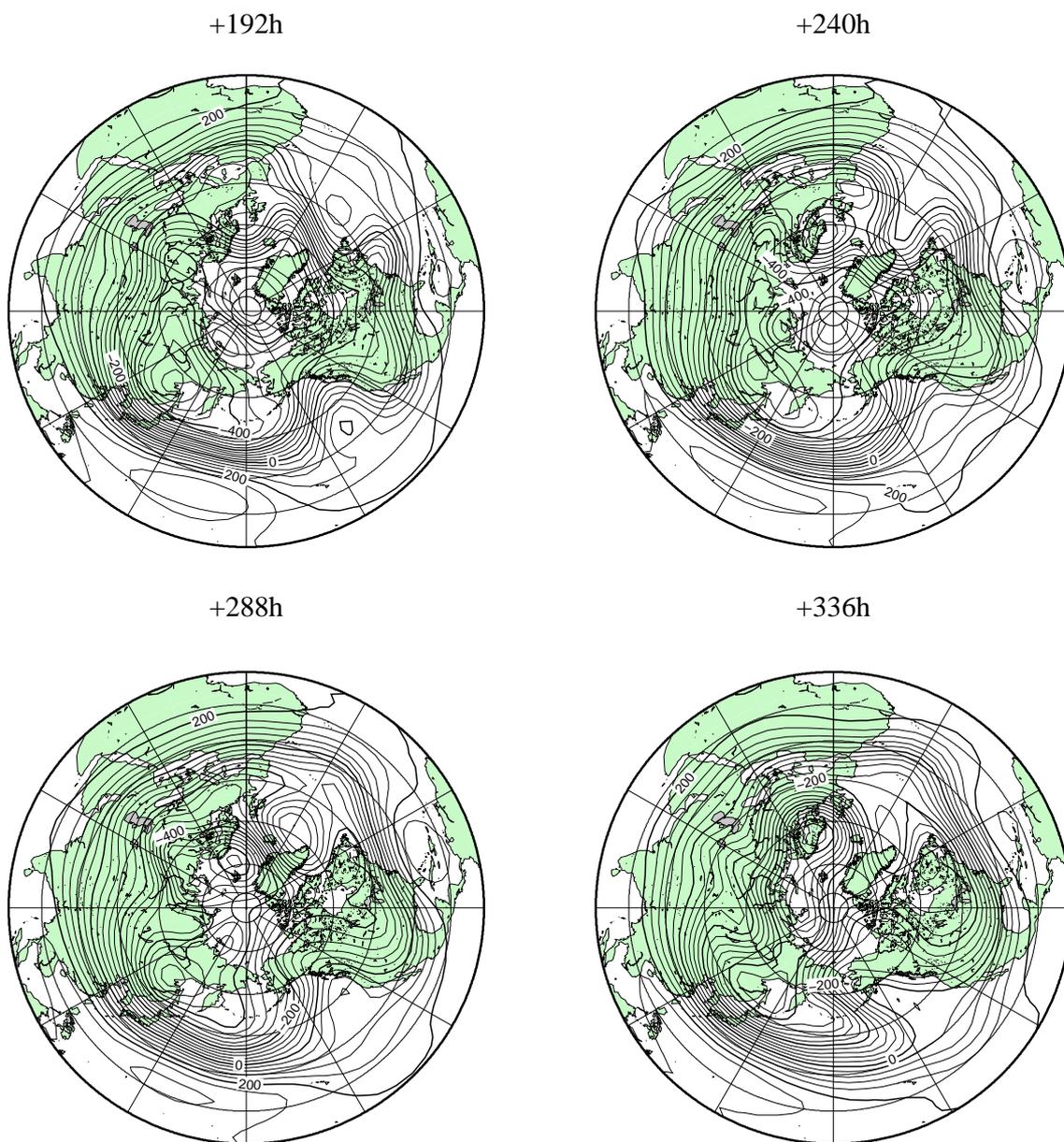


図 23: NCEP/NCAR 再解析データ順圧高度場の時系列変化

Barotropic Height (PREDICTION)

19691220

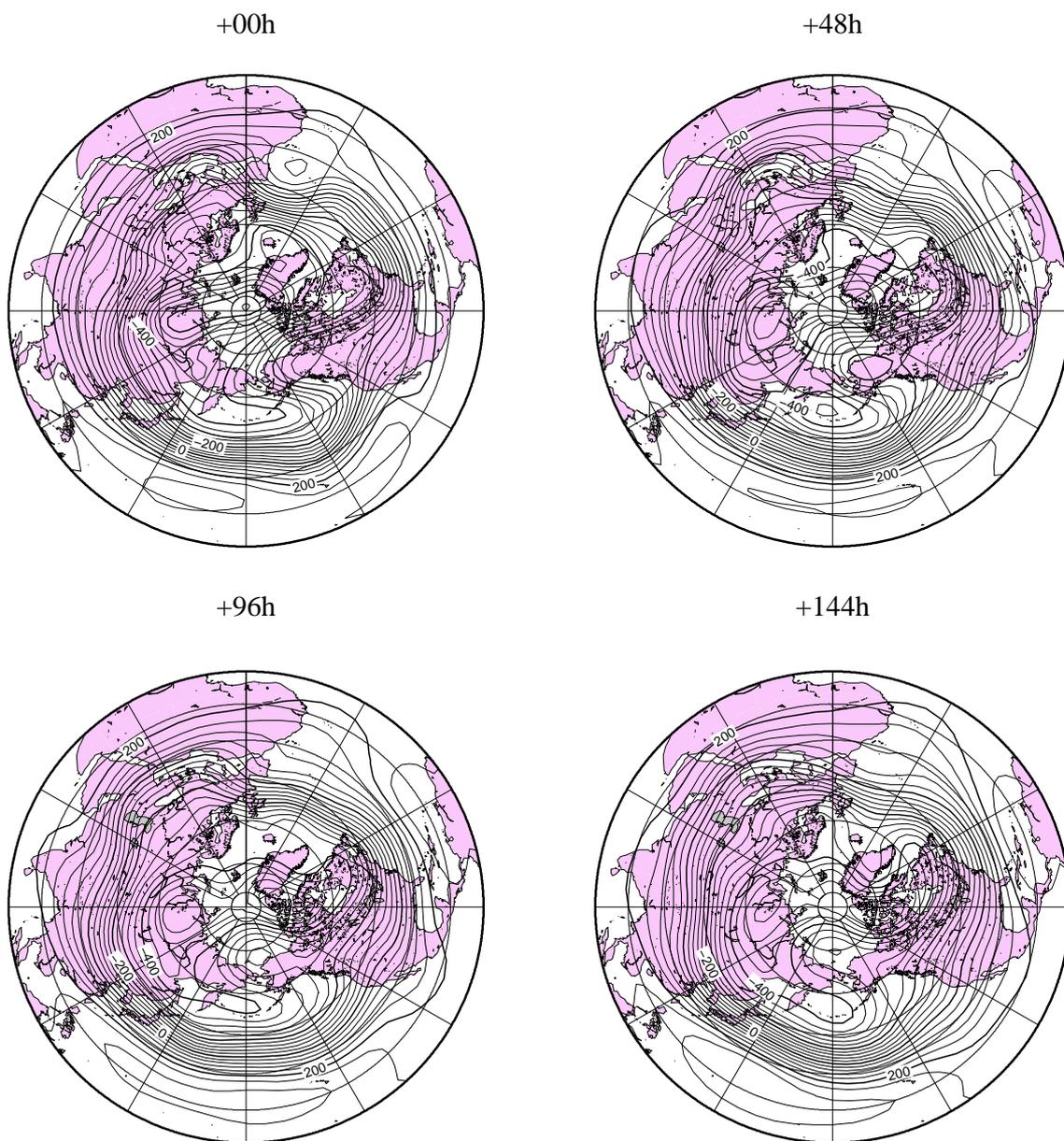


図 24: NCEP/NCAR 再解析データの初期値から予測されたモデルの時系列変化

Barotropic Height (PREDICTION)

19691226

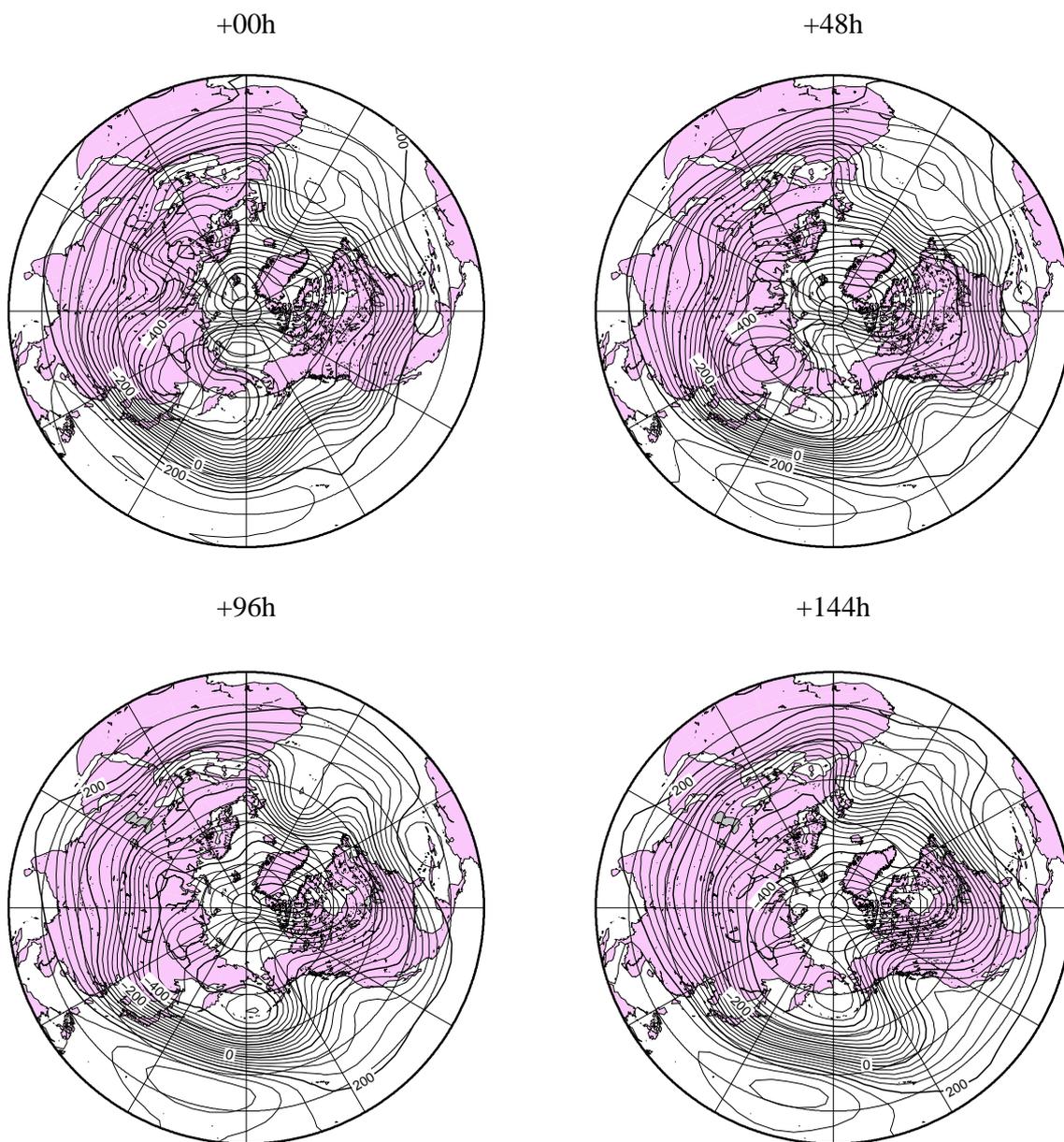


図 25: NCEP/NCAR 再解析データの初期値から予測されたモデルの時系列変化

Barotropic Height (PREDICTION)

19700101

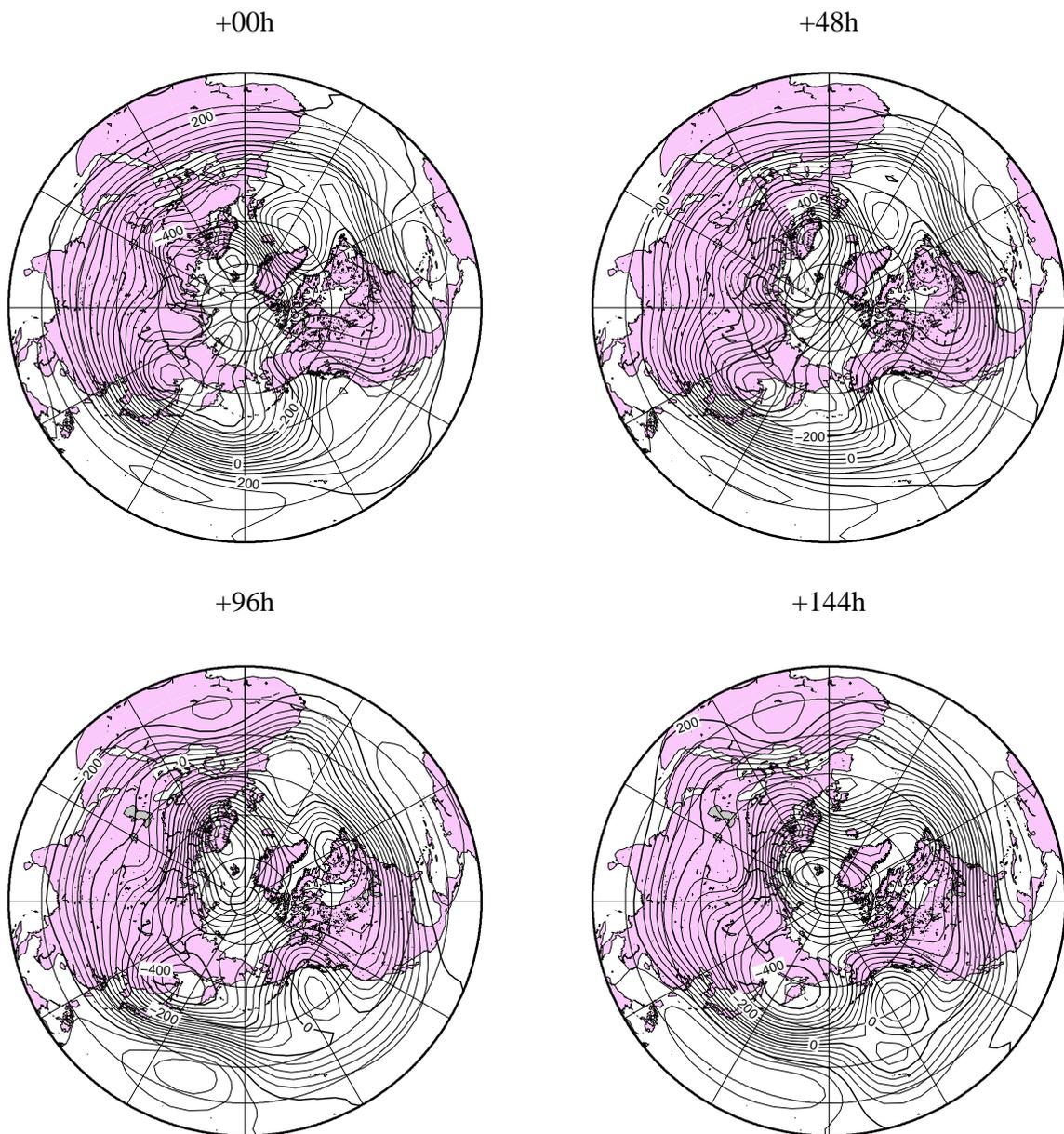


図 26: NCEP/NCAR 再解析データの初期値から予測されたモデルの時系列変化

Potential Vorticity

19691220

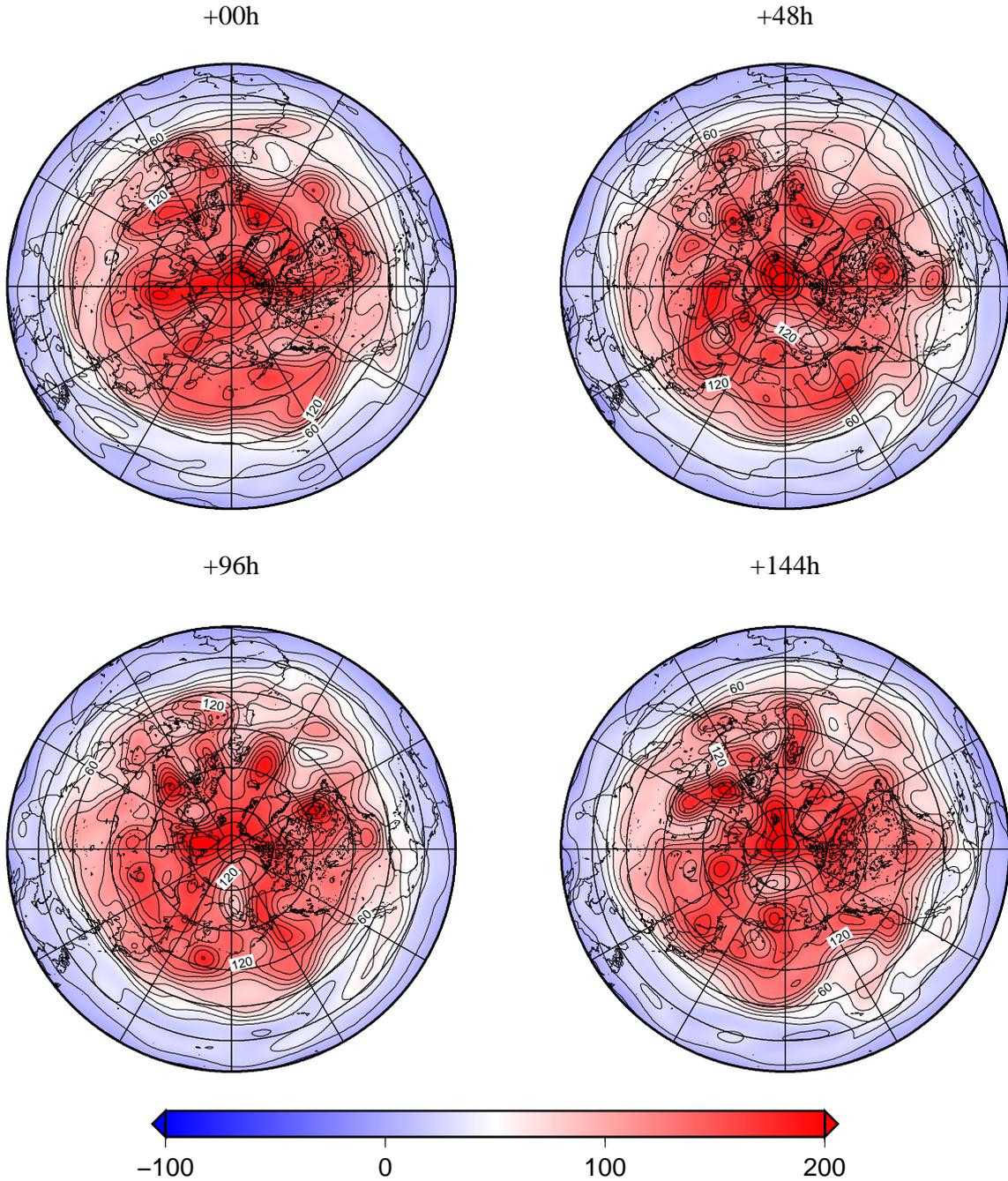


図 27: NCEP/NCER 再解析データ順圧高度場内の渦位の時系列変化

Potential Vorticity

19691220

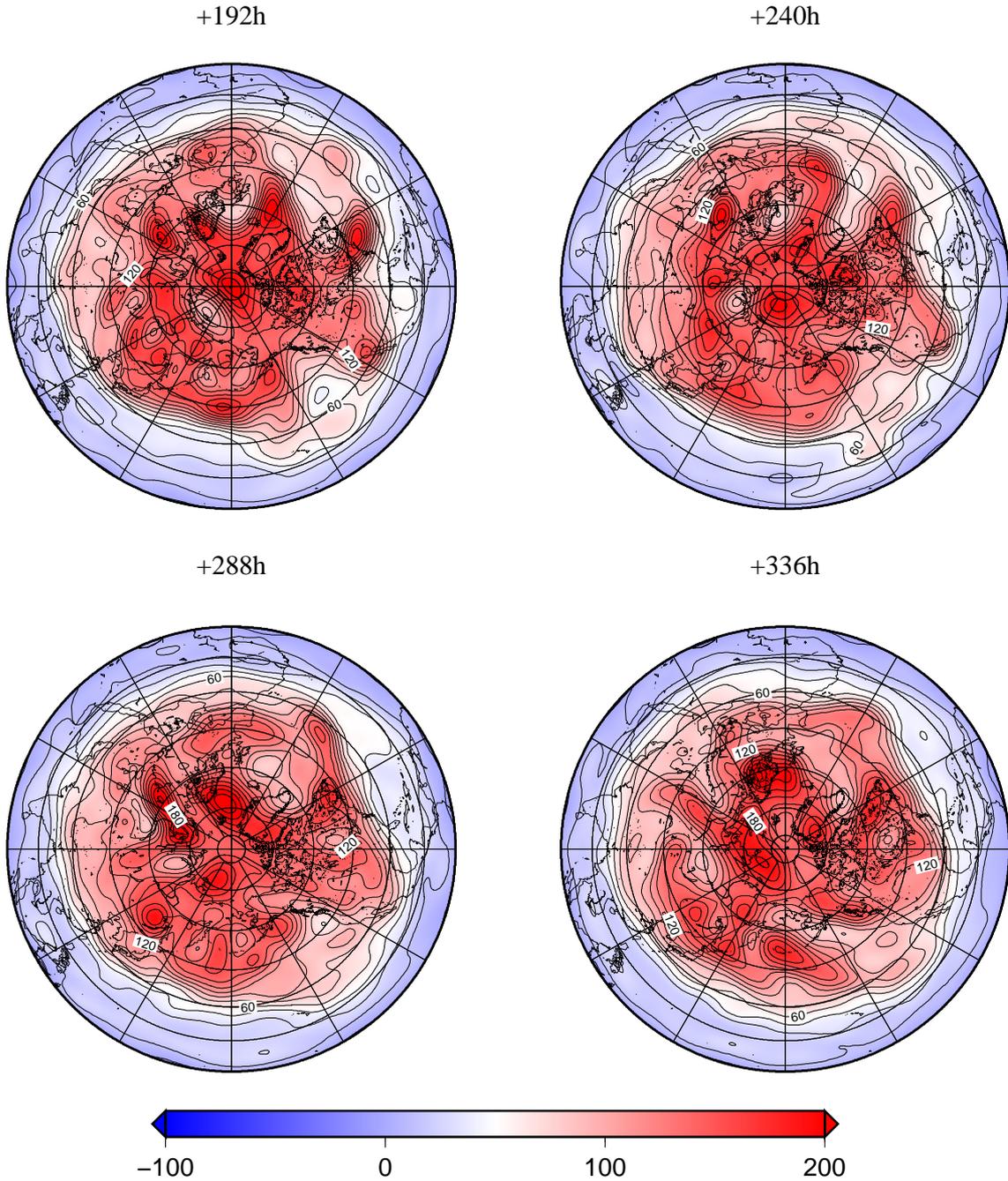
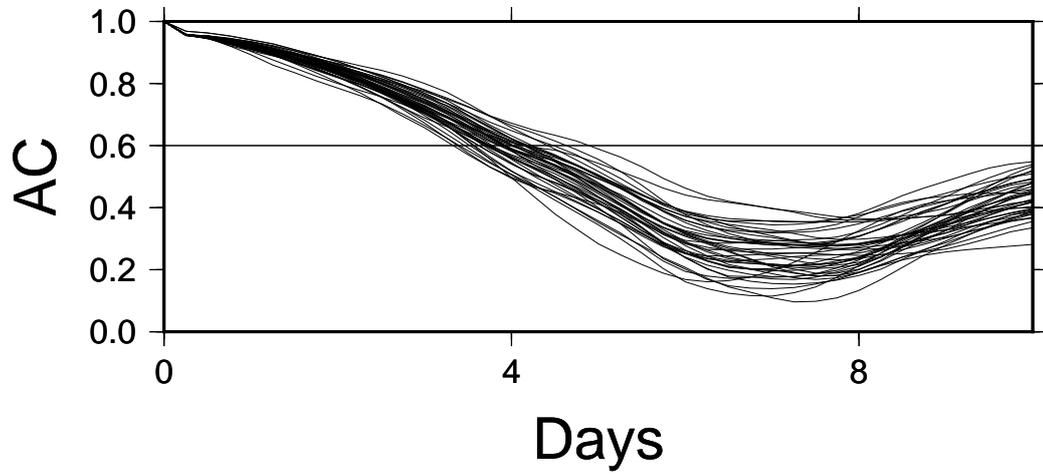


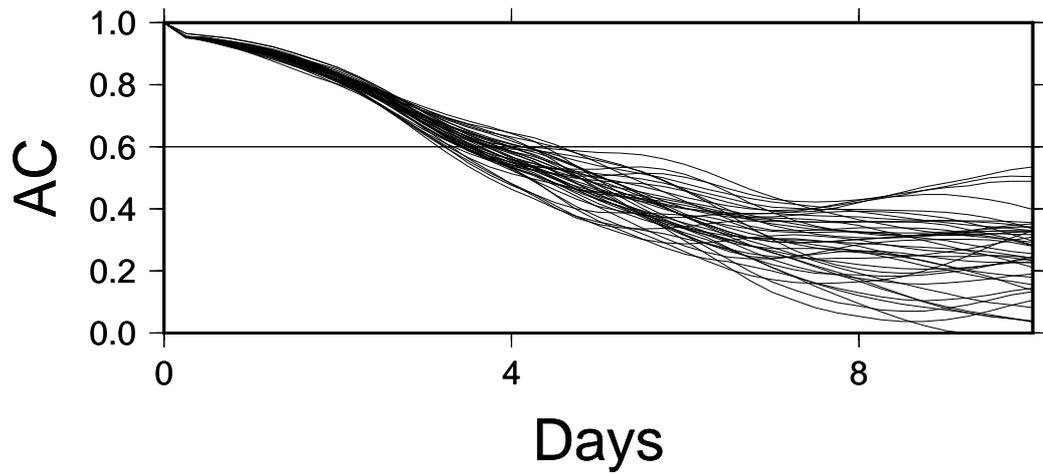
図 28: NCEP/NCER 再解析データ順圧高度場内の渦位の時系列変化

Anomaly Correlation

before BLOCKING(19691220)



BLOCKING(19691226)



after BLOCKING(19700101)

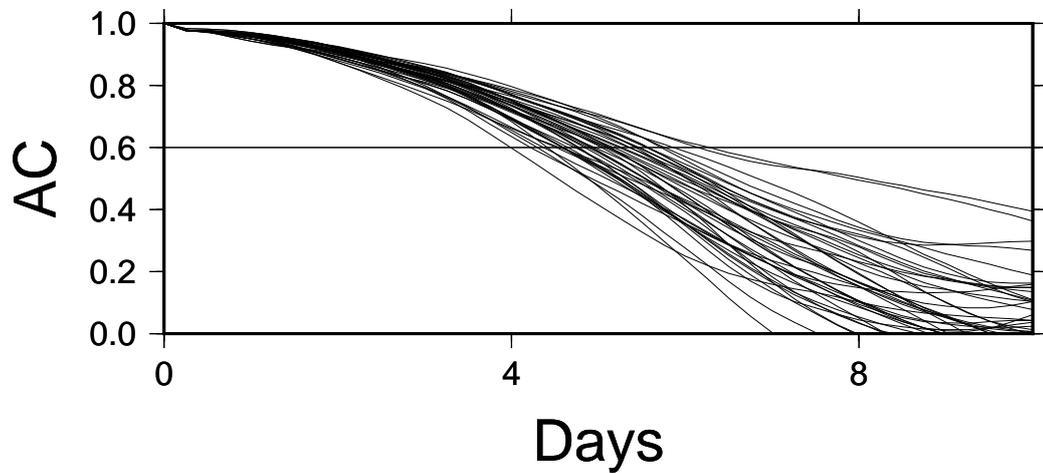


図 29: ブロッキング発生前、発生中、終了前の再解析値と予測値のアノマリー相関

Barotropic Height (ANALYSIS)

20101201

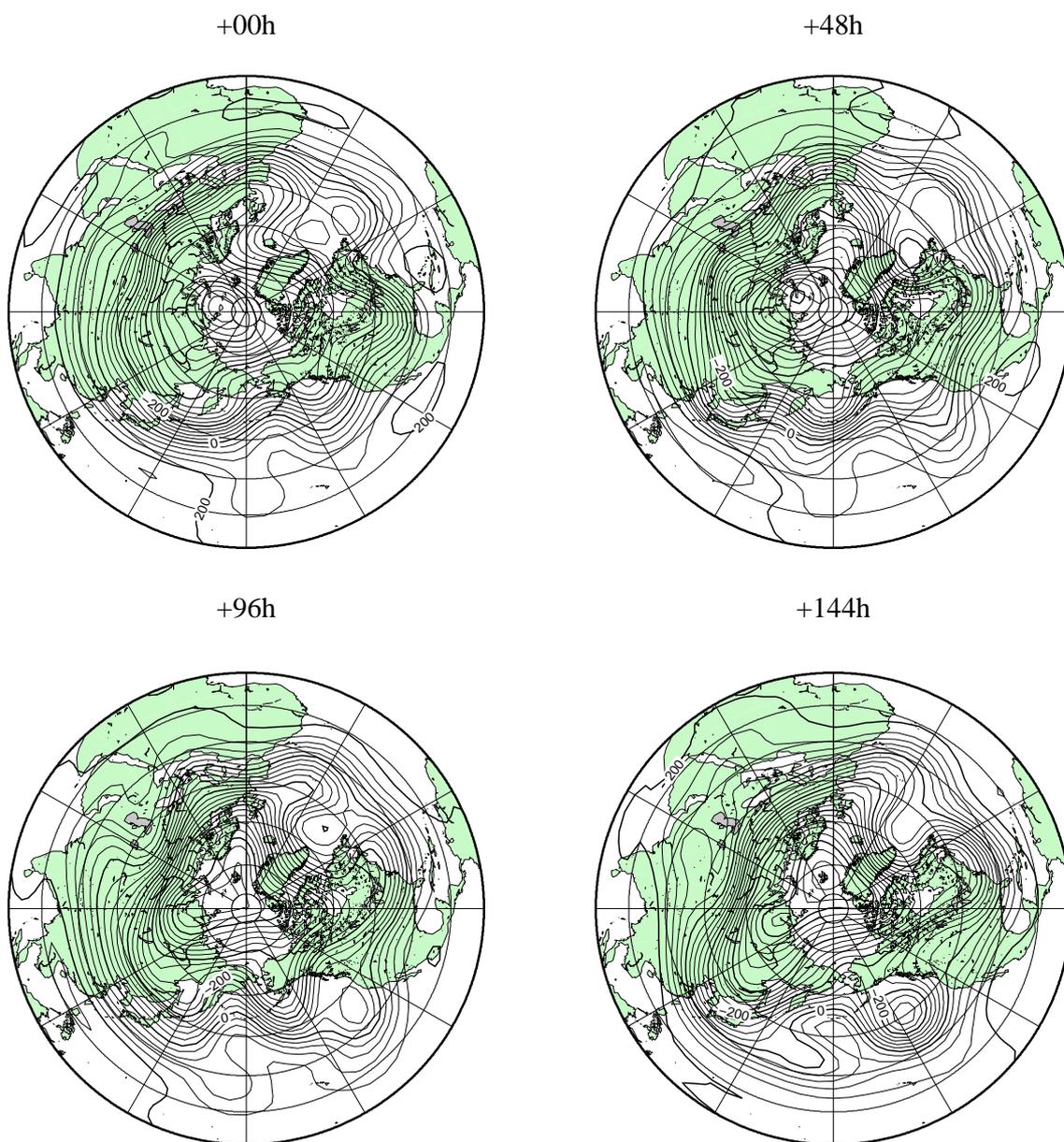


図 30: NCEP/NCAR 再解析データ順圧高度場の時系列変化

Barotropic Height (ANALYSIS)

20101201

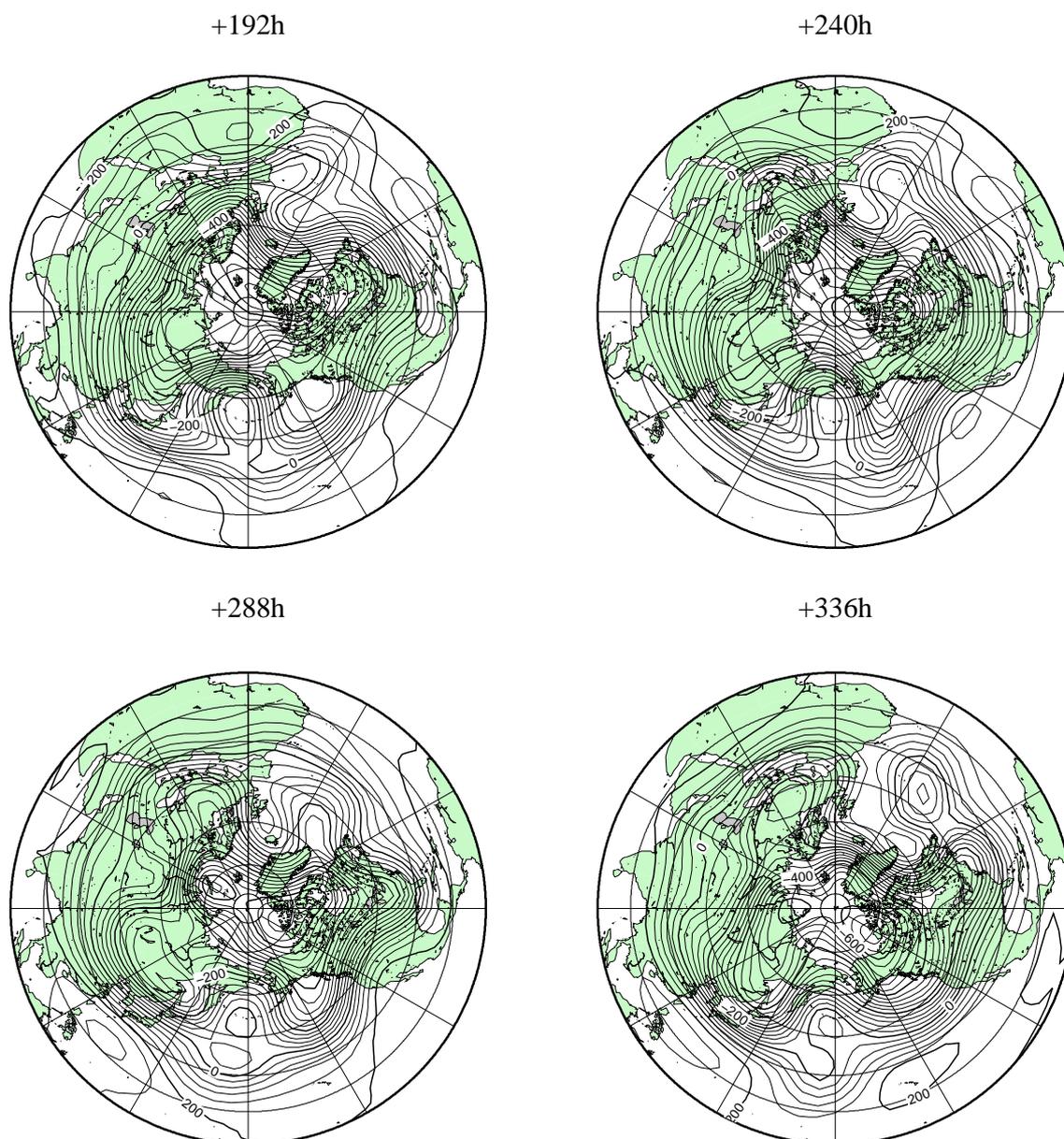


図 31: NCEP/NCAR 再解析データ順圧高度場の時系列変化

Barotropic Height (PREDICTION)

20101201

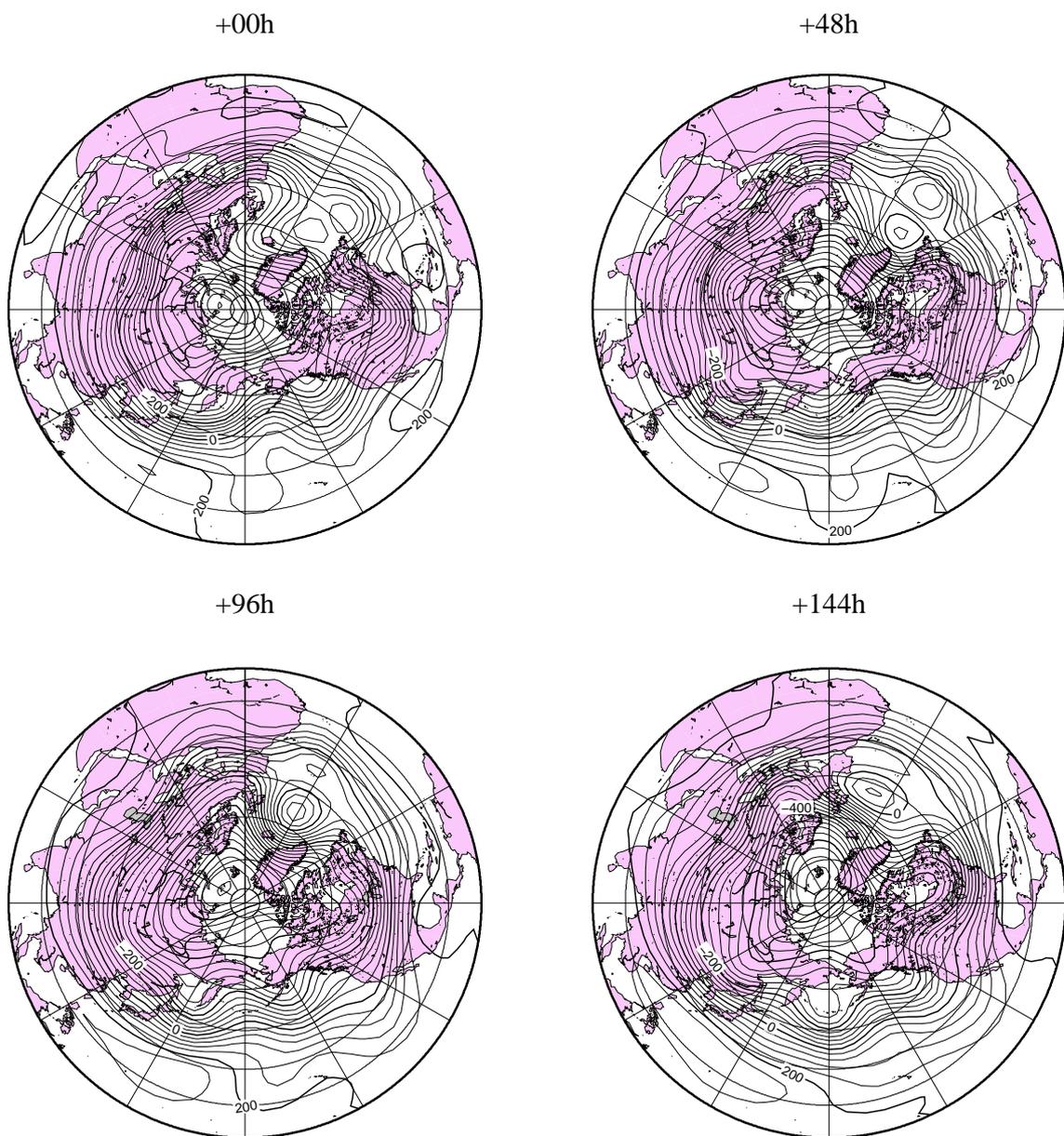


図 32: NCEP/NCAR 再解析データの初期値から予測されたモデルの時系列変化

Barotropic Height (PREDICTION)

20101205

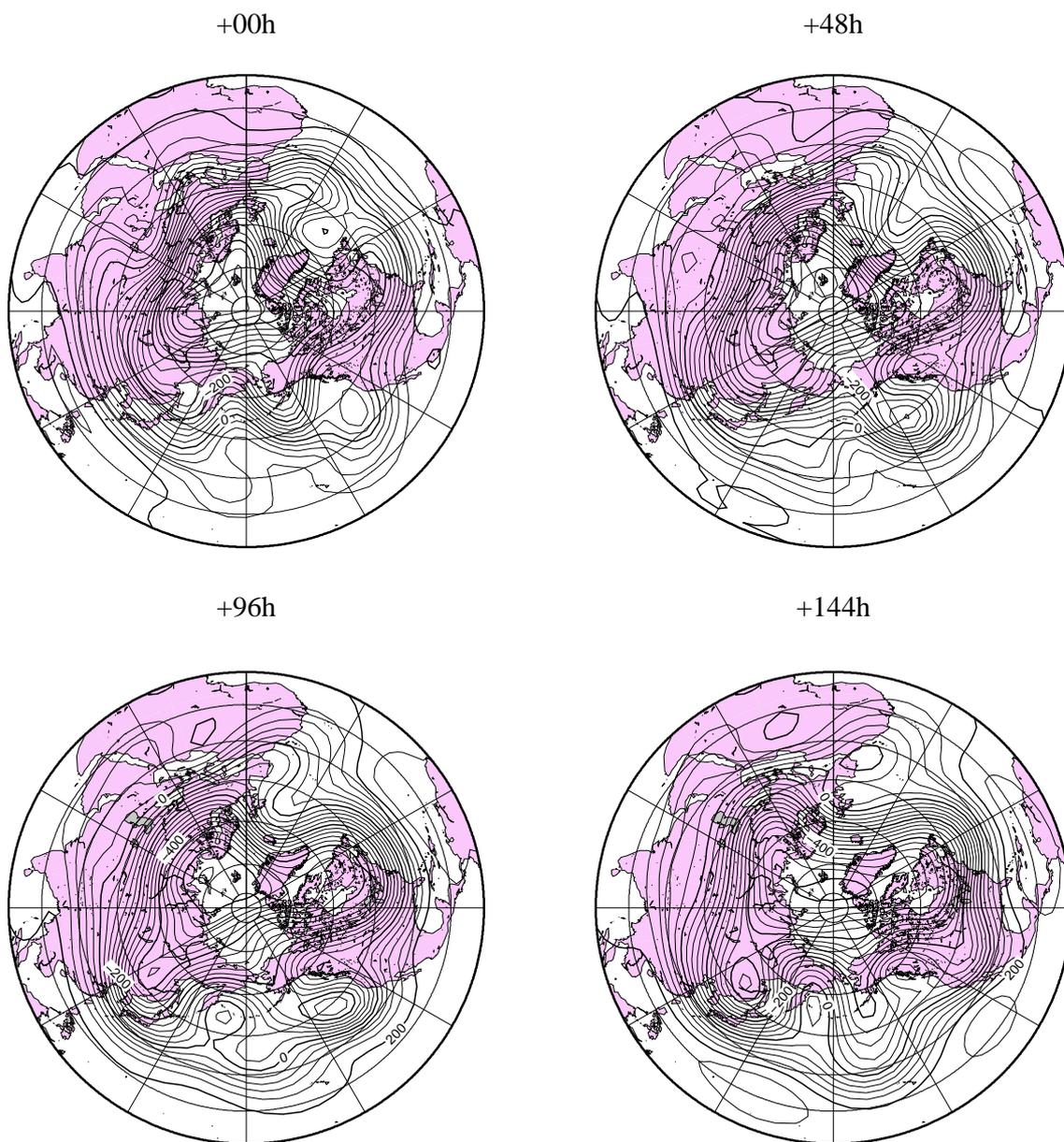


図 33: NCEP/NCAR 再解析データの初期値から予測されたモデルの時系列変化

Barotropic Height (PREDICTION)

20101211

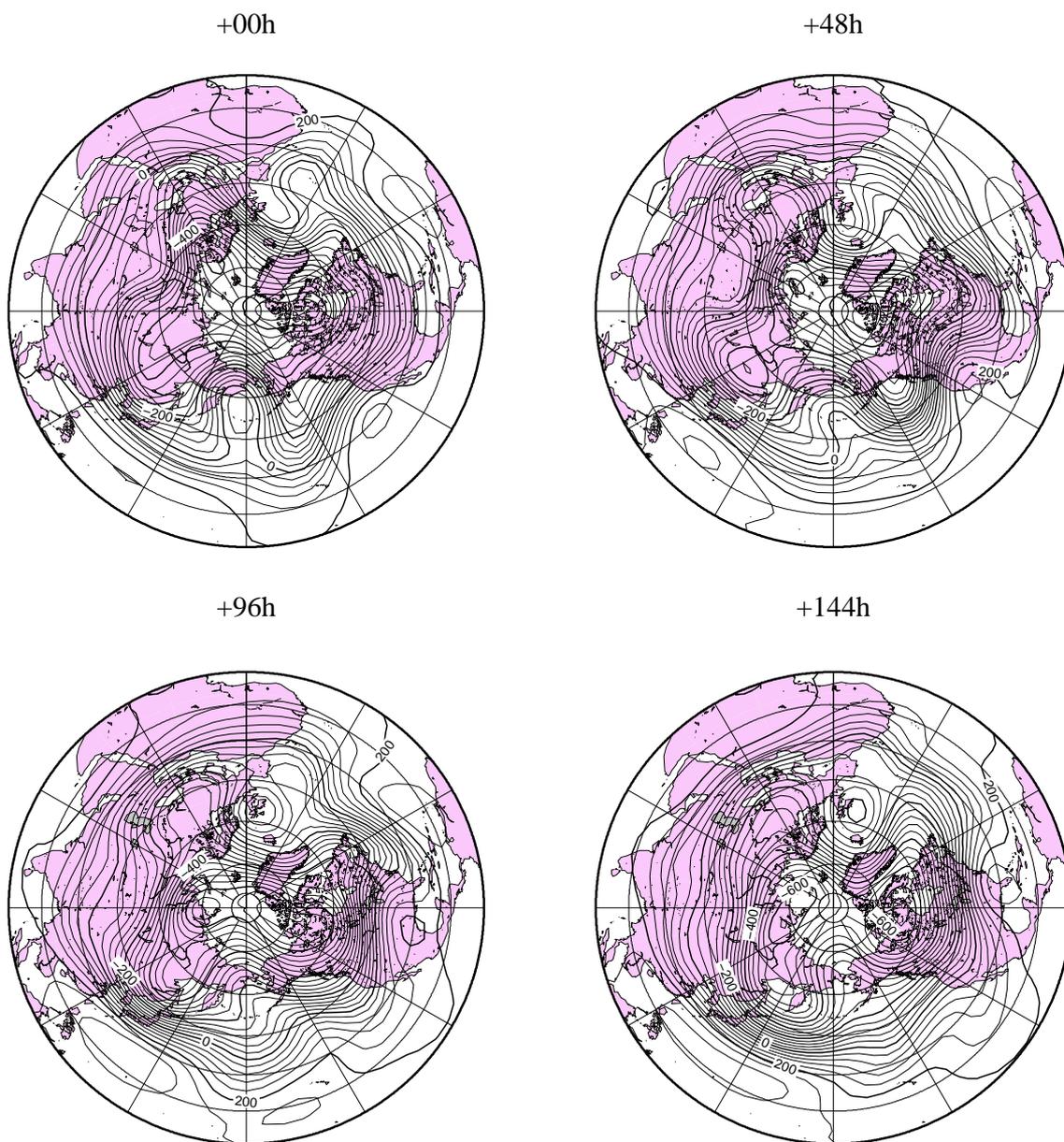


図 34: NCEP/NCAR 再解析データの初期値から予測されたモデルの時系列変化

Potential Vorticity

20101201

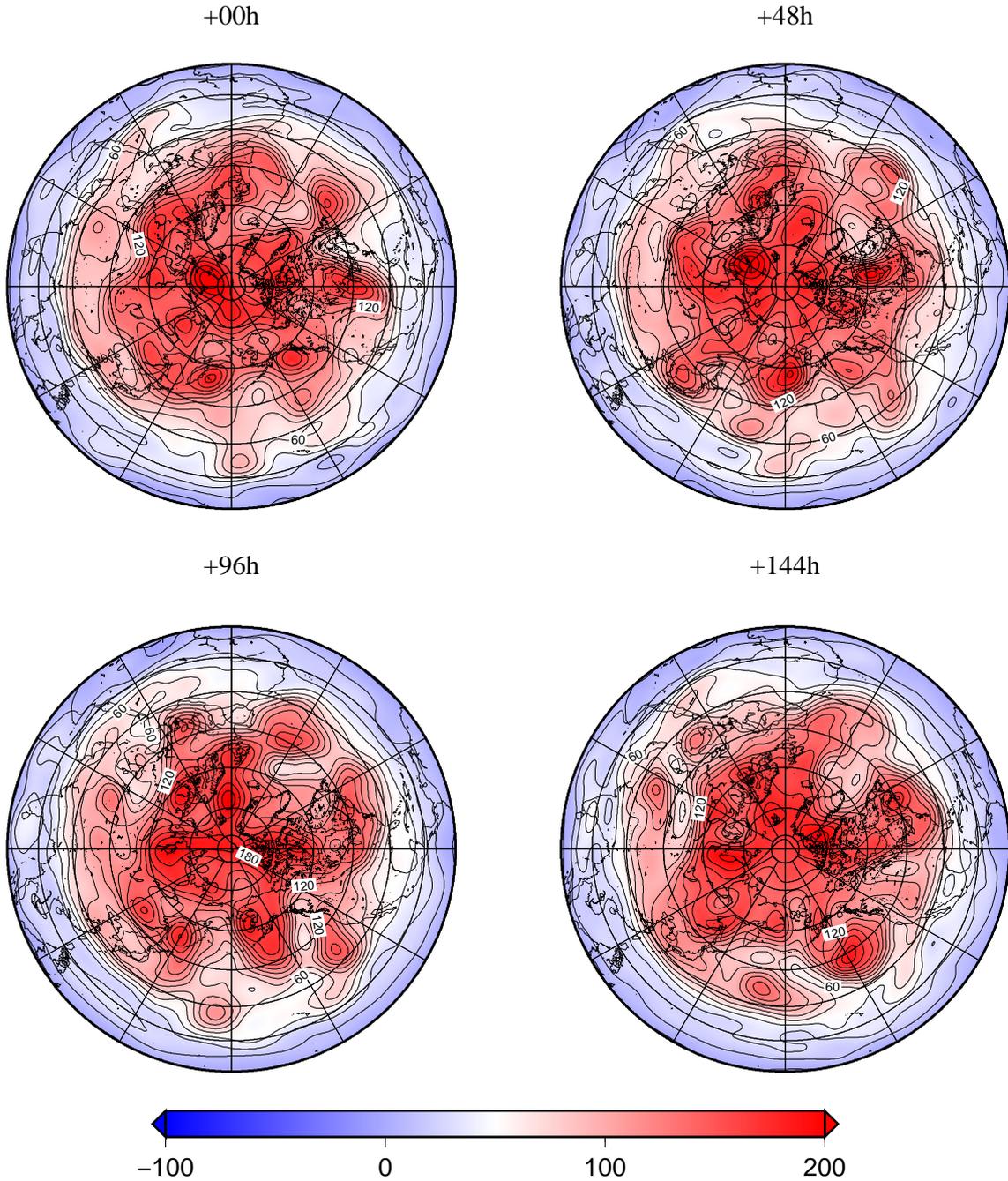


図 35: NCEP/NCER 再解析データ順圧高度場内の渦位の時系列変化

Potential Vorticity

20101201

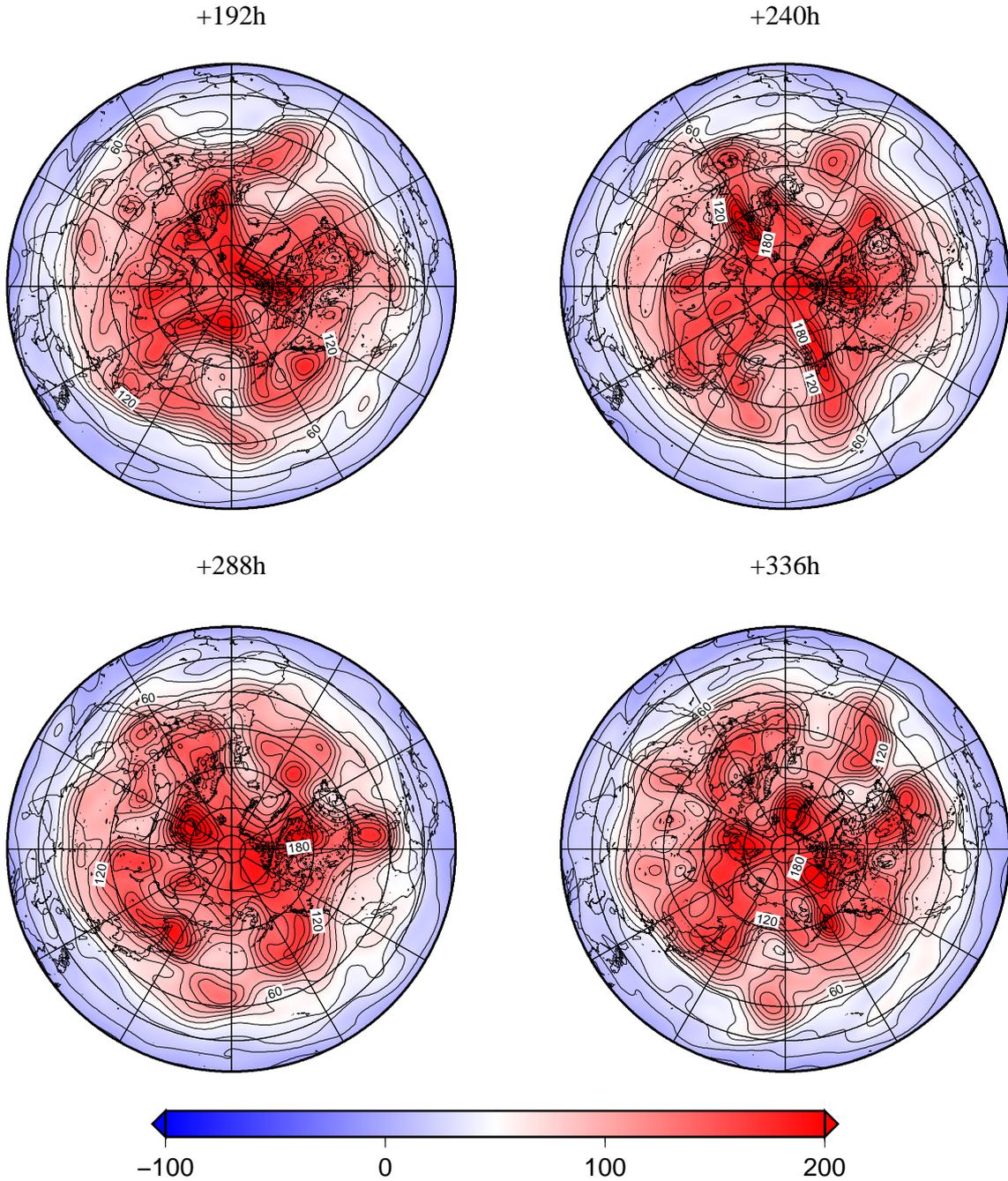
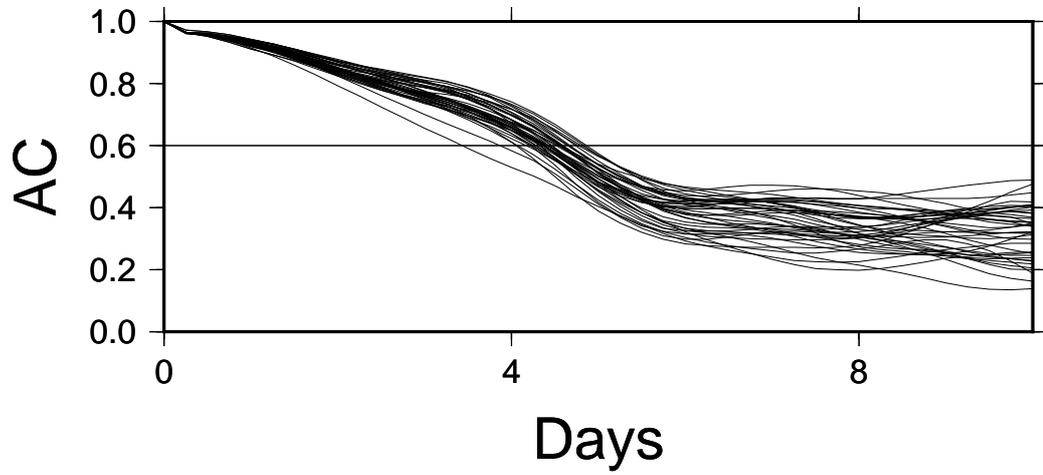


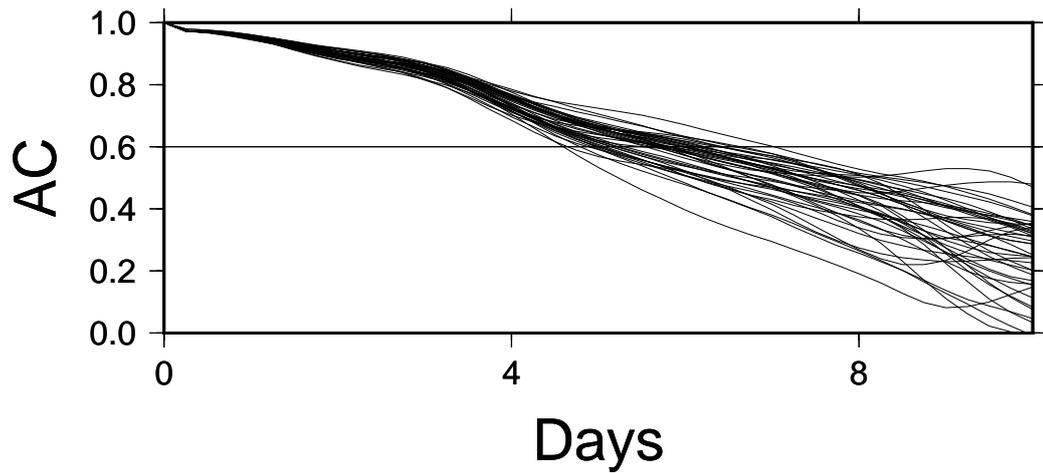
図 36: NCEP/NCER 再解析データ順圧高度場内の渦位の時系列変化

Anomaly Correlation

before BLOCKING(20101201)



BLOCKING(20101205)



after BLOCKING(20101211)

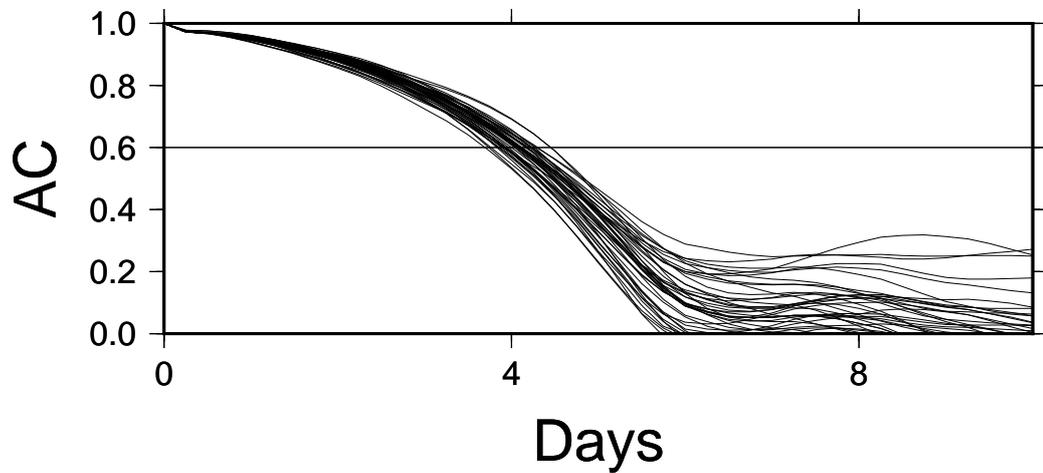


図 37: ブロッキング発生前、発生中、終了前の再解析値と予測値のアノマリー相関

Barotropic Height (ANALYSIS)

19770115

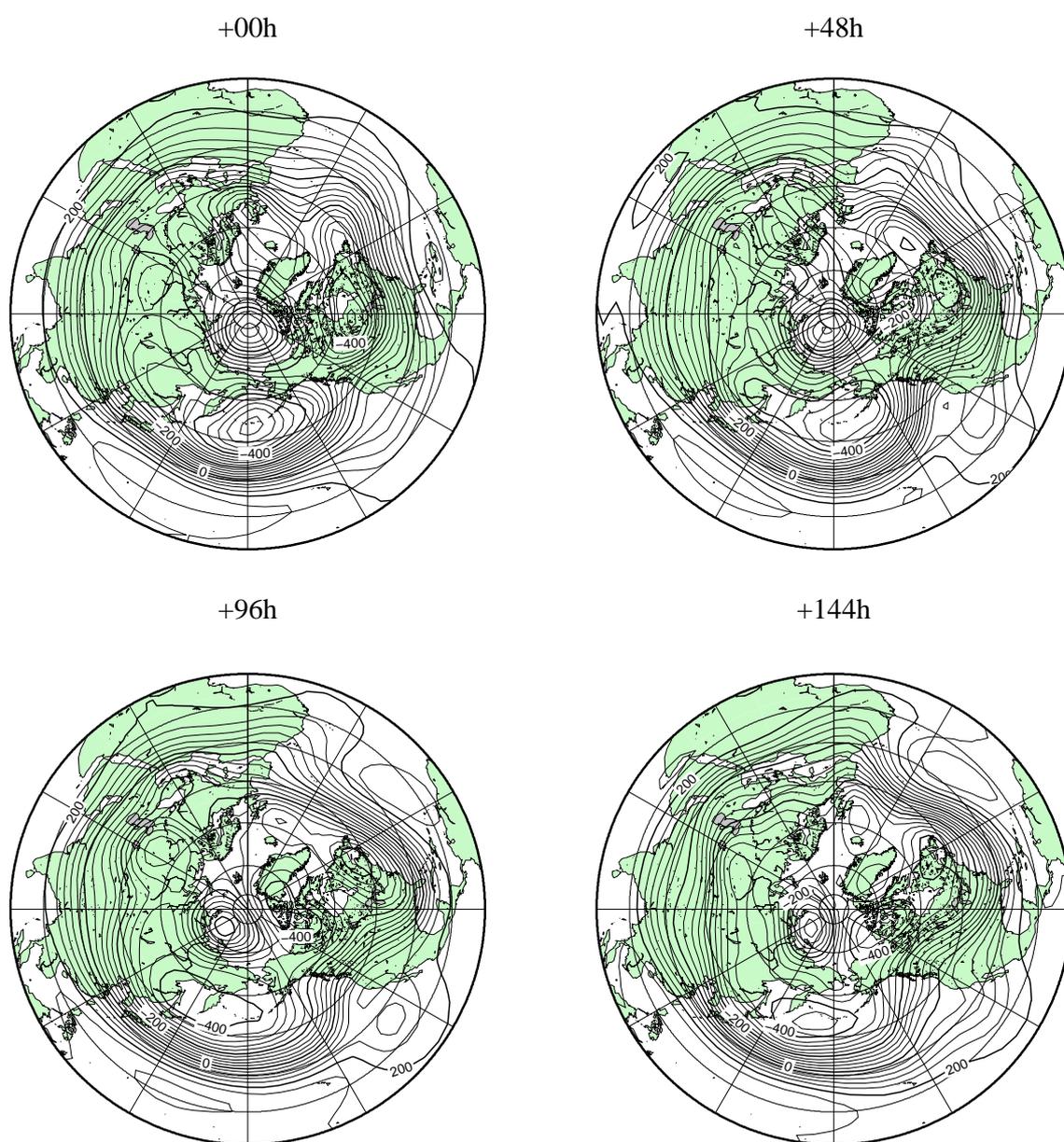


図 38: NCEP/NCAR 再解析データ 順圧高度場の時系列変化

Barotropic Height (ANALYSIS)

19770115

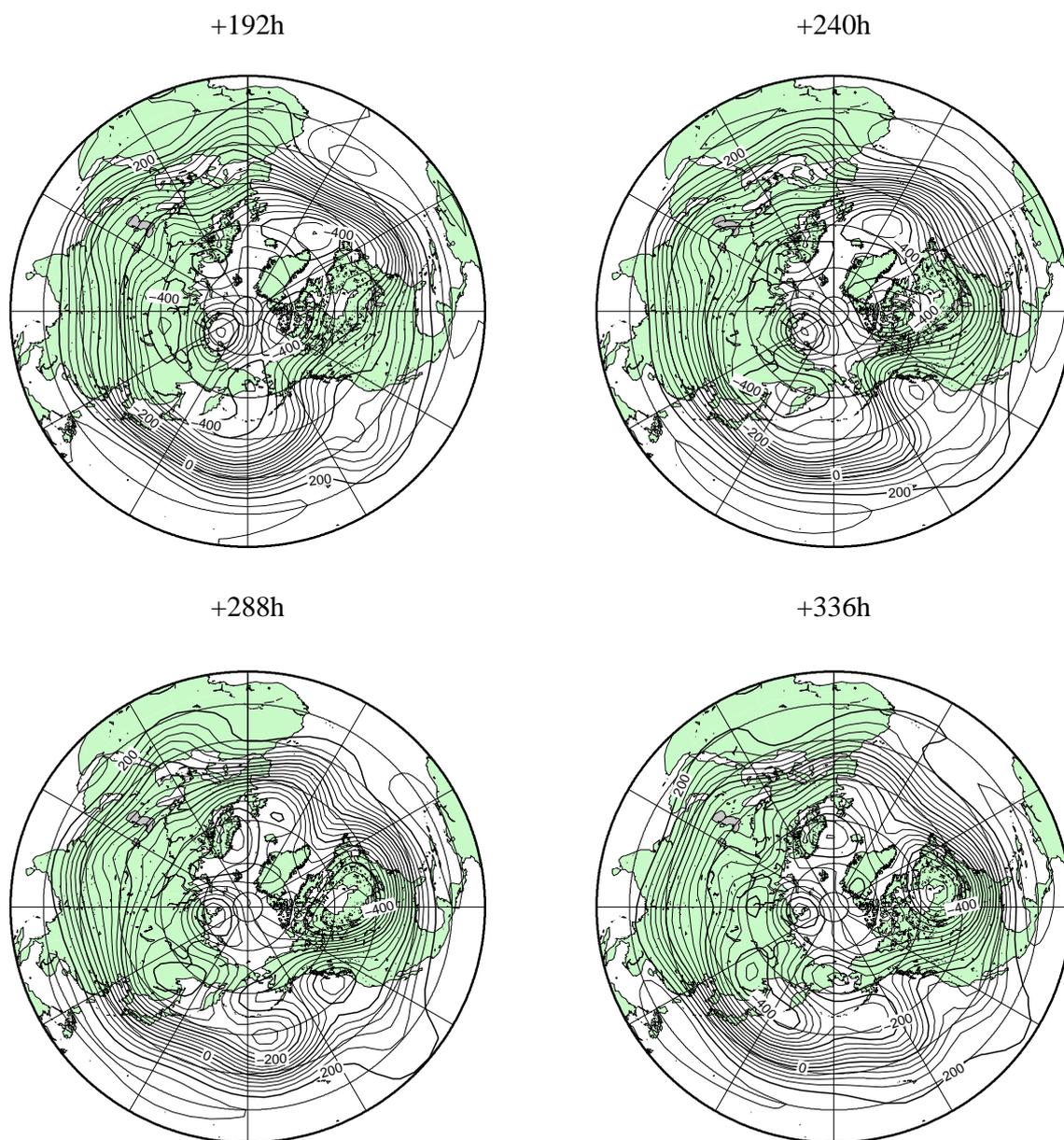


図 39: NCEP/NCAR 再解析データ順圧高度場の時系列変化

Barotropic Height (PREDICTION)

19770115

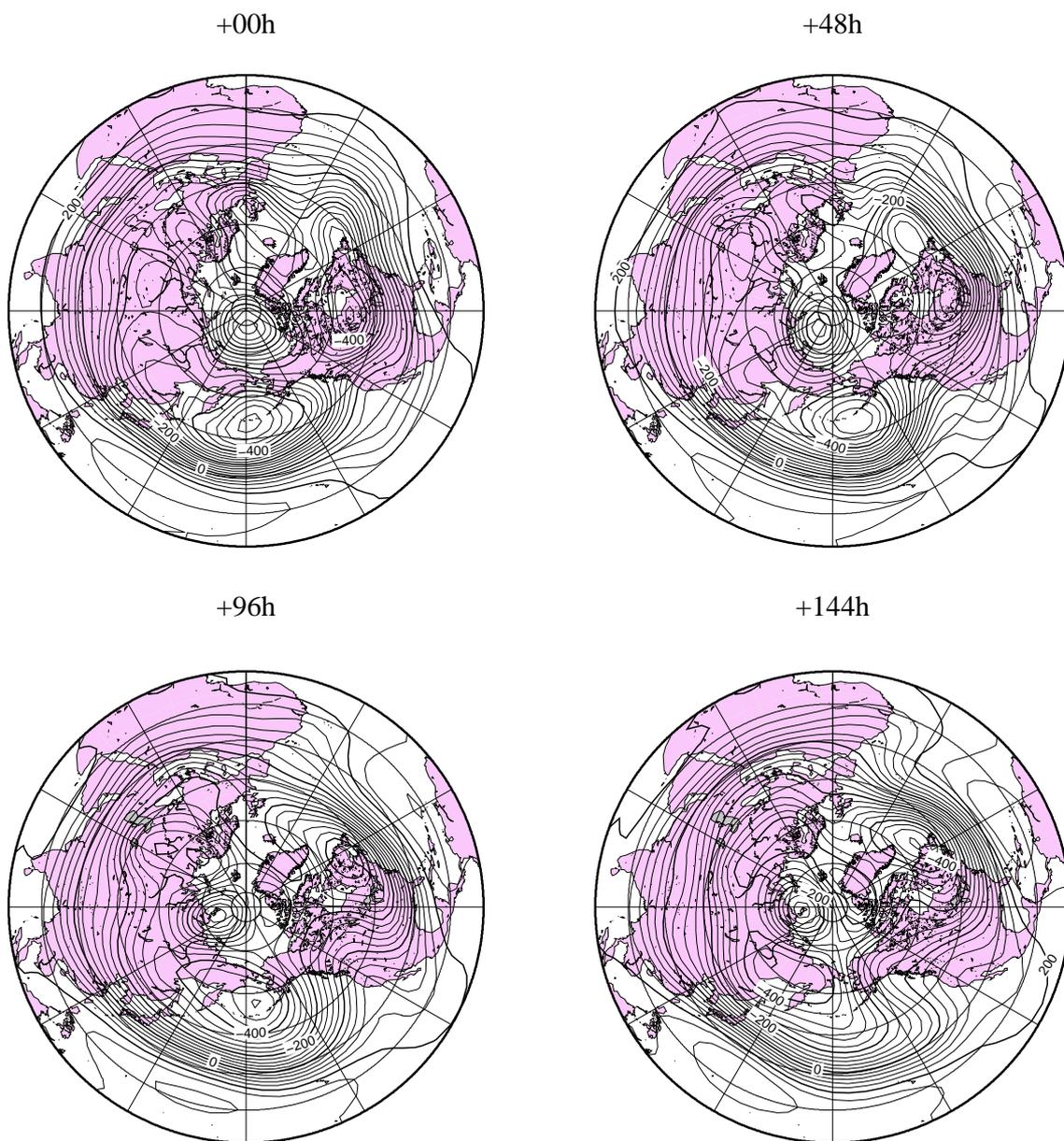


図 40: NCEP/NCAR 再解析データの初期値から予測されたモデルの時系列変化

Barotropic Height (PREDICTION)

19770119

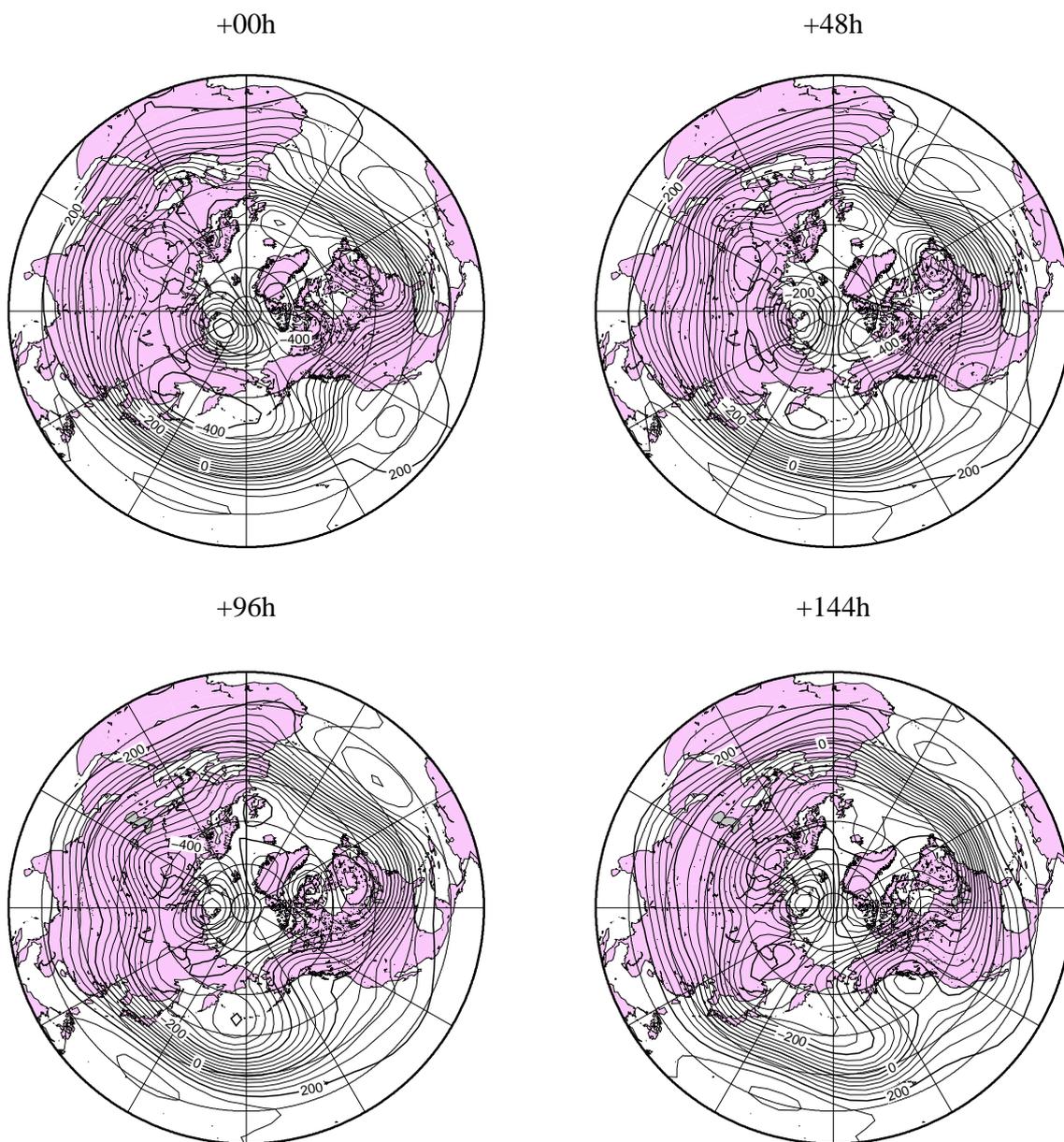


図 41: NCEP/NCAR 再解析データの初期値から予測されたモデルの時系列変化

Barotropic Height (PREDICTION)

19770125

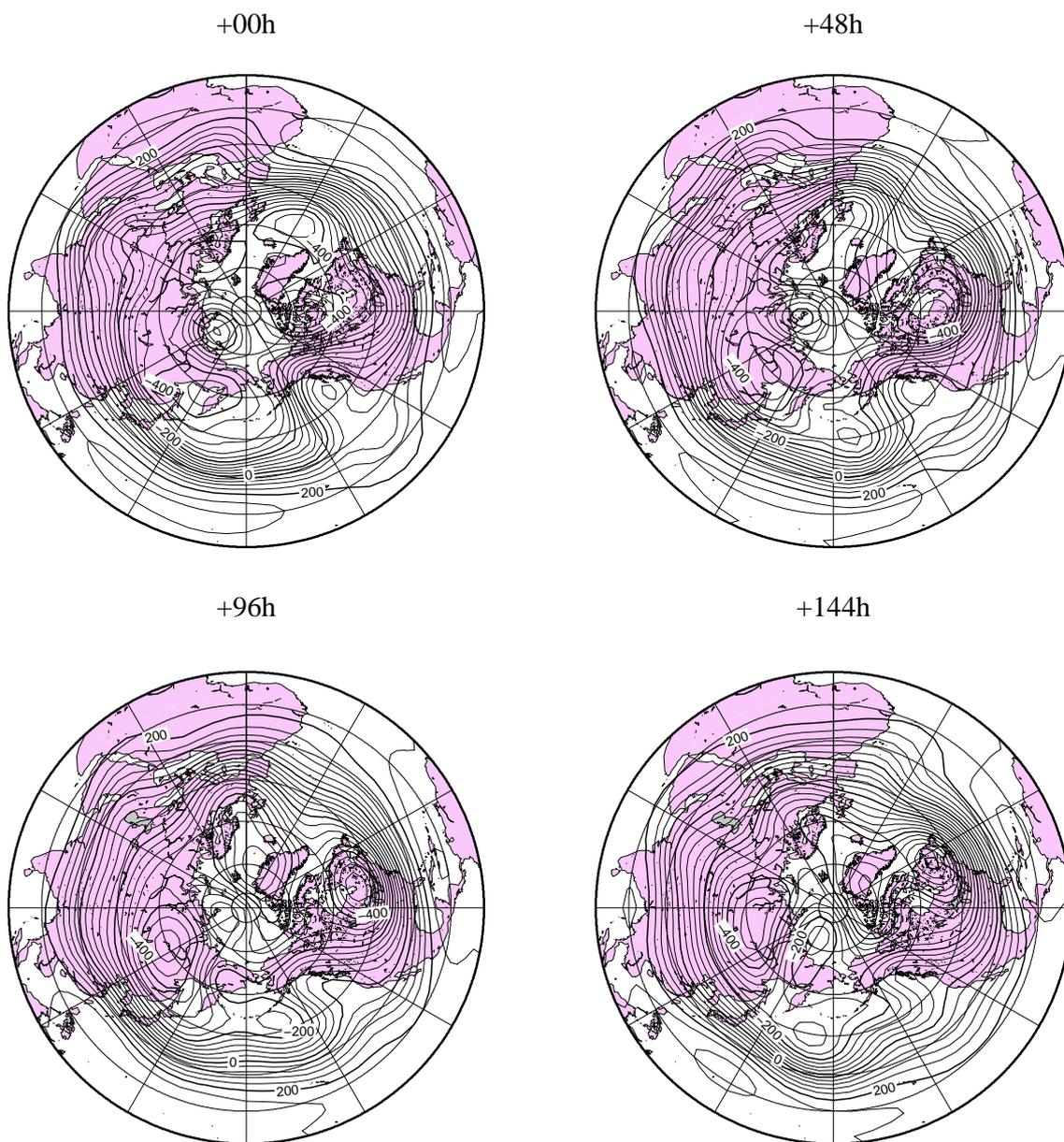


図 42: NCEP/NCAR 再解析データの初期値から予測されたモデルの時系列変化

Potential Vorticity

19770115

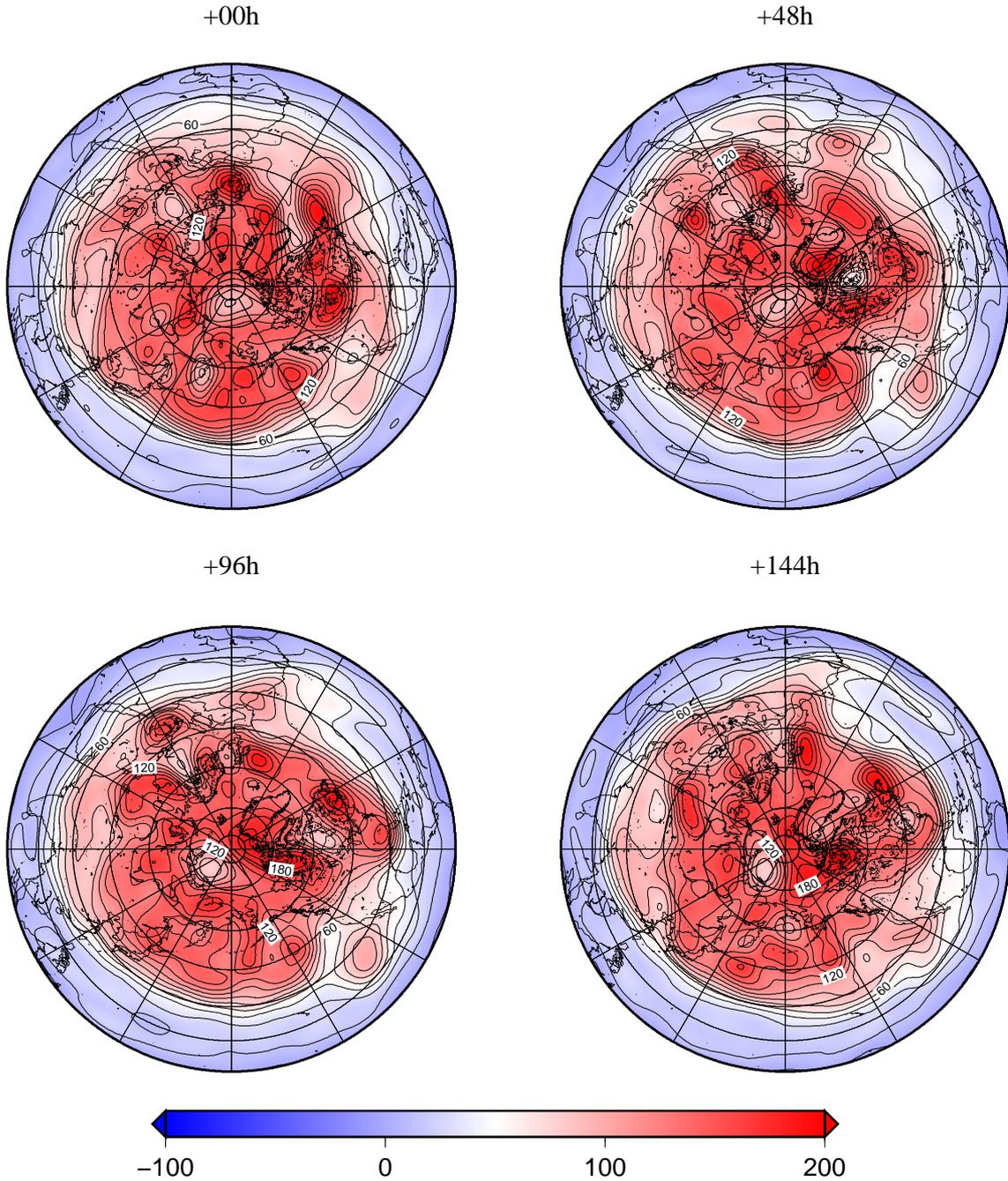


図 43: NCEP/NCER 再解析データ順圧高度場内の渦位の時系列変化

Potential Vorticity

19770115

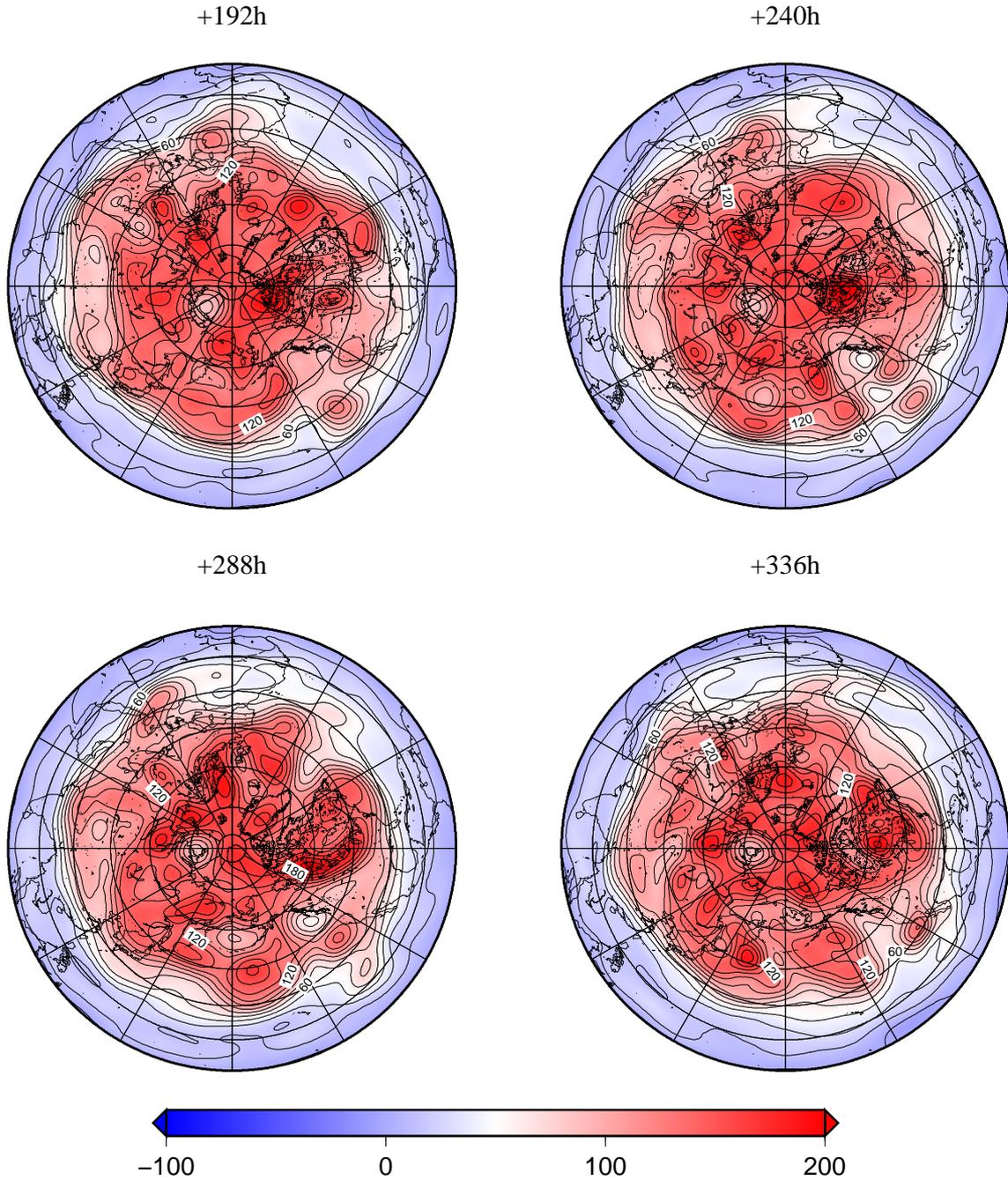
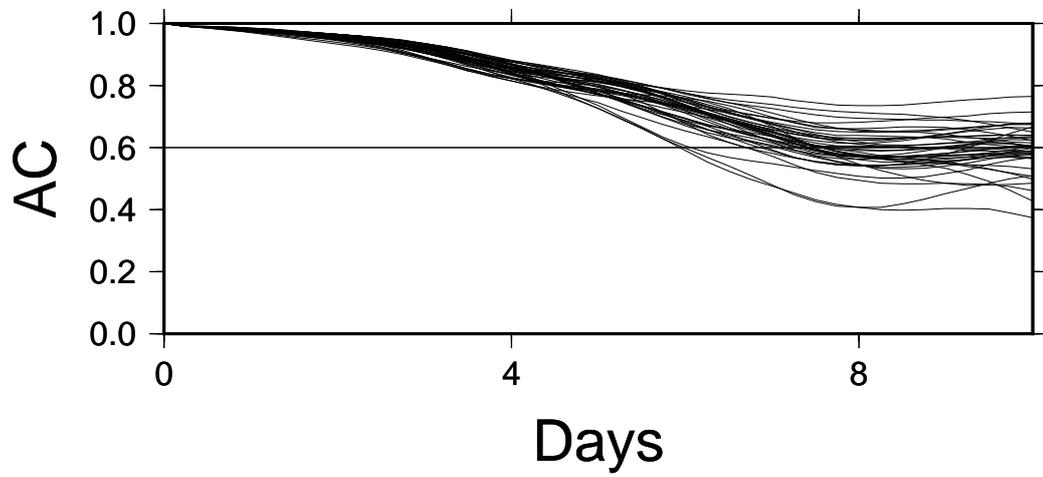


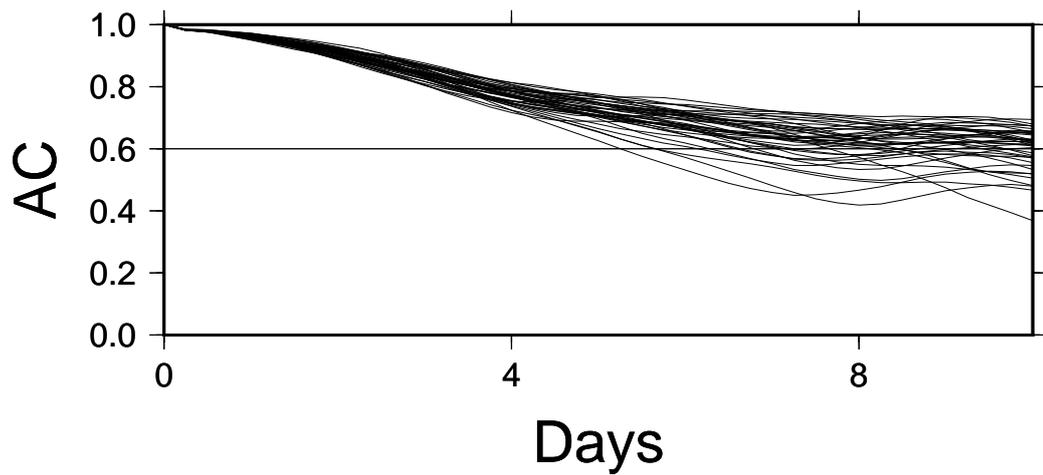
図 44: NCEP/NCER 再解析データ順圧高度場内の渦位の時系列変化

Anomaly Correlation

before BLOCKING(19770115)



BLOCKING(19770119)



after BLOCKING(19770125)

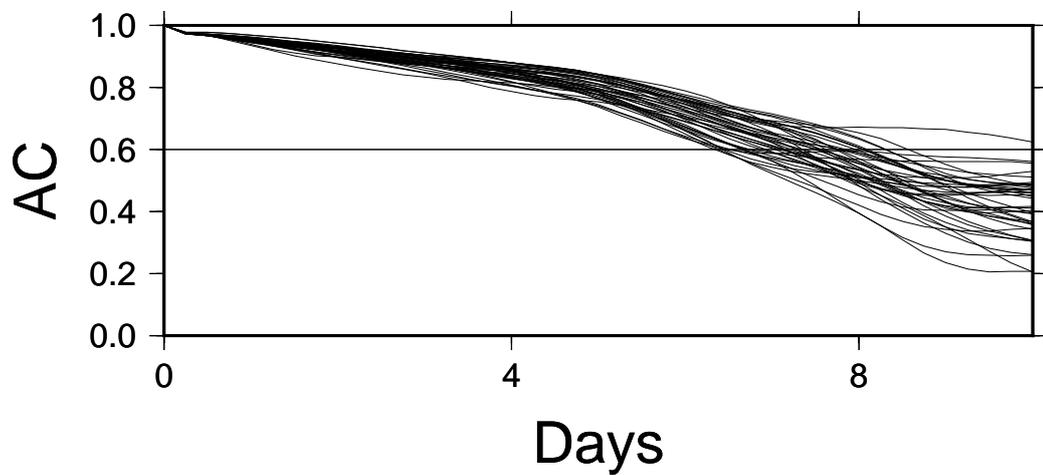


図 45: ブロッキング発生前、発生中、終了前の再解析値と予測値のアノマリー相関