平成25年度　卒業論文

JRA-55長期再解析データを用いた順圧S-Modelによる予報実験

筑波大学生命環境学群地球学類

地球環境学主専攻

201010771

市川　幸宏

2014年1月

目 次

JRA-55 長期再解析データを用いた順圧 S-Model による予報実験

市川　幸宏

要旨

中期数値予報には、非線形流体のカオスの壁に妨げられるために、予報限界が存在するとされる。現業の数値予報モデルでさえ、決定論的天気予報の限界は 7 日から 8 日である。この予報限界を克服するために、ある程度の空間的・時間的な平均場を予測する手法が注目されている。

Tanaka (1991) は、大気の鉛直平均量である順圧成分を予測する順圧大気大循環モデルを開発した。このモデルでは、地形強制、傾圧不安定、粘性摩擦、地表摩擦といった効果は外部強制項 (外力) で与えなくてはならない。本研究で用いた順圧 S-Model は、その外力を過去の統計値から線形回帰よって求めているモデルである。

順圧 S-Model での予報精度を向上させるためには、使用する統計データをより精確なものにする方法が考えられる。そこで本研究では、統計データとして、最新の JRA-55 を使用し、順圧 S-Model を再構築し, 予報実験を行った。しかし、NCEP /NCAR の再解析データを使用した予報実験と比較したところ、予報限界は変わらないことがわかった。JRA-55 と NCEP /NCAR 再解析データの解析値の差は 1 %～10 %程度であったが、JRA-55 のデータにも NCEP /NCAR 再解析データと同程度の誤差があるためであると考えられる。

キーワード: 数値予報, 予報限界, 順圧大気大循環モデル, 順圧 S-Model モデル, JRA-55, NCEP/NCAR 再解析

A Study of Predictability of Barotropic S-Model by JRA-55 Data

Yukihiro Ichikawa

Abstract

It is assumed that the mid-term numeric forecast has limitation, because there is the wall of the chaos of a nonlinear fluid. Forecast period is seven or eight day, even the numeric forecast model on active service. It is paid to attention that the technique for forecasting by spatial mean and time mean field to overcome this forecast limit.

Barotropic general circulation model is developed by Tanaka (1991). This model predicts barotropic element that is vertical mean component of the atmosphere. For this model, we have to give the effects of topographic forcing, baroclinic instability, and friction by Ekman pumping, etc. by the external forcing. Barotropic S-Model in this study, external forcing is obtained statistically from observation.

To improve the forecast accuracy, we have to use good data set. So, in this study, we use the JRA-55 the latest reanalysis data set as a statistical data, and we experiment predictability. But, it is found that JRA-55's accuracy is as well as NCEP/NCAR reanalysis, as a result. The result shows that the JRA-55 data is not much predictable than NCEP/NCAR reanalysis data in a barotropic long-range forecasting model. JRA-55 has errors as well as NCEP/NCAR reanalysis.

Key Words: Numeric forecast, Barotropic general circulation model, Barotropic S-model, JRA-55 , NCEP/NCAR reanalysis

図 目 次

1　はじめに

近年では数値予報が天気予報の根幹を担い、数値予報モデルはめざましい発展と成長を続けてきた。しかし、短期的な予報の精度は格段に向上してきているものの、中期的な予報では限界が指摘されている。現業の数値予報モデルでさえ、決定論的天気予報は 7 日程度が限界である。

この予報限界は、 Lorenz (1963; 1969) では、非線形流体のカオスの壁に妨げられるためとされた。流体の力学系を数値的に表現しその将来を予測しようとすると、初期値に含まれる微小な誤差が急速に成長することで、本当の解軌道から離れていってしまう。このため、例え完璧な予報モデルができたとしても、初期値の問題が解決されない限り、数値予報には予報限界が存在するのである。

カオスの壁を越えようとする試みは多くの研究で見られる。それらの中で、近年ではアンサンブル予報が主流となってきた。これは、意図的な誤差をはじめから与えてしまい、何種類かの異なる初期値から計算をし、その結果を平均することで予報に活用しようというものである。

一方で、ある程度、時間的・空間的に平均された場を予測することにも可能性が見出されている。その方法として、大気の鉛直平均量である順圧成分を予報する方法が挙げられる。ブロッキングや北極振動は、長期間持続される現象で、長い間同じような気象現象をもたらすために異常気象が発生しやすく、中期予報をする上で重要な対象となってきた。それらの運動は低周波で順圧構造を持っているという特徴がある。順圧成分による予報が注目されるのはこのためである。

そこで Tanaka (1991) は、順圧成分を予測する順圧大気大循環モデルを開発した。このモデルは、鉛直構造関数と水平構造関数を基底にとった 3 次元スペクトルプリミティブ方程式で構成される新しい大循環モデルである。このモデルでは、地形強制、傾圧不安定、粘性摩擦、地表摩擦といった効果は外部強制項 (外力) で与えなくてはならないため、外力の定式化が課題である。Tanaka and Nohara (2001) は、外力を観測値から診断的に求めてモデルを構築すれば、初期値から 100 日以上も現実大気と同じ時間発展をすることを示した。つまり、外力さえ精度よく与えることができれば、このモデルが予報モデルとして使えることを意味している。完璧 (perfect) な外力を与えるこのモデルは順圧 P-Model と呼ばれる。しかし、外力を精度よく求めることは容易ではない。Tanaka (1998) では、外力を、地形、傾圧不安定、粘性摩擦、地表摩擦の各項で定式化し実験をおこなっている。このモデルは、ブロッキングのライフサイクルを再現するために作られたので、頭文字

をとって B-Model と呼ばれる。その結果は、ブロッキングのライフサイクルの再現に成功できたものの、外力を線形近似で求めているために、現実の大気に対しては完璧ではなかった。そこで、 Tanaka and Nohara (2001) では、過去の観測値から線形回帰により統計的（statistically）に外力を求めることを試みた。本研究で用いる筑波大学順圧 S-Model である。現在のところは、順圧 S-Model でも予報限界は 8 日程度であり、最適外力を求めるための更なる計算手法の開発と、より精度の高い統計データが求められている。

順圧 S-Model では、外力を過去の観測値から線形回帰により統計的に求めているので、豊富でかつ精確な統計データが必要である。この要求を満たしてくれるものに再解析データがある。再解析データとは、同一の数値予報モデルとデータ同化手法を用いて過去数十年間にわたりデータ同化を行い、長期間にわたって出来る限り均質になるように作成したデータセットのことである。これまでの実験では、 National Centers for Environmental Prediction (NCEP)/ National Center for Atmospheric Research (NCAR) による再解析データが用いられてきた。しかし、数値予報モデルやデータ同化手法は、年々著しく高度化している。よって、最新の再解析データを用いれば、予報限界の延長が期待できる。

以前には、井尾 (2005) で NCEP/ NCAR の再解析データと European Centre for Medium-Range Weather Forecasts (ECMWF) が公開している European 40-year ReAnalysis (ERA-40) とが比較されている。井尾 (2005) によると、ERA-40 データでは外力をうまく計算することができず、ほとんどの期間で、予報し得る日数は NCEP/ NCAR を下回ったと報告されている。

一方で、2013 年には気象庁から最新の再解析データ Japanese 55-year ReAnalysis (JRA-55) が公開され、注目を集めている。JRA-55 の特徴としては、空間解像度が高いこと、データ同化の手法に 4 次元変分法が導入されていること、 CO_2 の効果が考慮されていることなどが挙げられる。本研究では、JRA-55 に期待し、予報限界がどれくらい延びるのか調査する。

2 目的

本研究では、より精度が良くなったとされる最新の JRA-55 長期再解析データを用いて、順圧 S-Model を再構築し予報精度を検証することを目的とする。

まずはじめに、JRA-55 には NCEP/ NCAR の再解析データと比較して、ジオポテンシャル高度や風速といった要素のデータに、どのような特徴があるのかを調査する。

次に、ブロッキング現象を中心に、実際に発生した過去の事例について、順圧 S-Model モデルによる再現実験を実施する。各事例ごとに、JRA-55 による結果と NCEP/ NCAR 再解析データによる結果を比較し、それらの違いの特徴を把握する

最後に、多数の予報実験を行い、その結果から JRA-55 を用いることの優位性を評価する。

3　使用データ

本研究で使用したデータは、JRA-55 および NCEP/ NCAR 再解析データである。その詳細は以下の通りである。

使用期間	$JRA-55$	1958 年 1 月 – 2012 年 12 月
	$NCEP/NCAR$	1950 年 1 月 – 2010 年 12 月
時間間隔	00, 06, 12, 18Z	
気象要素	u(m/s), v(m/s), Z(gpm)	
水平グリッド間隔	2.5°× 2.5°	
鉛直グリッド間隔	1000, 925, 850, 700, 600, 500, 400, 300, 200, 150, 100, 70, 50, 30, 20, 10 hPa の 17 層	
解析範囲	全球	

使用期間にずれがあるが、本研究では期間を合わせることよりも、使用できる期間をできる限り長くとることを重視する。

また、JRA-55 の解像度は、水平グリッド間隔が 1.25°× 1.25°、鉛直グリッドは 37 層である。空間解像度の高さが JRA-55 の特徴の一つであるが、全グリッドのデータには、高い空間解像度でのデータ同化の計算結果が反映されているものと考え、本研究で使用するグリッド間隔は NCEP/ NCAR 再解析データに準じる。

4　解析方法

本章では、まず第 1 節で基礎方程式系を示し、第 2 節で順圧大循環モデルの基礎となるプリミティブスペクトル方程式を導く。第 3 節ではプリミティブスペクトル方程式から順圧成分を抽出する方法、第 4 節では順圧 S-Model の構築方法を解説する。最後に、第 5 節で JRA-55 と NCEP/ NCAR 再解析データとを比較する方法、第 6 節で予報実験の評価方法を説明する。

4.1　基礎方程式系

本研究で使われる大気大循環モデルの基礎方程式系は、球座標表現（緯度 θ 、経度 λ 、気圧 p ）で表したプリミティブ方程式系であり、3 つの予報方程式と 3 つの診断方程式から成り立つ。

・水平方向の運動方程式（予報方程式）

$$\frac{\partial u}{\partial t} - 2\Omega \sin\theta \cdot v + \frac{1}{a\cos\theta}\frac{\partial \phi}{\partial \lambda} = -\mathbf{V}\cdot\nabla u - \omega\frac{\partial u}{\partial p} + \frac{\tan\theta}{a}uv + F_u \tag{1}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + 2\Omega \sin\theta \cdot u + \frac{1}{a}\frac{\partial \phi}{\partial \theta} = -\mathbf{V}\cdot\nabla v - \omega\frac{\partial v}{\partial p} - \frac{\tan\theta}{a}uu + F_v \tag{2}$$

・熱力学の第一法則（予報方程式）

$$\frac{\partial c_p T}{\partial t} + \mathbf{V}\cdot\nabla c_p T + \omega\frac{\partial c_p T}{\partial p} = \omega\alpha + Q \tag{3}$$

・質量保存則（診断方程式）

$$\frac{1}{a\cos\theta}\frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{1}{a\cos\theta}\frac{\partial v\cos\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial \omega}{\partial p} = 0 \tag{4}$$

・状態方程式（診断方程式）

$$p\alpha = RT \tag{5}$$

・静力学平衡近似の式（診断方程式）

$$\frac{\partial \phi}{\partial p} = -\alpha \tag{6}$$

ただし、水平移流に関しては

$$\mathbf{V}\cdot\nabla(\quad) = \frac{u}{a\cos\theta}\frac{\partial(\quad)}{\partial \lambda} + \frac{v}{a}\frac{\partial(\quad)}{\partial \theta} \tag{7}$$

である。

上記の方程式系で用いられている記号は以下のとおりである。

θ	:	緯度	ω	:	鉛直 p 速度 $(\equiv \frac{dp}{dt})$
λ	:	経度	F_u	:	東西方向の摩擦力
p	:	気圧	F_v	:	南北方向の摩擦力
t	:	時間	Q	:	非断熱加熱率
u	:	東西風速度	Ω	:	地球の自転角速度 (7.29×10^{-5} [rad/s])
v	:	南北風速度	a	:	地球の半径 (6371.22 [km])
ϕ	:	ジオポテンシャル	c_p	:	定圧比熱 (1004 [$\mathrm{JK^{-1}kg^{-1}}$])
T	:	気温	R	:	乾燥空気の気体定数 (287.04 [$\mathrm{JK^{-1}kg^{-1}}$])
α	:	比容			

Tanaka (1991) によると、熱力学の第一法則の式 (3) に、質量保存則の式 (4)、状態方程式 (5)、静力学平衡近似の式 (6) を代入することで、基礎方程式系を 3 つの従属変数 (u, v, ϕ) のそれぞれの予報方程式で表すことができる。

まずはじめに、気温 T と比容 α とジオポテンシャル高度 ϕ について、以下のような摂動を考える。

$$T(\theta, \lambda, p, t) = T_0(p) + T'(\theta, \lambda, p, t) \tag{8}$$

$$\alpha(\theta, \lambda, p, t) = \alpha_0(p) + \alpha'(\theta, \lambda, p, t) \tag{9}$$

$$\phi(\theta, \lambda, p, t) = \phi_0(p) + \phi'(\theta, \lambda, p, t) \tag{10}$$

ここで、T_0, α_0, ϕ_0 はそれぞれの全球平均量で p のみの関数である。また、T', α', ϕ' はそれぞれの摂動を表し、全球平均量からの偏差量である。

これにより、診断方程式 (5), (6) も以下のように、基本場（全球平均）に関する式と、摂動に関する式とに分けることができる。

＜基本場＞

$$p\alpha_0 = RT_0 \tag{11}$$

$$\frac{\partial \phi_0}{\partial p} = -\alpha_0 \tag{12}$$

＜摂動＞

$$p\alpha' = RT' \tag{13}$$

$$\frac{\partial \phi'}{\partial p} = -\alpha' \tag{14}$$

以上の式 (8)〜(14) を用いて、熱力学第一法則の式 (3) を変形する。

$$\frac{\partial c_p T}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla c_p T + \omega \frac{\partial c_p T}{\partial p} = \omega \alpha + Q \tag{15}$$

右辺第一項を左辺へ移項して、

$$c_p \frac{\partial T}{\partial t} + c_p \mathbf{V} \cdot \nabla T + c_p \omega \left(\frac{\partial T}{\partial p} - \frac{\alpha}{c_p} \right) = Q \tag{16}$$

式 (8), (9) より、

$$c_p \frac{\partial}{\partial t}(T_0 + T') + c_p \mathbf{V} \cdot \nabla (T_0 + T') + c_p \omega \left[\frac{\partial}{\partial p}(T_0 + T') - \frac{\alpha_0}{c_p} - \frac{\alpha'}{c_p} \right] = Q \tag{17}$$

T_0 は p のみの関数であるので、

$$c_p \frac{\partial T'}{\partial t} + c_p \mathbf{V} \cdot \nabla T' + c_p \omega \left(\frac{dT_0}{dp} + \frac{\partial T'}{\partial p} - \frac{\alpha_0}{c_p} - \frac{\alpha'}{c_p} \right) = Q \tag{18}$$

$$\frac{\partial T'}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla T' + \omega \left(\frac{dT_0}{dp} - \frac{\alpha_0}{c_p} \right) + \omega \left(\frac{\partial T'}{\partial p} - \frac{\alpha'}{c_p} \right) = \frac{Q}{c_p} \tag{19}$$

式 (11), (13) より、

$$\frac{\partial T'}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla T' + \omega \left(\frac{dT_0}{dp} - \frac{RT_0}{pc_p} \right) + \omega \left(\frac{\partial T'}{\partial p} - \frac{RT'}{pc_p} \right) = \frac{Q}{c_p} \tag{20}$$

ここで、全球平均気温 T_0 と、そこからの偏差量 T' との間には、 $T_0 \gg T'$ が成り立つので、左辺第 4 項における、気温の摂動の断熱変化項は無視することができる。つまり、

$$\left| \omega \frac{RT_0}{pc_p} \right| \gg \left| \omega \frac{RT'}{pc_p} \right| \tag{21}$$

である。このような近似は、下部成層圏においてよく成り立つことが示されている (Holton, 1975)。よって、

$$\frac{\partial T'}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla T' + \omega \frac{\partial T'}{\partial p} + \omega \left(\frac{dT_0}{dp} - \frac{RT_0}{pc_p} \right) = \frac{Q}{c_p} \tag{22}$$

また、左辺第 3 項に関して、全球平均気温 T_0 を用いることで、以下のような大気の静的安定度パラメータ γ を導入することができる (Tanaka, 1985)。

$$\gamma(p) \equiv \frac{RT_0(p)}{c_p} - p\frac{dT_0(p)}{dp} \tag{23}$$

よって、

$$\frac{\partial T'}{\partial t} + \mathbf{V}\cdot\nabla T' + \omega\frac{\partial T'}{\partial p} - \frac{\omega\gamma}{p} = \frac{Q}{c_p} \tag{24}$$

となる。

ここで、式 (13), (14) より、

$$T' = \frac{p\alpha'}{R} = -\frac{p}{R}\cdot\frac{\partial\phi'}{\partial p} \tag{25}$$

なので、

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(-\frac{p}{R}\cdot\frac{\partial\phi'}{\partial p}\right)+\mathbf{V}\cdot\nabla\left(-\frac{p}{R}\cdot\frac{\partial\phi'}{\partial p}\right)+\omega\frac{\partial}{\partial p}\left(-\frac{p}{R}\cdot\frac{\partial\phi'}{\partial p}\right)-\frac{\omega\gamma}{p} = \frac{Q}{c_p} \tag{26}$$

両辺に $\dfrac{p}{\gamma}$ をかけると、

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(-\frac{p^2}{\gamma R}\cdot\frac{\partial\phi'}{\partial p}\right) - \frac{p^2}{\gamma R}\mathbf{V}\cdot\nabla\frac{\partial\phi'}{\partial p} - \frac{\omega p}{\gamma}\frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{p}{R}\cdot\frac{\partial\phi'}{\partial p}\right) - \omega = \frac{pQ}{c_p\gamma} \tag{27}$$

となる。式 (27) によって、熱力学の第一法則の式 (3) を従属変数 ϕ' のみで表すことができた。これで、方程式系 (1), (2), (27) は、閉じることができたが、質量保存則の式 (4) を組み込むために、さらに式 (27) の両辺を p で微分する。

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t}\left[-\frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{p^2}{\gamma R}\cdot\frac{\partial\phi'}{\partial p}\right)\right] - \frac{\partial}{\partial p}\left[\frac{p^2}{\gamma R}\mathbf{V}\cdot\nabla\frac{\partial\phi'}{\partial p} + \frac{\omega p}{\gamma}\frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{p}{R}\cdot\frac{\partial\phi'}{\partial p}\right)\right]& \\ - \frac{\partial\omega}{\partial p} = \frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{pQ}{c_p\gamma}\right)&\end{aligned} \tag{28}$$

ここで、式 (28) の第 3 項に、質量保存則 (4) を代入して、

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t}\left[-\frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{p^2}{\gamma R}\cdot\frac{\partial\phi'}{\partial p}\right)\right] + \frac{1}{a\cos\theta}\frac{\partial u}{\partial\lambda} + \frac{1}{a\cos\theta}\frac{\partial v\cos\theta}{\partial\theta}& \\ = \frac{\partial}{\partial p}\left[\frac{p^2}{\gamma R}\mathbf{V}\cdot\nabla\frac{\partial\phi'}{\partial p} + \frac{\omega p}{\gamma}\frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{p}{R}\cdot\frac{\partial\phi'}{\partial p}\right)\right] + \frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{pQ}{c_p\gamma}\right)&\end{aligned} \tag{29}$$

以上のように、熱力学第一法則の式 (3) から、気温 T と比容 α を消去し、摂動ジオポテンシャル ϕ' に関しての予報方程式 (29) を導くことができた。これで、3

つの従属変数 $(u,\, v,\, \phi')$ に対して、3 つの予報方程式 (1), (2), (29) が存在するので、解を一意的に求めることができる。

これら 3 つの予報方程式 (1), (2), (29) を、以下のような簡単な行列表示でまとめておく (Tanaka, 1991)。

$$\mathbf{M}\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \mathbf{L}\mathbf{U} = \mathbf{N} + \mathbf{F} \tag{30}$$

式 (30) の各項の意味は以下のとおりである。

U：従属変数ベクトル

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} u \\ v \\ \phi' \end{pmatrix} \tag{31}$$

M：線形演算子

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\partial}{\partial p}\frac{p^2}{\gamma R}\frac{\partial}{\partial p} \end{pmatrix} \tag{32}$$

L：線形演算子

$$\mathbf{L} = \begin{pmatrix} 0 & -2\Omega\sin\theta & \frac{1}{a\cos\theta}\frac{\partial}{\partial\lambda} \\ 2\Omega\sin\theta & 0 & \frac{1}{a}\frac{\partial}{\partial\theta} \\ \frac{1}{a\cos\theta}\frac{\partial}{\partial\lambda} & \frac{1}{a\cos\theta}\frac{\partial()\cos\theta}{\partial\theta} & 0 \end{pmatrix} \tag{33}$$

N：非線形項からなるベクトル

$$\mathbf{N} = \begin{pmatrix} -\mathbf{V}\cdot\nabla u - \omega\frac{\partial u}{\partial p} + \frac{\tan\theta}{a}uv \\ -\mathbf{V}\cdot\nabla v - \omega\frac{\partial v}{\partial p} - \frac{\tan\theta}{a}uu \\ \frac{\partial}{\partial p}\left[\frac{p^2}{\gamma R}\mathbf{V}\cdot\nabla\frac{\partial\phi'}{\partial p} + \frac{\omega p}{\gamma}\frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{p}{R}\frac{\partial\phi'}{\partial p}\right)\right] \end{pmatrix} \tag{34}$$

F：外部強制項からなるベクトル

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} F_u \\ F_v \\ \frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{pQ}{c_p\gamma}\right) \end{pmatrix} \tag{35}$$

モデルの基礎方程式系は式 (30) のようなベクトル方程式で構成されていて、時間変化項に含まれる従属変数ベクトル **U** を、他の 3 つの項（線形項：**LU**、非線形項：**N**、外部強制項：**F**）のバランスから予測するようなモデルであるといえる。

4.2 プリミティブスペクトル方程式の導出

4.2.1 線形方程式と変数分離

プリミティブ方程式系 (30) は非線形連立偏微分方程式である。はじめに、静止大気を基本場に選び、そこに微小擾乱が重なっているものとして方程式を摂動法により線形化すると、式 (34) は 2 次以上の摂動項が無視できて、結局 $\mathbf{N}=0$ となる。次に、摩擦・非断熱加熱項の外部強制項がないとすると $\mathbf{F}=0$ である。こうして方程式系 (30) は、以下の線形微分方程式になる。

$$\mathbf{M}\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t}+\mathbf{L}\mathbf{U}=0 \tag{36}$$

ここで、変数ベクトルを、

$$\mathbf{U}=\mathbf{U}_m(\lambda,\theta,t)G_m(p) \tag{37}$$

のように鉛直方向のみに依存した関数 $G_m(p)$ と水平方向と時間に依存した変数 $\mathbf{U}_m(\lambda,\theta,t)$ に変数分離する。添え字の m は、後述の鉛直モード番号を意味する。式 (36) に代入すると、

$$\begin{aligned}&\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & -\frac{\partial}{\partial p}\frac{p^2}{\gamma R}\frac{\partial}{\partial p}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\frac{\partial}{\partial t}u_m(\theta,\ \lambda,\ t)G_m(p)\\ \frac{\partial}{\partial t}v_m(\theta,\ \lambda,\ t)G_m(p)\\ \frac{\partial}{\partial t}\phi'_m(\theta,\ \lambda,\ t)G_m(p)\end{pmatrix}\\ &+\begin{pmatrix}0 & -2\Omega\sin\theta & \frac{1}{a\cos\theta}\frac{\partial}{\partial\lambda}\\ 2\Omega\sin\theta & 0 & \frac{1}{a}\frac{\partial}{\partial\theta}\\ \frac{1}{a\cos\theta}\frac{\partial}{\partial\lambda} & \frac{1}{a\cos\theta}\frac{\partial()\cos\theta}{\partial\theta} & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u_m(\theta,\ \lambda,\ t)G_m(p)\\ v_m(\theta,\ \lambda,\ t)G_m(p)\\ \phi'_m(\theta,\ \lambda,\ t)G_m(p)\end{pmatrix}=0\end{aligned} \tag{38}$$

＜第一成分＞

$$\frac{\partial}{\partial t}u_mG_m(p)-2\Omega\sin\theta\cdot v_mG_m(p)+\frac{1}{a\cos\theta}\frac{\partial}{\partial\lambda}\phi'_mG_m(p)=0$$

$$\therefore\quad \frac{\partial u_m}{\partial t}-2\Omega\sin\theta\cdot v_m+\frac{1}{a\cos\theta}\frac{\partial\phi'_m}{\partial\lambda}=0 \tag{39}$$

＜第二成分＞

$$\frac{\partial}{\partial t}v_mG_m(p)+2\Omega\sin\theta\cdot u_mG_m(p)+\frac{1}{a}\frac{\partial}{\partial\theta}\phi'_mG_m(p)=0$$

$$\therefore \quad \frac{\partial v_m}{\partial t} + 2\Omega \sin\theta \cdot u_m + \frac{1}{a}\frac{\partial \phi'_m}{\partial \theta} = 0 \tag{40}$$

＜第三成分＞

$$-\frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{p^2}{\gamma R}\frac{\partial}{\partial p}\phi'_m G_m(p)\right)\right] + \frac{1}{a\cos\theta}\frac{\partial}{\partial \lambda}u_m G_m(p) + \frac{1}{a\cos\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}v_m G_m(p)\cos\theta = 0$$

$$-\frac{\partial \phi'_m}{\partial t}\left[\frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{p^2}{\gamma R}\frac{\partial}{\partial p}G_m(p)\right)\right] + \frac{G_m(p)}{a\cos\theta}\frac{\partial u_m}{\partial \lambda} + \frac{G_m(p)}{a\cos\theta}\frac{\partial v_m\cos\theta}{\partial \theta} = 0$$

両辺を $G_m(p)$ 、 $\dfrac{\partial \phi'_m}{\partial t}$ で割って、

$$-\frac{1}{G_m(p)}\frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{p^2}{\gamma R}\frac{\partial}{\partial p}G_m(p)\right) + \frac{1}{\frac{\partial \phi'_m}{\partial t}}\left(\frac{1}{a\cos\theta}\frac{\partial u_m}{\partial \lambda} + \frac{1}{a\cos\theta}\frac{\partial v_m\cos\theta}{\partial \theta}\right) = 0$$

$$\underbrace{-\frac{1}{G_m(p)}\frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{p^2}{\gamma R}\frac{\partial}{\partial p}G_m(p)\right)}_{p\text{ のみの関数}} = \underbrace{-\frac{1}{\frac{\partial \phi'_m}{\partial t}}\left(\frac{1}{a\cos\theta}\frac{\partial u_m}{\partial \lambda} + \frac{1}{a\cos\theta}\frac{\partial v_m\cos\theta}{\partial \theta}\right)}_{\theta,\,\lambda,\,t\text{ の関数}} \tag{41}$$

式 (41) の左辺は p のみの関数、右辺は θ, λ, t の関数である。よって、式 (41) が成り立つのは、両辺が定数のときのみに限られる。

そこで、等価深度 h_m (equivalent height) を用いて、

$$-\frac{1}{G_m(p)}\frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{p^2}{\gamma R}\frac{\partial}{\partial p}G_m(p)\right) = \frac{1}{gh_m} \tag{42}$$

とすると、

$$\frac{1}{gh_m} + \frac{1}{\frac{\partial \phi'_m}{\partial t}}\left(\frac{1}{a\cos\theta}\frac{\partial u_m}{\partial \lambda} + \frac{1}{a\cos\theta}\frac{\partial v_m\cos\theta}{\partial \theta}\right)$$

$$\therefore \quad \frac{\partial \phi'_m}{\partial t} + gh_m\left(\frac{1}{a\cos\theta}\frac{\partial u_m}{\partial \lambda} + \frac{1}{a\cos\theta}\frac{\partial v_m\cos\theta}{\partial \theta}\right) = 0 \tag{43}$$

等価深度とは浅水方程式系の平均深度に対応するもので、高さの次元をもつ。それぞれの鉛直モードについて等価深度が存在することになる。

このようにして、水平方向と鉛直方向に変数分離することで、線形プリミティブ方程式系から鉛直構造方程式 (42) と水平構造方程式 (39)、(40)、(43) を導くことができる。鉛直構造方程式の解は鉛直構造関数、水平構造方程式の解は水平構造関数という。以下、その詳細について説明する。

4.2.2 鉛直構造関数

鉛直構造方程式 (42) を解くには上下の境界条件が必要であるが、それらは以下で与えられる。

$$\omega \to 0 \quad as \quad p \to 0 \tag{44}$$

$$(u, v, w) = 0, \quad at \quad p = p_s \tag{45}$$

ここで、$w = dz/dt$ である。式 (45) は下部境界において物理的な速度がゼロであるという条件を、式 (44) は上部境界において質量が保存されるという条件を表している。

これらの境界条件を鉛直構造関数に関する境界条件に置き換える。まず、熱力学の第一法則の式 (26) を線形化すると、

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{p^2}{\gamma R}\frac{\partial \phi'}{\partial p}\right) + \omega = 0 \tag{46}$$

となる。式 (46) に対して上部境界条件 (44) を考慮し、式 (37) を代入すると、

$$\frac{dG_m(p)}{dp} \to 0 \quad as \quad p \to 0 \tag{47}$$

という上部境界条件が得られる。次に、下部境界条件 (45) を、

$$gw = \left.\frac{d\phi'}{dt}\right|_{p=p_s} = \left[\frac{\partial \phi'}{\partial t} + \mathbf{V}\cdot\nabla\phi' + \omega\frac{\partial \phi'}{\partial p}\right]_{p=p_s} = 0 \tag{48}$$

として、これに状態方程式 (5)、静力学平衡近似の式 (6) を考慮すると、

$$\left.\frac{d\phi'}{ddt}\right|_{p=p_s} - \omega\frac{RT_s}{p_s} = 0 \tag{49}$$

となる (ただし、T_s は地表気圧 P_s に対する気温)。ここで式 (46) と式 (49) を使って ω を消去し、式 (37) を代入すると、

$$\frac{dG_m(p)}{dp} + \frac{\gamma}{p_s T_s}G_m(p) = 0 \quad at \quad p = p_s \tag{50}$$

という下部境界条件が得られる。

これにより、鉛直構造方程式 (42) は Sturm-Liouville タイプの境界値問題となり、有限要素法、あるいはガラーキン法 (Galerkin method) により解くことができる (Tanaka, 1985)。解法については、例えば Kasahara (1984) などがある。その際、式 (23) 中の静的安定度パラメータ γ を決定する必要がある。本実験では、1978

年 12 月から 1979 年 11 月までの、第 1 回 GARP (Global Atmospheric Research Program) 全球実験 (First GARP Global Experiment, FGGE) 期間中の平均気温データをもとに算出した (Tanaka and Kung, 1989)。

鉛直構造方程式 (42) の第 m モードの固有値は実数で等価深度 h_m 、固有解は $G_m(p)$ で以下の内積の下で正規直交系をなす。

$$< G_m(p), G_n(p) >= \frac{1}{p_s}\int_0^{p_s} G_m(p)G_n(p)\,dp = \delta_{mn} \tag{51}$$

ここで、添字 m, n は異なる固有ベクトルを意味し、 δ_{mn} はクロネッカーのデルタ、 p_s は平均地表気圧を示す。

このような鉛直構造関数 $G_m(p)$ の正規直交性を利用することで、気圧 p の任意の関数 $f(p)$ に関して、次の鉛直変換 (vertical transform) を導くことができる。

$$\begin{aligned} f(p) &= \sum_{m=0}^{\infty} f_m G_m(p) \qquad (52) \\ &= f_0G_0(p) + f_1G_1(p) + \cdots + f_mG_m(p) + \cdots \end{aligned}$$

ここで、 f_m は第 m 鉛直モードの鉛直変換係数である。

両辺に $G_m(p)$ をかけて、 p について 0 から p_s まで積分すると、

$$\begin{aligned} \int_0^{p_s} f(p)G_m(p)\,dp = \int_0^{p_s} (f_0G_0(p)G_m(p) + f_1G_1(p)G_m(p) + \\ \cdots + f_mG_m(p)G_m(p) + \cdots)\,dp \end{aligned} \tag{53}$$

$$\frac{1}{p_s}\int_0^{p_s} f(p)G_m(p)\,dp = f_m \cdot \underbrace{\frac{1}{p_s}\int_0^{p_s} G_m(p)G_m(p)\,dp}_{1} \tag{54}$$

よって、

$$f_m = \frac{1}{p_s}\int_0^{p_s} f(p)G_m(p)\,dp \tag{55}$$

この鉛直変換を用いて $\mathbf{U}$ を展開すると、

$$
\begin{aligned}
\mathbf{U} &= \begin{pmatrix} u \\ v \\ \phi' \end{pmatrix} \qquad : \ \mathbf{U}\ \text{は}\ \theta,\ \lambda,\ p,\ t\ \text{の関数} & (56)\\
&= \begin{pmatrix} u_0 \\ v_0 \\ \phi'_0 \end{pmatrix} G_0(p) + \begin{pmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \phi'_1 \end{pmatrix} G_1(p) + \cdots + \begin{pmatrix} u_m \\ v_m \\ \phi'_m \end{pmatrix} G_m(p) + \cdots & (57)\\
&= \sum_{m=0}^{\infty} \begin{pmatrix} u_m \\ v_m \\ \phi'_m \end{pmatrix} G_m(p) & (58)\\
&= \sum_{m=0}^{\infty} \mathbf{U}_m G_m(p) \qquad : \ \mathbf{U}_m\ \text{は}\ \theta,\ \lambda,\ t\ \text{の関数} & (59)
\end{aligned}
$$

ここで、展開係数は以下で得られる。

$$
\mathbf{U}_m = < \mathbf{U},\, G_m(p) > = \frac{1}{p_s} \int_0^{p_s} \mathbf{U}\, G_m(p)\, dp \tag{60}
$$

また、添字 m は鉛直モード (vertical mode number) を意味する。

- $m \geq 1$ ： 傾圧モード（内部モード） $\cdots$ 第 m モードは鉛直方向に m 個の節をもつ
- $m = 0$ ： 順圧モード（外部モード） $\cdots$ 鉛直方向に節をもたず、鉛直方向には値がほとんど変化しない（鉛直平均場）

本研究で使用した順圧 S-Model は、順圧スペクトルモデルのうち、鉛直モード $m = 0$ の順圧モードだけを考慮したモデルである。現実大気を鉛直方向に平均した大気特性をみるモデルであるといえる。この順圧モードの等価深度 h_0 は、第 1 回 GARP 全球実験で $h_0 = 9728.4\text{m}$ と求められている。

4.2.3　水平構造関数

水平構造方程式については、鉛直構造方程式を解く際に固有値として求められた等価深度 h_0 をもちいて解いていく。鉛直方向に変数分離したあとの第 m モードの時間・水平方向に関する方程式である式 (39)、(40) および (43) は行列表示で、

$$\mathbf{M}_m \frac{\partial \mathbf{U}_m}{\partial t} + \mathbf{L}\mathbf{U}_m = 0 \tag{61}$$

と書ける。ここで、

$$\mathbf{M}_m = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{gh_m} \end{pmatrix} \qquad \mathbf{U}_m = \begin{pmatrix} u_m \\ v_m \\ \phi'_m \end{pmatrix} \tag{62}$$

である。

また、従属変数 $\mathbf{U}_m$ と方程式系全体に次元をもたせるために、以下のようなスケール行列 $\mathbf{X}_m$ と $\mathbf{Y}_m$ を導入する。

$$\mathbf{X}_m = \begin{pmatrix} \sqrt{gh_m} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{gh_m} & 0 \\ 0 & 0 & gh_m \end{pmatrix} \qquad \mathbf{Y}_m = \begin{pmatrix} 2\Omega\sqrt{gh_m} & 0 & 0 \\ 0 & 2\Omega\sqrt{gh_m} & 0 \\ 0 & 0 & 2\Omega \end{pmatrix} \tag{63}$$

これらを用いて式 (61) を変形すると、

$$(\mathbf{Y}_m^{-1}\mathbf{M}_m\mathbf{X}_m)\mathbf{M}_m \frac{\partial}{\partial t}(\mathbf{X}_m^{-1}\mathbf{U}_m) + (\mathbf{Y}_m^{-1}\mathbf{L}\mathbf{X}_m)(\mathbf{X}_m^{-1}\mathbf{U}_m) = 0 \tag{64}$$

ここで、

$$\mathbf{Y}_m^{-1}\mathbf{M}_m\mathbf{X}_m = \frac{1}{2\Omega} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{65}$$

なので、無次元時間 $\tau(\equiv 2\Omega t)$ を導入することで、

$$\frac{\partial}{\partial \tau}(\mathbf{X}_m^{-1}\mathbf{U}_m) + (\mathbf{Y}_m^{-1}\mathbf{L}\mathbf{X}_m)(\mathbf{X}_m^{-1}\mathbf{U}_m) = 0 \tag{66}$$

となる。

式 (66) は、水平構造方程式、またはラプラス潮汐方程式と呼ばれる。この解は、水平構造関数、またはこの問題を最初に解いた研究者の名前をとってハフ調和関数と呼ばれ $\mathbf{H}_{nlm}$ と表す。ここで、 $\mathbf{H}_{nlm}$ は、第 m 鉛直モードに相当する水平ノー

マルモード（つまり自由振動）を表し、添字の n は東西波数 (zanal wave number) 、 l は南北波数 (meridional wave number) を意味する。式 (66) の解 $\mathbf{H}_{nlm}$ は、振動モード nlm に対応する無次元化固有振動数 σ_{nlm} とともに、固有値問題を解くことで求められる。

Kasahara and Puri (1981) によると、式 (66) の解 $\mathbf{U}_m$ は、 $\mathbf{H}_{nlm}$ を用いることで、次のように水平方向の成分と時間成分とに変数分離することができる。

$$\mathbf{U}_m(\lambda,\,\theta,\,\tau) = \mathbf{X}_m\mathbf{H}_{nlm}(\lambda,\,\theta)\mathrm{exp}(-i\sigma_{nlm}\tau) \tag{67}$$

この式を水平構造方程式 (66) に代入すると、

$$\frac{\partial}{\partial\tau}\left[\mathbf{X}_m^{-1}(\mathbf{X}_m\mathbf{H}_{nlm}\mathrm{exp}(-i\sigma_{nlm}\tau))\right]+(\mathbf{Y}_m^{-1}\mathbf{L}\mathbf{X}_m)(\mathbf{X}_m^{-1}(\mathbf{X}_m\mathbf{H}_{nlm}\mathrm{exp}(-i\sigma_{nlm}\tau))) = 0$$

$$\therefore \quad -i\sigma_{nlm}\mathbf{H}_{nlm}(\lambda,\,\theta) + (\mathbf{Y}_m^{-1}\mathbf{L}\mathbf{X}_m)\mathbf{H}_{nlm}(\lambda,\,\theta) = 0 \tag{68}$$

ここで、水平構造関数 $\mathbf{H}_{nlm}(\lambda,\,\theta)$ は、南北構造を記述するハフベクトル関数 $\mathbf{\Theta}_{nlm}$ と、東西波動を表す複素三角関数 $\exp(in\lambda)$ とのテンソル積として、以下のように表される。

$$\begin{aligned}\mathbf{H}_{nlm}(\lambda,\,\theta) &= \mathbf{\Theta}_{nlm}(\theta)\exp(in\lambda) &(69)\\ &= \begin{pmatrix} U_{nlm}(\theta) \\ -iV_{nlm}(\theta) \\ Z_{nlm}(\theta) \end{pmatrix}\exp(in\lambda) &(70)\end{aligned}$$

水平構造関数 $\mathbf{H}_{nlm}$ は次の直交条件を満たす。

$$\frac{1}{2\pi}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\int_0^{2\pi}\mathbf{H}_{nlm}\cdot\mathbf{H}^*_{n'l'm}\cos\theta\,d\lambda d\theta = \delta_{nn'}\delta_{ll'} \tag{71}$$

ここで、アスタリスクは複素共役を意味し、また、 nlm と $n'l'm$ は異なるモードを意味する。この関係から、次のフーリエハフ変換 (Fourier-Hough transform) が導かれる。

第 m 鉛直モードに相当する物理空間における任意のベクトル関数を $\mathbf{W}_m(\lambda,\,\theta,\,\tau)$ とすると、

$$\mathbf{W}_m(\lambda,\,\theta,\,\tau) = \sum_{l=0}^{\infty}\sum_{n=-\infty}^{\infty}w_{nlm}(\tau)\mathbf{H}_{nlm}(\lambda,\,\theta) \tag{72}$$

と書くことができる。ここで、 w_{nlm} は、フーリエハフ変換係数である。

式 (72) の両辺に $\mathbf{H}^*_{nlm}(\lambda,\,\theta)$ をかけ、以下で定義される内積

$$\langle \mathbf{W}_m,\,\mathbf{H}_{nlm}\rangle \equiv \frac{1}{2\pi}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\int_0^{2\pi}(\mathbf{W}_m\cdot\mathbf{H}^*_{nlm})\cos\theta\,d\lambda d\theta \tag{73}$$

を作用させることで、

$$w_{nlm}(\tau) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\int_0^{2\pi}\mathbf{W}_m(\lambda,\,\theta,\,\tau)\cdot\mathbf{H}^*_{nlm}(\lambda,\,\theta)\cos\theta\,d\lambda d\theta \tag{74}$$

を導くことができる。

式 (66) に、このフーリエハフ変換を施すと、

$$\frac{d}{d\tau}w_{nlm}(\tau) + i\sigma_{nlm}w_{nlm}(\tau) = 0 \tag{75}$$

となる。

この式によると、固有振動数 σ_{nlm} は実数なので、左辺第 2 項目の線形項は波動の位相のみを表現し、波の振幅は変化させないことを示している。

4.2.4 3 次元ノーマルモード関数展開

ここまでで、鉛直構造関数 $G_m(p)$ と水平構造関数 $\mathbf{H}_{nlm}(\lambda,\,\theta)$ が導かれたが、それらを結合させ、静止大気を基本状態とした 3 次元ノーマルモード関数 $\mathbf{\Pi}_{nlm}(\lambda,\,\theta,\,p)$ を構成し、3 次元ノーマルモード関数展開を用いて、プリミティブ方程式 (30) の 3 次元スペクトル表記を導く。

$\mathbf{\Pi}_{nlm}(\lambda,\,\theta,\,p)$ は、 $G_m(p)$ と $\mathbf{H}_{nlm}(\lambda,\,\theta)$ とのテンソル積で定義される。

$$\begin{aligned}\Pi_{nlm}(\lambda,\,\theta,\,p) &= G_m(p)\mathbf{H}_{nlm}(\lambda,\,\theta) &(76)\\ &= G_m(p)\mathbf{\Theta}_{nlm}(\theta)\exp(in\lambda) &(77)\end{aligned}$$

この 3 次元ノーマルモード関数は、以下で定義される内積のもとで直交条件を満たすことが示されている (Tanaka and Sun, 1990) 。

$$\begin{aligned}\langle\mathbf{\Pi}_{nlm},\,\mathbf{\Pi}_{n'l'm'}\rangle &= \frac{1}{2\pi p_s}\int_0^{p_s}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\int_0^{2\pi}\mathbf{\Pi}_{nlm}\mathbf{\Pi}^*_{n'l'm'}\cos\theta\,d\lambda d\theta dp &(78)\\ &= \delta_{nn'}\delta_{ll'}\delta_{mm'} &(79)\end{aligned}$$

この 3 次元ノーマルモード関数の直交性を利用することで、式 (30) におけるベクトル $\mathbf{U}$, $\mathbf{F}$ に関して、次のように波数展開することができる (Tanaka and Kung, 1989) 。

$$\mathbf{U}(\lambda,\,\theta,\,p,\,\tau) = \sum_{n=-N}^{N}\sum_{l=0}^{L}\sum_{m=0}^{M} w_{nlm}(\tau)\mathbf{X}_m\mathbf{\Pi}_{nlm}(\lambda,\,\theta,\,p) \qquad (80)$$

$$\mathbf{F}(\lambda,\,\theta,\,p,\,\tau) = \sum_{n=-N}^{N}\sum_{l=0}^{L}\sum_{m=0}^{M} f_{nlm}(\tau)\mathbf{Y}_m\mathbf{\Pi}_{nlm}(\lambda,\,\theta,\,p) \qquad (81)$$

ここで、 $w_{nlm}(\tau)$, $f_{nlm}(\tau)$ はそれぞれ、従属変数ベクトル $\mathbf{U}$ と、外部強制項ベクトル $\mathbf{F}$ に関しての展開係数（3 次元ノーマルモード展開係数）であり、時間 τ のみの関数である。添字の nlm は、順に東西波数 n 、南北波数 l 、鉛直波数 m を表しており、それぞれ、波数 N, L, M で切断されている。

式 (30) と $\mathbf{\Pi}_{nlm}(\lambda,\,\theta,\,p)$ の内積をとると、

$$\left\langle\mathbf{M}\frac{\partial\mathbf{U}}{\partial t}+\mathbf{LU}-\mathbf{N}-\mathbf{F},\,\mathbf{Y}_m^{-1}\Pi_{nlm}\right\rangle = 0 \qquad (82)$$

となる。

この式に、式 (80), (81) の関係式を用いると、

$$
\begin{aligned}
&\left\langle \mathbf{M}\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \mathbf{LU} - \mathbf{N} - \mathbf{F},\, \mathbf{Y}_m^{-1}\mathbf{\Pi}_{nlm} \right\rangle \\
= &\left\langle \mathbf{M}\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t},\, \mathbf{Y}_m^{-1}\mathbf{\Pi}_{nlm} \right\rangle + \left\langle \mathbf{LU},\, \mathbf{Y}_m^{-1}\mathbf{\Pi}_{nlm} \right\rangle \\
&\qquad - \left\langle \mathbf{N},\, \mathbf{Y}_m^{-1}\mathbf{\Pi}_{nlm} \right\rangle - \left\langle \mathbf{F},\, \mathbf{Y}_m^{-1}\mathbf{\Pi}_{nlm} \right\rangle = 0
\end{aligned}
\tag{83}
$$

よって、

$$
\frac{d}{d\tau} w_{nlm} + i\sigma_{nlm} w_{nlm} = -i \sum_{n'l'm'}^{K} \sum_{n''l''m''}^{K} r_{nlmn'l'm'n''l''m''} w_{n'l'm'} w_{n''l''m''} + f_{nlm}
$$

となる。
ここで、

$$
\left\{
\begin{array}{ccc}
nlm & \longrightarrow & i \\
n'l'm' & \longrightarrow & j \\
n''l''m'' & \longrightarrow & k
\end{array}
\right.
$$

とすると、

$$
\frac{d}{d\tau} w_i + i\sigma_i w_i = -i \sum_{j=1}^{K} \sum_{k=1}^{K} r_{ijk} w_j w_k + f_i, \quad i = 1, 2, 3, \ldots, K \tag{84}
$$

と書くことができる。

以上のように、外部強制項を伴った連立常微分方程式として、スペクトル表示によるプリミティブ方程式を記述することができる。
なお、式 (84) 中の記号の意味は、以下のとおりである。

- K ： 全波数 $(= (2N+1)(L+1)(M+1))$
- σ_i ： 静止大気を基本状態とした水平構造方程式（ラプラス潮汐方程式）(66) の固有値問題より得られる無次元の固有振動数であり、潮汐振動数と呼ばれる
- r_{ijk} ： 非線形の波 - 波相互作用 (wave-wave interaction) あるいは、帯状 - 波相互作用 (zonal-wave interaction) に関しての相互作用係数 (interaction coefficients) であり、すべての波数間の相互作用を示した係数であり、実数である

以上により、順圧成分と傾圧成分からなる鉛直構造関数 $G_m(p)$ 、ロスビー波と重力波モードからなる水平構造関数 $\mathbf{H}_{nlm}(\lambda, \theta)$ の両方を用いることで、プリミティブ方程式系をスペクトル表示 (84) で表すことができる。

4.3 大気の順圧成分の抽出

本研究で用いた順圧スペクトルモデル (Tanaka, 1991) は、大気の順圧成分のみを取り出したモデルである。大気の順圧成分は、式 (84) において、プリミティブ方程式 (30) と鉛直モード $m = 0$ の 3 次元ノーマルモード関数の内積をとることで抽出できる。

$$\left\langle \mathbf{M}\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \mathbf{L}\mathbf{U} - \mathbf{N} - \mathbf{F},\ \mathbf{Y}_0^{-1}\mathbf{\Pi}_{nl0} \right\rangle = 0 \tag{85}$$

これをスペクトル表示すると、

$$\frac{d}{d\tau}w_i + i\sigma_i w_i = -i\sum_{j=1}^{K}\sum_{k=1}^{K} r_{ijk}w_j w_k + f_i, \quad i = 1,\, 2,\, 3,\, \ldots,\, K \tag{86}$$

となる。ここで、 K はモデルにおける全波数を意味する。本研究では、東西波数は $n = 0,\, 1,\, \ldots,\, 20$ で、南北波数は $l = 2,\, 4,\, \ldots,\, 20$ (赤道対称のモードのみ) で切断し、方程式系を構成する。

式 (85) において、プリミティブ方程式の線形項は、鉛直構造関数 G_m の直交性により順圧成分のみが残る。ここで、非線形項 $\mathbf{N}$ の ω を含む項は、便宜上外部強制項 $\mathbf{F}$ に含める。また、順圧ー傾圧相互作用も $\mathbf{F}$ に含まれる。よって、順圧成分のプリミティブ方程式 (85) を成分表示すると、

$$\frac{\partial u}{\partial t} - 2\Omega\sin\theta\cdot v + \frac{1}{a\cos\theta}\frac{\partial \phi'}{\partial \lambda} = -\mathbf{V}\cdot\nabla u + \frac{\tan\theta}{a}uv + F_u \tag{87}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + 2\Omega\sin\theta\cdot u + \frac{1}{a}\frac{\partial \phi'}{\partial \theta} = -\mathbf{V}\cdot\nabla v - \frac{\tan\theta}{a}uu + F_v \tag{88}$$

$$\frac{\partial \phi'}{\partial t} = -\mathbf{V}\cdot\nabla\phi' - gh_0\nabla\cdot\mathbf{V} + F_z \tag{89}$$

となる。ただし、右辺の発散項はスケーリングにより線形化した。以上より、大気の順圧成分に関するプリミティブ方程式として、式 (87), (88), (89) が得られた。

4.4 順圧 S-Model

以上より、式 (86) を時間積分することで、ある時刻の予報変数 w_i を求めることができるようになった。その際に物理過程としての外力 f_i を見積もらなくてはならない。本研究で用いる順圧 S-Model では、豊富にある観測データを統計的に、以下の式で重回帰して、外力 f_i を状態変数 w_i の変数として求めている。

$$f_i = \tilde{f}_i + \mathbf{A}_{ij} w_j + \mathbf{B}_{ij} w_j^* + \epsilon_i \tag{90}$$

ここで、 $\tilde{f}_i$ は f_i の気候値で時間のみの周期関数、また、アスタリスクは複素共役であり、残差 ϵ_i のノルムを最小化するように、未知のシステム行列 $\mathbf{A}_{ij}, \mathbf{B}_{ij}$ を決めなくてはならない。その方法は以下のとおりである。

まず、システム行列 A, B を

$$\begin{aligned} A &= A_R + iA_I \qquad & w &= w_R + iw_I \\ B &= B_R + iB_I \qquad & w^* &= w_R - iw_I \end{aligned} \tag{91}$$

という形で分ける。ここで R(Real) は実数部，I(Imaginary) は虚数部を示す。また、 f_i' を f_i のアノマリーとして、

$$f' = Aw + Bw + \epsilon \tag{92}$$

としておく。(92)(91) より

$$\begin{aligned} f' &= Aw + Bw^* + \epsilon \\ &= (A_R + iA_I)(w_R + iw_I) + (B_R + iB_I)(w_R - iw_I) + \epsilon_R + i\epsilon_I \\ &= A_R w_R - A_I w_I + B_R w_R + B_I w_I + iA_I w_R + iB_I w_R - iB_R w_I + \epsilon_R + i\epsilon_I \end{aligned}$$

となり、

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} f_R' \\ f_I' \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} A_R + B_R & -A_I + B_I \\ A_I + B_I & A_R - B_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_R \\ w_I \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \epsilon_R \\ \epsilon_I \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_R \\ w_I \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \epsilon_R \\ \epsilon_I \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{93}$$

となる。ここで、

$$\begin{aligned} A_R + B_R = a \quad & A_I + B_I = b \\ -A_I + B_I = c \quad & A_R - B_R = d \end{aligned}$$

とおくと、

$$\begin{aligned} A_R &= (a+d)/2 \quad A_I = (b-c)/2 \\ B_R &= (a-d)/2 \quad B_I = (b+c)/2 \end{aligned}$$

となる。(93) のシステム行列を求めるためにフーリエ展開係数の転置行列をかけ，時間平均をとると

$$\overline{\begin{pmatrix} f_R \\ f_I \end{pmatrix}\begin{pmatrix} w_R \\ w_I \end{pmatrix}^\top} = \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}\overline{\begin{pmatrix} w_R \\ w_I \end{pmatrix}\begin{pmatrix} w_R \\ w_I \end{pmatrix}^\top} + \overline{\begin{pmatrix} \epsilon_R \\ \epsilon_I \end{pmatrix}\begin{pmatrix} w_R \\ w_I \end{pmatrix}^\top}$$

ゆえにシステム行列は

$$\begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix} = \overline{\begin{pmatrix} f_R \\ f_I \end{pmatrix}\begin{pmatrix} w_R \\ w_I \end{pmatrix}^\top} \quad , \overline{\begin{pmatrix} w_R \\ w_I \end{pmatrix}\begin{pmatrix} w_R \\ w_I \end{pmatrix}^\top}^{-1}$$

で求めることができる。用いる観測データは、3 章で述べたとおりである。

順圧 S-Model の詳細については Tanaka and Nohara (2001) に書かれているが、現実大気の順圧成分の予報を行った結果、このモデルは月平均で約 8 日の予報能力を持つことが示され、長周期変動の力学的解明に充分使える順圧大気大循環モデルであるということが言えた。

ところがこのモデルでは、統計的処理のためか、予報誤差の最大要因となる傾圧不安定波の増幅が弱いという特徴がある。そこで本研究では、順圧 B-Model のように、傾圧不安定などの物理過程を再導入し、以下のように外力 f_i をパラメタライズした (加藤、2009)。

$$f_i = \tilde{f}_i + \mathbf{A}_{ij}w_j + \mathbf{B}_{ij}w_j^* + (BC)_{ij}w_i + (DF)_{ij}w_i + (DZ)_{ij}w_j + (DE)_{ij}w_i \qquad (94)$$

上式の右辺第三項以下は次のとおりである。

$$\begin{cases} (BC)_{ij}w_i & : \text{傾圧不安定} \\ (DF)_{ij}w_i & : \text{粘性摩擦} \\ (DZ)_{ij}w_j & : \text{帯状地表摩擦} \\ (DE)_{ij}w_i & : \text{エクマン摩擦} \end{cases}$$

このようにして、外力 f_i を状態変数 w の関数として表現することができた。予報の各ステップにおいて、 w に応じて f_i が決定し、次のステップの w_i を求めることができる。これを繰り返すことで、初期時刻からある時間後の w_i を求めることができる。

4.5　JRA-55 と NCEP/ NCAR 再解析データの比較

本研究の目的は、使用する再解析データを NCEP/ NCAR 再解析データから JRA-55 に差し替えることで、予報精度の向上にどの程度の効果を与えることができるかを調査することである。ゆえに、まず、JRA-55 と NCEP/ NCAR とで、そのデータにどの程度の違いがあるかを調べておく必要があるだろう。

そこで、ジオポテンシャル高度、気温、東西風、南北風について、JRA-55 の値から NCEP/ NCAR 再解析データの値を引くことで比較する。JRA-55 と NCEP/ NCAR 再解析データとでは解像度が違うが、NCEP/ NCAR 再解析データにない格子点では、JRA-55 のデータを読み飛ばすことで処理する。

ジオポテンシャル高度については、等圧面で比較する。等圧面には 30hPa、200hPa、500hPa、850hPa を選ぶ。

気温、東西風、南北風については、南北鉛直断面で比較する。北緯 90° から南緯 90°、1000hPa から 10hPa の範囲で等緯度のデータを平均する。

比較は気候値を求めて比較する。気候値は、冬季を 12 月から 2 月 (DJF)、春季を 3 月から 5 月 (MAM)、夏季を 6 月から 8 月 (JJA)、秋季を 9 月から 11 月 (SON) としている。期間は 3 章で記した期間に準じる。本来であれば、期間を統一して気候値を算出するべきであるが、本研究では順圧 S-Model に使用するデータの期間について気候値を求め比較することを重視する。

4.6　予報精度の評価

4.6.1　アノマリー相関 (Anomaly Correlation)

モデルの予報精度を検証するひとつの指標として、アノマリー相関 (Anomaly Correlation) があり、本研究ではこれを用いることにする。アノマリー相関は以下の式で表される。

$$AC = \frac{\overline{(Z_p - Z_c)_i \cdot (Z_a - Z_c)_i}}{\sqrt{\overline{(Z_p - Z_c)_i^2} \cdot \overline{(Z_a - Z_c)_i^2}}} \tag{95}$$

ただし、

Z_p ：順圧高度場の予報値

Z_a ：順圧高度場の実況値

Z_c ：順圧高度場の気候値

$\overline{(\ )}$ ：考えている領域の面積平均

である。アノマリー相関は –1 から 1 の値を示す。一般にアノマリー相関の値が 0.6 以上あれば目視で予報図は実況値に類似しているとみなされ、実用性があるとされる。そこで、本研究ではアノマリー相関がはじめて 0.6 になる時を予報可能限界とした。アノマリー相関は、予報図と観測図のそれぞれの気候値からのずれが、どれほど似ているかを指す指標である。

4.6.2　特異事例の 20 日予報

順圧 S-Model での予報で、もっとも注目される現象はブロッキングである。そこで、実際にブロッキングが発生した事例にについて、順圧 S-Model で予報することにする。初期値には、1989 年 1 月 27 日 00Z、2000 年 1 月 12 日 12Z、2006 年 1 月 16 日 12Z、2010 年 7 月 9 日 00Z を選ぶ。また、ブロッキングだけでなく、大きな現象が発生した際の予報についても取り上げるために、大規模な成層圏突然昇温が発生した 2007 年 2 月 19 日 12Z も選ぶ。

4.6.3 2010 年各月各日の予報

事例を数個選んで実験しただけでは、JRA-55 と NCEP/ NCAR 再解析データのどちらが最適であるかは結論し難い。抽出した事例の結果が偶然である可能性もあるからである。よって、一般には多数の予報実験を行って判断する。そこで、本研究では 2010 年の 1、3、5、7、8、10、12 月について、各月の 1 日から 31 日までの各日 00Z を初期値にとり、すべてにおいて 20 日予報を行う。そして、各月の 31 回の予報のアノマリー相関の結果を単純平均して予報精度を検証することにする。

5　結果

5.1　JRA-55とNCEP/ NCAR再解析データの比較

図1から図14は、等圧面の高度場について、JRA-55とNCEP/ NCAR再解析データの違いを比較した図である。JRA-55のデータを等高度線で描き、JRA-55の値からNCEP/ NCAR再解析データの値を引いた値をシェードで表現している。シェードは、赤色であるほどJRA-55の高度場のデータがNCEP/ NCAR再解析の高度場のデータよりも高いことを示し、青色であるほどJRA-55の高度場のデータがNCEP/ NCAR再解析の高度場のデータよりも低いことを示している。カラーバーのスケールは、高度場の値の1％を目安に設定した。

図1から図4によると、30hPaでは、どの季節でもほぼ全球で青色のシェードがかかっている。JRA-55のデータにはNCEP/ NCAR再解析のデータに比べて負のバイアスがかかっていることを意味する。JRA-55の特徴について細かく見ると、図3左上では、北極周辺で特に青色のシェードがかかっている。北半球では冬季の極渦が強いことを意味している。図4右下では、南極周辺のオーストラリア大陸側で赤色、南米大陸側で青色のシェードがかかっている。南半球では冬季の極渦がより南米大陸側に偏っていることを意味している。

図5から図8によると、200hPaでは、シェードのかかり方が弱く、JRA-55とNCEP/ NCAR再解析データとで大きな差は見られない。高度場が概ね12000m前後であるのに対して、差はせいぜい50m程度である。

図9から図12によると、500hPaの北半球ではシェードのかかり方が弱く、南半球ではシェードのかかり方がやや強い。対流圏では南半球でJRA-55とNCEP/ NCAR再解析データとに差があることがわかる。

図13から図16によると、850hPaでは、シェードのかかり方が強い。高度場が概ね1500mであることに対して、差は最大で20m程度もある。JRA-55の特徴としては、海洋域では高度場が低く表現されている。南極大陸周辺海域では特に青色のシェードが目立つ。

図17から図31は、東西平均した気温（K）、東西風（m/s）、南北風（m/s）について、JRA-55とNCEP/ NCAR再解析データの違いを比較した図である。通年と各季節について作成した。右下にNCEP/ NCARの図、左下にJRA-55の図、上に差の図を載せた。東西風は西風を正、南北風は南風を正の値として実線で描いた。差の図では、正の等値線は実線で、負の等値線は破線で描いている。

図 17 から図 31 で総じて言えることは、JRA-55 と NCEP/ NCAR 再解析データとの差は、成層圏と対流圏の赤道周辺以南で大きいことである。東西平均気温についてみると、差の大きさは、20hPa よりも低いところでは大きくて 2K 程度、20hPa より高い高度では大きくて 5K 程度である。東西平均東西風についてみると、差の大きさは、大きいところで 4m/s 程度である。東西平均南北風についてみると、差の大きさは、大きいところで 0.4m/s である。

それぞれの要素について特に目立つ特徴を読み取る。気温の特徴は、赤道上空の成層圏で、どの季節も JRA-55 に-1K 程度の負バイアスがある。また、南緯 60 度以南の南極大陸周辺の上空で、対流圏と成層圏ともに JRA-55 と NCEP/ NCAR 再解析データとの違いが顕著であることである。

東西風の特徴は、まず南半球の対流圏界面付近で、亜熱帯ジェットの強さに違いがある。また南半球の成層圏で、冬季の極夜ジェットの軸の位置が違う。極夜ジェットは中間圏で最も強くなるが、成層圏でその下端が見られる。JRA-55 のジェット軸はやや南に偏っていることが読み取れる。さらに夏半球の成層圏で、偏東風の分布に違いがある。

南北風の特徴は、赤道付近に見られる。JRA-55 のハドレー循環は、NCEP/ NCAR 再解析よりも強いことがわかる。

5.2　特異事例の 20 日予報

ここからは、ブロッキングを中心に、その発生した事例を取り上げて、順圧 S-Model での予報結果を示す。

5.2.1　1989 年 2 月 6 日のブロッキング (太平洋)

1989 年 2 月 6 日には、アラスカ半島の南でブロッキングが発生した。このブロッキングは、井尾（2005）でも取り上げられているものである。このブロッキングを予報するために同年 1 月 17 日 00Z を初期値とした。図 32 は初期値の実況図、図 33 は初期値から 10 日後の 2 月 6 日 00Z の実況図である。図 34 は JRA-55 を用いた順圧 S-Model による予報の初期値、図 35 は 240 時間後の予報図である。また、図 36 は NCEP/ NCAR 再解析データを用いた順圧 S-Model による予報の初期値、図 35 は 240 時間後の予報図である。JRA-55 と NCEP/ NCAR 再解析データのどちらのデータを使った場合でも、2 月 6 日のブロッキングを予報することに成功している。また、どちらの予報でも波数 2 の循環が見られる。しかし、どちらの予報でも大西洋で実際にはないブロッキングができてしまっている。

図の目視では、10 日先でも概ね予報できているように見える。これを定量的に評価するために、アノマリー相関を利用する。図 38 は JRA-55 を用いた順圧 S-Model による予報の 20 日間のアノマリー相関図である。図 38 は NCEP/ NCAR 再解析データを用いた場合のアノマリー相関図である。実線が予報値のアノマリー相関値、破線が持続予報のアノマリー相関値である。持続予報とは、初期値をそのまま将来の予報値としたものである。つまり、実況値が初期値からどれだけ変化しているかを示しているとも言える。また、初めて実線が 0.6 を下回った時刻に縦の細実線を示し予報限界とした。この事例では JRA-55 を用いた場合の予報限界は 9.00 日、NCEP/ NCAR 再解析を用いた場合は 8.75 日であった。若干ではあるが JRA-55 を用いたほうが良い。

ここで、井尾（2005）で行われた実験について触れておく。井尾（2005）の図 2 では、外力の計算方法が本研究と異なる。井尾（2005）では外力を見積もる際のシステム行列 A および B が非同時に計算されいてる。つまり、A を計算したあとに、残差からさらに B を求めている（以下、旧外力計算法と呼ぶ）。また、井尾（2005）では冬季（12 月から 2 月）のデータのみを使って外力の計算をしているため、外力の気候値 $\tilde{f}$ に季節変化がない。本研究の外力は、 $\tilde{f}$ に季節変化をもたせ

ている。本実験において外力を旧外力計算法で行うと、図 40 および図??となる。さらに季節変化を考慮しないバージョンに変更すると、図 42 および図 43 となり、井尾（2005）と一致する。

季節変化の考慮の有無については、なしの方が良い結果となっているが、冬季のみの予報では本モデルの利用価値を下げてしまう。また、本事例が特異である可能性もある。旧外力計算法については、本実験の方が良い結果となっている。よって、本実験では以降も、新しい外力計算方法で季節変化も考慮して実験を行うことにする。

5.2.2　2000 年 1 月 17 日のブロッキング (大西洋)

次に、地域を変えて、2000 年 1 月 17 日に発生した巨大ブロッキングの予報結果を示す。同月 12 日 12Z を初期値とした。

図 44 は初期値の実況図、図 45 は初期値から 1 日後、図 46 は初期値から 3 日後、図 47 は初期値から 5 日後の実況図である。図 48 は JRA-55 を用いた順圧 S-Model による予報図で左上に初期値、右上に 1 日後の予報図、左下に 3 日後の予報図、右下に 5 日後の予報図を載せた。図 49 は NCEP/ NCAR 再解析データを用いた順圧 S-Model による予報図である。

予報図では、JRA-55 を用いた予報と NCEP/ NCAR を用いた予報とであまり違わない。実況図と比較するとブロッキングが再現できていることが読み取れるが、形や大きさ、強さまでは正確に表現できていない。

図 50 は JRA-55 を用いた順圧 S-Model による予報の 20 日間のアノマリー相関図である。図 50 は NCEP/ NCAR 再解析データを用いた場合のアノマリー相関図である。アノマリー相関のスコアでは、JRA-55 で 8.25 日、NCEP/ NCAR 再解析で 7.27 日である。JRA-55 を用いたほうが、アノマリー相関から判断される予報限界は 1 日延びた。

5.2.3　2006 年 1 月 21 日のブロッキング (太平洋)

さらに、次は 2006 年 1 月 21 日のカムチャッカ半島付近に発生したブロッキングの予報結果を示す。この年は平成 18 年豪雪の発生した年である。日本付近の地上天気図ではほぼ毎日のように冬型の気圧配置となり、上空も寒気を伴った気圧の谷が何度も通過した。同月 16 日 12Z を初期値とした。

図 52 から図 55 が実況図、図 56 が JRA-55、図 57 が NCEP/ NCAR 再解析データを用いた順圧 S-Model による予報図である。図 58 は JRA-55、図 59 が NCEP/ NCAR 再解析を用いた順圧 S-Model による予報の 20 日間のアノマリー相関図である。

JRA-55 を用いた予報の予報限界が NCEP/ NCAR 再解析に比べて 1.50 日延びた。

5.2.4　2010 年 7 月 14 日のブロッキング (シベリア西部)

次に、夏季に発生するブロッキングに注目する。2010 年 7 月は東欧から西シベリアにかけて、たびたびブロッキング高気圧が発生し、モスクワをはじめ東欧各地を熱波が襲い、甚大な被害が生じた。7 月 14 日の東欧で発生したブロッキングはその一つである。このブロッキングの予報結果を示す。同月 9 日 00Z を初期値とした。

図 60 から図 63 が実況図、図 64 が JRA-55、図 65 が NCEP/ NCAR 再解析データを用いた順圧 S-Model による予報図である。図 66 は JRA-55、図 67 が NCEP/ NCAR 再解析を用いた順圧 S-Model による予報の 20 日間のアノマリー相関図である。

JRA-55 を用いた予報の予報限界は NCEP/ NCAR 再解析に比べても変わらない。

5.2.5　2007 年 2 月 22 日の成層圏突然昇温

2007 年 2 月 22 日に発生した成層圏突然昇温の事例。

図 68〜図 75 のようになった。

削除検討中。

JRA-55 と NCEP/ NCAR 再解析、予報限界同じ。

5.3　2010 年各日各日の予報

図 76〜図 102 は、2010 年の 1、3、5、7、8、10、12 月の各日を初期値にとって 20 日の予報実験をし、そのアノマリー相関のスコアを、すべて描いたものと、31 個のスコアの単純平均を描いたものである。

結果はどの月で見ても、概ね 5 日でアノマリー相関が 0.6 を下回る。また JRA-55 と NCEP/ NCAR 再解析とでほとんど違いは見られなかった。

6　考察

5.2 章では、JRA-55 のデータを用いた予報の方が NCEP/ NCAR 再解析のデータを用いた予報よりも予報限界が若干延びる具体的な事例を、いくつか示すことができた。これは、5.1 章で示した JRA-55 と NCEP/ NCAR の違いがもたらした結果であろう。5.1 章では、JRA-55 と NCEP/ NCAR 再解析データとの間には、各要素のもつ平均的な値をベースとして、ジオポテンシャル高度と気温には 1 %程度、東西風と南北風には 10 %程度の差があることがわかった。よって、この差の分だけ NCEP/ NCAR 再解析データに比べて JRA-55 のデータの質が良くなり、順圧 S-Model の予報にも良い結果を与えたように思われた。

しかし、図では示していないが、JRA-55 による予報結果が、NCEP/ NCAR 再解析による予報よりも悪い結果になる例も多々見られた。5.3 章では予報実験を多数行い、それらを平均した結果を得た。その結果によれば、JRA-55 を用いた予報と NCEP/ NCAR 再解析データを用いた予報とで予報精度にほとんど違いが見られなかった。個々の日では予報精度に差が見られるものの、平均は同じである。

予報精度は同じであるので、JRA-55 にも NCEP/ NCAR 再解析と同程度の誤差が含まれていると考えられる。JRA-55 と NCEP/ NCAR との間には充分な差があるが、JRA-55 の方が精度が良くなった結果であるとは本研究についてみれば言えない。ただし、井尾（2005）では、ERA-40 と NCEP/NCAR 再解析とを比較し、その結果 ERA-40 による予報の方が精度が悪かったと報告されている。これから、JRA-55 は ERA-40 と比べて、NCEP/ NCAR 再解析と同程度の精度になったと考察できる。

7　結論

本研究では、より精度が良くなったとされる最新のJRA-55を用いて順圧S-Modelの予報精度を検証した。比較対象には、NCEP/ NCAR再解析を用いた。

順圧S-Modelでは、外力を過去の観測値から線形回帰により統計的に求めていることから、情報量が豊富でかつ精確な再解析データが必要である。数値予報モデルやデータ同化手法は、年々著しく高度化してきており、再解析データの質も向上していると考えられる。よって、最新の再解析データを用いれば、予報限界の延長が期待できる。JRA-55に注目したのはこのためである。

本研究では、まずはじめに、JRA-55にはNCEP/ NCARの再解析データと比較して、ジオポテンシャル高度や風速といった要素のデータに、どのような特徴があるのかを調査した。その結果、JRA-55とNCEP/ NCAR再解析データとの間には、各要素のもつ平均的な値をベースとして、ジオポテンシャル高度と気温には1%程度、東西風と南北風には10%程度の差があることがわかった。

次に、JRA-55とNCEP/ NCAR再解析との間のデータの差が、順圧S-Modelにどのように寄与するのかを調べた。ブロッキング現象を中心に、実際に発生した過去の事例について、順圧S-Modelモデルによる再現実験を実施したところ、JRA-55を用いた予報実験の方が良い結果となった。しかし、良くなる日もあれば、悪くなる日もあった。

実験結果の信頼性をより高めるために、最後に、多数の予報実験を行い、その結果からJRA-55を用いることの優位性を評価した。2010年の各月各日を初期値にとった多数の実験で、予報精度の指標となるアノマリー相関の平均値を計算した。その結果、JRA-55とNCEP/ NCAR再解析データとの間にはほとんど違いを見ることができなかった。

井尾（2005）の結果と合わせると、JRA-55はERA-40と比べてNCEP/ NCAR再解析と同程度の精度になったが、JRA-55にはまだNCEP/ NCAR再解析と同程度の誤差が含まれていることが考えられた。

謝辞

本研究を進めるにあたって、指導教員である筑波大学計算科学研究センター田中博教授には、終始適切なご指導、ご鞭撻を賜りました。ここに深く感謝いたします。

また、現在は理化学研究所に異動されてしまいましたが、同大学生命環境科の寺崎康児さんには、ゼミなどを通して多くの貴重なアドバイスをいただきました。

さらに、同大学生命環境科の植田宏明教授、日下博幸准教授、上野健一准教授、若月泰孝助教授には授業や発表の場で貴重なご意見をいただきました。

最後に、同大学の大学院生の先輩方、ともに卒業論文製作を進めてくれた地球環境学主専攻の友人、そして何より、私を大学まで進学させてくれた家族に、深く感謝いたします

みなさま、ありがとうございました。

参考文献

Kasahara, A., 1984: The linear response of a stratified global atmosphere to tropical thermal forcing. *J. Atmos. Sci.*, **41**, 2217–2237.

Kasahara, A. and K. Puri, 1981: Spectral representation of three-dimentional global data expansion in normal mode functions. *Mon. Wea. Rev.*, **109**, 37–51.

Lorenz, E. N., 1963: Deterministic nonperiodic flow. *J. Atmos. Sci.*, **20**, 130–141.

Lorenz, E. N., 1969: The predictability of a flow which possesses many scales of motion. *Tellus*, **21**, 289–307.

, : , , .

Tanaka, H. L., 1985: Global energetics analysis by expansion into three-dimensional normal mode function during the FGGE winter. *J. Meteor. Soc. Japan*, **63**, 180–200.

Tanaka, H. L., 1991: A numerical simulation of amplification of low-frequency planetary waves and blocking formations by the upscale energy cascade. *Mon. Wea. Rev.*, **119**, 2919–2935.

Tanaka, H. L., 1998: Numerical simulation of a life-cycle of atmosphere blocking and the analysis of potential vorticity using a simple barotropic model. *J. Meteor. Soc. Japan*, **76**, 983–1008.

Tanaka, H. L. and D. Nohara, 2001: A Study of Deterministic Predictability for the Barotropic Component of the Atmosphere. *Science Reports, Institute of Geoscience, University of Tsukuba*, **22A**, 1–21.

Tanaka, H. L. and E. C. Kung, 1989: A study of low-frequency unstable planetary waves in realistic zonal and zonally varying basic states. *Tellus*, **41A**, 179–199.

Tanaka, H. L. and S. Sun, 1990: A study of baroclinic energy source for large-scale atmospheric normal modes. *J. Atmos. Sci.*, **47**, 2674–2695.

井尾展悠, 2005: ERA-40 データを用いた順圧 S-モデルの構築と予報実験. 筑波大学第一学群自然学類地球科学専攻卒業論文.

加藤真悟, 2009: 順圧大気大循環モデルを用いた北極振動指数の予測可能性 筑波大学生命環境科学研究科修士論文.

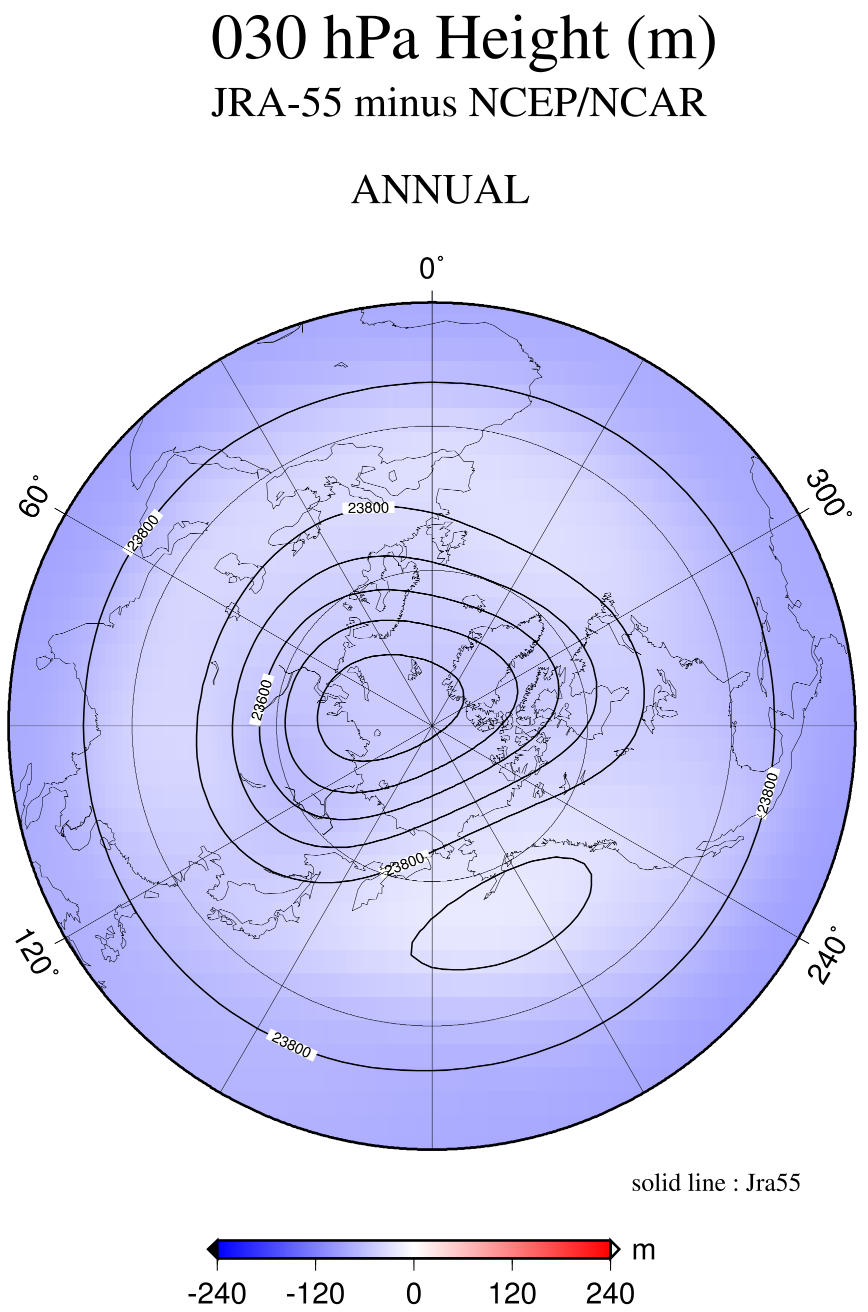


図 1: 通年について北半球 30hPa 高度場を平均し、JRA-55 の値から NCEP/NCAR の値を引いた図。ただし、JRA-55 は 1958 年から 2012 年、NCEP/NCAR は 1950 年から 2010 年の平均。コンターは JRA-55。

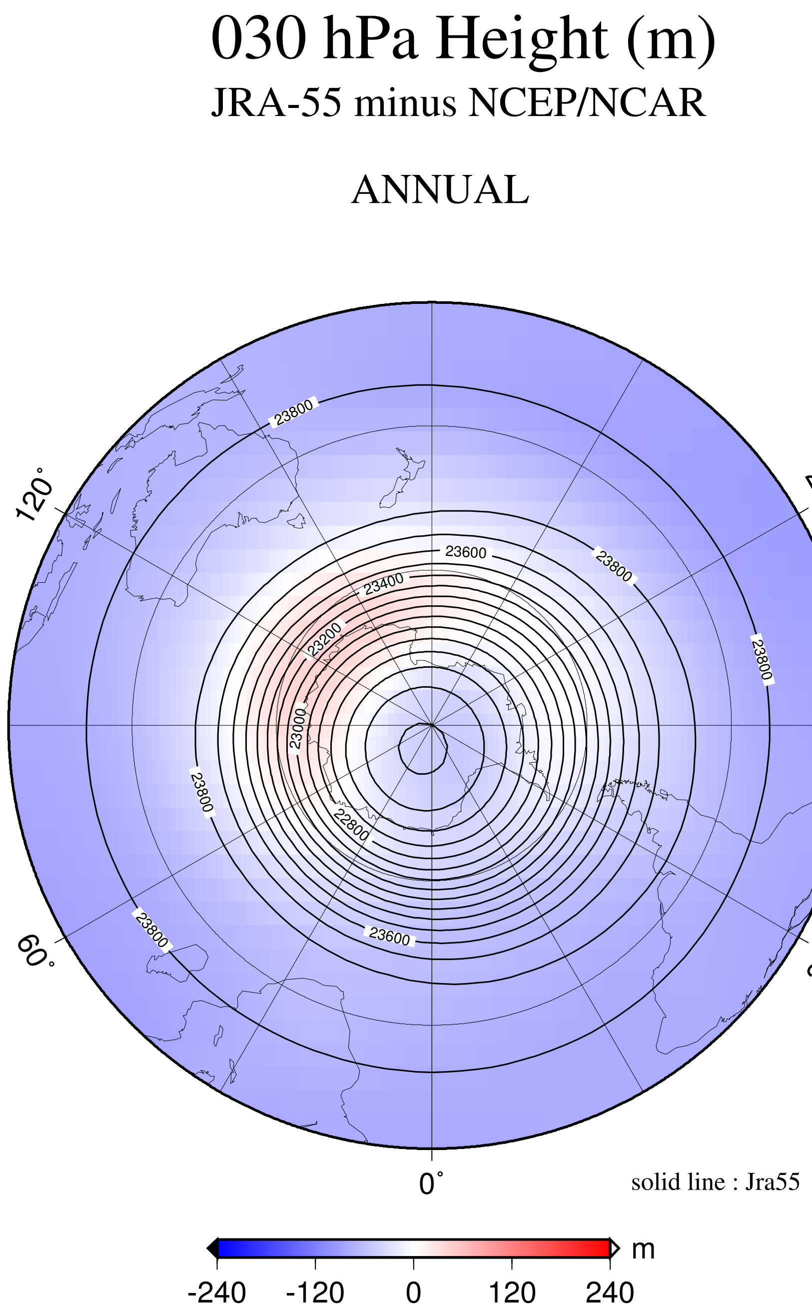


図 2: 通年について南半球 30hPa 高度場を平均し、JRA-55 の値から NCEP/NCAR の値を引いた図。ただし、JRA-55 は 1958 年から 2012 年、NCEP/NCAR は 1950 年から 2010 年の平均。コンターは JRA-55。

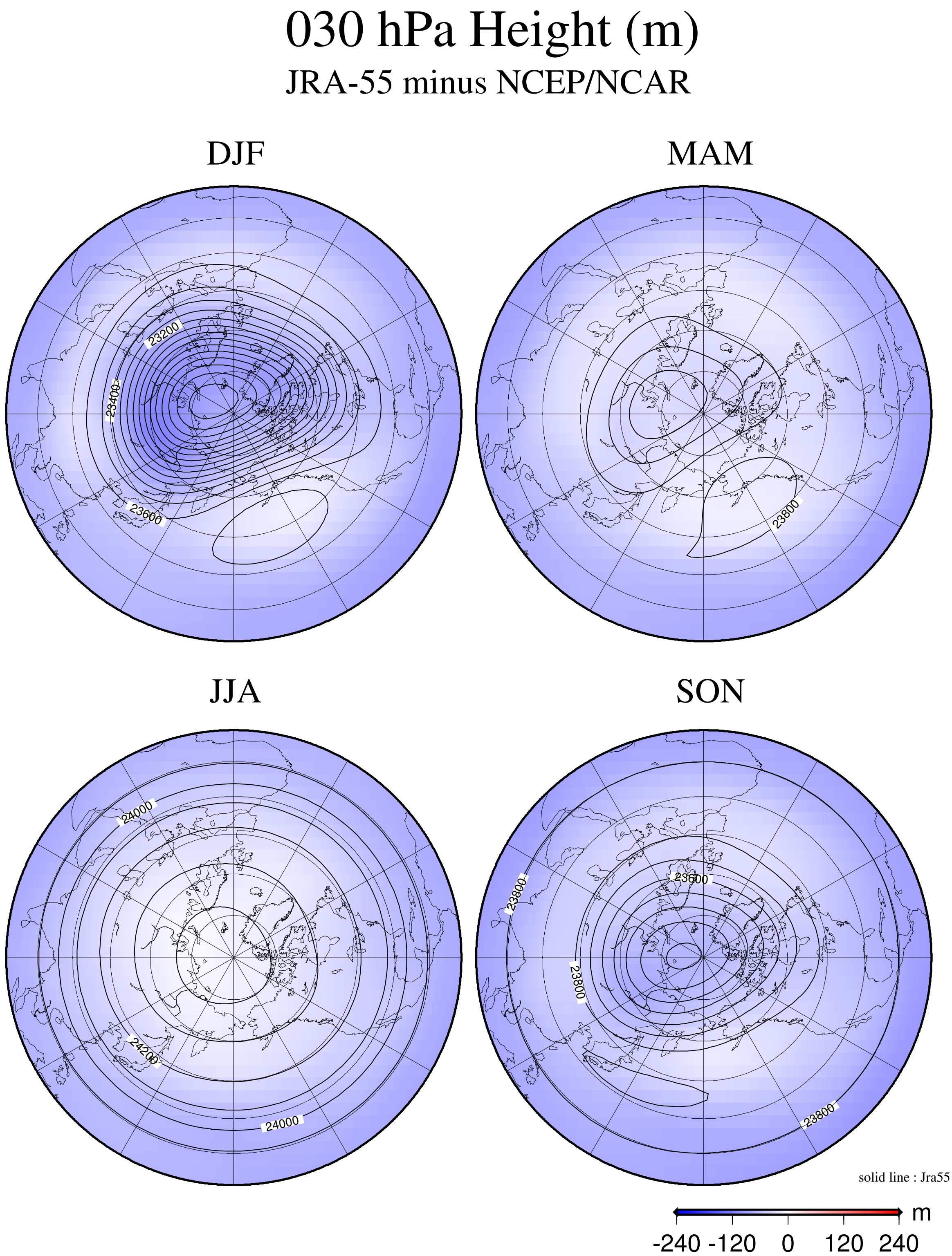


図 3: 各季節 (左上：12〜2 月、右上：3〜5 月、左下：6〜8 月、右下：9〜11 月) について北半球 30hPa 高度場を平均し、JRA-55 の値から NCEP/NCAR の値を引いた図。ただし、JRA-55 は 1958 年から 2012 年、NCEP/NCAR は 1950 年から 2010 年の平均。コンターは JRA-55。

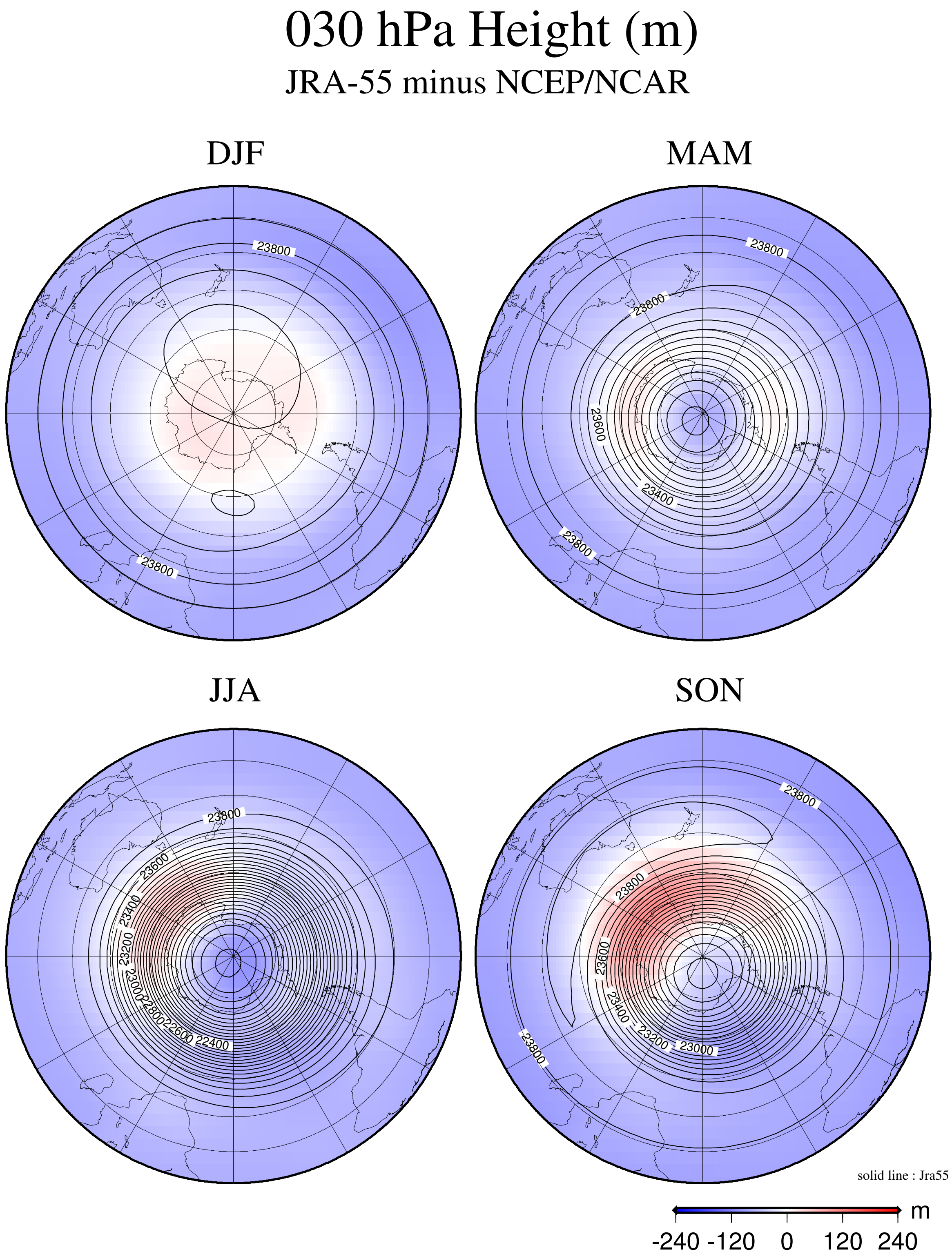


図 4: 各季節 (左上：12〜2 月、右上：3〜5 月、左下：6〜8 月、右下：9〜11 月) について南半球 30hPa 高度場を平均し、JRA-55 の値から NCEP/NCAR の値を引いた図。ただし、JRA-55 は 1958 年から 2012 年、NCEP/NCAR は 1950 年から 2010 年の平均。コンターは JRA-55。

200 hPa Height (m)
JRA-55 minus NCEP/NCAR

ANNUAL

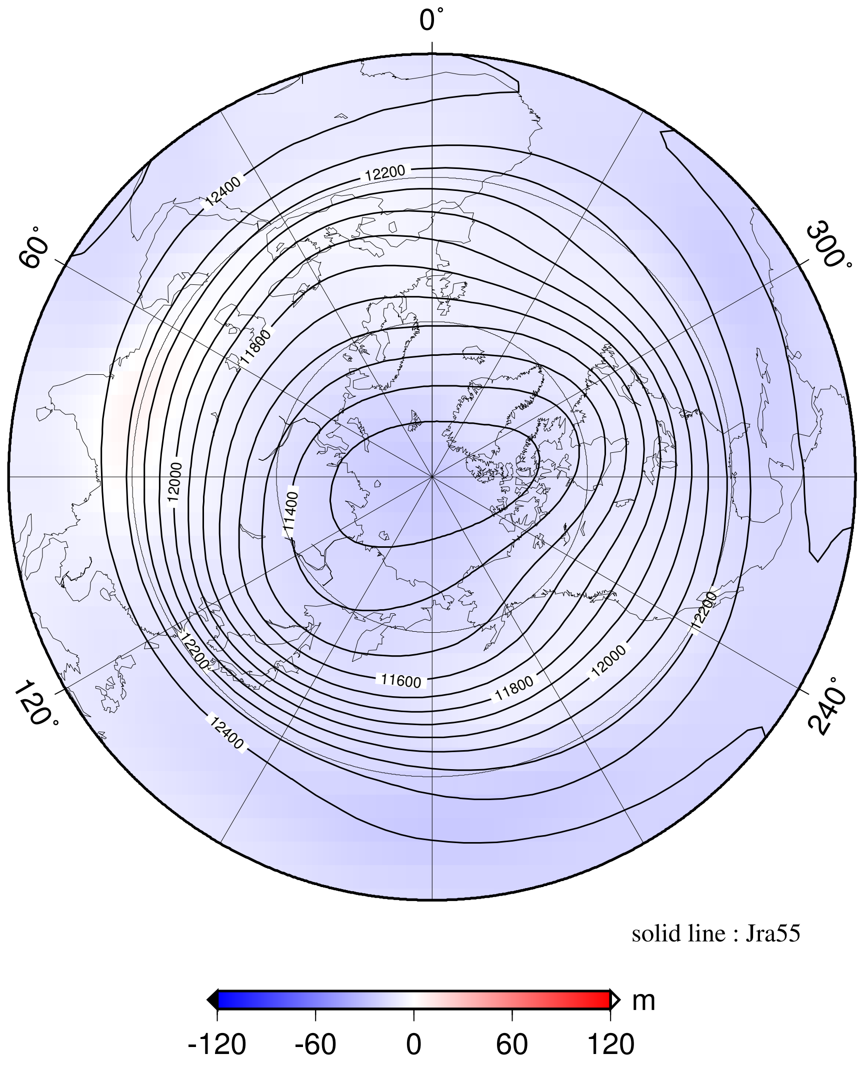


図 5: 図 1 と同様。ただし、200hPa 高度場についての図である。

200 hPa Height (m)

JRA-55 minus NCEP/NCAR

ANNUAL

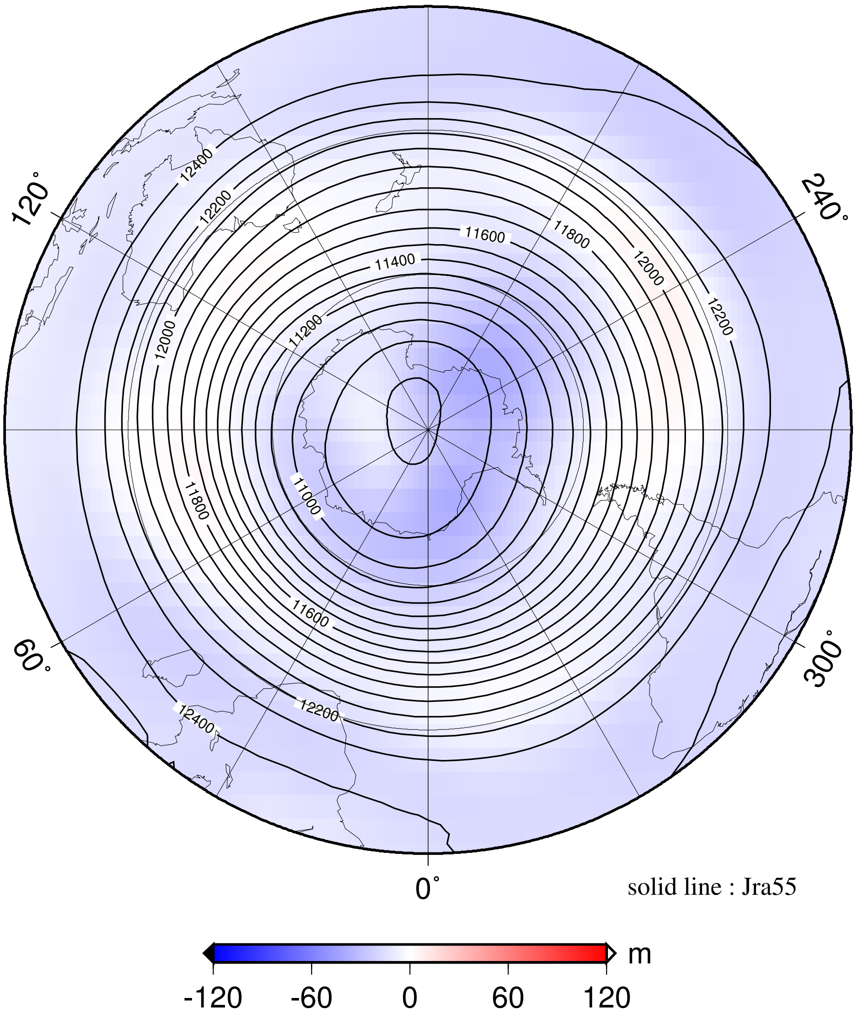


図 6: 図 2 と同様。ただし、200hPa 高度場についての図である。

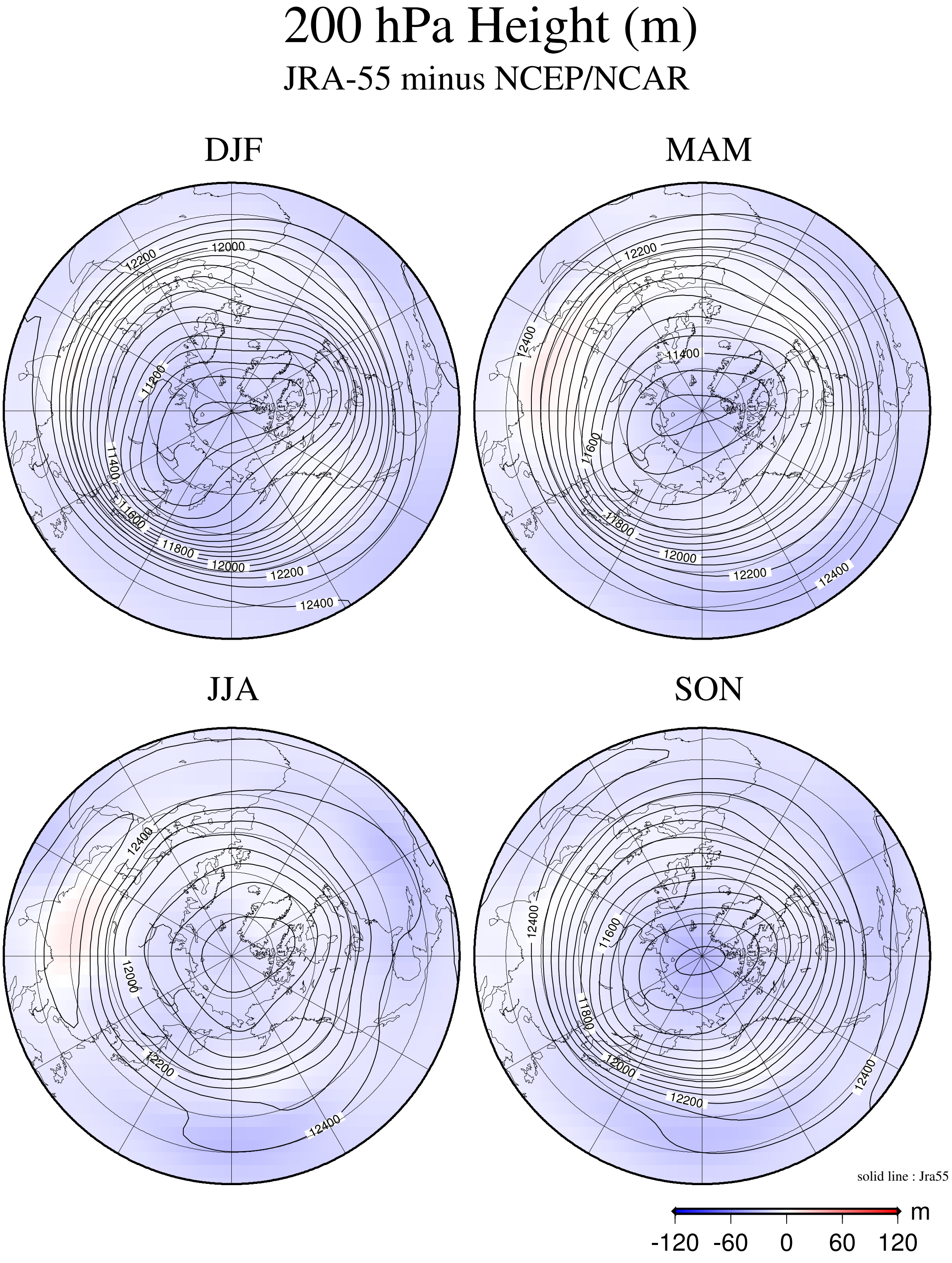


図 7: 図 3 と同様。ただし、200hPa 高度場についての図である。

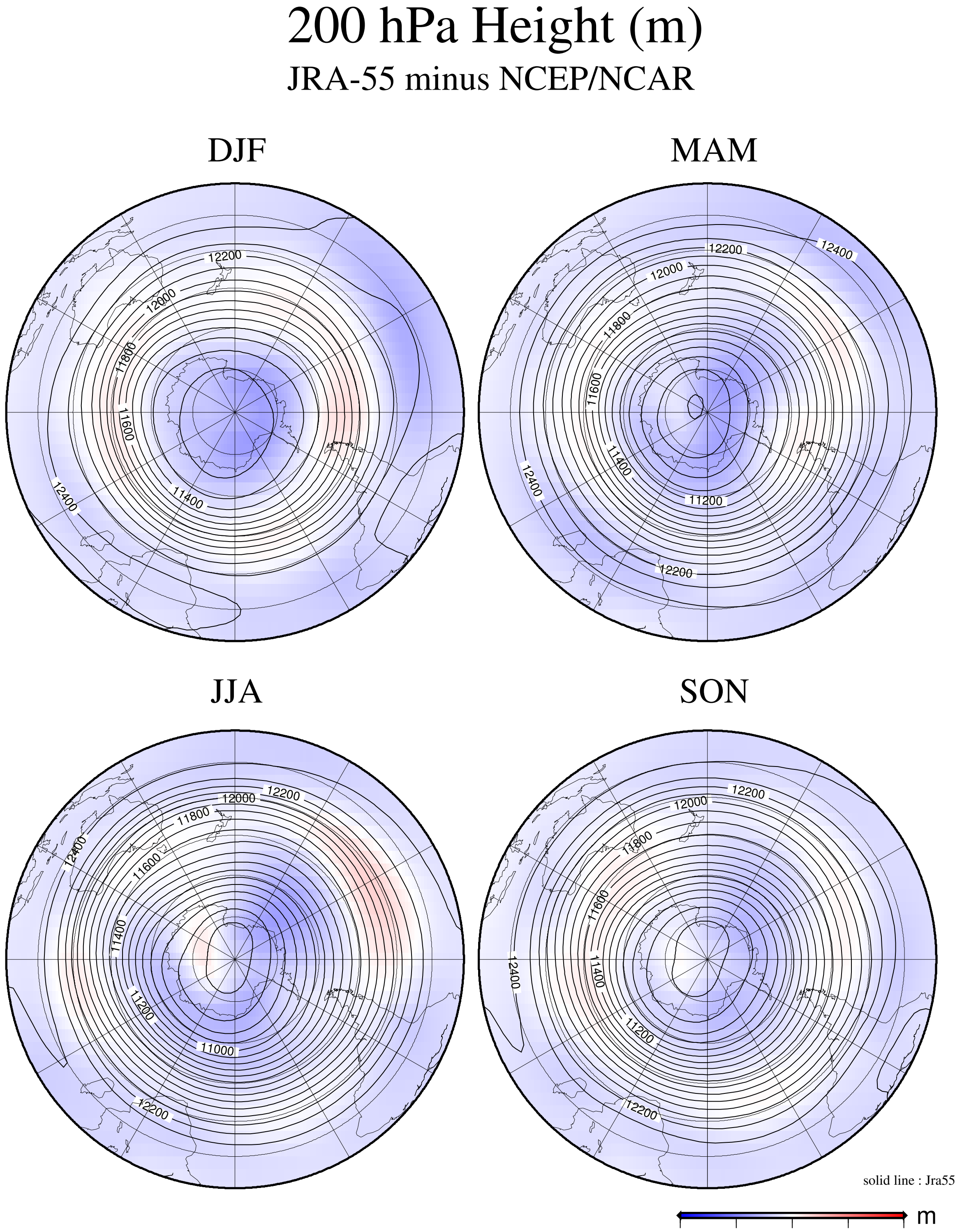


図 8: 図 4 と同様。ただし、200hPa 高度場についての図である。

500 hPa Height (m)

JRA-55 minus NCEP/NCAR

ANNUAL

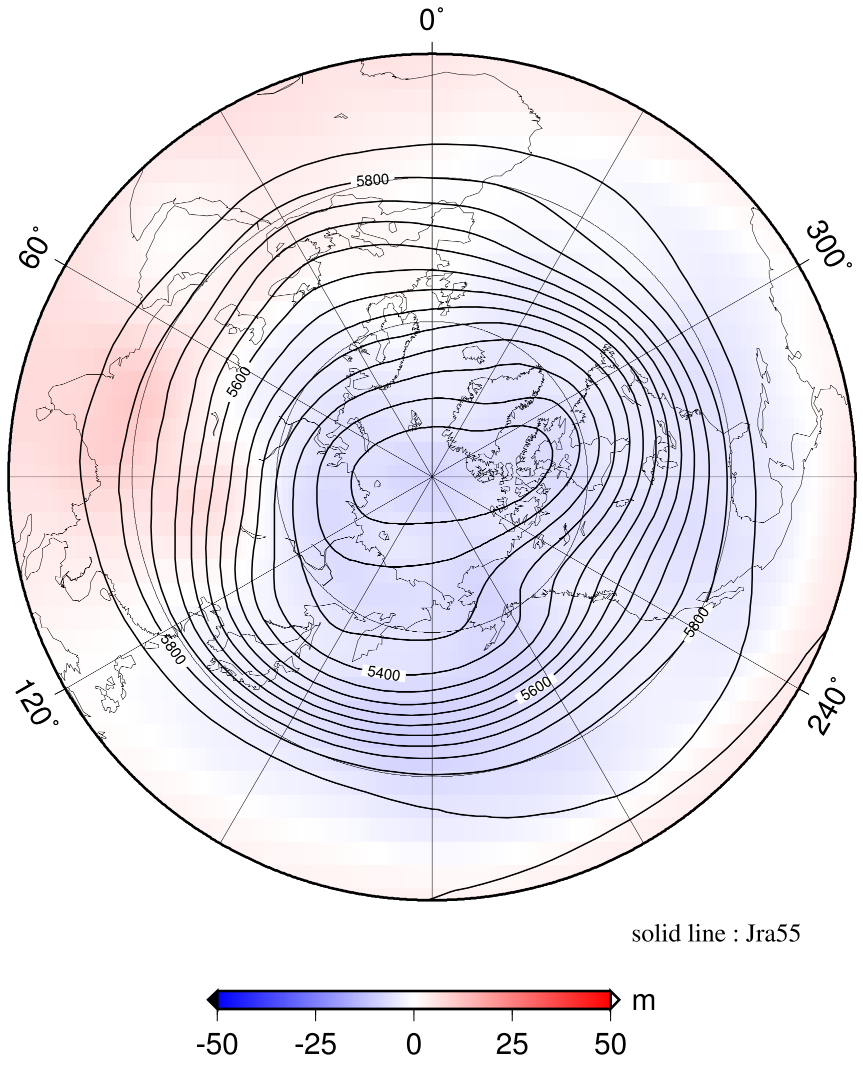


図 9: 図 1 と同様。ただし、500hPa 高度場についての図である。

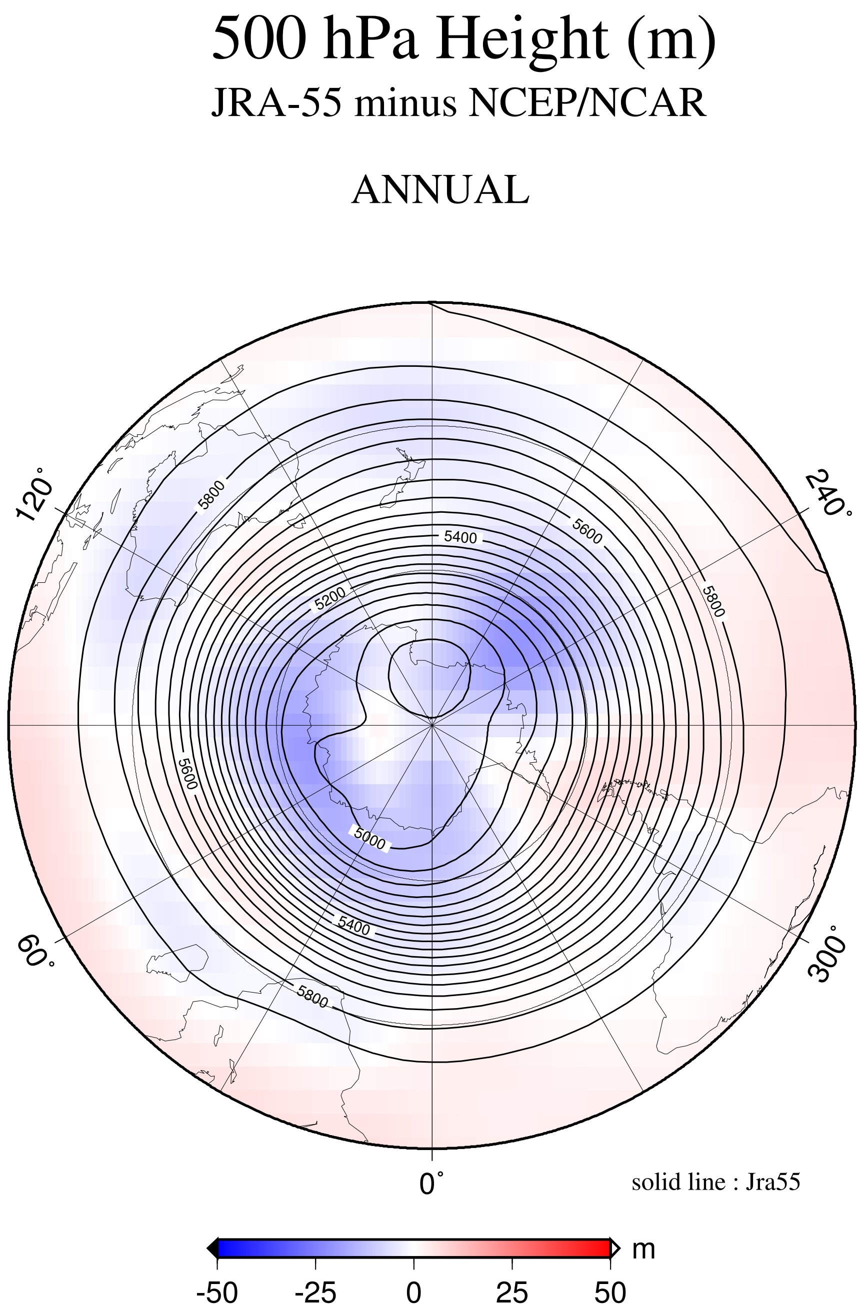


図 10: 図 2 と同様。ただし、500hPa 高度場についての図である。

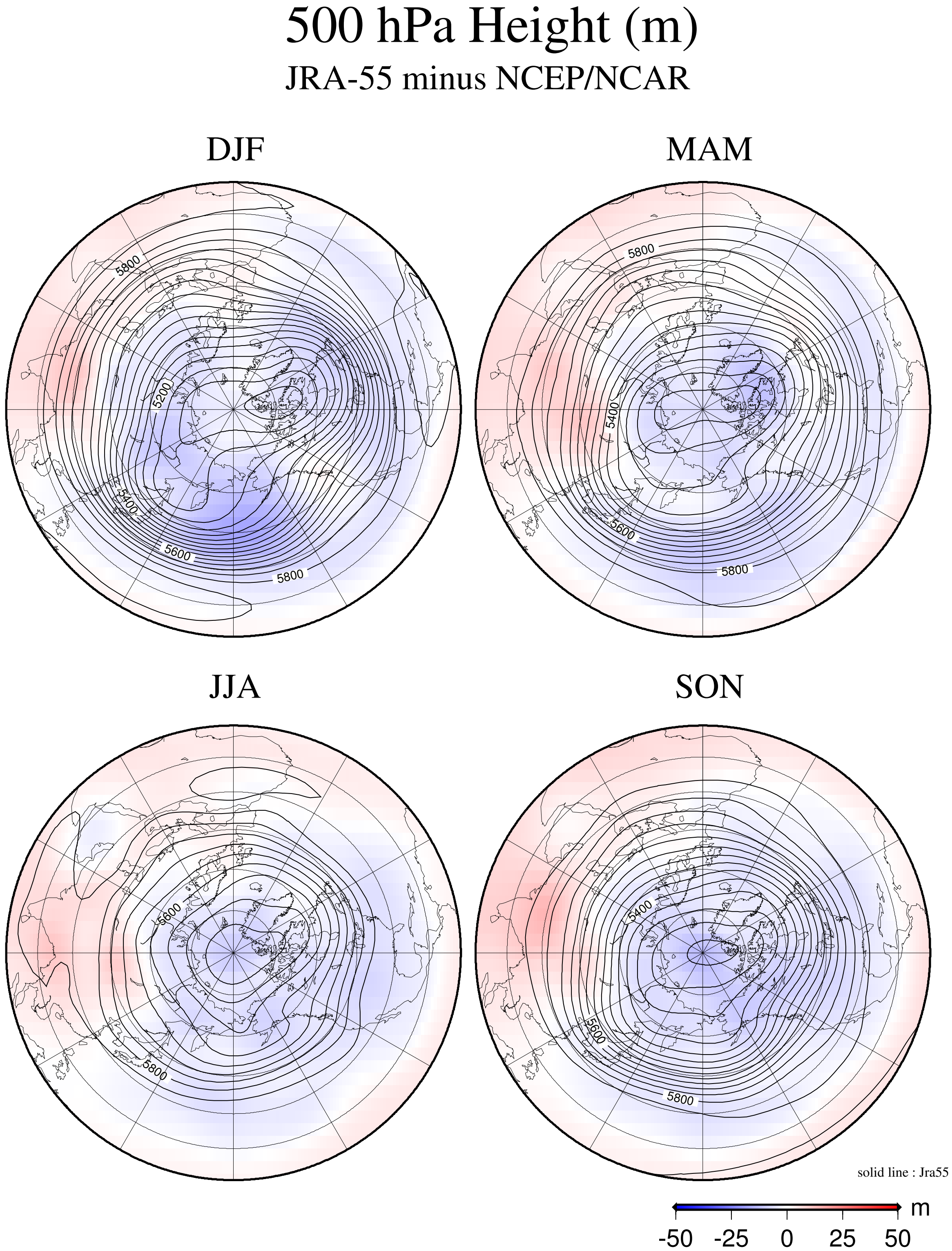


図 11: 図 3 と同様。ただし、500hPa 高度場についての図である。

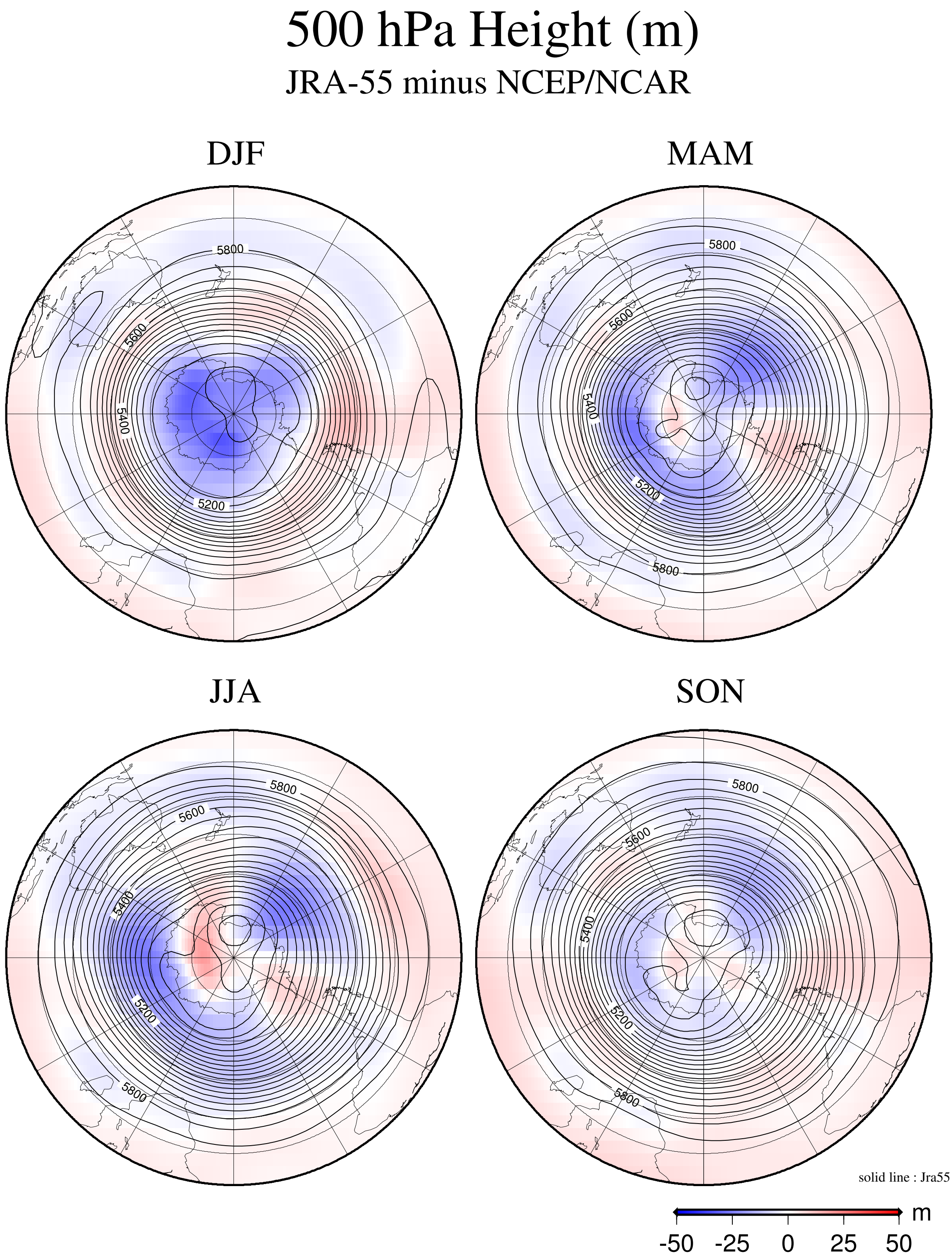


図 12: 図 4 と同様。ただし、500hPa 高度場についての図である。

850 hPa Height (m)

JRA-55 minus NCEP/NCAR

ANNUAL

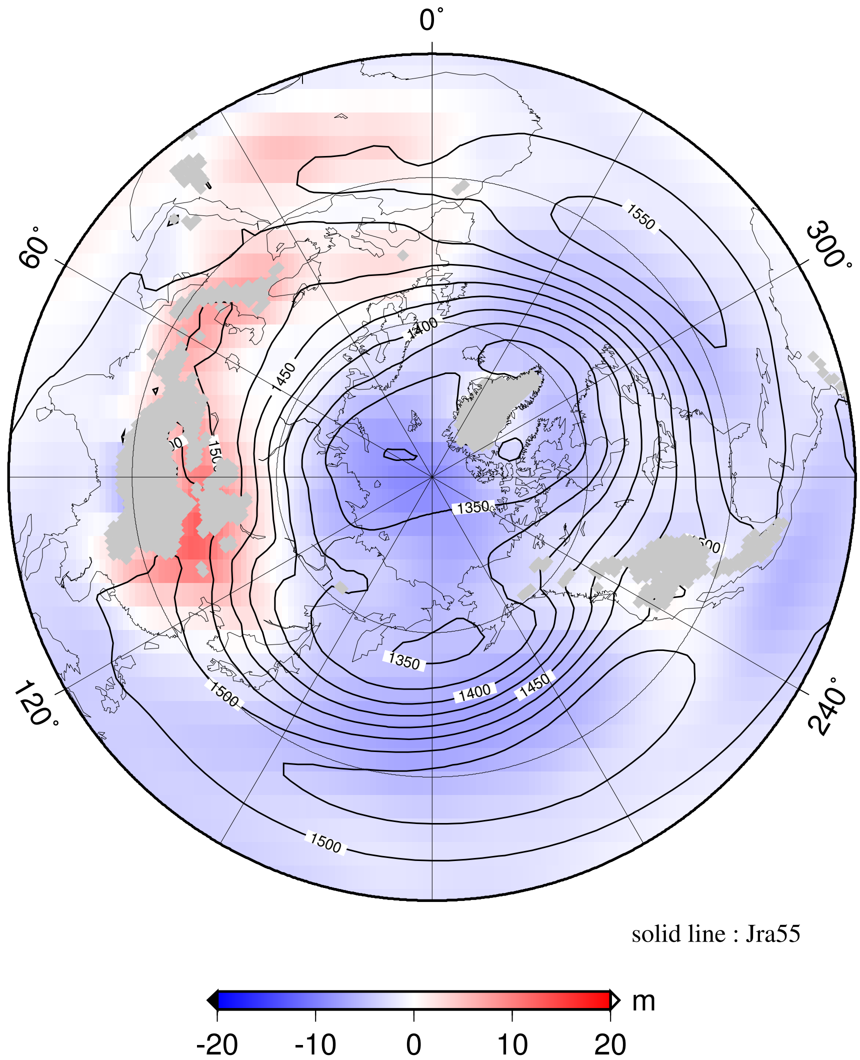


図 13: 図 1 と同様。ただし、850hPa 高度場についての図である。

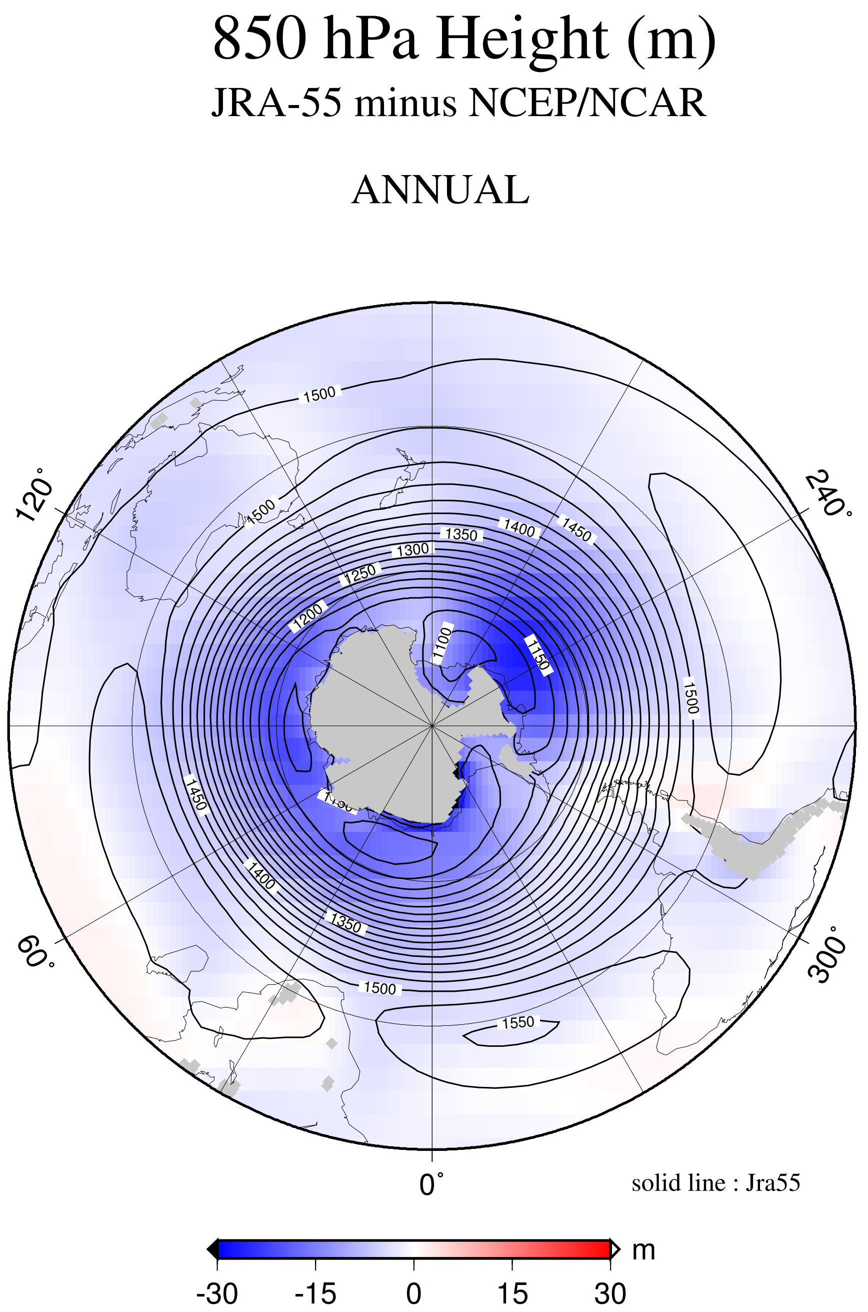


図 14: 図 2 と同様。ただし、850hPa 高度場についての図である。

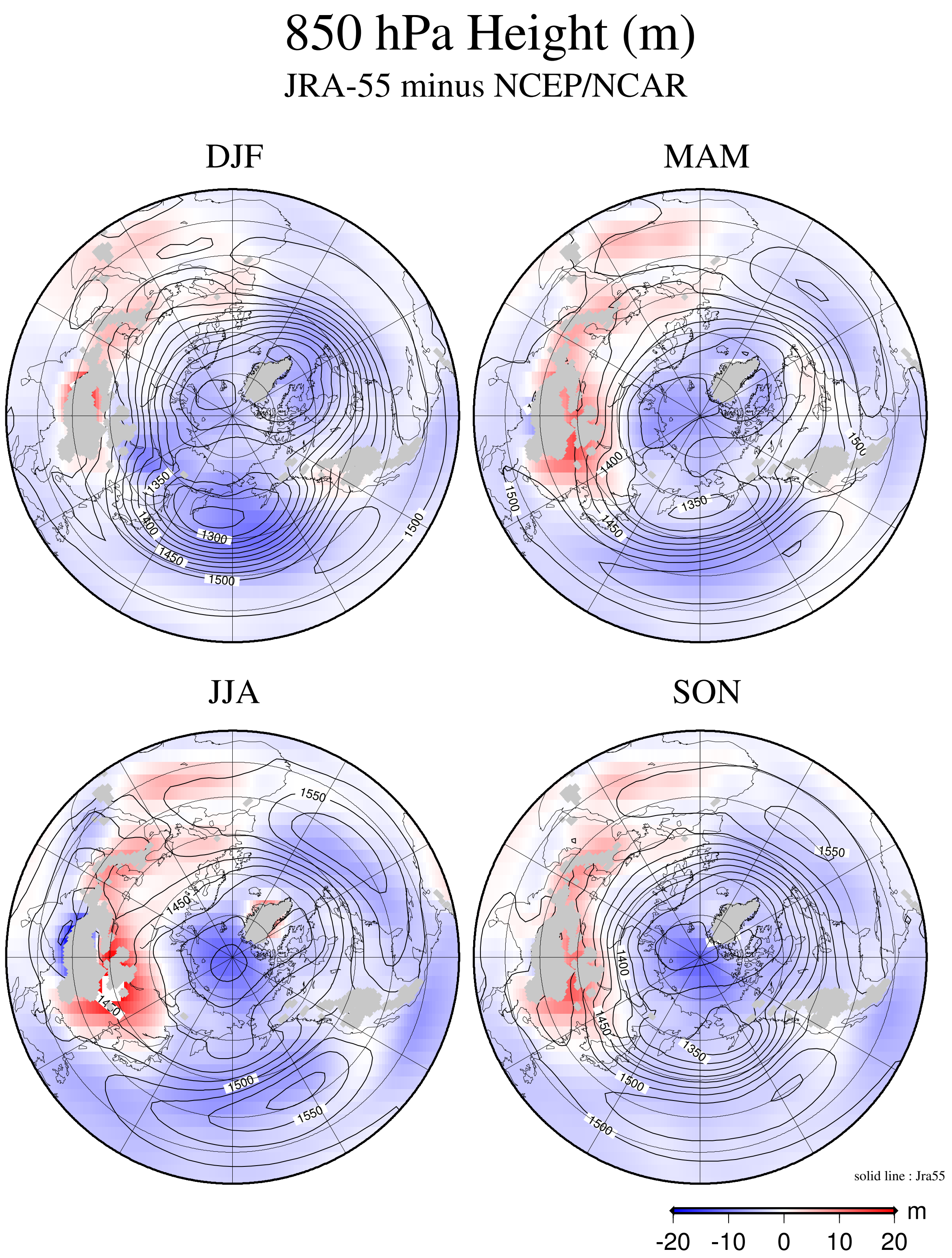


図 15: 図 3 と同様。ただし、850hPa 高度場についての図である。

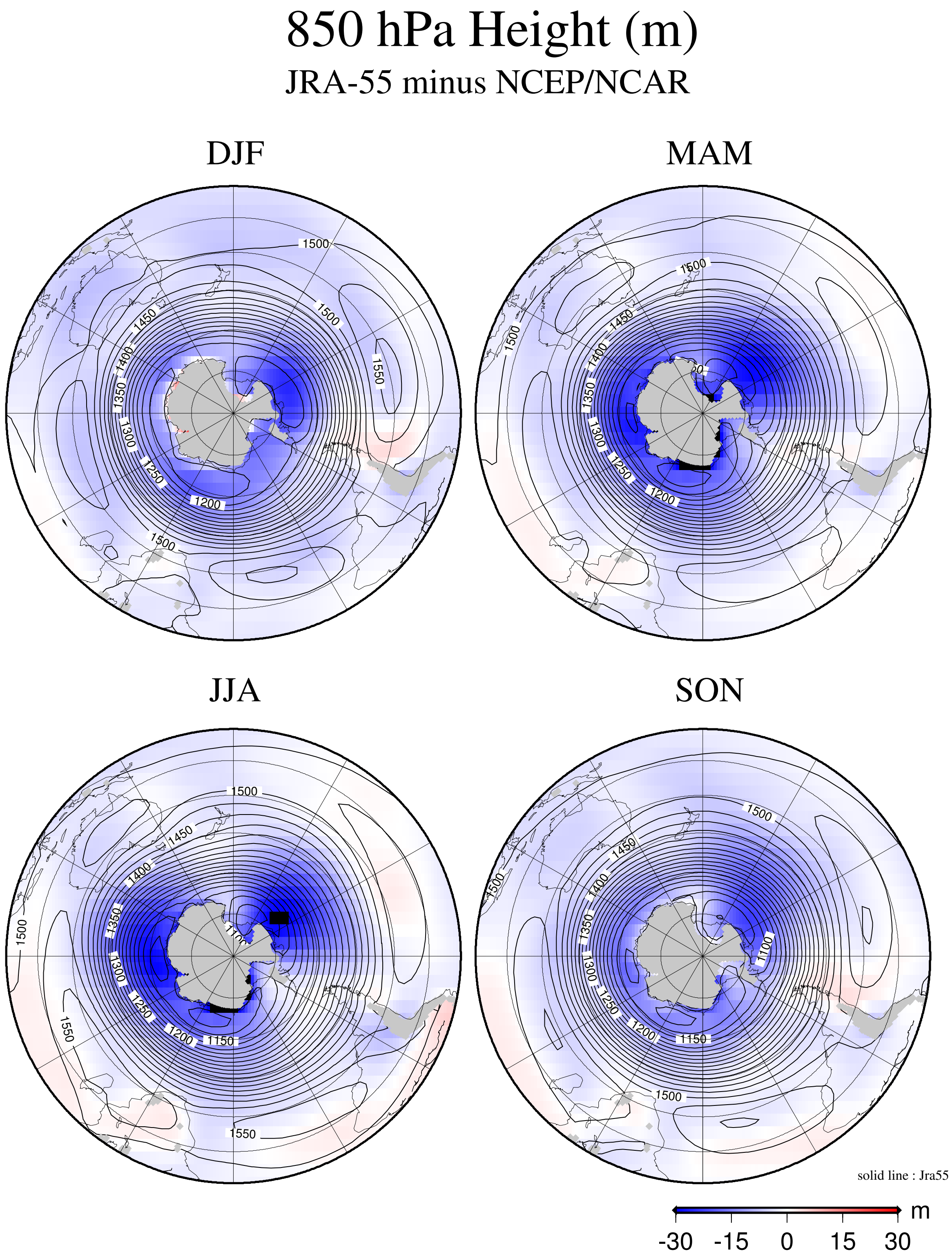


図 16: 図 4 と同様。ただし、850hPa 高度場についての図である。

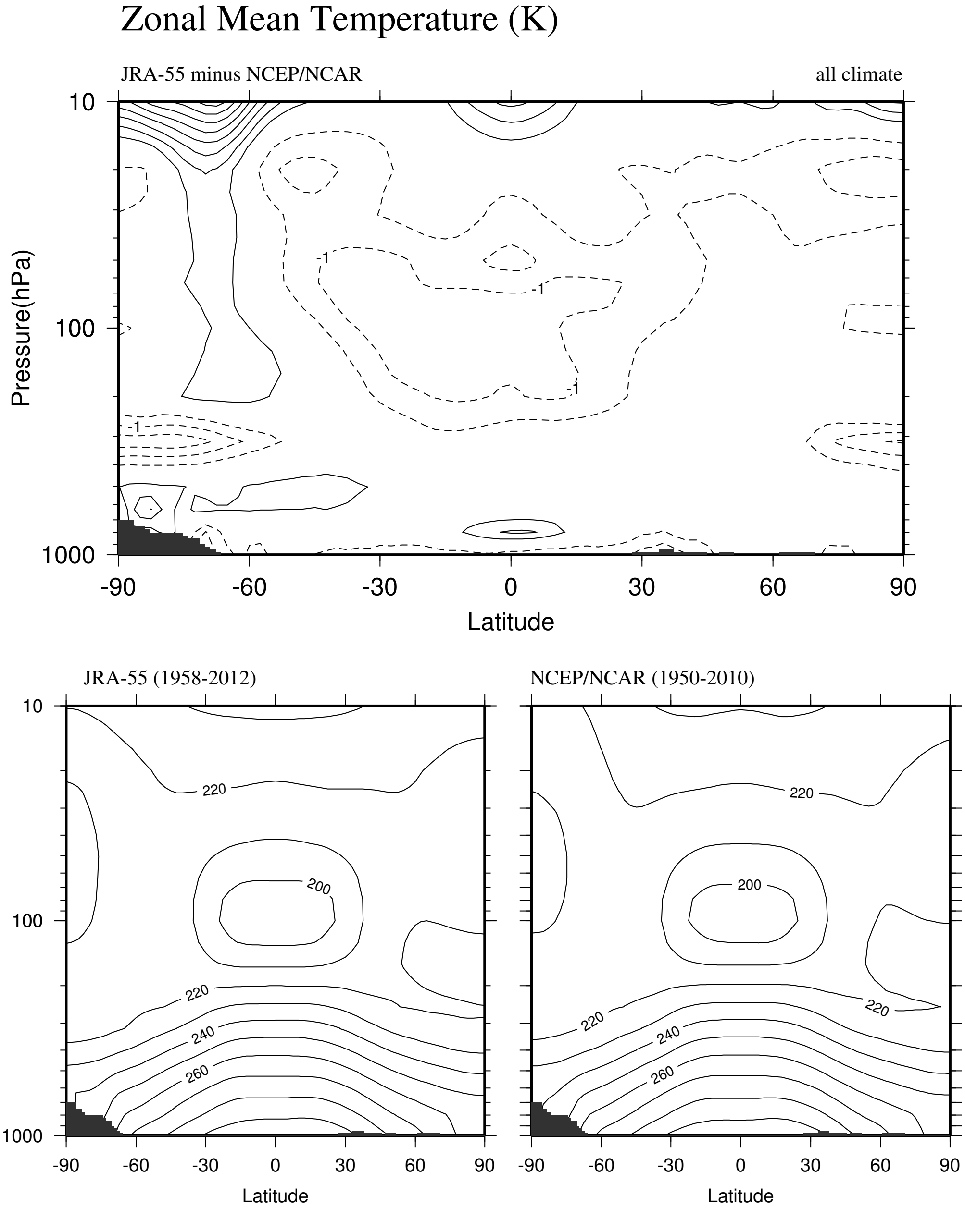


図 17: 通年平均した東西平均気温の鉛直断面図 (左下：JRA-55、右下：NCEP/NCAR) と JRA-55 の値から NCEP/NCAR を引いた図 (上)

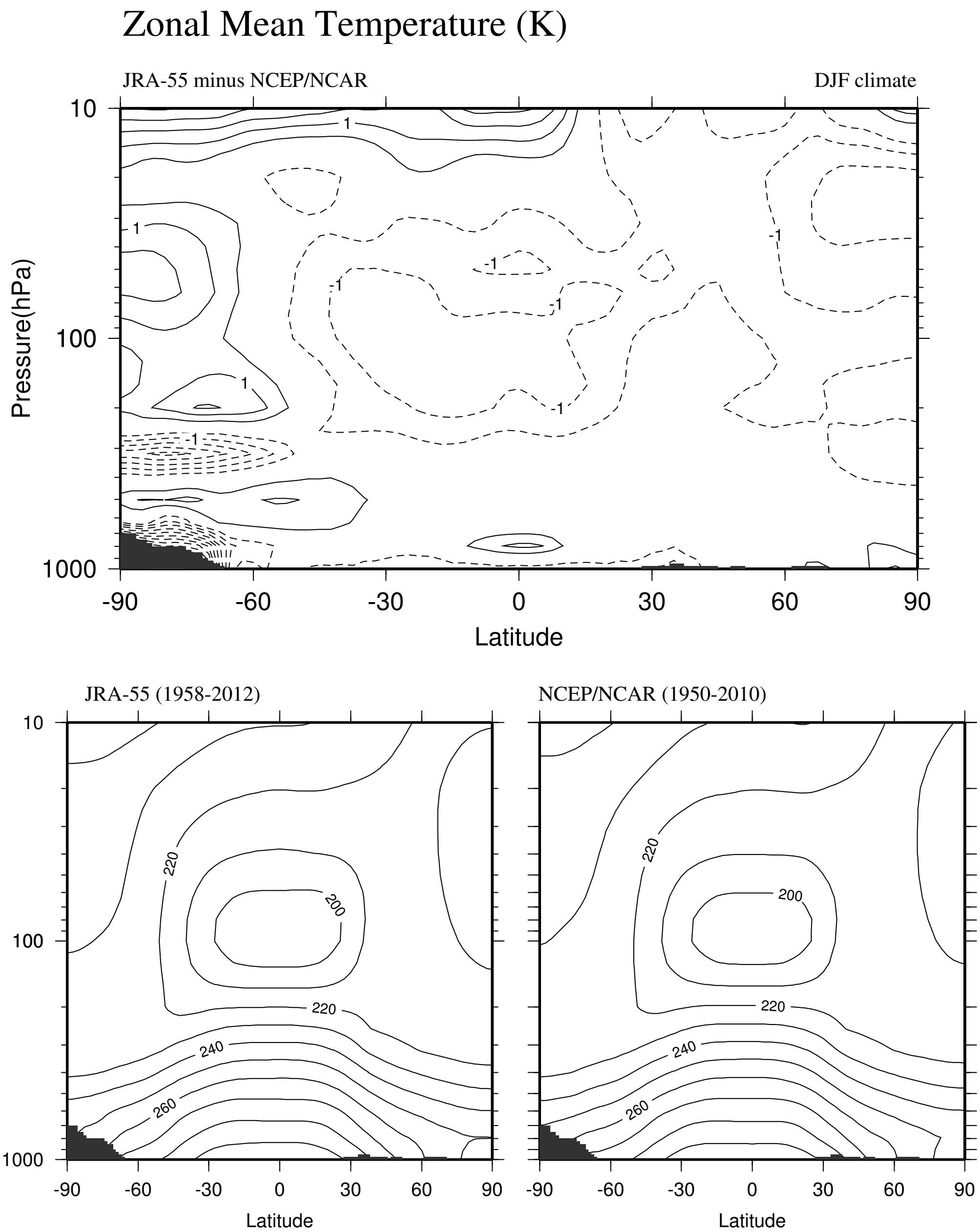


図 18: 冬季 (12 月〜2 月) について平均した東西平均気温の鉛直断面図 (左下：JRA-55、右下：NCEP/NCAR) と JRA-55 の値から NCEP/NCAR を引いた図 (上)

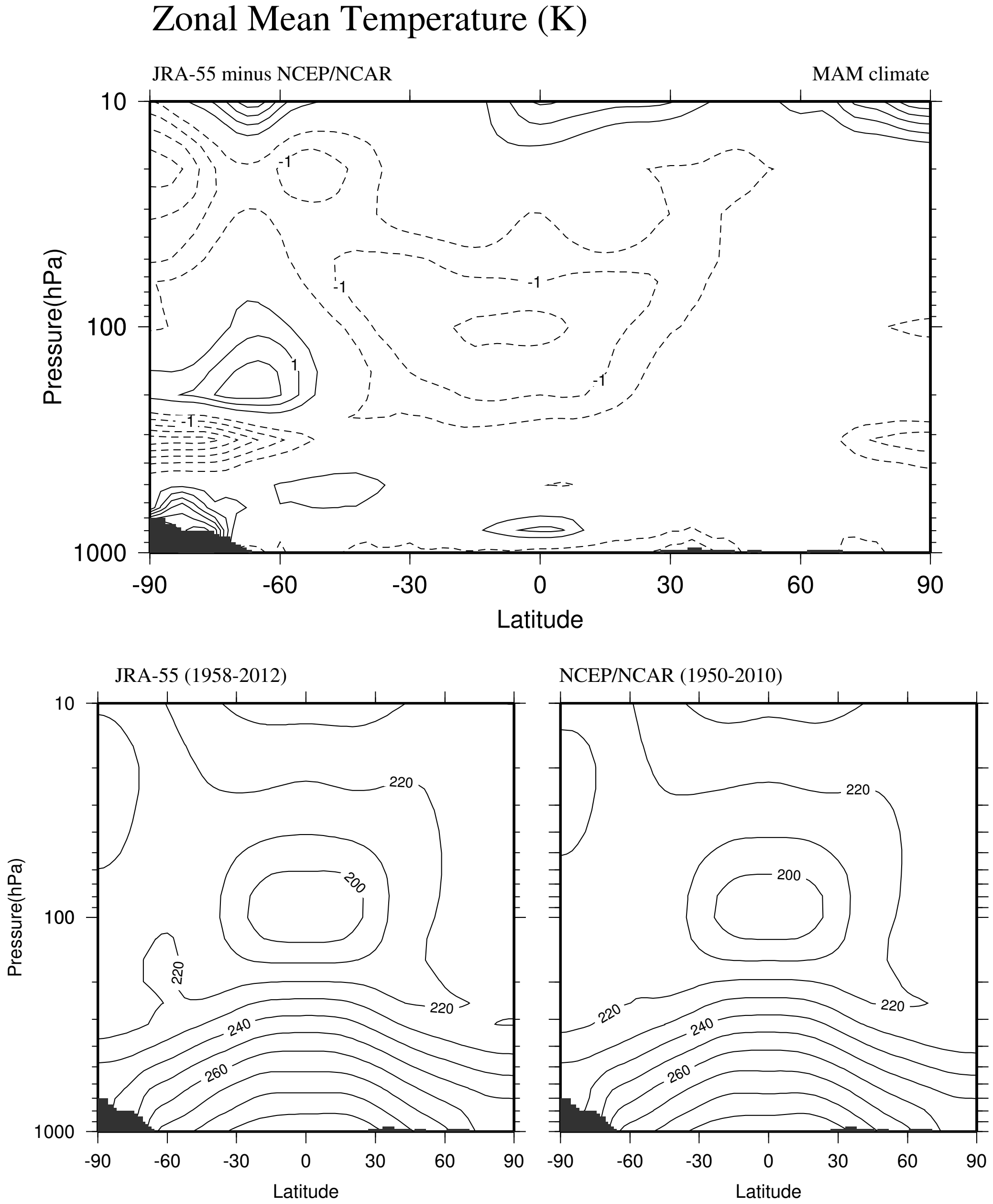


図 19: 春季 (3 月〜5 月) について平均した東西平均気温の鉛直断面図 (左下：JRA-55、右下：NCEP/NCAR) と JRA-55 の値から NCEP/NCAR を引いた図 (上)

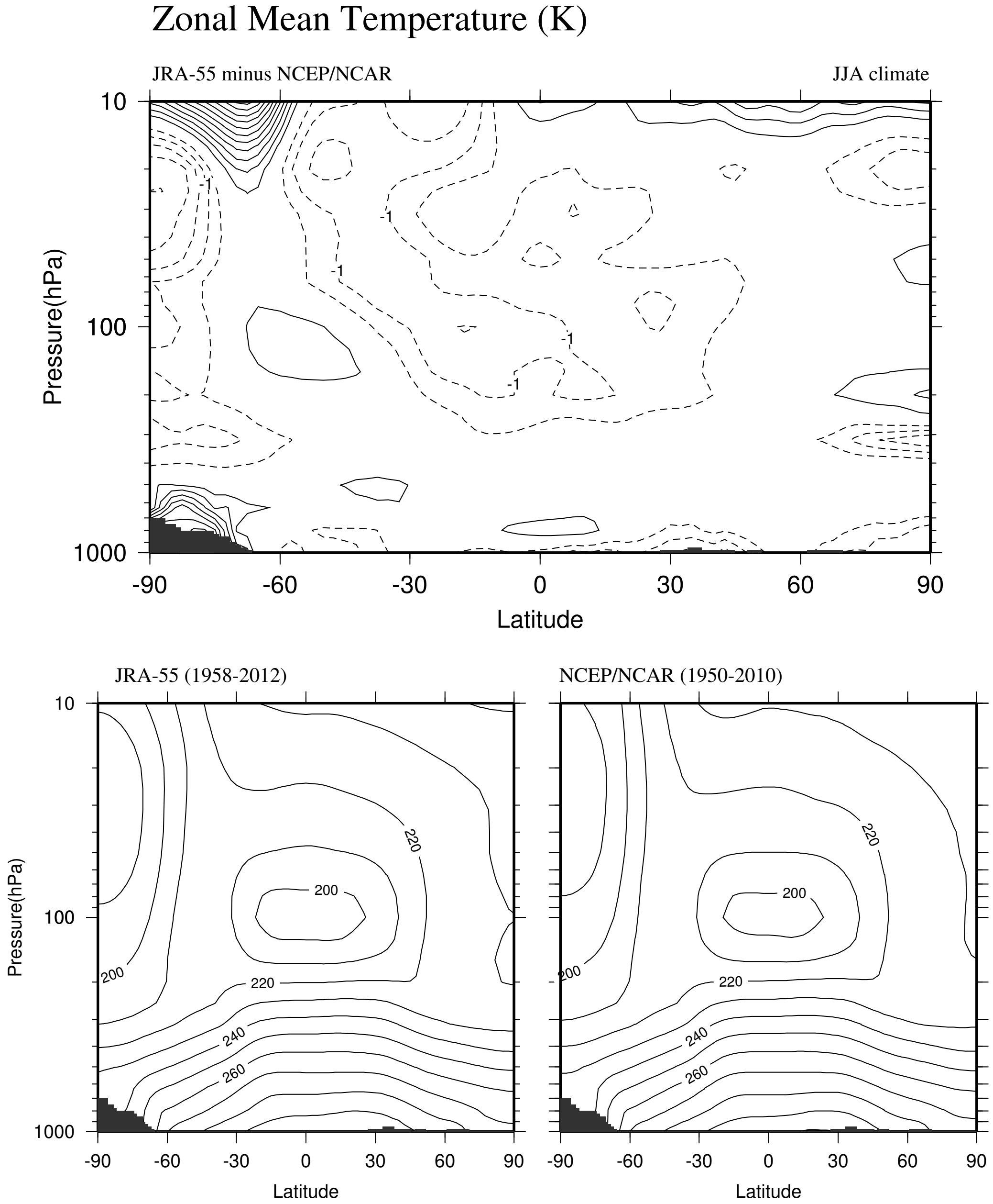


図 20: 夏季 (6 月～8 月) について平均した東西平均気温の鉛直断面図 (左下：JRA-55、右下：NCEP/NCAR) と JRA-55 の値から NCEP/NCAR を引いた図 (上)

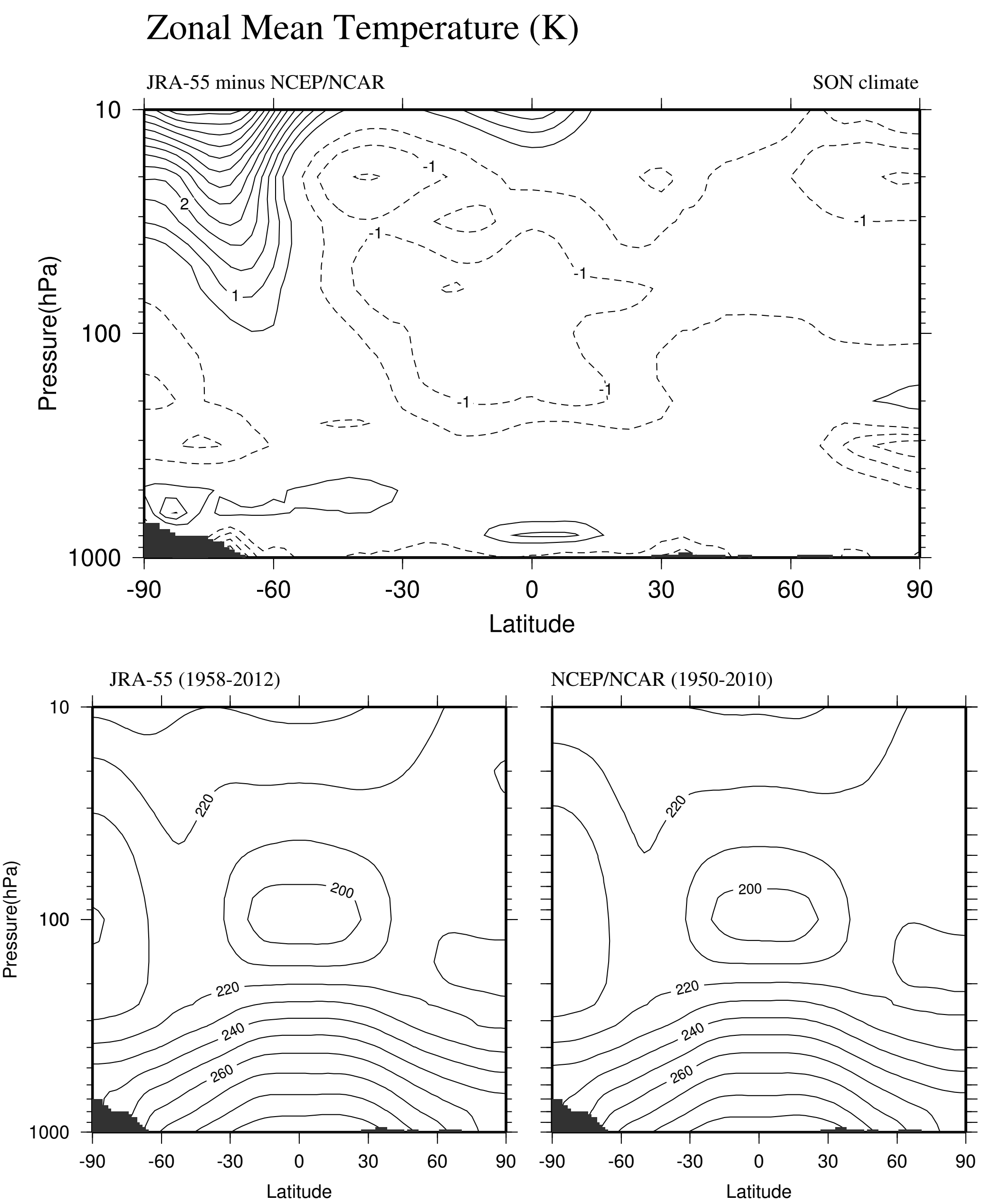


図 21: 秋季 (9 月〜11 月) について平均した東西平均気温の鉛直断面図 (左下：JRA-55、右下：NCEP/NCAR) と JRA-55 の値から NCEP/NCAR を引いた図 (上)

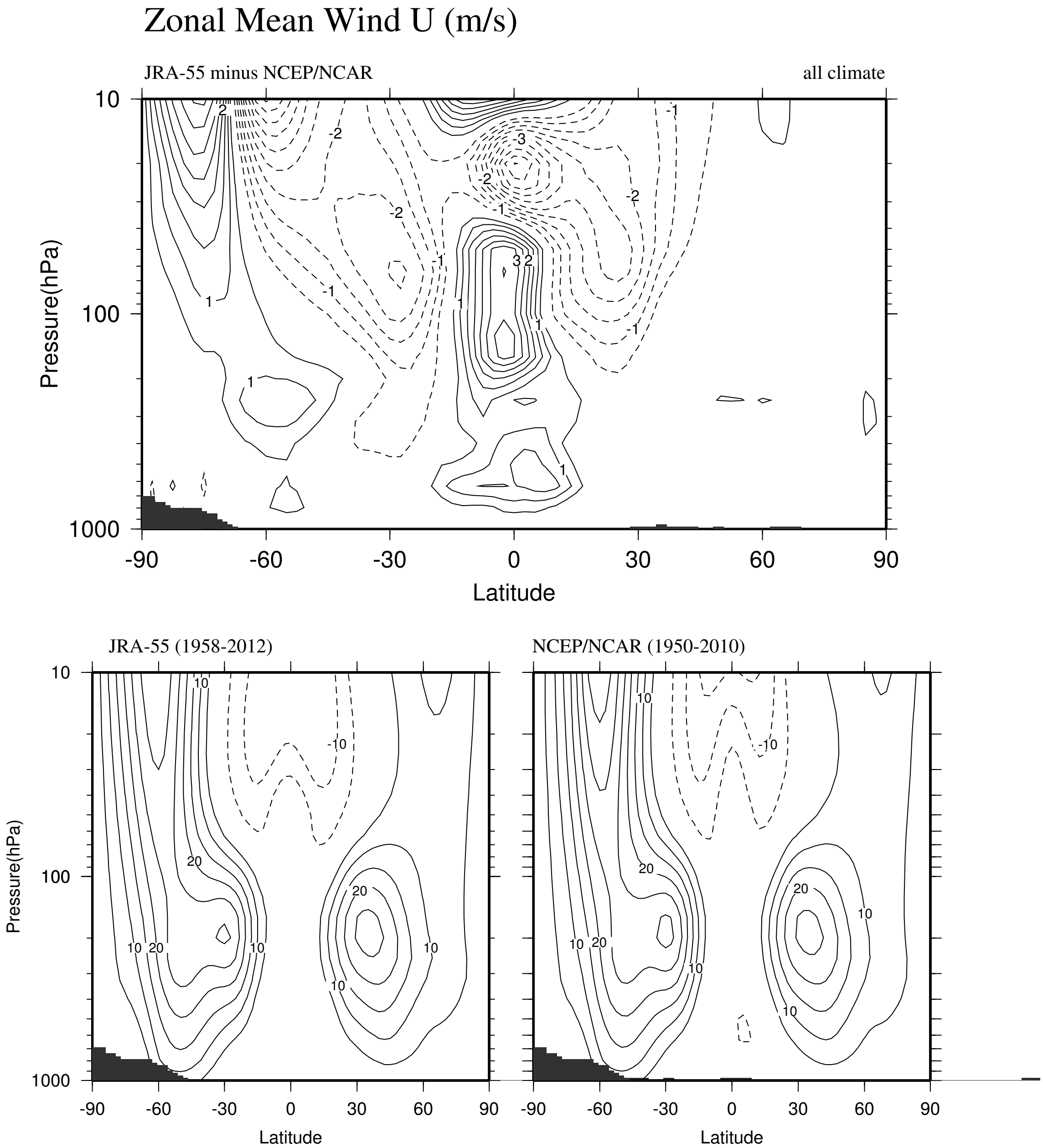


図 22: 図 17 と同様。ただし、東西平均東西風についての図である。

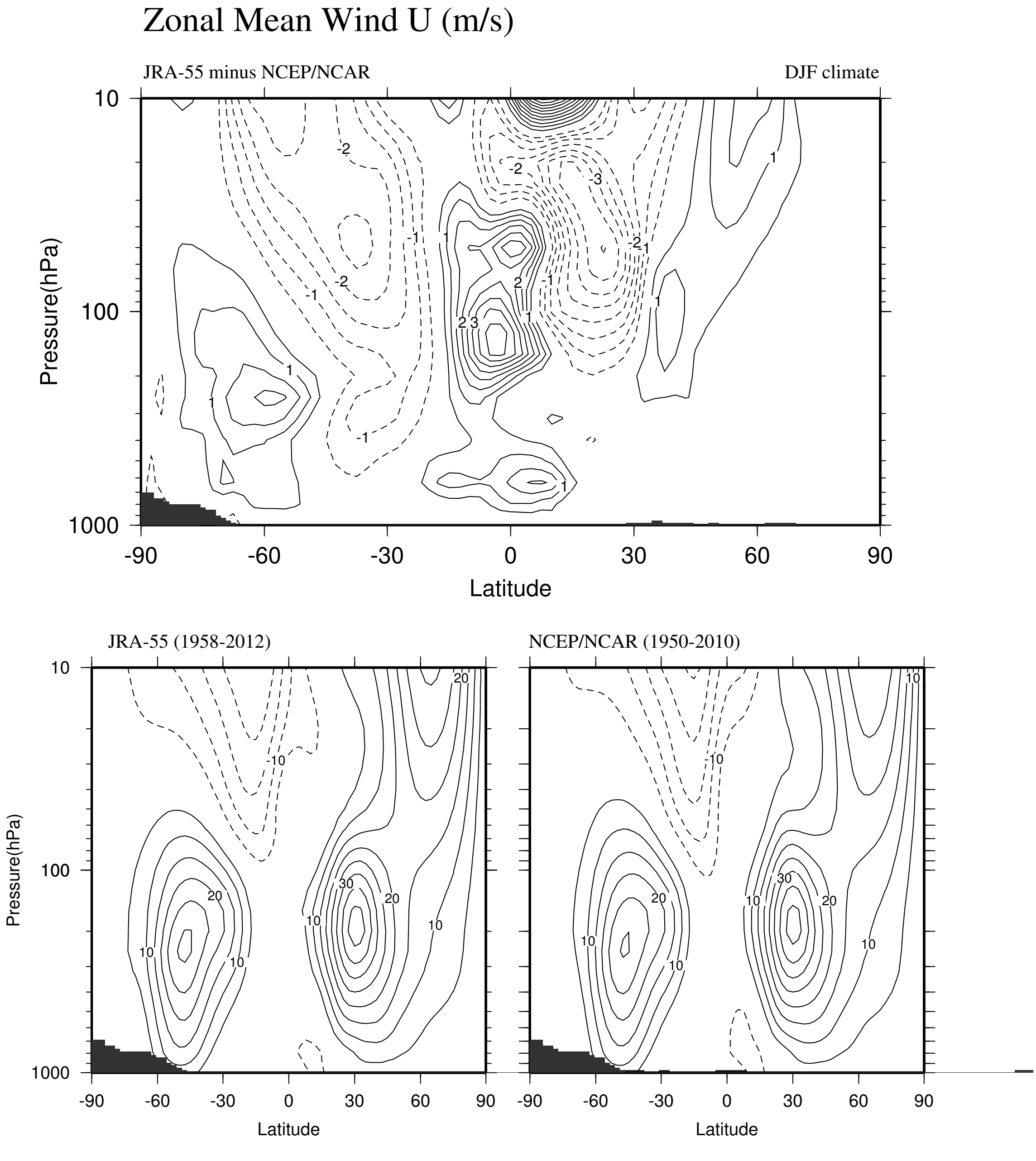


図 23: 図 18 と同様。ただし、東西平均東西風についての図である。

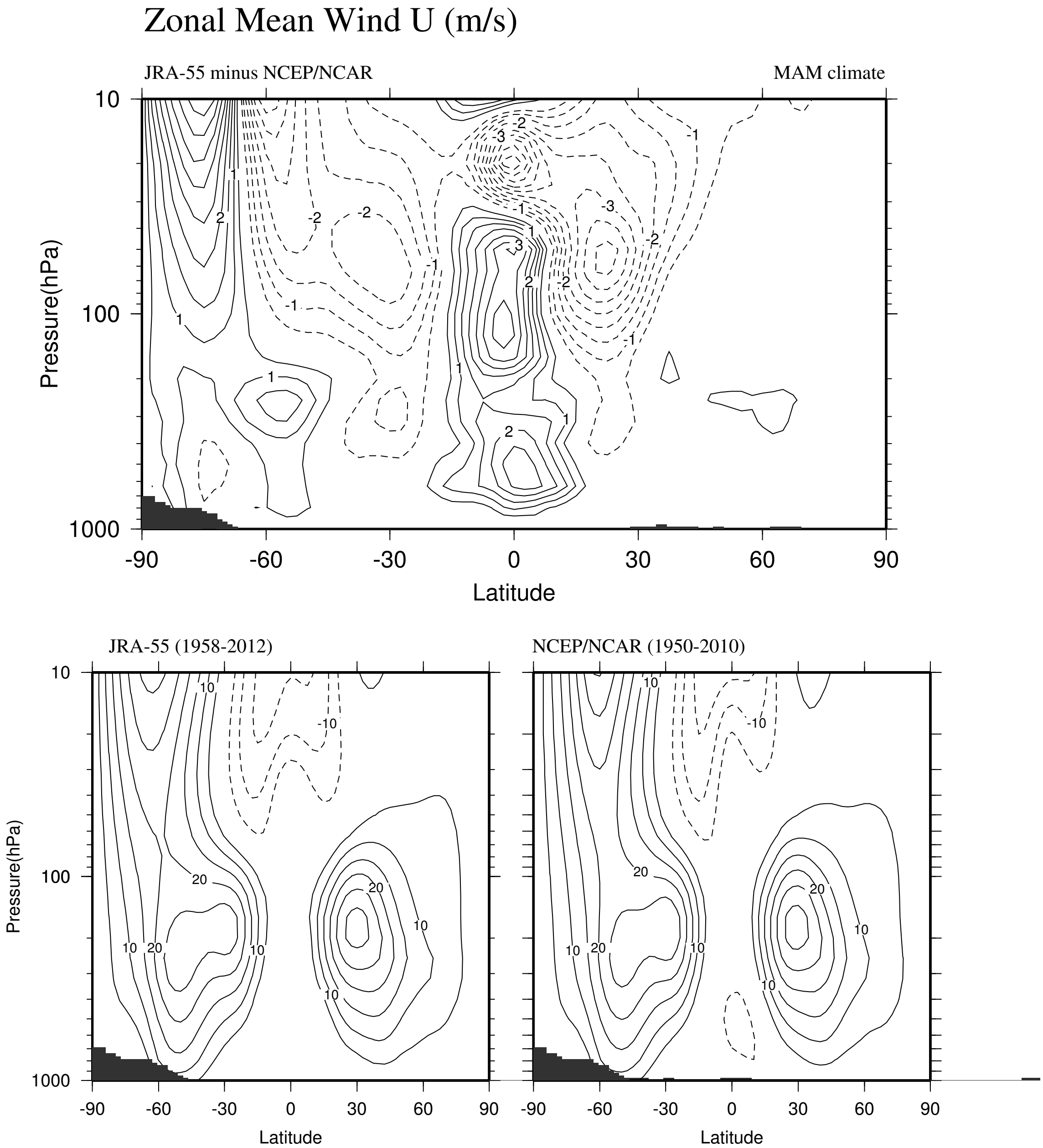


図 24: 図 19 と同様。ただし、東西平均東西風についての図である。

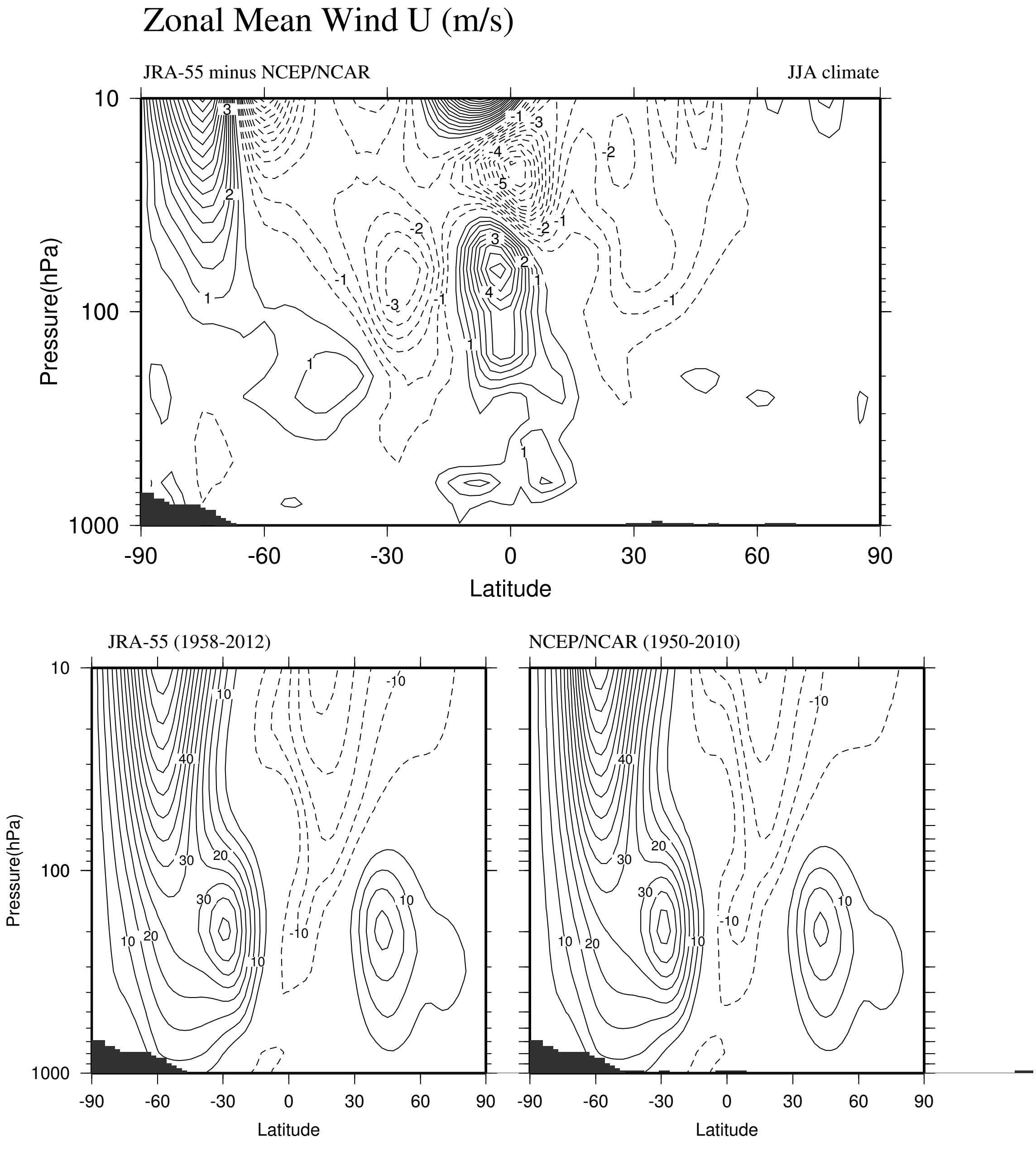


図 25: 図 20 と同様。ただし、東西平均東西風についての図である。

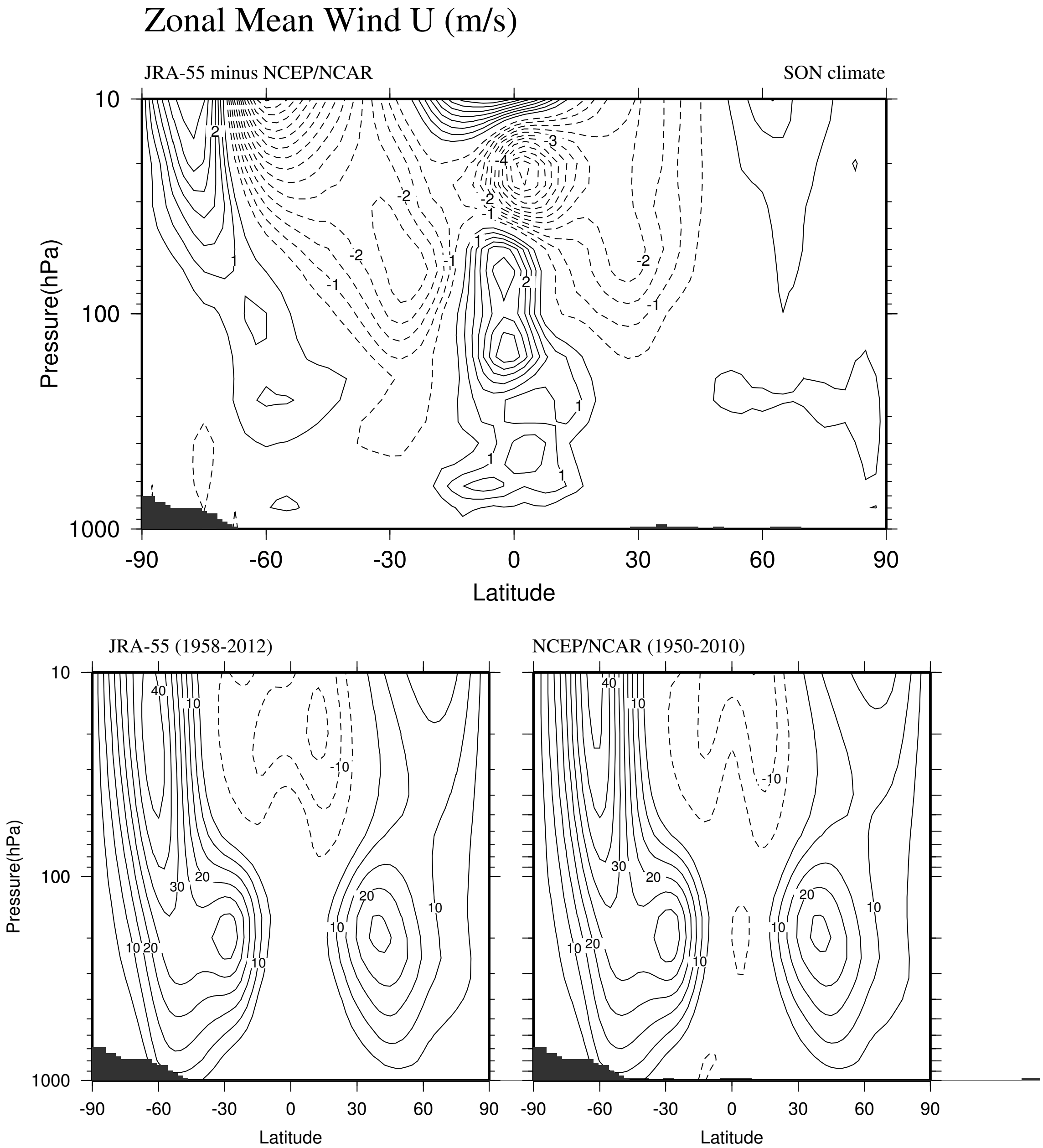


図 26: 図 21 と同様。ただし、東西平均東西風についての図である。

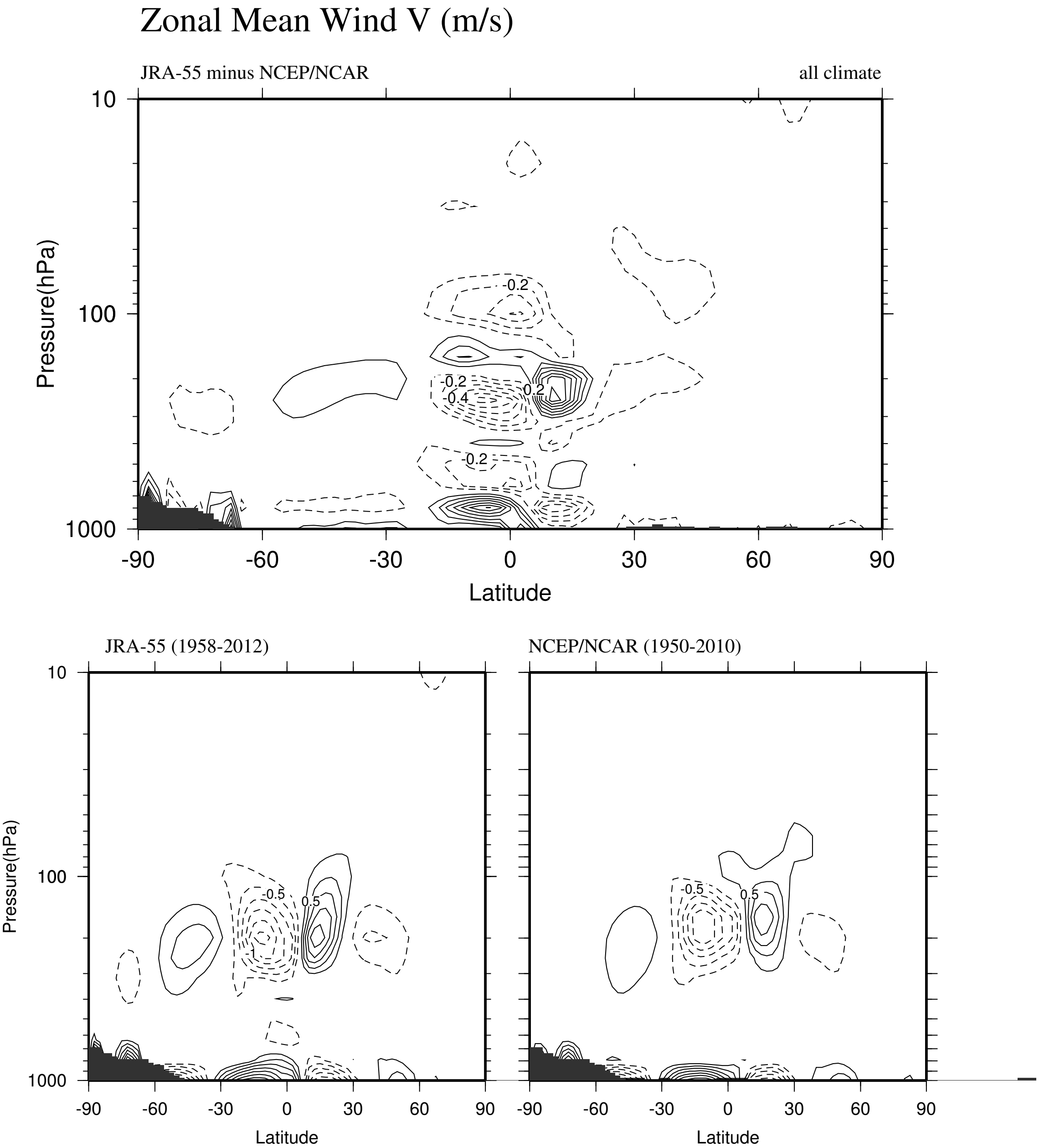


図 27: 図 17 と同様。ただし、東西平均南北風についての図である。

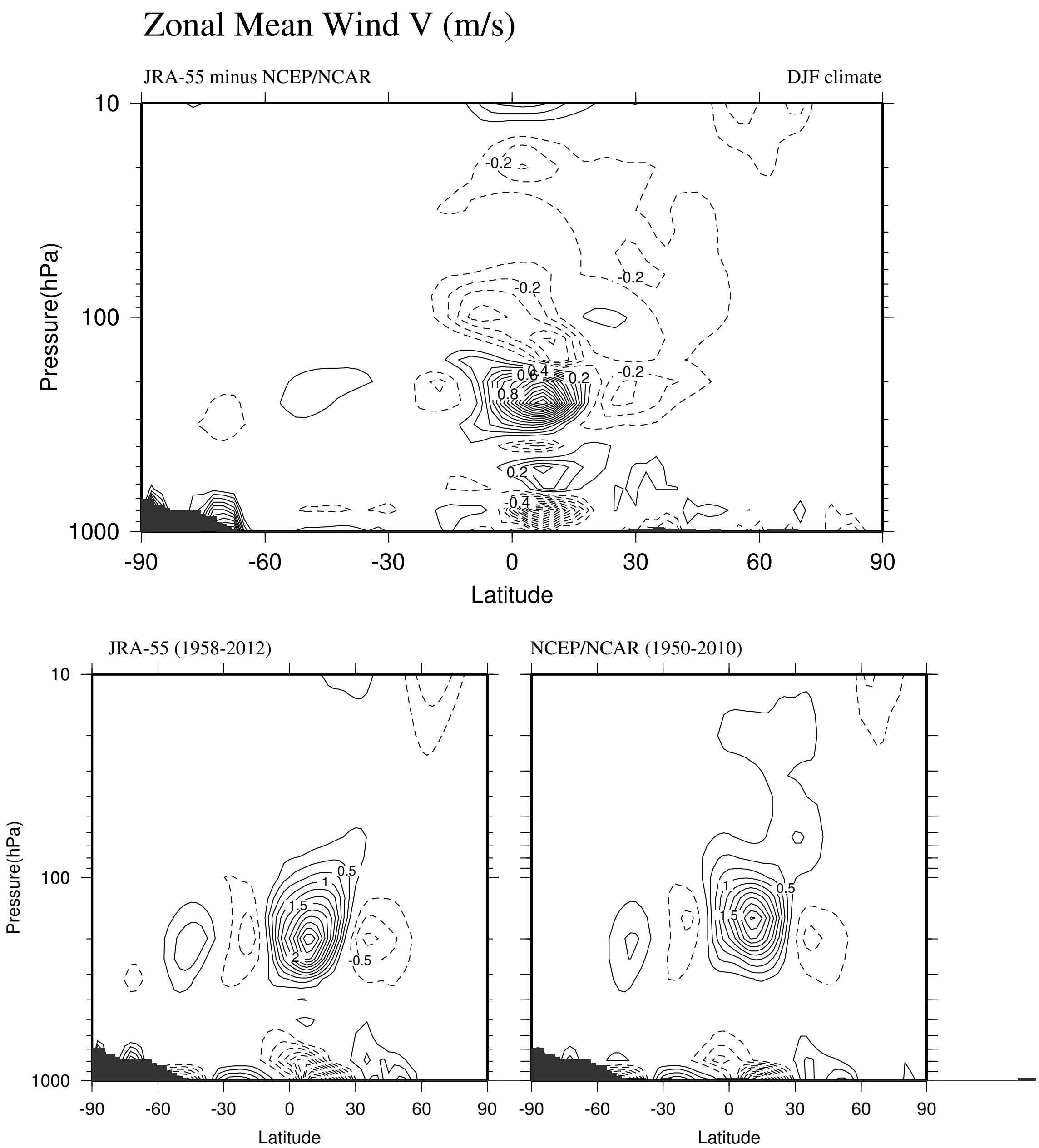


図 28: 図 18 と同様。ただし、東西平均南北風についての図である。

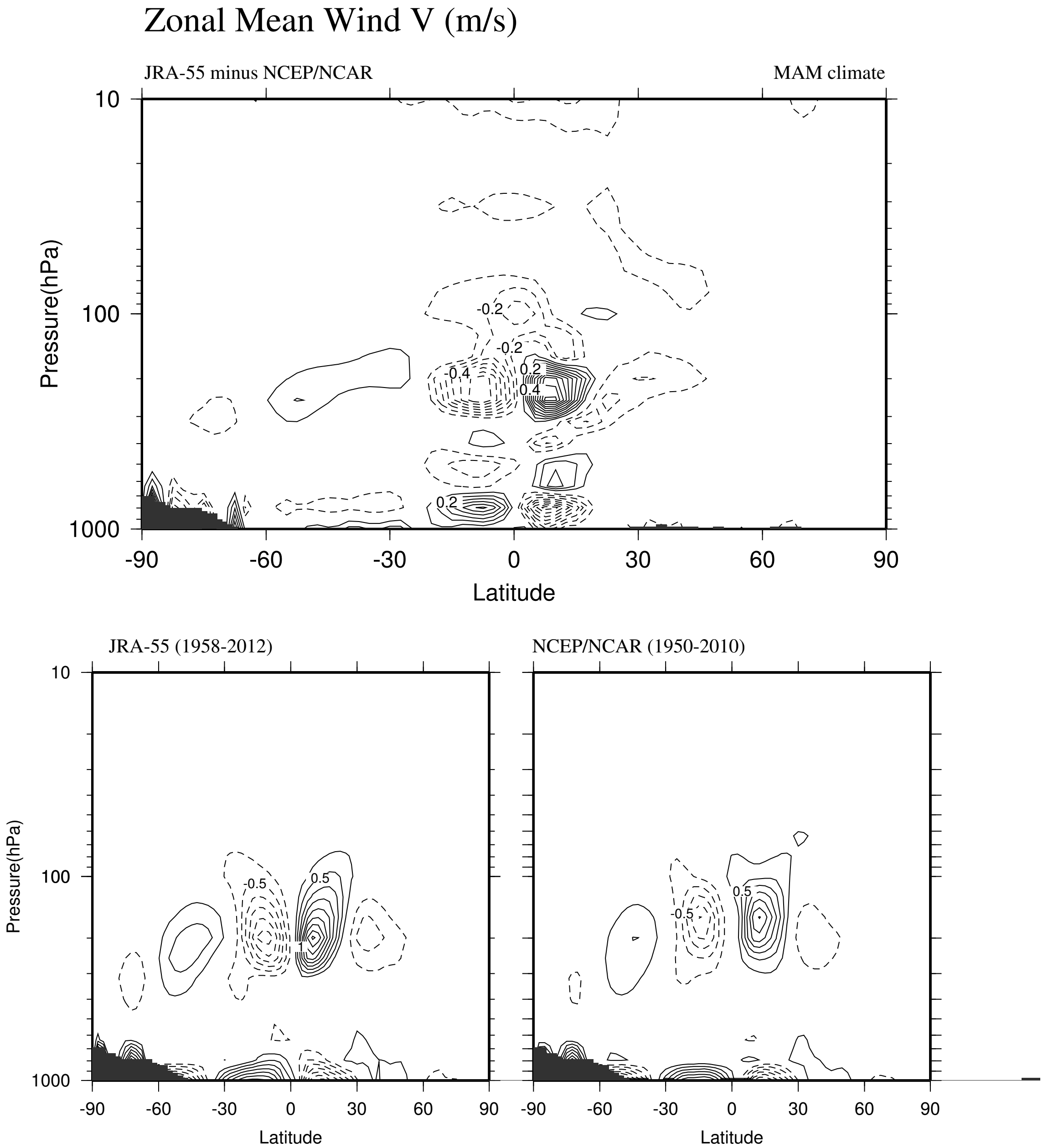


図 29: 図 19 と同様。ただし、東西平均南北風についての図である。

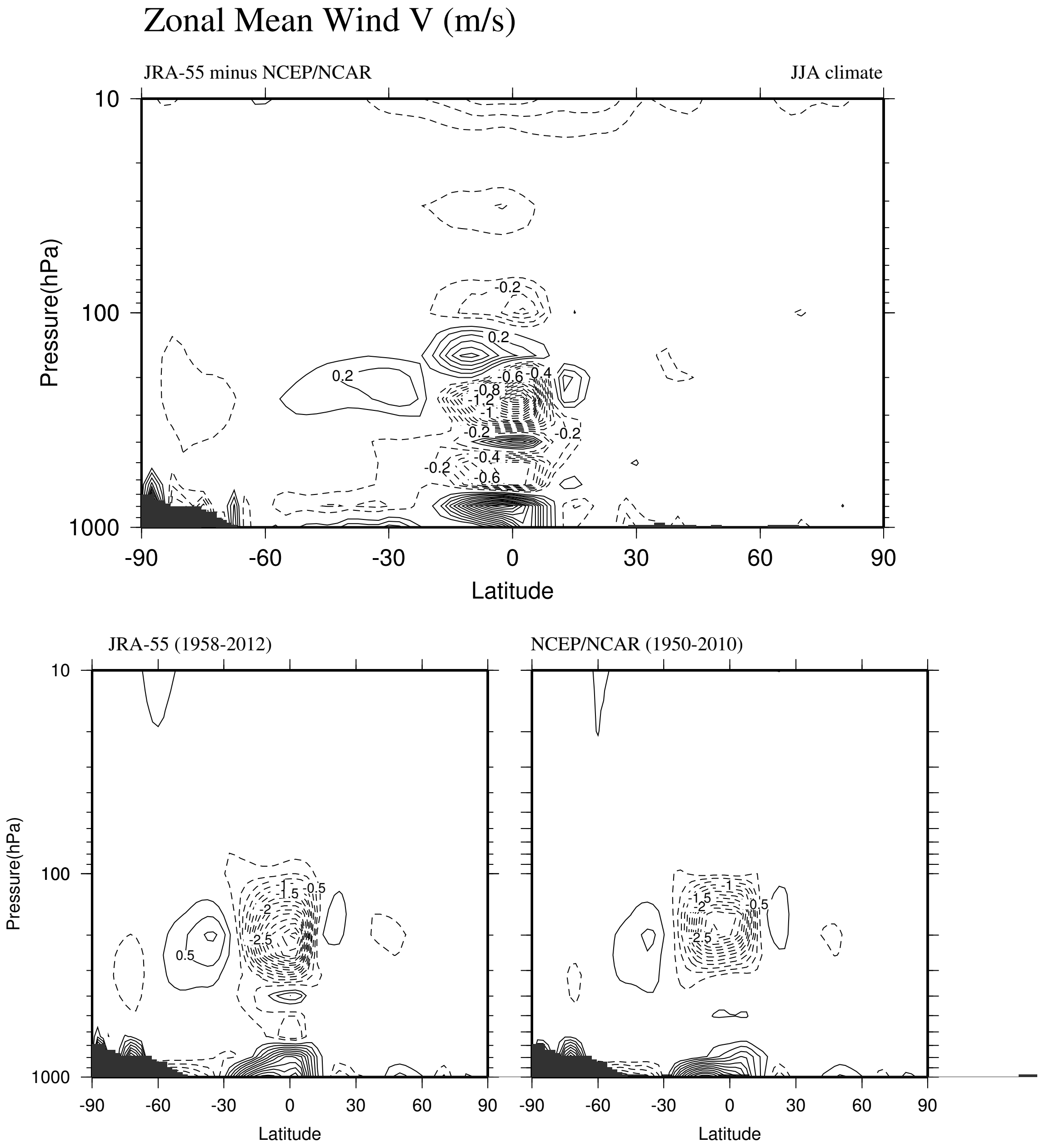


図 30: 図 20 と同様。ただし、東西平均南北風についての図である。

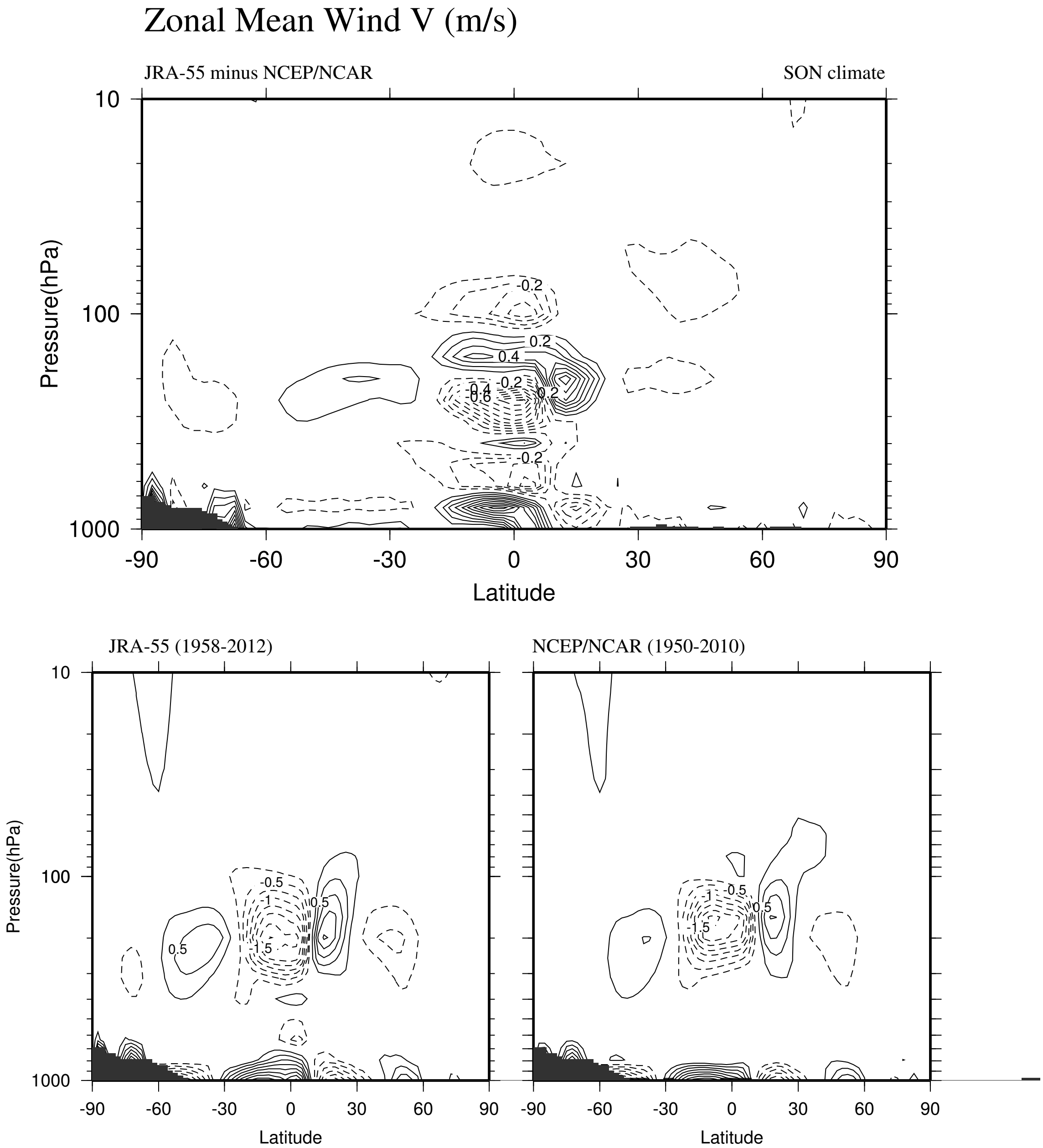


図 31: 図 21 と同様。ただし、東西平均南北風についての図である。

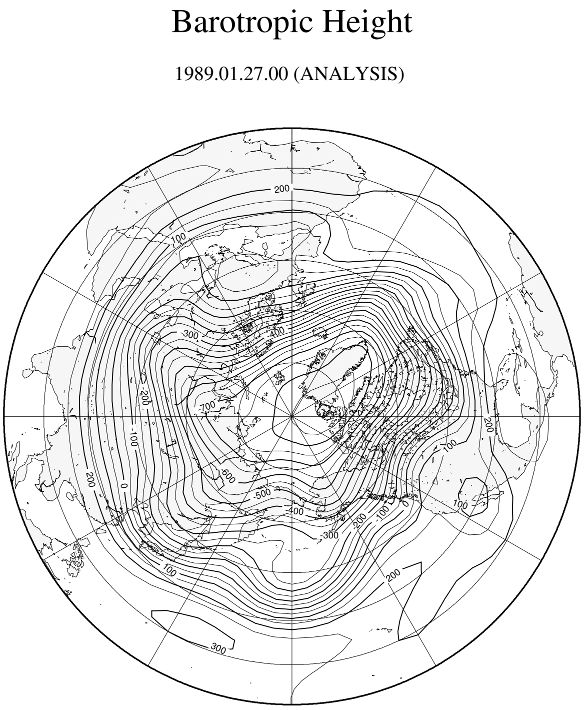


図 32: 1989 年 1 月 27 日の順圧高度場の実況図。

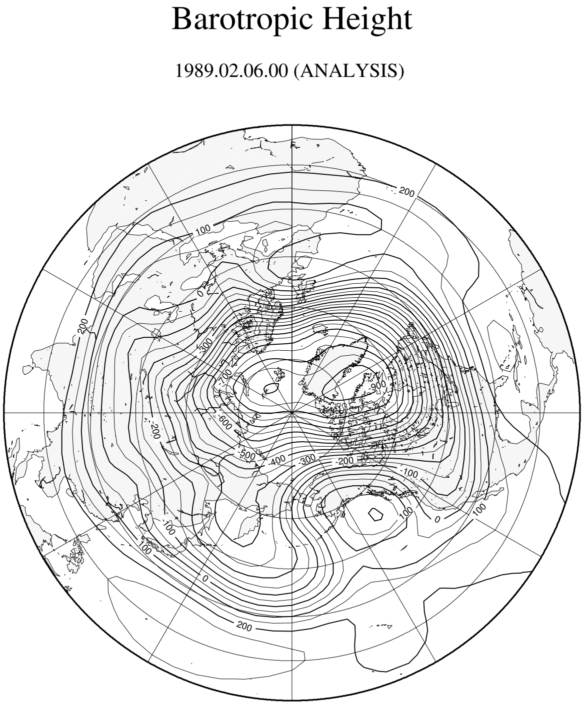


図 33: 1989 年 2 月 6 日の順圧高度場の実況図。

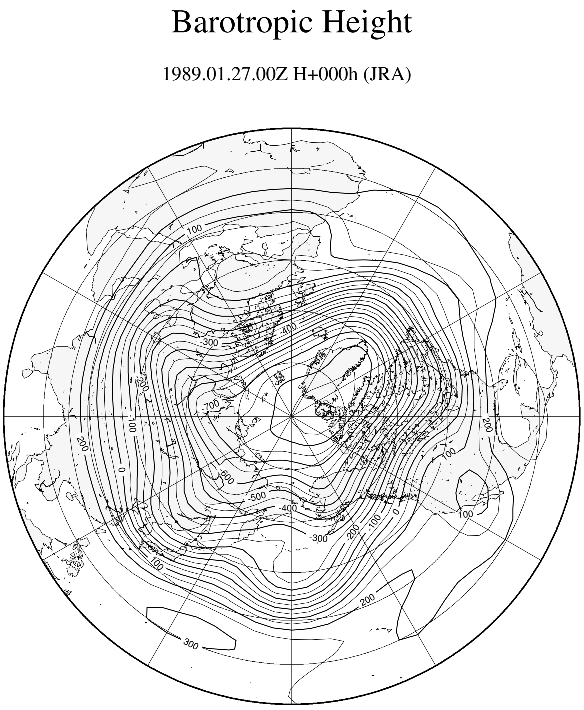


図 34: 1989 年 1 月 27 日を初期値とした予報実験の初期値図 (JRA-55)。

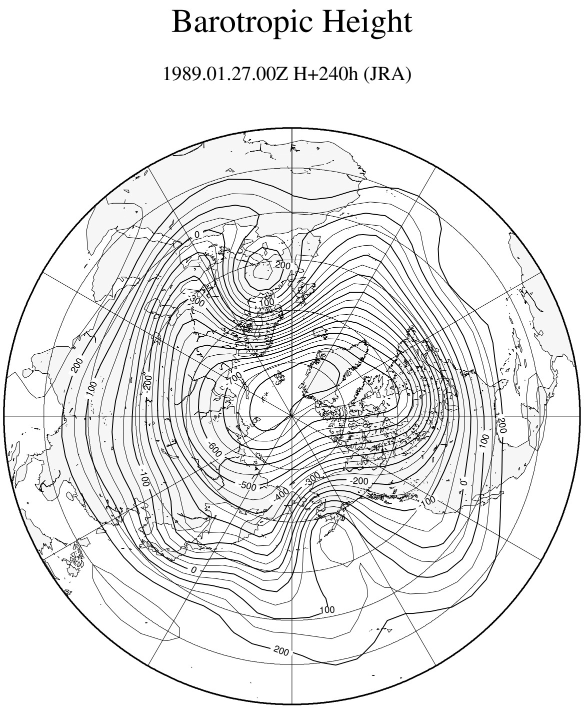


図 35: 1989 年 1 月 27 日を初期値とした予報実験の 2 月 6 日 (240 時間後) 予報図 (JRA-55)

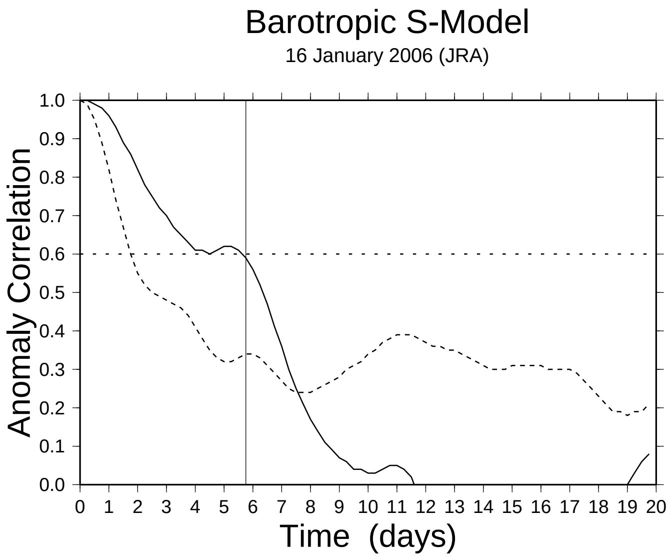


図 58: 2006 年 1 月 16 日を初期値とした 20 日予報実験のアノマリー相関図 (JRA-55)。

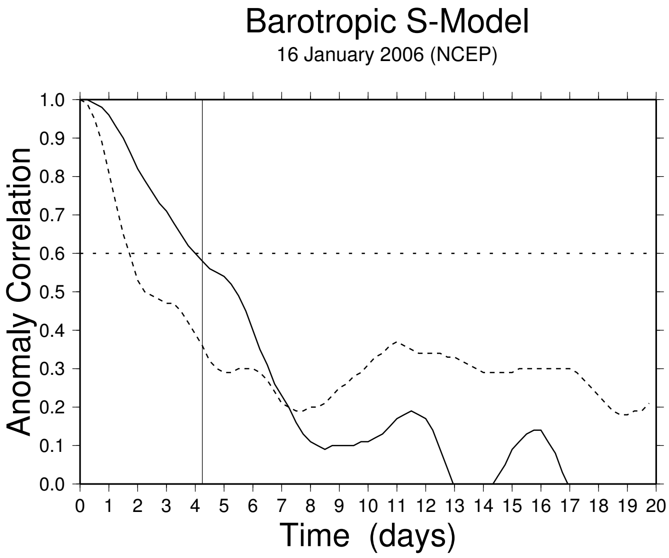


図 59: 2006 年 1 月 16 日を初期値とした 20 日予報実験のアノマリー相関図 (NCEP/NCAR)。

Barotropic Height

2010.07.09.00 (ANALYSIS)

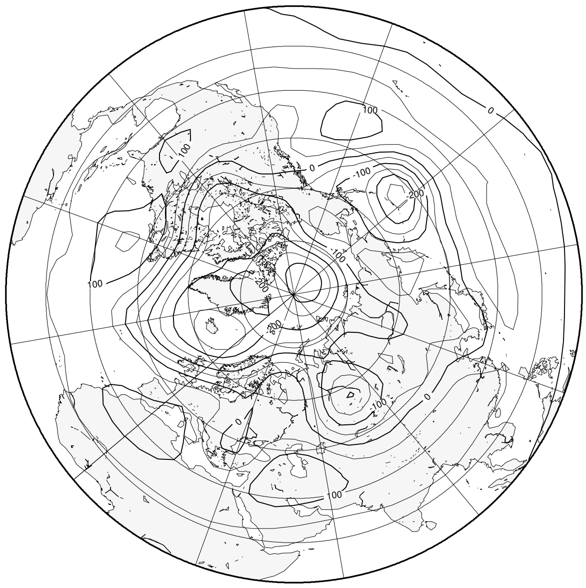


図 60: 2010 年 7 月 9 日の順圧高度場の実況図。

Barotropic Height

2010.07.10.00 (ANALYSIS)

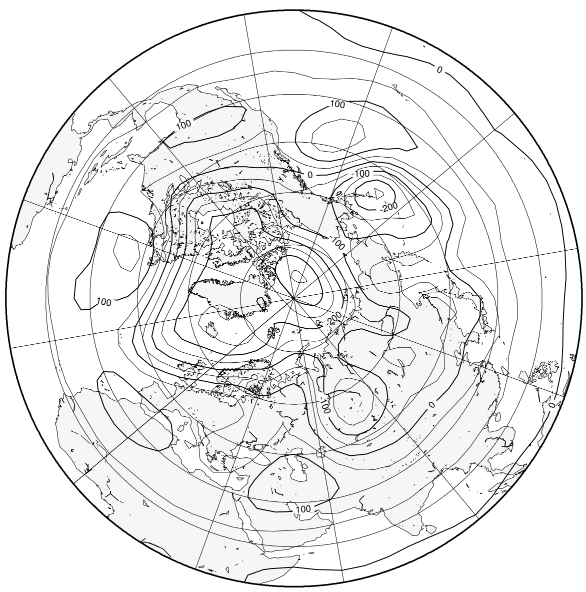


図 61: 2010 年 7 月 10 日の順圧高度場の実況図。

Barotropic Height

2010.07.12.00 (ANALYSIS)

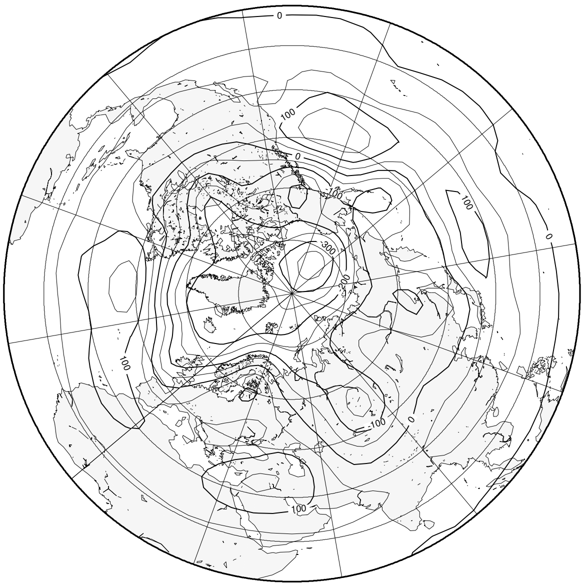


図 62: 2010 年 7 月 12 日の順圧高度場の実況図。

Barotropic Height

2010.07.14.00 (ANALYSIS)

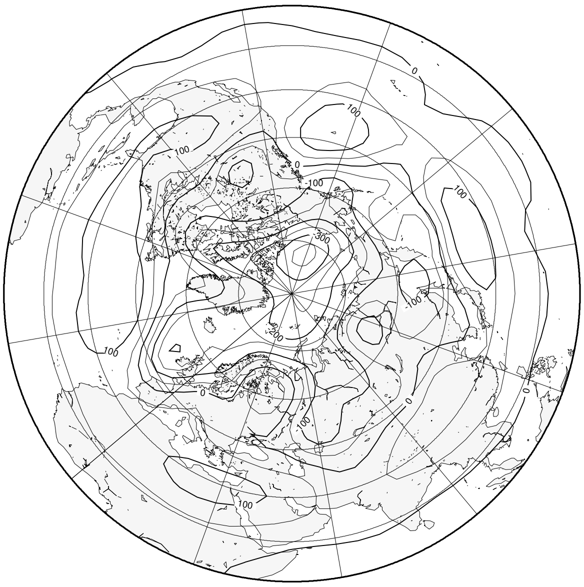
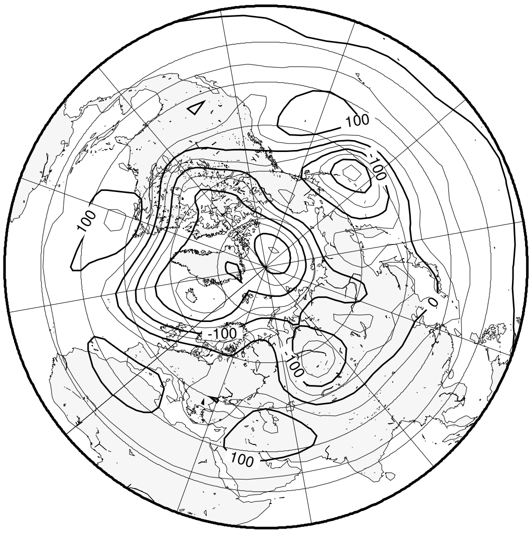


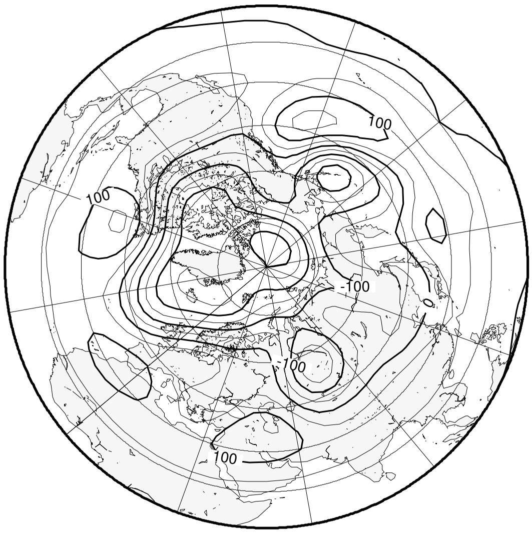
図 63: 2010 年 7 月 14 日の順圧高度場の実況図。

Barotropic Height

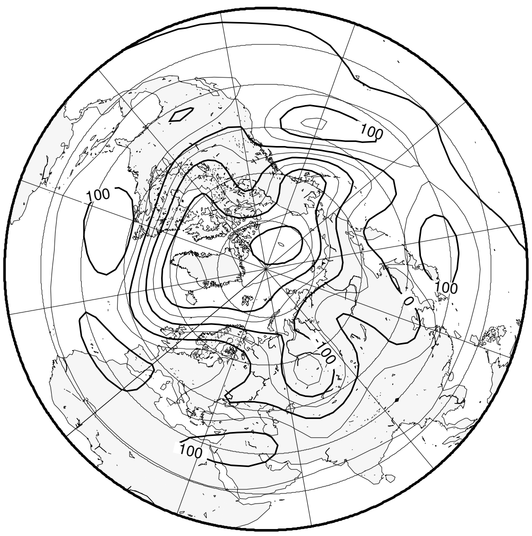
2010.07.09.00Z +0day (JRA)



2010.07.09.00Z +1day (JRA)



2010.07.09.00Z +3day (JRA)



2010.07.09.00Z +5day (JRA)

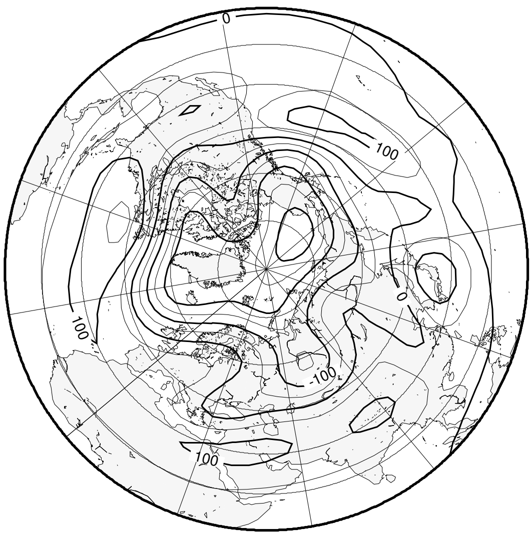


図 64: 2010 年 7 月 9 日を初期値とした予報実験の予報図 (左上：初期値、右上：1 日先、左下：3 日先、右下：5 日先)(JRA-55)。

Barotropic Height

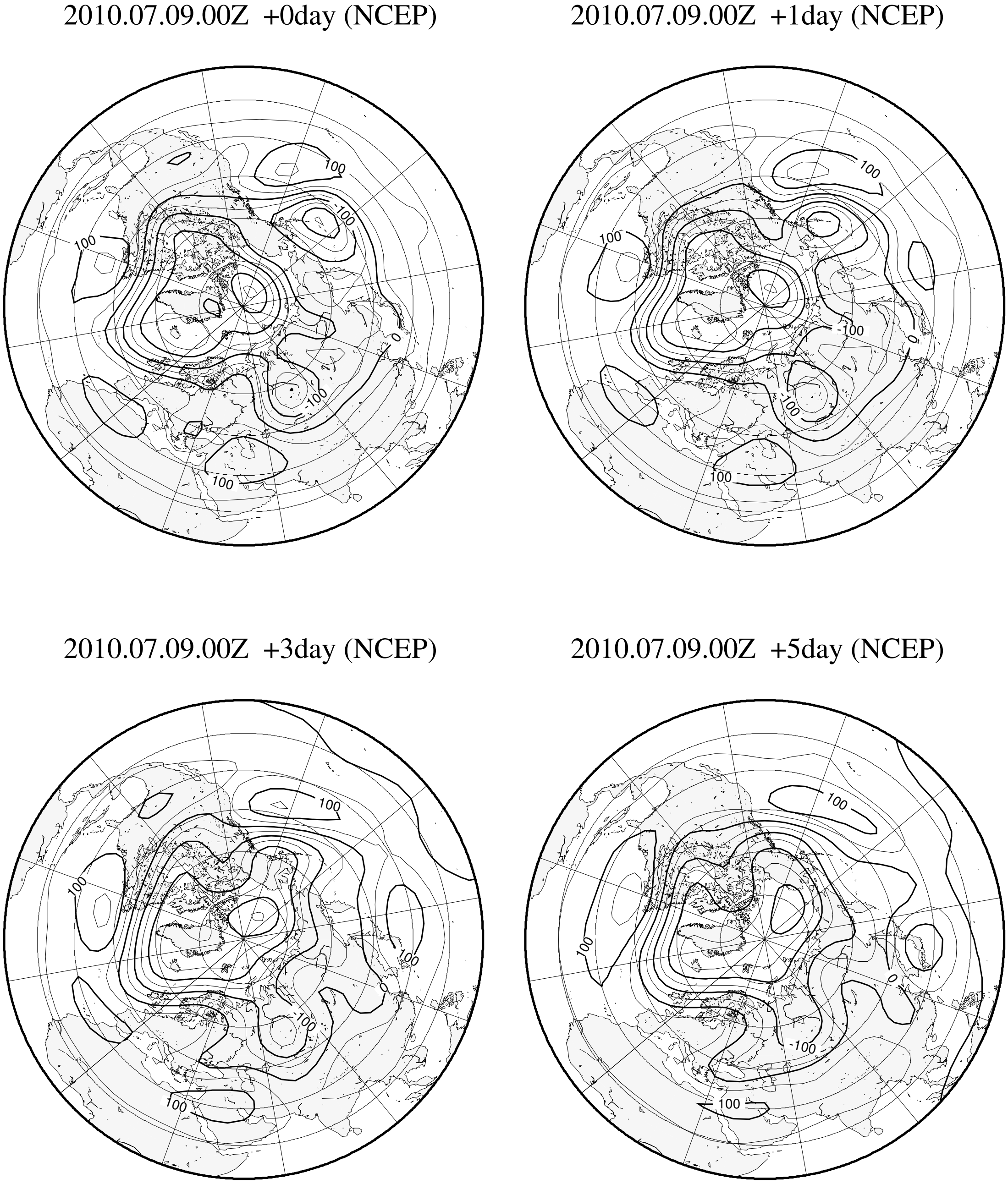


図 65: 2010 年 7 月 9 日を初期値とした予報実験の予報図 (左上：初期値、右上：1 日先、左下：3 日先、右下：5 日先)(NCEP/NCAR)。

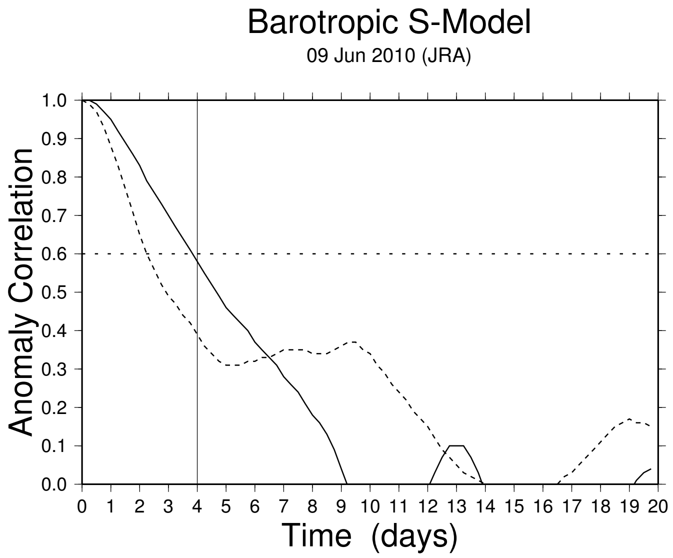


図 66: 2010 年 7 月 9 日を初期値とした 20 日予報実験のアノマリー相関図 (JRA-55)。

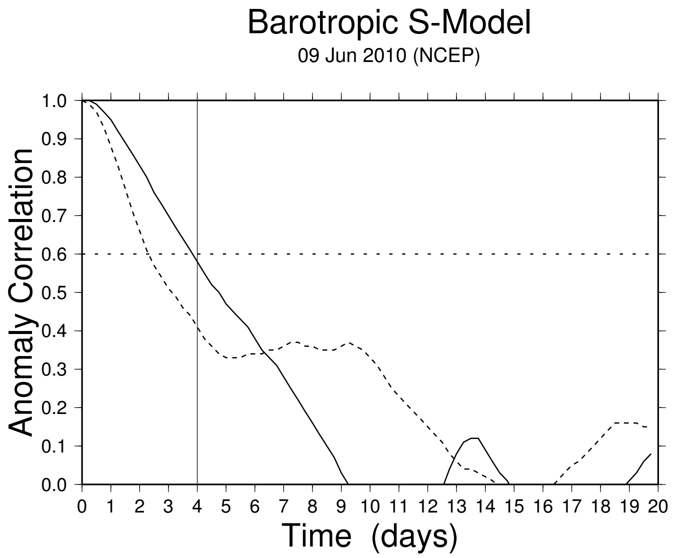


図 67: 2010 年 7 月 9 日を初期値とした 20 日予報実験のアノマリー相関図 (NCEP/NCAR)。

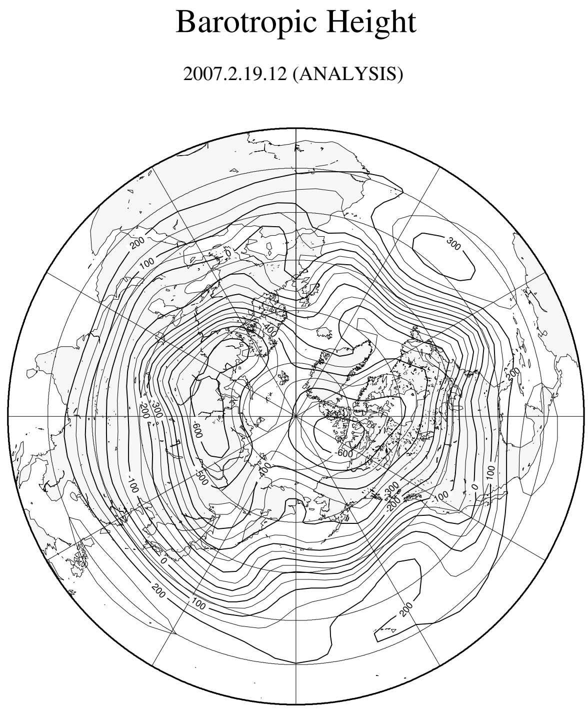


図 68: 2007 年 2 月 19 日の順圧高度場の実況図。

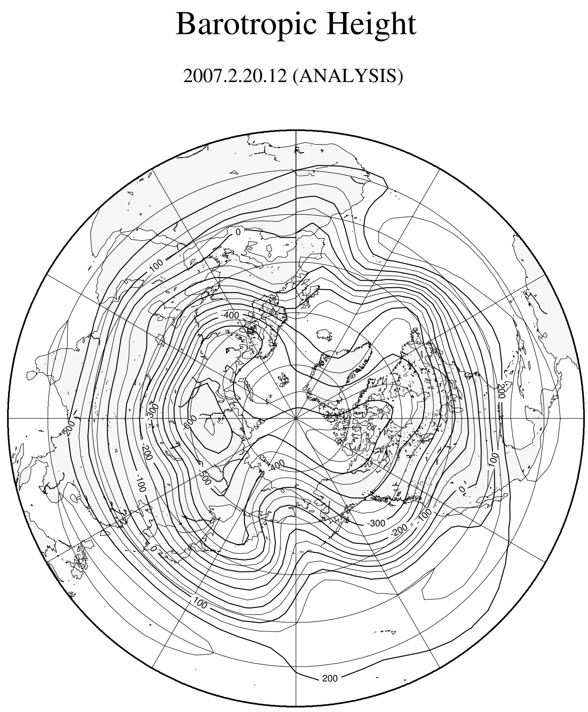


図 69: 2007 年 2 月 20 日の順圧高度場の実況図。

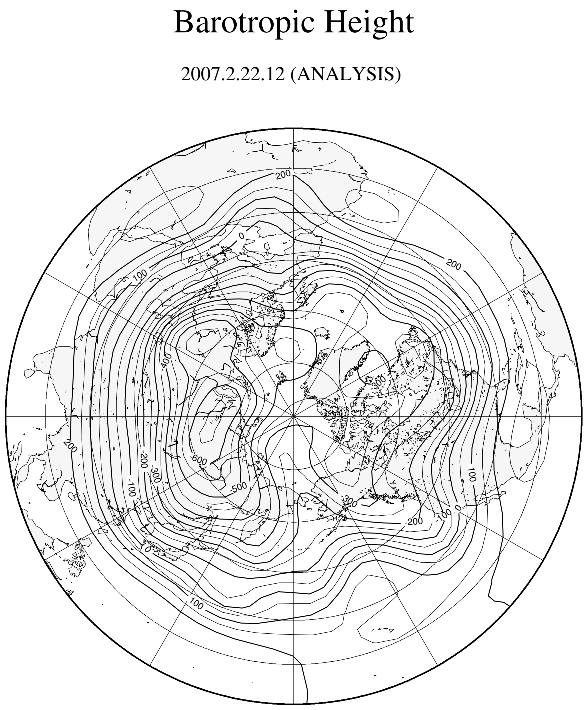


図 70: 2007 年 2 月 22 日の順圧高度場の実況図。

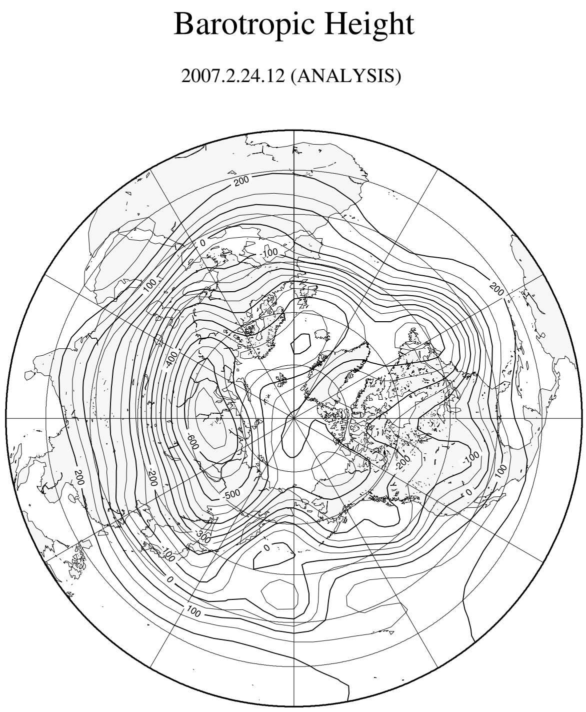


図 71: 2007 年 2 月 24 日の順圧高度場の実況図。

Barotropic Height

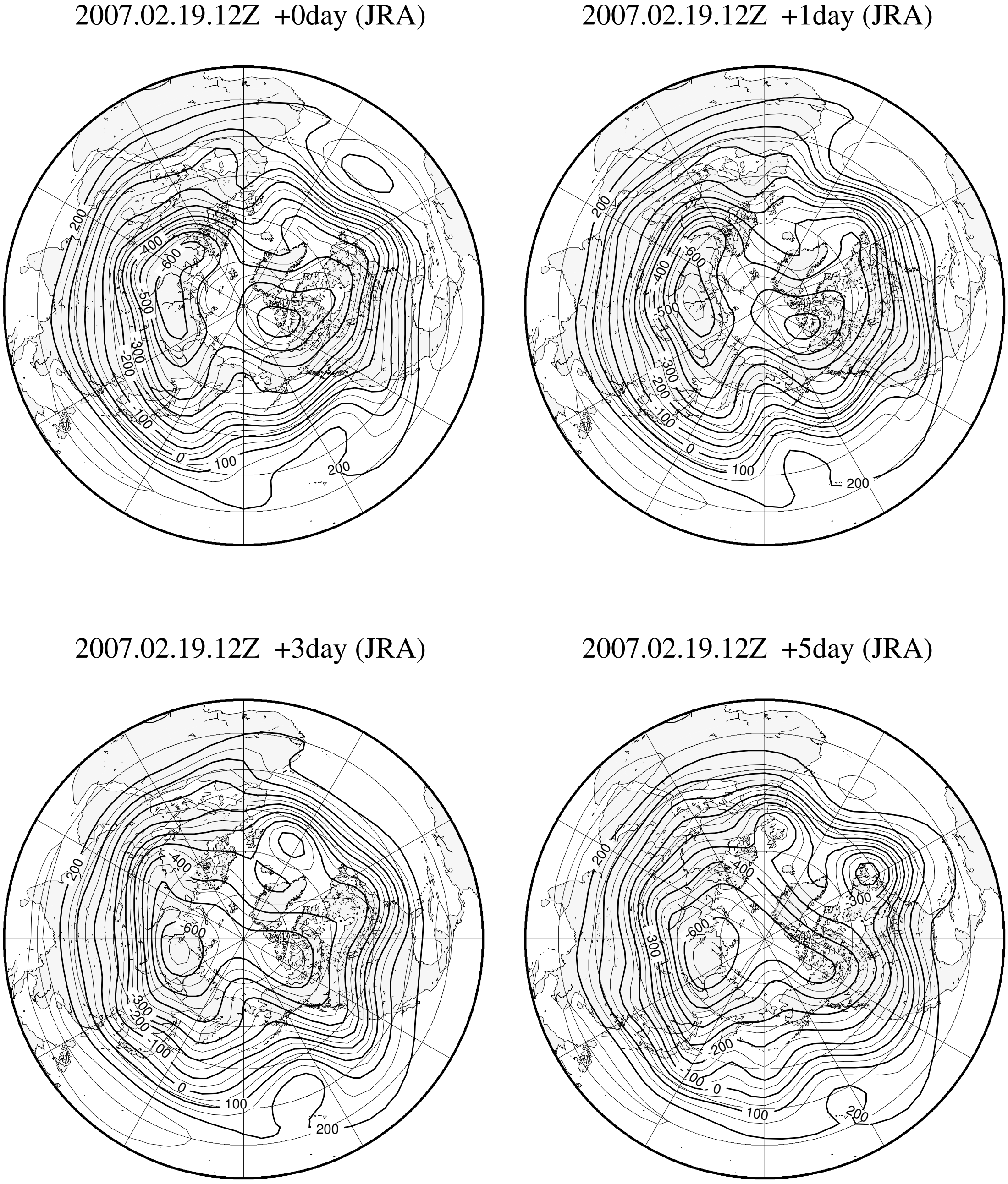


図 72: 2007 年 2 月 19 日を初期値とした予報実験の予報図 (左上：初期値、右上：1 日先、左下：3 日先、右下：5 日先)(JRA-55)。

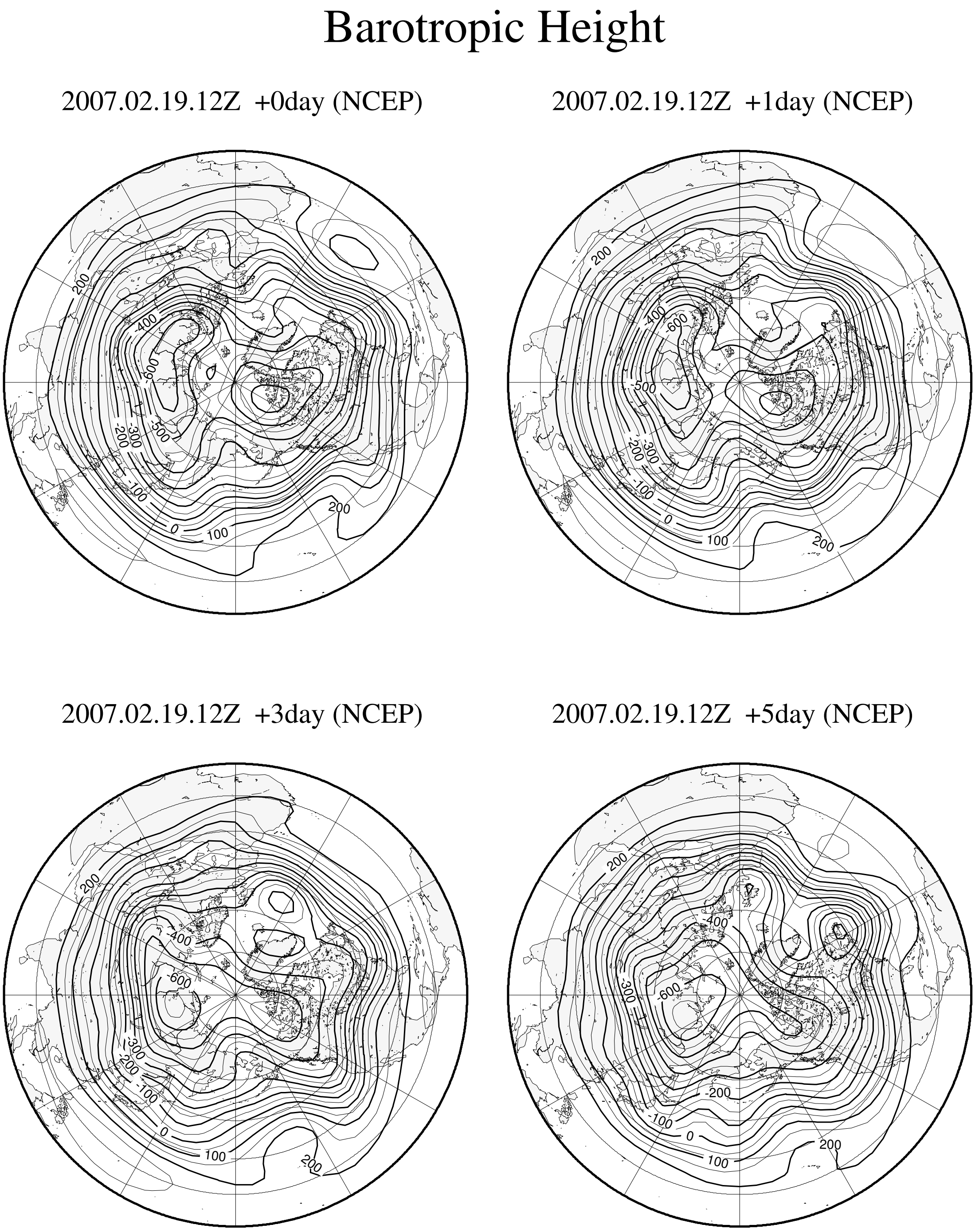


図 73: 2007 年 2 月 19 日を初期値とした予報実験の予報図 (左上：初期値、右上：1 日先、左下：3 日先、右下：5 日先)(NCEP/NCAR)。

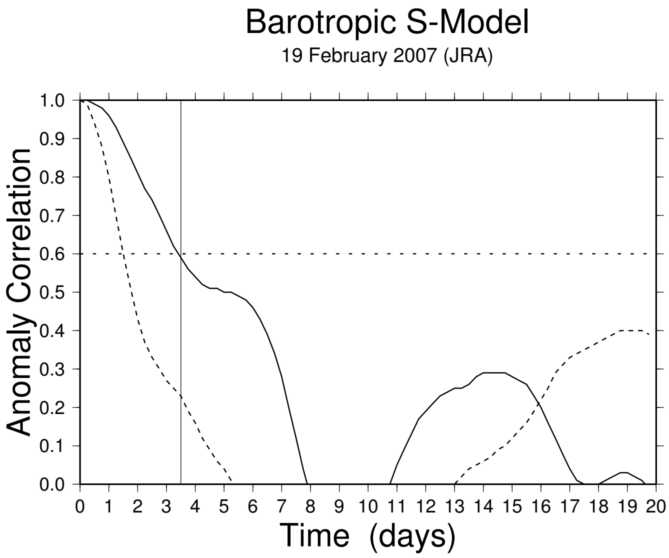


図 74: 2007 年 2 月 19 日を初期値とした 20 日予報実験のアノマリー相関図 (JRA-55)。

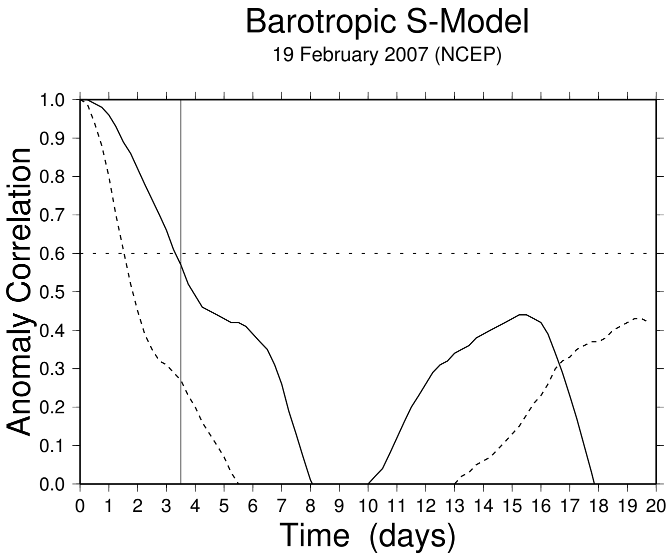


図 75: 2007 年 2 月 19 日を初期値とした 20 日予報実験のアノマリー相関図 (NCEP/NCAR)。

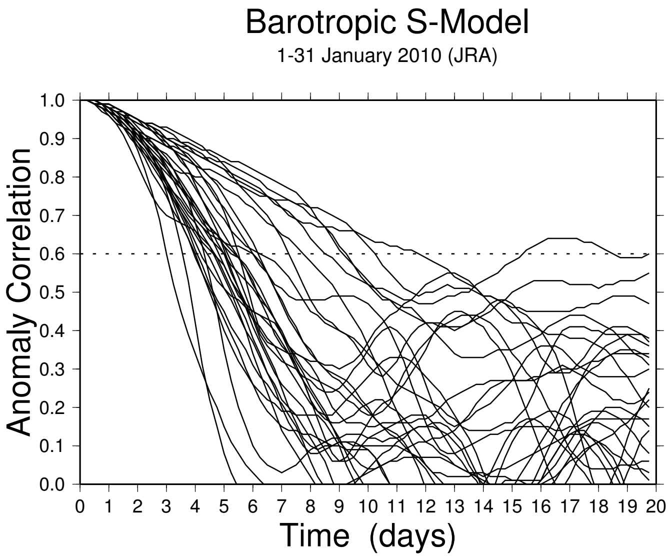


図 76: 2010 年 1 月の各日を初期値とした 20 日予報実験のアノマリー相関図 (JRA-55)。

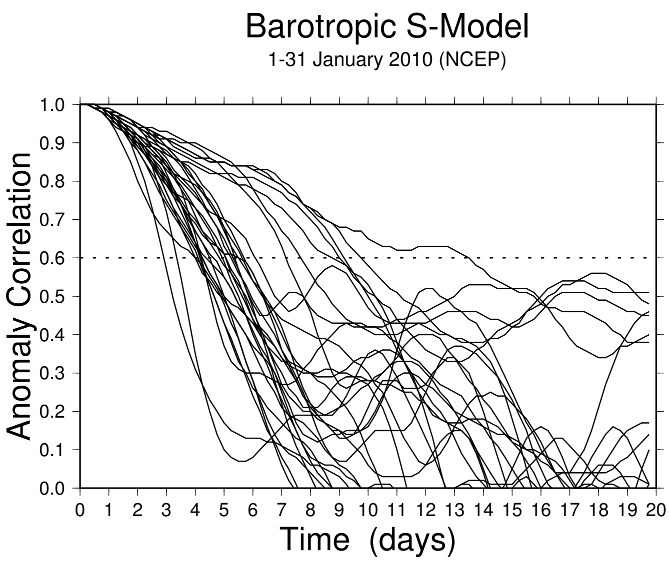


図 77: 2010 年 1 月の各日を初期値とした 20 日予報実験のアノマリー相関図 (NCEP/NCAR)。

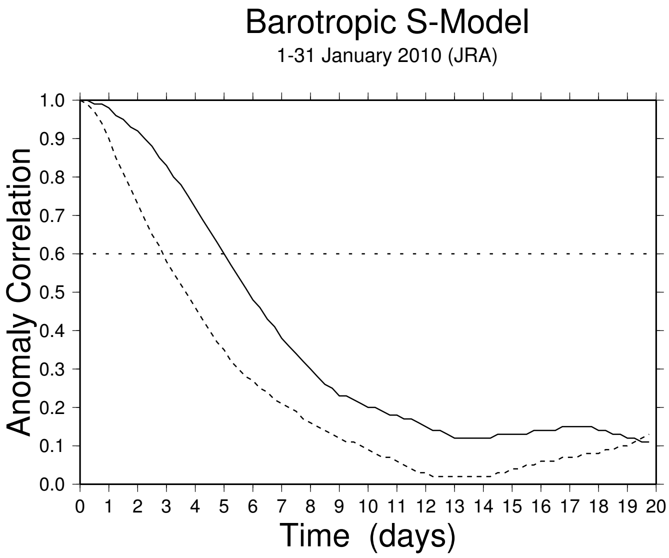


図 78: 2010 年 1 月の各日を初期値とした 20 日予報実験のアノマリー相関の平均 (JRA-55)。

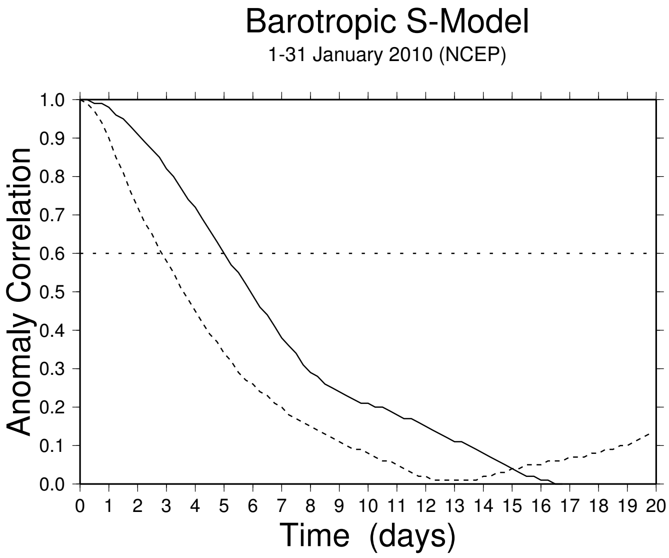


図 79: 2010 年 1 月の各日を初期値とした 20 日予報実験のアノマリー相関の平均 (NCEP/NCAR)。

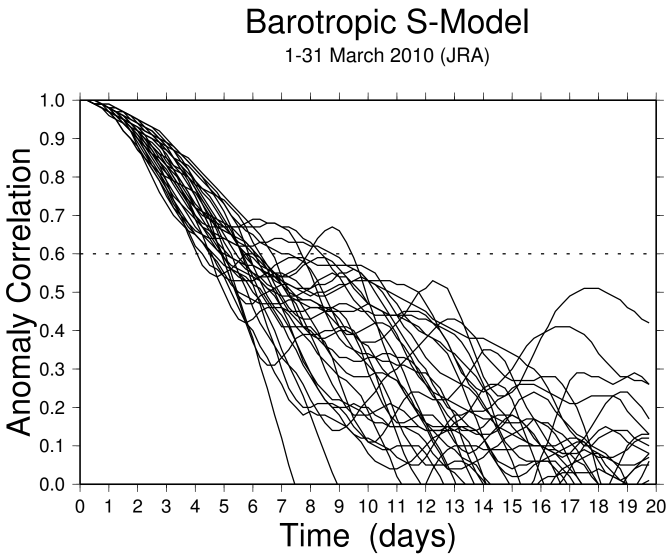


図 80: 2010 年 3 月の各日を初期値とした 20 日予報実験のアノマリー相関図 (JRA-55)。

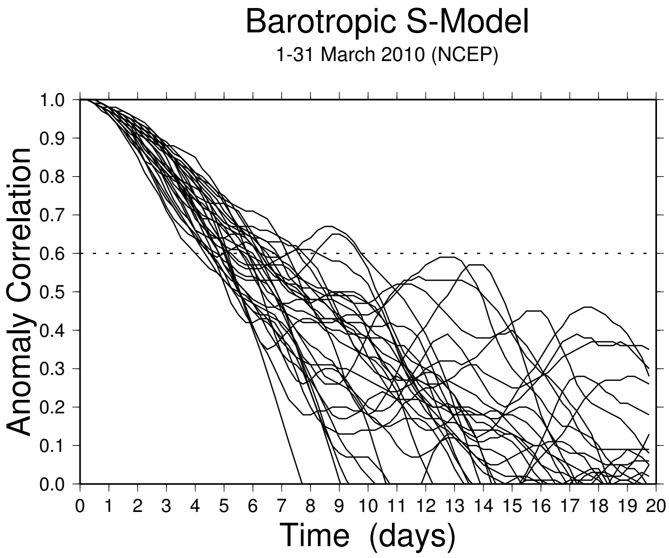


図 81: 2010 年 3 月の各日を初期値とした 20 日予報実験のアノマリー相関図 (NCEP/NCAR)。

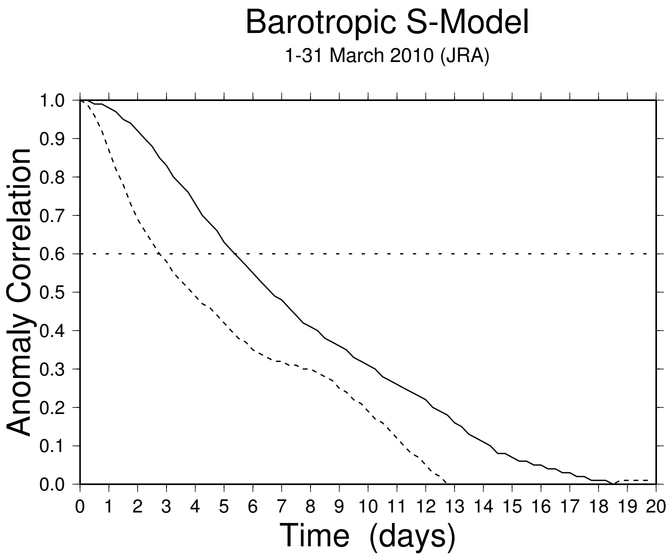


図 82: 2010 年 3 月の各日を初期値とした 20 日予報実験のアノマリー相関の平均 (JRA-55)。

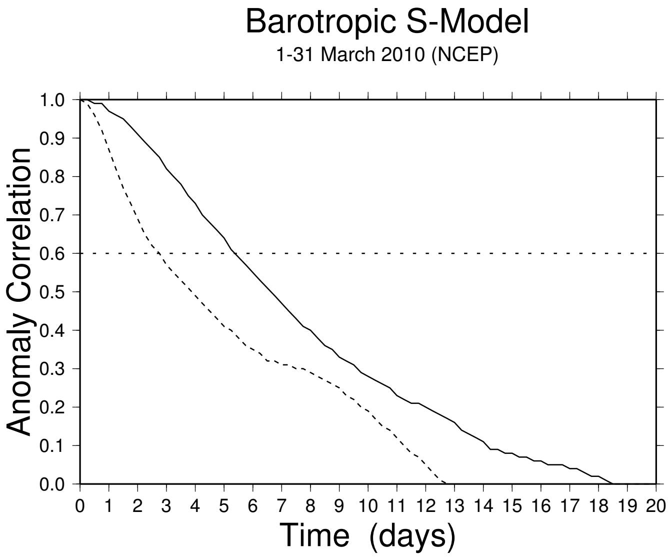


図 83: 2010 年 3 月の各日を初期値とした 20 日予報実験のアノマリー相関の平均 (NCEP/NCAR)。

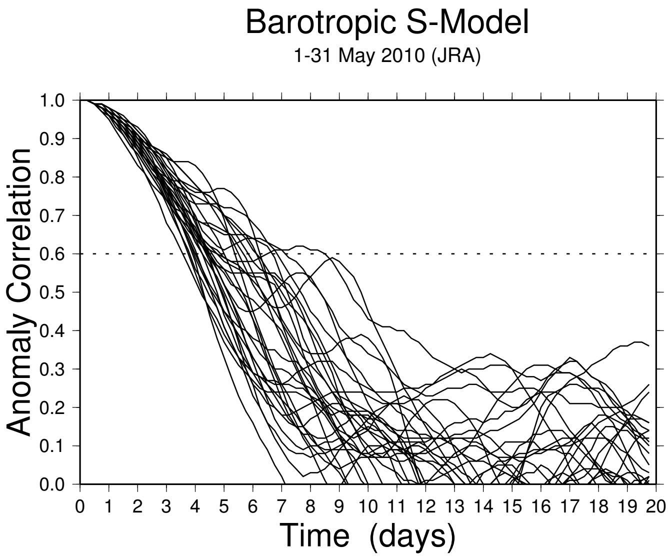


図 84: 2010 年 5 月の各日を初期値とした 20 日予報実験のアノマリー相関図 (JRA-55)。

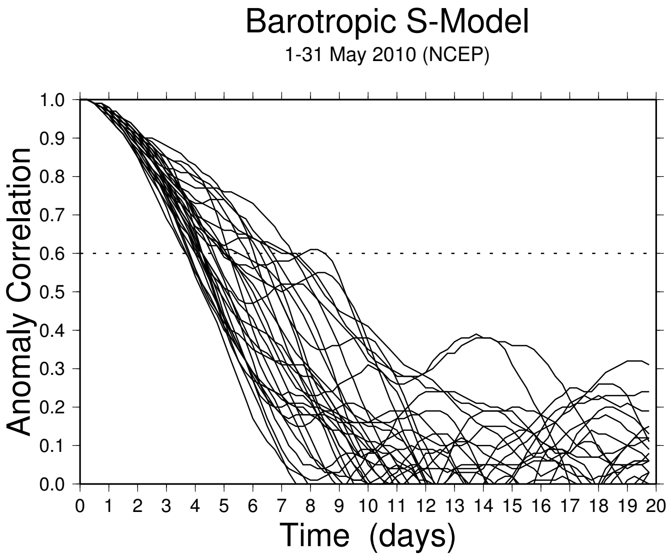


図 85: 2010 年 5 月の各日を初期値とした 20 日予報実験のアノマリー相関図 (NCEP/NCAR)。

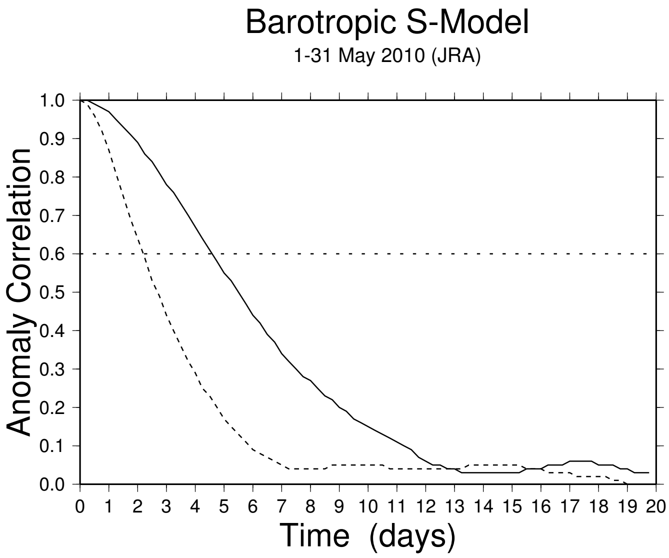


図 86: 2010 年 5 月の各日を初期値とした 20 日予報実験のアノマリー相関の平均 (JRA-55)。

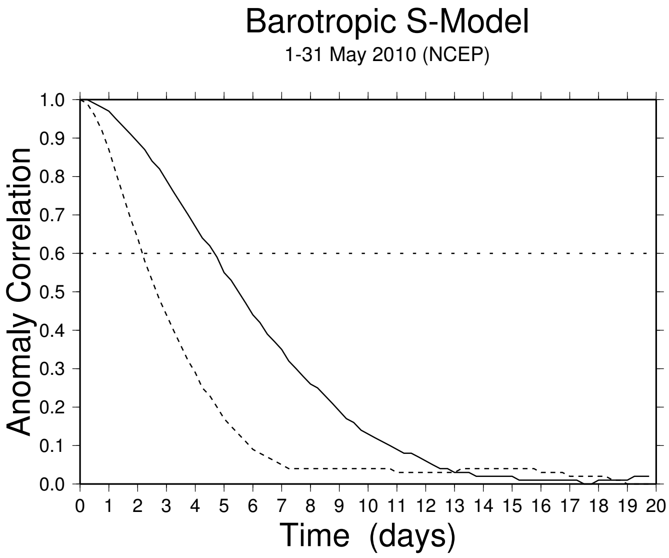


図 87: 2010 年 5 月の各日を初期値とした 20 日予報実験のアノマリー相関の平均 (NCEP/NCAR)。

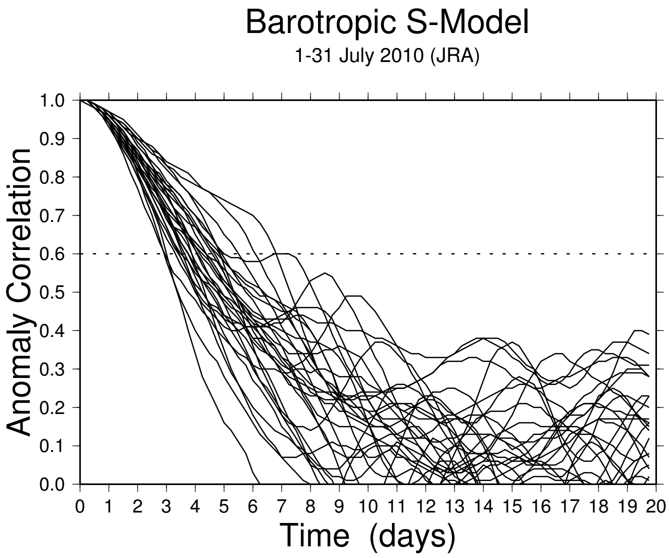


図 88: 2010 年 7 月の各日を初期値とした 20 日予報実験のアノマリー相関図 (JRA-55)。

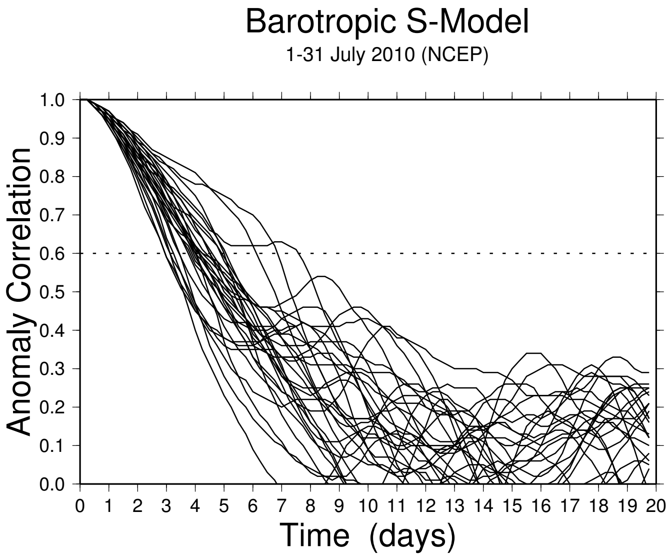


図 89: 2010 年 7 月の各日を初期値とした 20 日予報実験のアノマリー相関図 (NCEP/NCAR)。

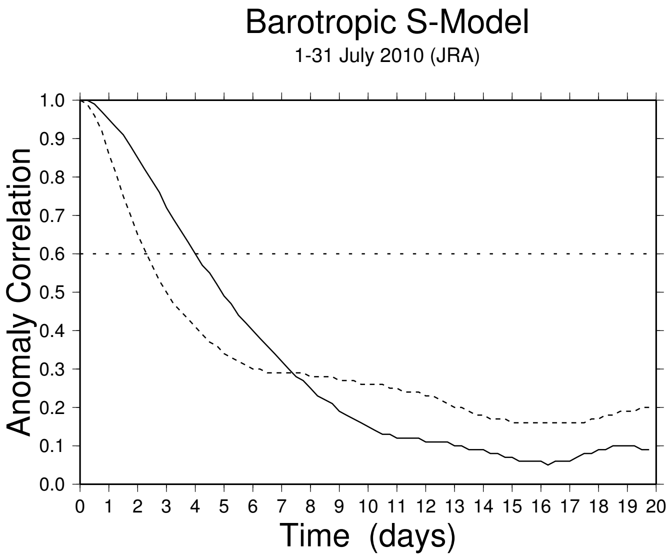


図 90: 2010 年 7 月の各日を初期値とした 20 日予報実験のアノマリー相関の平均 (JRA-55)。

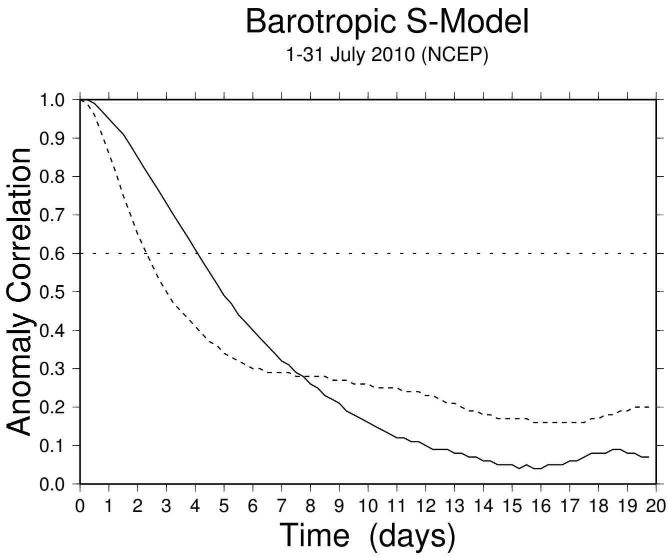


図 91: 2010 年 7 月の各日を初期値とした 20 日予報実験のアノマリー相関の平均 (NCEP/NCAR)。

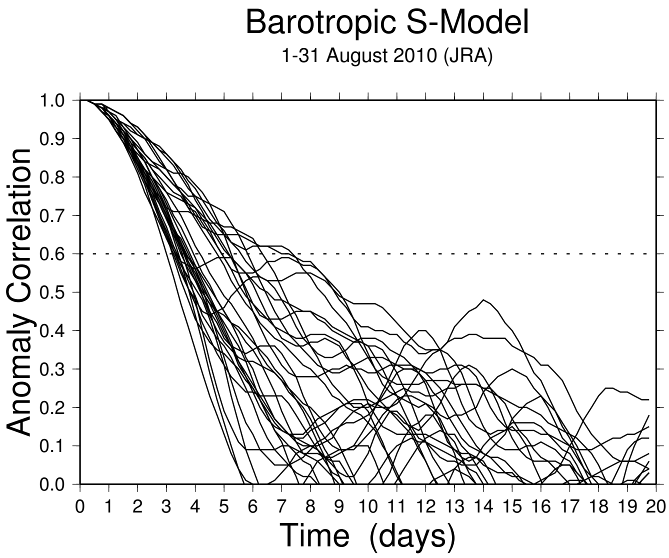


図 92: 2010 年 8 月の各日を初期値とした 20 日予報実験のアノマリー相関図 (JRA-55)。

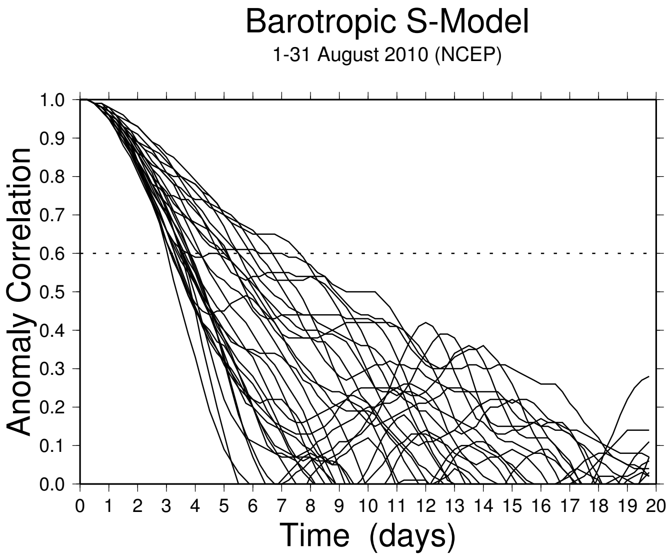


図 93: 2010 年 8 月の各日を初期値とした 20 日予報実験のアノマリー相関図 (NCEP/NCAR)。

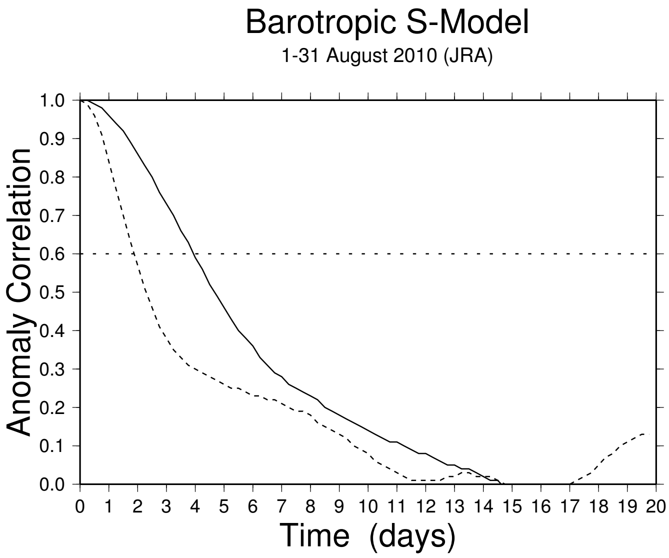


図 94: 2010 年 8 月の各日を初期値とした 20 日予報実験のアノマリー相関の平均 (JRA-55)。

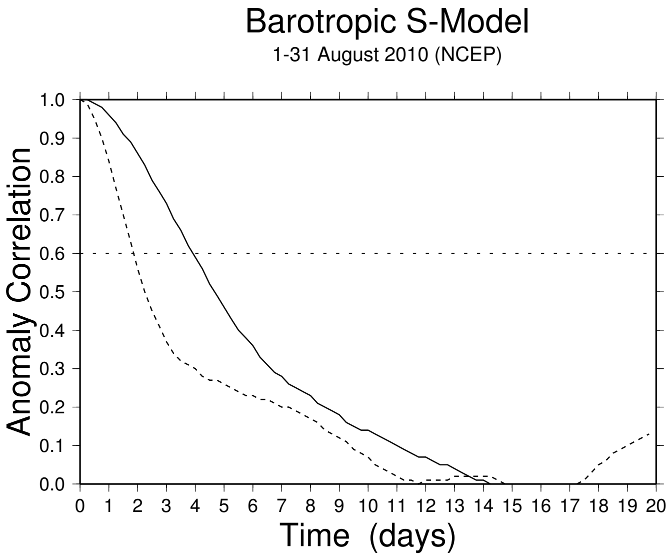


図 95: 2010 年 8 月の各日を初期値とした 20 日予報実験のアノマリー相関の平均 (NCEP/NCAR)。

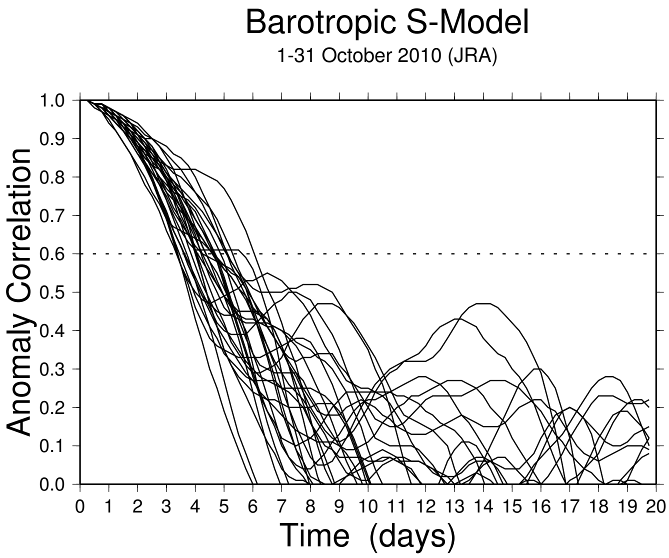


図 96: 2010 年 10 月の各日を初期値とした 20 日予報実験のアノマリー相関図 (JRA-55)。

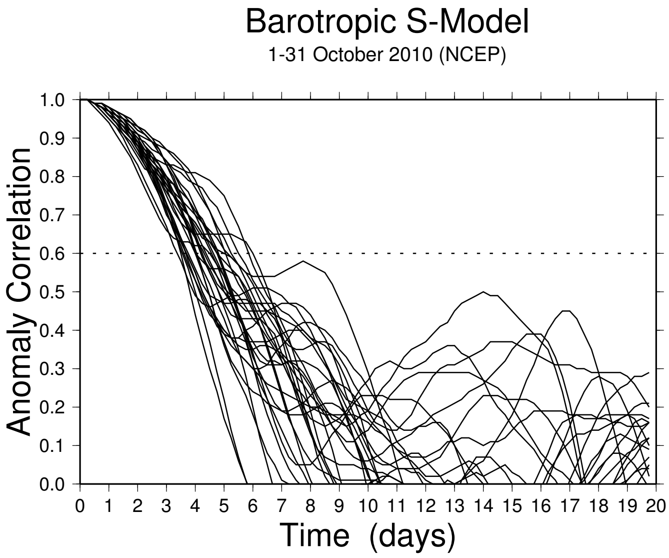


図 97: 2010 年 10 月の各日を初期値とした 20 日予報実験のアノマリー相関図 (NCEP/NCAR)。

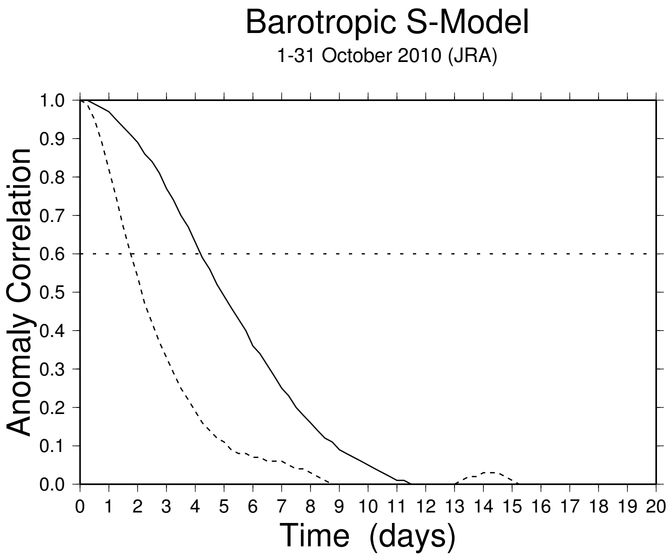


図 98: 2010 年 10 月の各日を初期値とした 20 日予報実験のアノマリー相関の平均 (JRA-55)。

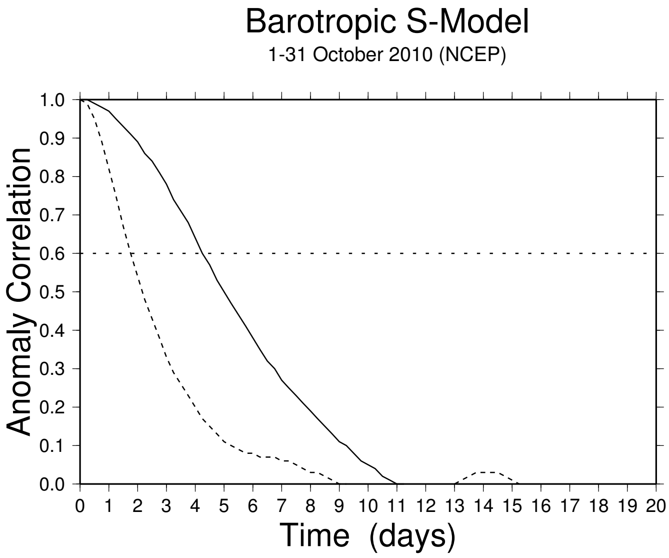


図 99: 2010 年 10 月の各日を初期値とした 20 日予報実験のアノマリー相関の平均 (NCEP/NCAR)。

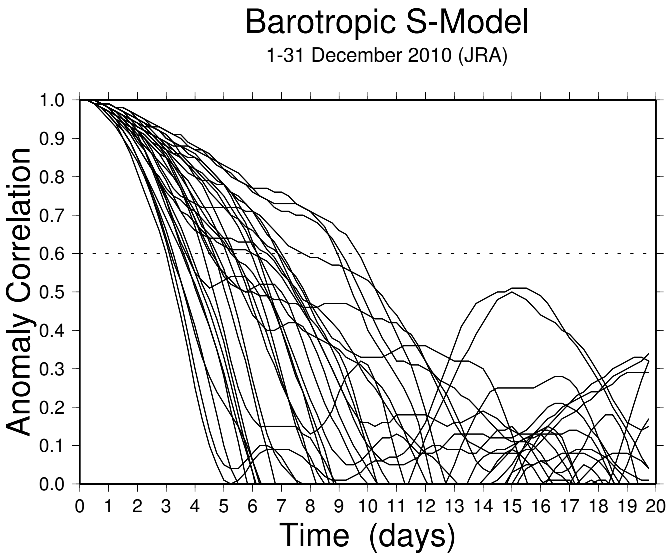


図 100: 2010 年 12 月の各日を初期値とした 20 日予報実験のアノマリー相関図 (JRA-55)。

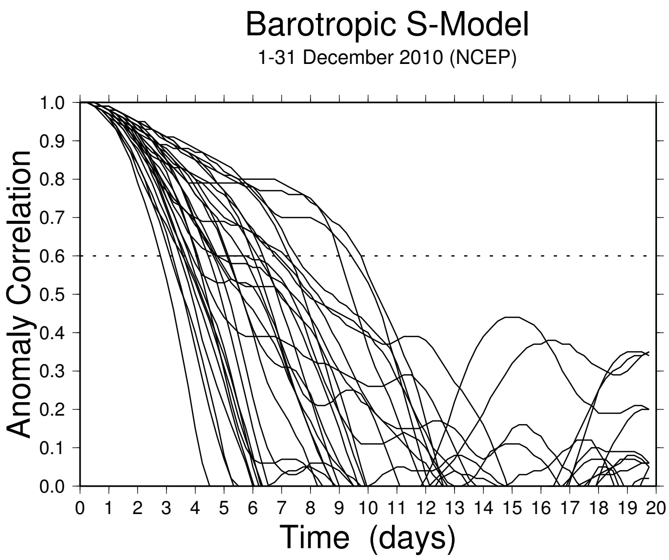


図 101: 2010 年 12 月の各日を初期値とした 20 日予報実験のアノマリー相関図 (NCEP/NCAR)。

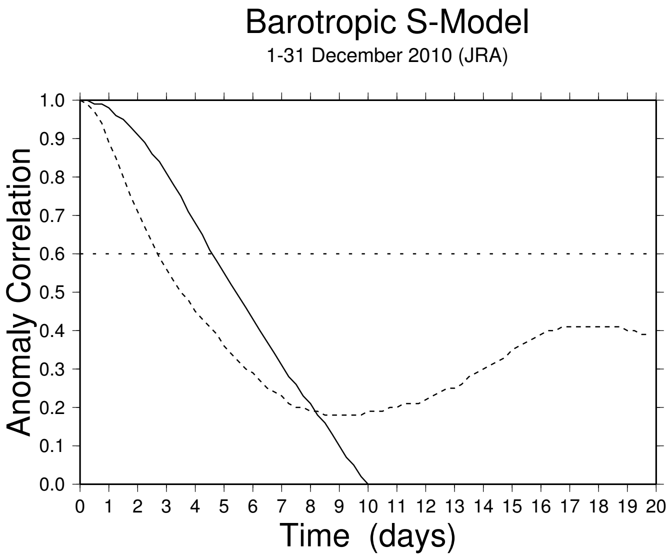


図 102: 2010 年 12 月の各日を初期値とした 20 日予報実験のアノマリー相関の平均 (JRA-55)。

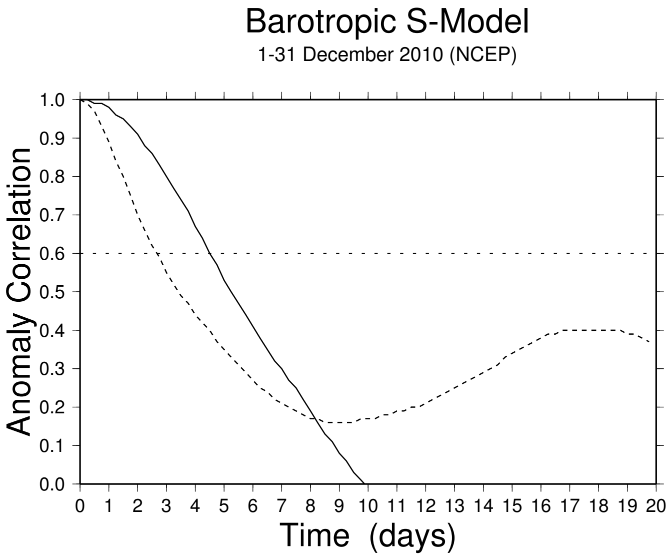


図 103: 2010 年 12 月の各日を初期値とした 20 日予報実験のアノマリー相関の平均 (NCEP/NCAR)。